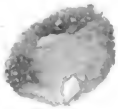
image
not
available



Digitized by Google

Proporcio Harmonica en fol. 172.
Numeros Perfectos ... en fol 152
100. personas han de pagar 10043. fol 367

Digitized by Google

Digitized by Google

# NOUVEAUX ELEMENS
DES
# MATHEMATIQUES
OU
# PRINCIPES GENERAUX
DE
# TOUTES LES SCIENCES
Qui ont les grandeurs pour objet.

*SECONDE EDITION, PLUS AMPLE ET MIEUX DIGERE'E.*

## PREMIER VOLUME

Qui comprend la science des Nombres & l'Algébre, ou l'art de comparer toute sorte de grandeurs par le moyen des chiffres & des lettres.

Et où tout est démontré dans un ordre naturel & facile, & les choses expliquées plus à fond, & poussées plus loin que l'on n'a fait jusqu'ici.

*Par JEAN PRESTET Prêtre, ci-devant Professeur des Mathematiques dans les Universitez d'Angers & de Nantes.*

A PARIS,
Chez FLORENTIN & PIERRE DELAULNE, rue S. Jacques, à l'Empereur, & au Lion d'Or.

M. DCCI.
*AVEC PRIVILEGE DU ROY.*

Digitized by Google

Digitized by Google

AU

# SOUVERAIN SEIGNEUR,

DES SCIENCES,

SOURCE, PERE, ET PRINCIPE

DES LUMIERES,

ET DE TOUTE VERITE'.

*EIGNEUR,*

*Il eſt bien juſte, puiſque ceux qui traitent des Sciences humaines viennent tous les jours*



Digitized by Google

*dédier leurs ouvrages aux enfans des hommes, qu'il s'en trouve au moins quelques-uns qui consacrent les leurs à VOTRE DIVINE MAJESTE'. Il est bien juste qu'il y en ait qui luy rendent hommage, & en leur nom, &*

a. 1. Cor. 4. & 1. Thess. 5. *même au nom de tous, pour ce qu'ils* [a] *tiennent tous uniquement d'Elle. Car c'est VOTRE SAGESSE qui les éclaire* [b] *& qui les instruit,*

b. Joa. 1. *qui se répand sur leur belles &* [c] *sçavantes*

c. Prov. 8. *pensées, & qui préside aux* [c] *jugemens éxacts qu'ils forment en eux-mêmes. Et la gloire n'ap-*

d. 1. Reg. 2. *partient qu'à VOUS seul d'être le* [d] *Seigneur,*

e. Ps. 33. 10. *& le* [e] *Maître, & le Dieu* [d] *des Sciences; & le Pére de toutes les* [f] *lumiéres. Il est vrai que*

f. Jac. 1. *l'honneur de VOUS faire une consécration si publique & si générale appartiendroit plus justement à d'autres qu'à moy. Mais la dignité de mon ministére, qui me permet d'offrir à VOTRE ETERNELLE GRANDEUR ce qu'elle a de plus cher, & ce qu'il y a de plus Saint dans la Religion, me donne quelque droit d'entreprendre ce qui ne s'est presque encore jamais fait chez les Sçavans du siécle. J'espére que la piété de ceux qui liront ceci, bien loin de me desavoüer, approuvera mon zéle; & j'ose croire que s'unis-*

g. Ps. 33. 4. *sant de cœur avec moy, ils glorifieront* [g] *cette SAGESSE SOUVERAINE, qui est*

c. Prov. 8. *la source des* [c] *belles connoissances, & qu'ils luy*

Digitized by Google

*rendront de juſtes & d'humbles actions de graces* [h] *pour toutes celles qu'Elle aura bien voulu leur communiquer. Je ſçai que mes ouvrages ne méritent pas d'être offerts à UNE SI HAUTE MAJESTE'; Car qui* [i] *ſuis-je? & que ſont tous les hommes en ſa Préſence, pour luy faire un préſent de ce qui eſt* [i] *tout à Elle, & de ce qu'ils empruntent de ſa Liberalité? Mais je ſçai auſſi que les cœurs ſincéres & reconnoiſſans luy ſont agréables,* [i] *& qu'Elle aime la ſimplicité. Je ſçai que ſes Yeux Divins, qui voyent avec mépris & comme de fort loin tout ce que la vaine préſomption des eſprits altiers & superbes* [k] *élève devant Elle, abbaiſſent doucement leurs regards favorables ſur ceux qui ſentent & reconnoiſſent avec humilité* [k] *qu'ils n'ont rien d'eux-mêmes qui ſoit digne d'Elle. C'eſt ce qui me donne, O MON DIEU, une confiance ſecrette que VOTRE INEFFABLE BONTE' agréera le deſſein qu'Elle m'a inſpiré de luy dédier le fruit de mes travaux, & que même Elle voudra bien conſidérer la conſécration que j'en fais à ſa gloire comme une marque publique, perpétuelle, & ineffaçable, que je me* [l] *mets entiérement ſous ſon heureuſe* [m] *& ſainte Protection. Accordez-la, SEIGNEUR, à mon inſtante & humble priére. Que Vôtre Main Libérale & Toute-puiſſante m'y tienne*

h. 1. *Theſſ.* 5.
i. 1. *Paral.* 29.
k. *Pſ.* 137.
l. *Pſ.* 56.
m. *Pſ.* 16.
*Pſ.* 30.

*toûjours à couvert ; & que rempliſſant mes déſirs, elle me faſſe entrer enfin quelque jour dans cet*

n. *Pſ.* 35. *abîme* [n] *de lumiéres, ou ſans travail, ſans peine, ſans ennui, ſans dégoût, nous ſerons éternelle-*

o. *Pſ.* 16. *ment nourris & [o] raſſaſiez de la contemplation de la VERITE', & ou avec une ſoif délicieuſe*

p. *Pſ.* 35. *& toûjours nouvelle nos eſprits ſeront toûjours enivrez du torrent de ces* [p] *voluptez toutes pures, qui ſurpaſſent infiniment les plaiſirs terreſtres &*

q. 1. *Cor.* 2. *groſſiers que l'on peut goûter ici-bas, &* [q] *tout ce qu'on pourroit même y déſirer ou s'y figurer de plus agréable.*

r. *Pſ.* 85. *Fac mecum ſignum* [r] *in bonum;*

*O DOMINE! Quia ego ſervus*

ſ. *Pſ.* 115. *tuus, & filius* [ſ] *ancillæ tuæ.*

Digitized by Google

# PREFACE.

IL ſemble qu'aprés tant d'ouvrages anciens & modernes que nous avons ſur les Mathématiques, il vaudroit mieux me taire que d'en venir augmenter le nombre, & qu'au moins je devrois me contenter des anciens *Elemens des Mathématiques* que je publiai autresfois, ſans les changer & les renverſer pour en produire aujourd'hui de nouveaux ; puis que ce premier eſſai à receu du public un accueil que je n'oſois eſperer.

Mais ce qui auroit du m'impoſer ſilence, où me diſpenſer de rien dire de plus, eſt cela même qui m'engage à écrire. J'ai reconnu par beaucoup d'expériences, & reſſenti par la mienne propre une partie des peines qu'on eſſuie, lors que ſans avoir aſſez de ſecours, on veut ſçavoir un peu le fond des choſes. Et ce que j'ai ſouffert m'a fait rechercher les moyens d'épargner aux autres une partie de ce qu'ils viendroient à ſouffrir à leur tour, s'ils n'étoient un peu mieux ſecourus.

Car les Anciens recherchant moins, ce me ſemble, la ſuite naturelle des choſes, qu'à prouver à leur gré les unes par les autres, juſques à déduire en diverſes rencontres les plus ſimples des plus compoſées, ne peuvent pas toûjours préſenter à l'eſprit une juſte idée de l'ordre, comme d'habiles gens l'ont judicieuſement remarqué ; outre que leur méthode aſſez difficile & trop limitée n'eſt plus au goût d'un ſiécle où l'on eſt mieux inſtruit, & où ſans s'arrêter, comme on le faiſoit autresfois, à une admiration preſque ſuperſtitieuſe de tous leurs ouvrages, on ſçait les eſtimer leur prix, & s'en ſervir avantageuſement & ſans ingratitude pour avancer plus loin, ou pour mieux ſuivre l'ordre,

Digitized by Google

D'autre part il s'en trouve peu parmi les modernes, qui veüillent apporter tous les soins, & donner tout le temps néceſſaire pour découvrir les raiſons naturelles des choſes, pour les rapporter avec ordre à leurs véritables principes, & pour les étendre & pouſſer auſſi loin qu'il eſt néceſſaire.

Car en premier lieu ceux qui n'écrivent que par l'envie d'écrire & de ſe faire un nom, ſe contentent d'expoſer au hazard quelques légéres productions, ou ne font preſque autre choſe que ſuivre ou coppier ce qu'on a déja fait, ſans donner aucun nouveau jour, & ſans rien apporter du leur qui en vaille la peine. Et ceux, qu'un interêt ſordide érige en Autheurs, en uſent volontiers de la même ſorte. Ou s'ils ſont un peu plus habiles, ils ſont bien aiſes quelquesfois de ſe rendre obſcurs, & de cacher à deſſein des choſes qu'ils eſtiment, & qu'il leur ſeroit auſſi facile d'éclaircir, que d'en faire enviſager & ſentir les difficultez; ſe ſouciant moins de payer la juſte attente d'un Lecteur ſtudieux, ou de montrer qu'ils eſtiment le jugement du public, que de faire une vaine oſtentation de leur ſuffiſance, & même peut-être dans des choſes qu'ils ont plûtôt acquiſes par hazard & ſans régles que par une méthode réguliére & ſuivie. La pluſpart même ſe contentent d'une pratique aveugle ou ſans preuves; ce qui eſt peu propre à ſatisfaire ceux qui cherchent la lumiére, & qui ne veulent rien faire, dont ils ne ſçachent la raiſon.

D'autres qui ſe ſont une fois remplis de l'eſprit de polymathie, & qui s'efforcent d'acquérir à quelque prix que ce ſoit la rare qualité de grands faiſeurs de Livres, dans l'impuiſſance de bien remplir tous leurs grands projets, empruntent à la hâte & ſans façon de tous les côtez ce qui les accommode, & s'empreſſent de donner quelque forme & je ne ſçai quel air de nouveauté à de petits recueils, qu'ils pouſſent & font paſſer à force d'amis ou d'intrigues, & en décreditant d'une maniére adroite & pleine d'artifices ce qui leur fait ombrage, quoi qu'ils en faſſent cas, & que peut-être même ils en tirent ce qu'ils ont de meilleur & de mieux digéré.

Quelques-uns des plus officieux ne cherchant qu'à flatter la molleſſe de ceux qui fuyent trop le travail, & voulant s'épargner la peine à eux-mêmes d'approfondir beaucoup les

les matiéres, se contentent d'en effleurer un peu la surface; & de peur de trop prendre sur eux, n'osent passer au delà de quelques petites régles, avec lesquelles on demeure court & dans l'impuissance d'expliquer & de résoûdre les moindres difficultez. Et comme si cela suffisoit à former d'excellens disciples, & qu'il n'y eût rien au delà qui pût être utile ou nécessaire; ils tâchent d'inspirer un secret mépris ou au moins du dégoût pour ce que leur paresse ou leur ignorance les oblige de taire; bien éloignez de la conduite des Auteurs équitables, qui se contentent par de petits ouvrages travaillez avec soin de donner à de jeunes disciples les premiéres teintures, & qui les portent ensuitte à avancer plus loin, & à se perfectionner par la lecture & par l'étude des Auteurs plus profonds.

Ceux qui sont capables des plus grandes choses, se bornent & s'arrêtent souvent à certains sujets détachez, qui supposent déja diverses connoissances. Et s'ils sont jeunes, & qu'ils ayent beaucoup de feu & de vivacité, ou s'ils ont trop bonne opinion d'eux-mêmes; il est à craindre que leurs vûës ne soient trop bornées: parce qu'une ardeur impatiente & précipitée ne leur permet pas de digérer & de meurir assez leurs pensées. Et d'autres, dont la froideur un peu lente & tardive n'emporte rien qu'à force de travail, demeurent courts en beaucoup d'occasions, nonobstant leurs efforts, si auparavant que de se mettre à écrire, ils n'ont acquis un fond solide par de bonnes & de fortes études.

On en voit d'autres, même du premier vol, comme Monsieur Viéte, qui pour faire voir assez à contre-temps & hors de propos, qu'ils sont habiles dans les Langues, ne veulent parler que grec en latin, & dont le stile héteroclite & toûjours obscur, ne sert qu'à broüiller & à confondre les choses les plus claires, & qu'à effrayer les esprits délicats & tendres des jeunes commençans.

Il s'en trouve aussi, qui craignant de marcher sur terre, & de suivre une route facile, où ils ne seroient pas assez distinguez du commun, vont toûjours se perdre dans les nuës, & n'oseroient rien dire qui ne soit extraordinaire ou qui ne le paroisse. Et si d'autres ont pensé naturellement, plûtôt que de se rencontrer avec eux, ils aimeront mieux choisir des circuits détournez & des routes escarpées pour venir au



Digitized by Google

même but. Et d'autres, car il y en a de toutes les espèces, ne s'empresseront qu'à chercher toutes les voyes possibles qui peuvent conduire aux mêmes véritez; comme si les chemins les plus courts ou les plus commodes ne suffisoient pas, & ne devoient pas être préférez aux autres.

Quelques-uns des plus raisonnables, sçachant que tout dépend d'une bonne méthode, ne peuvent se résoudre à écrire qu'aprés l'avoir recherchée fort soigneusement. Et alors même les difficultez tres-fortes qu'ils ont éprouvées en travaillant à bien débroüiller & à bien ranger chaque chose, leur donnent une juste défiance de leurs connoissances, & ne leur permettent de proposer leurs ouvrages que comme des essais du véritable ordre. Ils communiquent sans envie ce qu'ils ont de lumiére, & laissent volontiers aux autres à perfectionner avec plus de loisir ce qu'ils ne croyent encore qu'avoir ébauché; fournissant en cela un éxemple important & rare à ceux qui s'empressent d'écrire sans avoir assez médité, de repasser souvent sur leurs propres pensées, & d'être eux-mêmes les plus éxacts & les plus sévéres de tous ceux qui peuvent avoir quelque droit d'en juger.

Et pour ceux, comme Monsieur Descartes, qu'on peut regarder comme d'excellens Maîtres, parce qu'ils ont eû les plus belles vûës, & les plus étenduës, on voit souvent qu'ils n'ont voulu se rendre tout-à-fait intelligibles qu'à tres-peu de sçavans; de peur que leurs connoissances paroissant trop aisées ne fussent expoſées au mépris, ou à l'envie & à une injuste critique des petits esprits & des demi-sçavans. Il leur eût même été comme impossible, quand ils l'auroient voulu, de descendre à l'explication de ce qu'ils jugeoient trop facile, n'étant plus en état de bien discerner les difficultez qui seroient capables d'arrêter les autres.

De sorte qu'il s'en trouve fort peu qui joignent tout ensemble la clarté, l'ordre, & la facilité qui sont nécessaires à des commençans.

Je ne mets point au rang de ces divers Auteurs certains Avanturiers, qui pour se tirer de la foule & se faire admirer, ne vont s'attacher qu'à des entrepriſes qui passent les forces, ou qui se laissant ébloüir à l'éclat de quelques légéres découvertes, qu'on trouve même ailleurs, croyent déja

Digitized by Google

l'emporter en tout ſur leurs propres Maîtres, & ne voir preſque rien qui ne ſoit ſous leurs pieds.

On ne ſçauroit croire, ſans l'avoir éprouvé, combien il faut de ſoins & de précautions, lors qu'on veut fournir une méthode claire & facile à ceux qui cherchent à s'inſtruire, & qu'on veut ménager en telle ſorte leurs démarches & leurs forces, qu'ils y puiſſent toûjours avancer ſans autre ſecours, juſques à ce qu'ils ſoient en état non ſeulement de ſe paſſer de Maîtres, mais auſſi d'inventer & d'inſtruire eux-mêmes les autres.

Si l'entrepriſe paroît difficile & hardie; c'eſt pourtant à quoi on ſemble s'engager en promettant des Elémens des Mathématiques. Il n'en eſt pas de ces Elémens comme de ceux d'une ſcience particuliére. Car toutes les ſciences éxactes, qui ont la grandeur pour objet, & qui ſont tres-vaſtes & en fort grand nombre, ſont renfermées ſous le nom général des Mathématiques. De ſorte que leurs Elémens doivent fournir des lumiéres proportionnées à l'étenduë de tant de diverſes parties, & une juſte idée de l'ordre naturel qu'il y faut toûjours obſerver, & de plus mettre en main des moyens ou comme un inſtrument propre à les bien apprendre, & même à les enrichir de nouvelles découvertes.

J'euſſe fort ſouhaité que des perſonnes habiles & laborieuſes, & ſur tout parmi nos Autheurs François, m'euſſent prévenu dans un deſſein ſi vaſte & d'une ſi longue haleine. Cela ſans doute m'auroit bien épargné de la peine. Mais ne voyant aucun de nos Autheurs qui l'eût embraſſé avec aſſez d'étenduë & ſelon l'ordre éxact & abbrégé de l'Analyſe des modernes; je me ſuis enfin réſolu, aprés avoir apporté toutes mes diligences, de frayer le chemin à d'autres, & de leur préſenter ce nouvel eſſai, comme mon ancien ouvrage m'a ouvert à moi-même le chemin que je tiens ici. Car j'avoüe, qu'ayant mis ſous la preſſe ce premier ouvrage à l'âge environ de vint-deux ou de vint-trois ans, je n'ai pas eû tout ſujet d'en être content, quoi qu'il m'eût coûté beaucoup de travail & de veilles, quand au bout de quelques années je ſuis venu à l'éxaminer de ſang froid. Auſſi n'ai-je pû le ſouffrir qu'avec peine, quoi que des perſonnes ſincéres, ſçavantes & deſintéreſſées luy fuſſent favorables, & que pluſieurs en euſſent tiré d'aſſez grands ſecours.



Digitized by Google

J'ai donc travaillé une ſeconde fois, plus fortement même & bien plus long-temps que la premiére, afin de corriger, d'éclaircir, d'abbréger, & de pouſſer plus loin mes premiéres penſées. Et ne pouvant me ſatisfaire dans une éxacte diſcuſſion de ce ſecond ouvrage, j'ai crû le devoir ſupprimer, & j'ai fait de plus grands efforts, & employé beaucoup plus de temps pour mettre ce troiſiéme dans l'état où il eſt, que je n'avois fait pour former & pour digérer les deux premiers enſemble. Et avec tout cela j'aurois eü de la peine à le publier, ſi aprés un rude & ſévére éxamen, j'euſſe eſpéré pouvoir encore mieux faire.

Se vante ou ſe pique qui voudra d'une facilité d'eſprit, à qui les ouvrages ne coûtent preſque que le temps & la peine d'écrire. Ce ne ſera jamais là mon humeur. L'eſprit des hommes mérite bien qu'on ait au moins quelque eſtime & quelque égard pour luy, & qu'on ne vienne pas leur dire froidement que ce n'eſt qu'à des heures perduës ou à certains momens dérobez qu'on a bien voulu ſe donner la peine de les inſtruire. C'eſt tout au plus ce qu'on pourroit ſouffrir dans des Autheurs célébres & du premier mérite, & qui auroient d'ailleurs des engagemens plus indiſpenſables ou de plus grande importance.

Je ne me ſuis point propoſé de rechercher des choſes nouvelles ou extraordinaires, ni de m'arrêter trop ſcrupuleuſement à ce qu'ont penſé les autres. Mais ſans negliger les ſecours que j'ai pû tirer des meilleurs Autheurs qui me ſont tombé entre les mains, j'ai eü principalement en vûë d'étudier & d'ouvrir la voye naturelle, d'en applanir les difficultez, de la ſuivre éxactement, & d'y conduire ceux qui n'ont encore aucune teinture, ſelon l'ordre & l'enchaînement naturel qui ſe trouve entre les véritez. J'ai cherché à réduire les choſes qui ſervent de principe où qui ont plus d'uſage juſques au dernier dégré de leur ſimplicité, & à les étendre & pouſſer juſques au plus haut qu'il m'a été poſſible. Mais le plaiſir de pouvoir abbréger le travail, qui eſt néceſſaire lorſqu'on veut commencer, m'a été bien plus doux que celuy que j'ai goûté dans les grandes & hautes découvertes. Et même la dépenſe n'a pas toûjours été ſi grande ici que là. Car plus on rend les choſes faciles, & ſur tout au commencement, & plus il en coûte. Et telle aſſez ſouvent qu'un Le-

Digitized by Google

éteur eſtime le moins, ou qu'il croit auſſi-tôt, tant elle luy paroît naturelle & ſimple, qu'il auroit inventée d'abord de luy-même, aura pourtant donné dix fois plus de gêne à l'Autheur qu'une foule d'autres dont on fait plus de cas.

J'ai prévû même que plus l'entrée des Mathématiques deviendroit facile, & plus on leur feroit de tort dans l'eſprit de quantité de gens, qui regardent avec dédain ce qui n'eſt pas obſcur ou myſtérieux. Mais je n'ay point eü d'égard à leur caprice ni au goût corrompu de leur imagination déréglée. Et dans le ſeul déſir de ménager le temps & d'adoucir les peines des eſprits raiſonnables, qui aiment ſincérement la lumiére, & qui la recherchent avec ſoin, je n'ai rien épargné qui dépendît de moy, déſirant de pouvoir m'attirer & mériter juſtement par là ce reproche agréable que me fit un jour un ami; que j'avois commencé de gâter le métier.

Je n'ai d'abord établi qu'un tres-petit nombre de principes généraux, ou de ſuppoſitions qu'on reçoit déja par tout. Et j'ai pris ſoin d'en tirer tout le reſte comme autant de conſéquences qui en dépendent naturellement. J'y ai rappellé même certaines véritez qu'on prend ſéparément pour d'autres principes généraux, parce qu'elles étoient un peu moins générales, & qu'elles en recevoient tout ce qu'elles ont de lumiére & d'évidence, comme leur étant unies immédiatement, & confonduës en quelque ſorte avec eux.

Le véritable eſprit de juſteſſe & de Géométrie eſt de ménager adroitement les principes ſans les multiplier, & de pénétrer vivement & profondément les conſéquences qu'on en peut tirer. Je ne voudrois pas diſtinguer là dedans deux ſortes d'eſprit, comme Monſieur Paſchal les a diſtingué dans quelqu'une de ſes penſées. *Il y a*, dit-il, *deux ſortes d'eſprit; l'un de pénétrer vivement & profondément les conſéquences des principes, & c'eſt là l'eſprit de juſteſſe: l'autre de comprendre un grand nombre de principes ſans les confondre, & c'eſt-là l'eſprit de Géométrie. L'un eſt force & droiture d'eſprit, l'autre eſt étenduë d'eſprit. Or l'un peut être ſans l'autre; l'eſprit pouvant être fort & étroit, & pouvant être auſſi étendu & foible.*

Diſcerner au juſte le petit nombre des principes, qui ſe répandent ſur le reſte; & tirer par ordre & chacune en ſon rang de ces mêmes principes les conſéquences qu'on en peut tirer, & qui en dépendent ou immédiatement, ou par l'en-



Digitized by Google

chaînement des unes avec les autres, & cela jusques aux connoissances les plus élevées; c'est, si je ne me trompe, pénétrer vivement & profondément les conséquences des principes, c'est justesse & droiture, c'est force, c'est étenduë d'esprit, c'est en un mot l'esprit de Géométrie. Mais comprendre un grand nombre de principes sans les confondre, comme s'il n'y avoit aucune connexion ou subordination entr'eux, ou comme s'ils étoient tous également généraux & simples, & qu'aucun d'eux ne reçeût la lumiére d'un autre; c'est jeu de mémoire, c'est étenduë d'imagination; c'est directement contre la méthode & l'esprit de Géométrie, c'est la marque d'une raison étroite, & qui est encore trop obscure & trop foible pour voir les idées dans leur jour naturel, & pour juger distinctement de leurs divers rapports: si ce n'est qu'on veuille que ce soit là le goût & le génie de la Géométrie des Anciens, qui n'éxaminoient pas toûjours de si prés les liaisons des choses, & l'ordre qui se trouve entr'elles.

Car c'est en effet un défaut qui n'est que trop ordinaire aux Mathématiciens des siécles passez de se contenter d'établir leurs propositions & leurs régles, & de les prouver sans se mettre en peine de donner à l'esprit assez de force & de lumiére pour les inventer par luy-même. On diroit à les entendre que toute la science consiste à retenir plusieurs menus moyens, & à se servir de ceux qui s'offrent les premiers. Delà vient cette multiplicité confuse & ennuyeuse de tant de propositions peu liées & mal suivies dont la pluspart de leurs Livres sont remplis. La méthode générale est ce qu'on doit principalement établir, sans se mettre inutilement en peine de toutes les véritez qu'on peut découvrir. Car enfin si l'on continuë à entasser dans mille volumes toutes les découvertes particuliéres que l'on pourra faire, on ne finira jamais, & nulle vie des hommes ne pourra suffire à les lire, puis qu'on en peut trouver une infinité. Il faut avoir oublié l'usage qu'on doit faire d'une vie aussi courte que la nôtre pour la consumer toute entiére dans cette foule de recherches particuliéres, & pour la pluspart détachées de leurs véritables principes.

Si les Mathématiciens avoient toûjours eû autant de soin de rechercher les voyes simples & abbrégées, qu'ils en ont eû de nous donner indifféremment tout ce qu'ils ont trouvé en leur che-

Digitized by Google

min, on auroit aujourd'hui d'excellens moyens d'apprendre à peu de frais les Mathématiques. Les Auteurs ne doivent pas ſe donner la liberté de dire au hazard ce qu'ils penſent, quand même ils ne diroient rien qui ne fût évident. Ils doivent s'appliquer à régler les penſées des hommes & à les conduire, non ſelon l'ordre qu'ils n'auront ſuivi que par un pur hazard ou bien par caprice, mais ſelon l'ordre qu'on doit ſuivre & qu'ils doivent bien rechercher avant que d'écrire. Cela demande un travail immenſe, je l'avoüe. Il eſt incomparablement plus difficile de faire un Livre éxact que de compoſer pluſieurs gros volumes. Il eſt bien plus aiſé de donner la liberté à ſes penſées, & de s'étendre en des diſcours diffus & hors de propos, lors qu'on a peu de choſes à dire, que de ranger ſes penſées par ordre, & de reſſerrer méthodiquement pluſieurs véritez en peu de paroles ou ſous leurs véritables principes, en ſorte pourtant que l'on conſerve toûjours la clarté.

Car il y a certaine bréveté obſcure & affectée que l'on doit rejetter. On ne doit pas expliquer les choſes d'une maniére trop conciſe & trop ſerrée, ſi ce n'eſt peut-être lors qu'on parle aux habiles gens, qui ſe contentent de quelque légére ouverture, & qui ſont bien aiſes qu'on leur laiſſe la ſatisfaction de tenter auſſi quelques recherches, & d'en faire la découverte par eux-mêmes. Mais ce qu'on veut proportionner à l'intelligence de tout le monde doit avoir une bréveté où il ne manque rien, & une abondance où rien ne ſoit ſuperflu. La bréveté réveille l'eſprit, elle l'excite à la recherche des choſes faciles qu'on obmet à deſſein, & luy donne diverſes occaſions de s'exercer ſur ce qu'il peut découvrir par une application médiocre. Mais l'abondance employée à propos débroüille & éclaircit ſes idées, & ſert à l'éclairer & à le ſoûtenir, lors qu'il veut s'élever aux recherches difficiles & aux véritez abſtraites.

C'eſt ce qui m'a engagé à m'étendre un peu plus en certains endroits qui devoient répandre leur lumiére ſur un grand nombre d'autres, auſquels ils ſervent comme de principes & de fondement. De plus en remarquant les difficultez de diverſes perſonnes, j'ai tâché de reconnoître la portée ordinaire des eſprits, & de m'y proportionner en toutes choſes autant que la nature des véritez ou des recherches me l'a pû permet-

Digitized by Google

tre. Je me ſuis même arrêté à deſſein à l'explication de certaines choſes que quelques-uns jugeront peut-être inutiles, mais dont les idées ne m'ont pas paru aſſez débroüillées, quoi qu'on les mette ordinairement au rang des plus ſimples & des plus claires. Il ne ſuffit pas dans les Mathématiques qu'on ne puiſſe révoquer en doute ce que l'on avance. Il faut qu'on puiſſe encore en rendre raiſon. On jugera d'abord qu'il n'y a rien de plus clair que cette propoſition: 2 fois 4 eſt la même choſe que 4 fois 2. Mais on ſeroit peut-être aſſez embarraſſé, ſi l'on en vouloit apporter la véritable raiſon. Que ſi j'uſe auſſi en quelques endroits de certaines expreſſions qui paroiſſent abſtraites & moins ordinaires, je ne ferai point difficulté d'avoüer que je l'ai fait encore à deſſein, parce qu'elles m'ont paru les plus propres pour donner des idées nettes & diſtinctes, & pour les faire enviſager dans toute leur étenduë.

Que ſi c'eſt une loy naturelle & indiſpenſable qu'on doive mettre chaque choſe en ſon rang; j'aurai bien le droit, ce me ſemble, de donner aux ſciences dont je traite le premier rang entre les ſciences humaines. Je ne veux pas cependant les préférer à la Morale, ni à aucune de celles qui ont rapport à l'autre vie. Car je ſçai que tout ce qu'il y a de grand & d'éclatant s'éclipſe & s'anéantit à la vûë de l'éternité. Je ne prétens pas même les préférer abſolument à la ſcience de l'homme. Car quoi que les Mathématiques ſoient beaucoup plus évidentes, & beaucoup plus utiles à la recherche des véritez cachées & difficiles à découvrir; cependant elles ne ſont pas d'un grand uſage pour la conduite de la vie, & pour s'inſtruire de certaines véritez de pratique dont on a beſoin dans le monde. Ces deux ſciences ſont fort différentes. La ſcience de l'homme apprend beaucoup plus à vivre qu'à bien penſer; celle-ci n'apprend qu'à penſer ſans apprendre à vivre. Mais ſommes-nous plûtôt faits pour vivre, ou pour nous lier étroitement avec les hommes, que pour penſer ou pour nous unir à la vérité? Nous ceſſerons de vivre, & nous penſerons toûjours.

Si j'entreprenois de juſtifier que les Mathématiques méritent le rang que je leur donne, en les comparant avec toutes les autres ſciences en particulier; je ferois ſans doute un diſcours fort long & fort ennuyeux, & qui ſeroit même aſſez inutile. Comme il y a un grand nombre de ſciences, il faudroit

Digitized by Google

droit faire un grand nombre de comparaiſons. Et comme on ne peut faire de comparaiſons, ſi on ne connoît les choſes que l'on compare, il ſeroit néceſſaire d'en donner au moins quelque idée. Mais outre que cela me meneroit trop loin, je ne prouverois que d'une maniére fort imparfaite les choſes que je prétens faire pleinement connoître, en les expliquant dans leur principe.

Il eſt évident que toutes les véritez ne ſont que des rapports; les véritez connuës des rapports connus. Qui connoît que 6 eſt double de 3, connoît une vérité, parce qu'il connoît le rapport de 6 à 3. Qui connoît que le quarré de la diagonale d'un quarré eſt double de ce quarré, connoît une vérité, parce qu'il connoît le rapport qui ſe trouve entre ces quarrez. Mais tous les rapports ou toutes les véritez connuës ne le ſont pas également. Il y en a que l'on connoît éxactement, comme ſont celles des éxemples que je viens de dire; & il y en a d'autres que l'on ne connoît que d'une maniére fort imparfaite. On connoît par éxemple que le Soleil eſt plus grand que la Lune, qu'un cercle eſt plus grand qu'un quarré, lorſque leurs diamétres ſont égaux. Ce ſont des véritez certaines & évidentes; mais ce ne ſont pas des véritez éxactement connuës. Car quoi qu'on ſçache qu'il y a un rapport de plus grande inégalité entre le Soleil & la Lune, entre le cercle & ce quarré; cependant on ne ſçait point éxactement quel il eſt. On ſçait bien que le Soleil eſt plus grand, mais on ne ſçait pas de combien au juſte.

Les véritez pouvant être connuës en deux maniéres, l'une parfaite, & l'autre imparfaite; il y a deux ſortes de ſciences, puis que toutes les ſciences ne ſont que des connoiſſances d'un certain nombre de véritez. Il y a des ſciences parfaites; & il y en a d'imparfaites. Les parfaites ſont généralement toutes celles qui ont la grandeur pour objet, les imparfaites au contraire ſont toutes celles qui n'ont point la grandeur pour objet. Je ne parle pas ici de la grandeur telle que les yeux la conſidérent, ou que l'imagination toute ſeule ſe la répréſente; je ne parle que de celle que l'eſprit apperçoit, ou que l'imagination ſe répréſente, lors qu'elle eſt conduite & réglée par l'eſprit.

La Métaphyſique, la Phyſique, la Morale, la Médecine, la Politique, la Chymie, & beaucoup d'autres, ſont en ce ſens des ſciences imparfaites. Car encore qu'elles renferment des



Digitized by Google

véritez évidentes, elles ne contiennent point des véritez éxactes. Il n'y a que les Mathématiques qui soient des sciences parfaites, parce qu'il n'y a que ces sciences qui comprennent des véritez éxactes. Car on ne se contente pas dans les Mathématiques de connoître avec évidence que certaines choses ont plus de grandeur que quelques autres; on prétend aussi connoître avec évidence les rapports éxacts qui sont entr'elles, ou de combien au juste elles sont plus grandes.

Mais il faut bien prendre garde que par le mot de grandeur on n'entend pas seulement l'étenduë en longueur, largeur, & profondeur; mais généralement tout ce que l'on conçoit comme capable du plus & du moins, & ce qui se peut mesurer éxactement, soit parce qu'il est éxactement connu, soit parce qu'il est supposé tel. Ainsi le temps, la pesanteur, la vîtesse, les qualitez même sensibles, les degrez de perfection, & généralement toutes les choses finies étant capables du plus & du moins, sont l'objet des Mathématiques. Car si l'on connoît éxactement ces perfections & ces qualitez; on les peut comparer pour en connoître éxactement les rapports. Et si on ne les connoît pas éxactement, on les peut comparer par supposition: Si l'on sçait qu'un morceau de fer est quatre fois plus pesant qu'un tel morceau de bois; en supposant que le bois est mille fois plus pesant que l'air, on peut conclure par cette supposition que le fer est quatre mille fois plus pesant que l'air.

Tous les rapports éxactement connus se pouvant donc exprimer par nombres, il est évident que les nombres renferment toutes les grandeurs d'une maniére intelligible, & qu'ainsi la science qui apprend à faire dans les nombres toutes les comparaisons nécessaires pour en connoître les rapports, est une science générale ou le principe de toutes les sciences éxactes. Car il ne faut qu'appliquer à des espêces de grandeurs ce qu'on a découvert en général dans les nombres, pour sçavoir presque toutes les sciences particuliéres. Ainsi ces nouveaux Elémens apprenant à faire toutes les comparaisons nécessaires pour connoître avec évidence les rapports éxacts qui sont entre les nombres; il est évident qu'ils sont le principe & le fondement de toutes les sciences éxactes.

Mais encore que l'Arithmétique ou la science des nombres soit une science universelle dont tant d'autres dépendent; on en explique néanmoins une autre par le moyen des lettres,

Digitized by Google

qui eſt incomparablement plus générale & plus étenduë. Cette ſcience que je nomme *Analyſe*, & qu'on nomme ordinairement *Algébre*, ſert merveilleuſement à éclaircir, à étendre, & à perfectionner l'Arithmétique même & la Géométrie, & toutes les autres parties que les Mathématiques renferment. Elle eſt ſi générale qu'elle conſidére toute ſorte de grandeurs, & que ce qu'elle démontre peut s'appliquer non ſeulement aux nombres, aux lignes & aux figures, aux poids & aux vîteſſes, & à toutes les autres eſpéces de grandeurs; mais encore à tous les nombres, à toutes les lignes, à toutes les vîteſſes, & à toutes les grandeurs en particulier que l'on peut concevoir dans chaque eſpéce de grandeurs.

Mais ce qu'il y a de plus conſidérable dans cette ſcience n'eſt pas ſon étenduë & ſon univerſalité, s'il m'eſt permis de parler ainſi; car, comme nous venons de dire, l'Arithmétique eſt aſſez générale pour les ſciences. C'eſt la facilité qu'elle donne à l'eſprit pour découvrir les véritez les plus cachées, & dont il ſeroit abſolument impoſſible de s'éclaircir par l'Arithmétique & par la Géométrie ordinaire, ni par le ſecours d'aucune autre ſcience. Car comme on ne peut donner à l'eſprit plus d'étenduë & plus de capacité qu'il n'en a; cette ſcience apprend ſeulement à le ménager. Elle luy répréſente ſous des expreſſions tres-courtes un aſſemblage de pluſieurs idées, & l'occupe ſi peu par les ſens, qu'elle le laiſſe en quelque ſorte tout entier à luy-même, & l'aide à parcourir avec beaucoup d'adreſſe, de promptitude, & de facilité, tous les rapports des grandeurs qu'il examine. Ainſi il n'échape rien à l'eſprit qu'il n'ait apperceu ſur ſon ſujet, & la netteté claire & diſtincte de ſes raiſonnemens luy découvre d'ordinaire par la plus courte voye les véritez qu'il cherche, lors qu'il les peut connoître, ou les milieux qui luy manquent pour y arriver, lors qu'elles paſſent ſa portée.

Il eſt donc évident que cette ſcience & l'Arithmétique ſont le fondement de toutes les ſciences éxactes & parfaites, ou du corps entier des Mathématiques, puis que toutes ces ſciences n'enſeignent qu'à connoître les rapports qui ſe trouvent entre les grandeurs.

Cependant comme il y a beaucoup de ſciences particuliéres qui ont rapport à la Géométrie, il y a des perſonnes qui la conſidérent comme le principe général de toutes les ſciences. Et parce que la Géométrie eſt aſſez agréable à cauſe des figu-



Digitized by Google

res qui tombent sous l'imagination, il se trouve assez de gens qui la préférent inconsidérément aux sciences dont nous traitons ici. Ils s'imaginent même que les démonstrations géométriques par lignes sont les seules véritables, à cause qu'elles se font comme sentir à l'esprit.

On peut même ajoûter qu'il y a des choses particulières à la Géométrie qu'on doit connoître & démontrer nécessairement par des figures. Mais il faut avoüer qu'il y en a fort peu, si on les compare au nombre incomparablement plus grand de celles sur qui l'Analyse s'étend. Et même ce n'est qu'à sa faveur qu'on explique & résoût les théorêmes & les problêmes de la Géométrie la plus composée. De plus les démonstrations analytiques sont bien plus générales & plus simples que les géométriques. Et par conséquent elles doivent passer pour les plus naturelles. On peut même si l'on veut les considérer dans la Géométrie comme un abbrégement ou comme une expression plus courte des démonstrations géométriques.

On me dira peut-être qu'on ne peut découvrir ni exprimer les grandeurs incommensurables par nombres, & qu'on le peut toûjours par lignes; & qu'ainsi la Géométrie est plus éxacte & plus étenduë que la science des nombres. Je répons qu'on peut toûjours exprimer les grandeurs incommensurables par des nombres incommensurables; & que si les nombres incommensurables ne sont pas entiérement connus, c'est que les grandeurs incommensurables renfermant quelque chose d'infini & d'incomprehensible, elles ne peuvent être entierement connuës.

Je répons en second lieu, que les lignes ne sont jamais les véritables expressions des grandeurs incommensurables, ni même des grandeurs commensurables. Car ce qui ne fait point connoître une grandeur, n'en peut être l'expression. Or les lignes, dont les Géométres prétendent exprimer les grandeurs inconnuës, ne font point connoître ces grandeurs. Elles n'en sont donc point les véritables expressions. Il est vrai que les Géométres démontrent que ces lignes sont égales à ces grandeurs; mais ces lignes elles-mêmes sont inconnuës à l'esprit, quoi qu'elles soient connuës par les yeux ou par l'imagination: & si on veut avoir des expressions qui parlent à l'esprit, & non pas aux yeux; on est obligé de recourir aux nombres incommensurables. Donc ces nombres incommensurables sont encore plus connus que ces lignes, puisque ces nombres les expriment & les représentent mieux à l'esprit.

Digitized by Google

Il eſt, ce me ſemble, évident que ce nombre √20 eſt beaucoup plus connu que la ſoûtendante d'un angle droit, dont les côtez ſont 2 & 4. Car on ſçait au moins que √20 vaut environ $4\frac{1}{2}$. Et ſi on veut ſçavoir ſa valeur plus au juſte; on la ſçaura par les régles de l'approximation des racines. Mais on ne ſçait pas la grandeur de la ligne qui ſoûtient cet angle droit, quoi qu'elle ſoit préſente aux yeux ou à l'imagination. C'eſt la même choſe de ces prétenduës expreſſions des grandeurs inconnuës que l'on donne par les ſections coniques, & par les lignes encore plus compoſées, quoi que Monſieur Deſcartes n'en tombe pas d'accord, & qu'il prétende le contraire. Car comme toutes les ſciences doivent tendre à éclairer l'eſprit; on ne doit pas beaucoup eſtimer l'uſage de ces expreſſions par lignes, qui ne parlent qu'aux yeux & à l'imagination; quoi que l'on doive beaucoup eſtimer l'ordre des raiſonnemens, & l'évidence des véritez géométriques.

Il n'y a donc rien qui puiſſe être connu qu'on ne puiſſe exprimer par nombres autant qu'il peut être connu. Et parce que nous enſeignons ici à faire dans les nombres commenſurables & incommenſurables toutes les comparaiſons néceſſaires pour en découvrir les rapports; il eſt évident que ces Elemens comprennent proprement la ſcience générale ou le principe & le fondement de toutes les Mathématiques, & non pas la Géométrie qui dépend en pluſieurs endroits de la connoiſſance de ces Elémens, & qui ſeroit ſans doute tres-imparfaite & tres-limitée, ſi elle n'empruntoit le ſecours des ſciences que nous expliquons.

Les Géométres n'ont preſque rien découvert en Géométrie ſans l'uſage des proportions. Et pour démontrer la nature & les propriétez de ces proportions, ils ont été obligez de recourir aux multiples, aux équimultiples, & aux aliquotes des grandeurs que l'on compare; ce qu'on ne peut déterminer que par les nombres: outre que les proportions elles-mêmes en général ſont une des principales parties des ſciences dont nous devons traiter. Enfin ſans l'uſage des nombres les Géométres ne peuvent comparer leurs lignes & leurs figures, tant commenſurables qu'incommenſurables, que d'une maniére fort imparfaite.

Mais il n'en eſt pas de même de l'Arithmétique & de l'Analyſe. Ces ſciences peuvent s'étendre à l'infini ſans le ſecours



Digitized by Google

ni des lignes, ni des figures, ni d'aucune autre choſe. Elles ſont au deſſus de toutes les autres ſciences, & l'on n'en peut méthodiquement traiter ni perfectionner aucune ſans elles. L'Analyſe eſt infiniment plus féconde que les figures pour découvrir les véritez, & il eſt comme impoſſible, ſi l'on n'emprunte ſon ſecours, de réſoudre en Géométrie une infinité de problêmes. Car quel moyen d'imaginer tout ce long enchaînement de lignes & de figures embarraſſées, & de voir diſtinctement tant de différens rapports, avant que de ſçavoir d'où dépend immédiatement une réſolution que l'on veut découvrir. N'eſt-ce pas là ce qu'on pourroit juſtement appeller des rompemens de teſte? Nous en avons un éxemple tout viſible dans la perſonne de Monſieur Paſchal. Car on croit qu'il n'eſt mort ſi jeune, que pour n'avoir pas aſſez ménagé les forces & l'étenduë de ſon imagination. Les grands efforts qu'il étoit néceſſairement obligé de faire pour imaginer & pour démêler ce nombre prodigieux de lignes & de figures embarraſſées, & pour les embraſſer d'une ſeule vûë luy attirérent cet épuiſement général du cerveau, qui l'enleva dans la fleur de ſon âge.

On ne doit pas craindre le même danger des ſciences qu'on explique ici. Car quoi qu'elles conduiſent plus loin, & qu'elles découvrent beaucoup plus de véritez, & en moins de temps que la Géométrie; cependant elles fatiguent d'autant moins l'eſprit qu'on les pénétre davantage, & qu'on les poſſéde mieux. A meſure qu'on avance, les véritez s'arrangent d'elles-mêmes les unes auprés des autres, dans le même ordre qui ſuit leurs liaiſons ou leurs dépendances mutuelles; & à peine occupent-elles le plus petit recoin du cerveau, quand on les ſçait dans toute leur perfection.

J'avouë qu'en connoiſſant certaines propriétez de figures, qui paroiſſent fort ſimples, on trouve certaines réſolutions plus aiſément par la Géométrie que par l'Analyſe. Mais la connoiſſance de ces mêmes propriétez ſe découvre ſouvent avec beaucoup plus de facilité par l'Analyſe que par la Géométrie; & toûjours avec cette différence que l'Analyſe éxige ſeulement les ſuppoſitions qu'on accorde, & quelques véritez communes, au lieu que la Géométrie ſuppoſe déja une longue ſuite de connoiſſances pour en tirer les réſolutions dont je parle. Il y a des propoſitions qu'on ne peut bien ſçavoir par ordre en Géométrie, ſi on n'a lû des Livres entiers

Digitized by Google

qui demandent beaucoup plus de temps & d'application, que je n'en demanderois pour apprendre preſque tout un corps entier d'Analyſe.

Or le moyen d'apprendre tant de choſes ? Et comment pouvoir s'en ſouvenir, quand on a eü la peine de les apprendre ? Comment même en pouvoir toûjours faire uſage à propos, quand on s'en ſouviendroit ? Ne ſeroit-ce donc pas manquer de prudence, & fort mal ménager ſon temps que de paſſer une longue ſuite d'années, comme on étoit obligé de le faire autresfois, lors qu'on vouloit acquérir de l'eſtime, à meubler inutilement ſon cerveau de lignes, de cercles, de triangles & de figures, pour ſçavoir des choſes qui accablent la mémoire, qui épuiſent le cerveau, qui déréglent la raiſon, qui obſcurciſſent le jugement & qui le confondent, & aprés tout qu'il vaut bien mieux oublier qu'apprendre ?

Pour ceux qui n'approuvent que le langage géométrique, & qui le préférent aux expreſſions analytiques, on ne doit pas tout-à-fait les en croire ſur leur parole. Et s'ils ne jugent celles-ci peu utiles ou difficiles que ſur des oüi dire ; ils peuvent s'aſſurer du contraire, & reconnoître par leur propre expérience qu'il faut incomparablement plus de temps & de peine pour apprendre par la voye géométrique tout ce qu'ils pourroient apprendre par l'analytique. La vûë des marques ou des caractéres & la diſpoſition des lettres, qui nous ſont ordinaires, ne doit épouvanter perſonne. Ces expreſſions n'ont rien de myſtérieux, & il ne faut que tres-peu d'heures pour s'y rompre, & pour ſe les rendre familiéres. Et j'oſe même dire que l'Arithmétique, toute ſimple & facile qu'elle eſt, a quelque choſe de plus difficile que les opérations littérales.

Au reſte il eſt bon d'avertir ceux qui veulent commencer l'étude des Mathématiques, qu'ils doivent d'abord avoir un peu de fermeté, & qu'ils ne doivent point s'effrayer des difficultez imaginaires, qu'on a coûtume alors de ſe figurer. Dés qu'ils auront commencé, qu'ils ſe contentent de regarder toûjours fixement & par ordre les ſeules idées ou les véritez ſeules qui ſe préſentent immédiatement à eux, & qu'ils n'aillent point diſcurſivement en chercher ailleurs. Car cela ne ſerviroit qu'à figurer des monſtres dans leur imagination qu'ils ne trouveront jamais, & dont le vain phantôme ne manquera pas de s'évanoüir, quand un ordre éxact les au-

Digitized by Google

ra fait avancer plus loin. Qu'ils tâchent à ne rien paſſer d'important ſans le concevoir diſtinctement, & qu'ils ne ſe dégoûtent point, ſi quelque difficulté les arrête un peu. On n'étudie pas les Mathématiques, comme on lit des hiſtoires, ou des Romans, ou des Comédies. Mais ce temps-là n'eſt pas perdu pour eux. On avance beaucoup, lors qu'on ſçait s'arrêter de la ſorte. Car l'attention rend l'eſprit plus ferme, & chaque éclairciſſement d'une difficulté, qu'on a réſoluë de ſoi-même, diſſipe & fait évanoüir de devant les yeux pluſieurs difficultez qui pourroient naître dans la ſuite, & qui arrêteroient peut-être beaucoup davantage. Si pourtant on ſoupçonne quelque faute d'impreſſion dans les ſupputations des nombres ou des lettres, on ne doit pas s'en mettre trop en peine, ſur tout ſi l'on conçoit diſtinctement les régles de ces ſupputations.

Ceux à qui on enſeignera cet ouvrage devroient tâcher d'abord de concevoir les choſes par eux-mêmes, & ne conſulter leurs Maîtres que ſur les difficultez qu'une attention un peu raiſonnable n'auroit pû réſoudre. Et pour ceux qui ont moins d'ouverture, on doit ſe proportionner à leur foibleſſe, & les conduire pas à pas, juſques à ce qu'ils puiſſent marcher avec plus d'aſſurance. Il faut à leur égard uſer de beaucoup de figures pour leur faire ſentir ce qu'on veut qu'ils conçoivent. Au reſte puis que pluſieurs perſonnes ont bien appris ſans ſecours mes anciens Elémens des Mathématiques, je me perſuade aiſément qu'il s'en trouvera beaucoup davantage, qui n'auront pas beſoin de Maître pour bien entendre ces nouveaux Elémens, puis qu'ils ſont beaucoup plus clairs, & mieux ordonnez.

Que ſi je conſeille l'étude des Mathématiques, je puis dire que ce n'eſt point par le mouvement d'une ſecrette inclination, ni d'une complaiſance aveugle. Mais je le fais, parce que pluſieurs expériences auſſi-bien que la raiſon m'ont pleinement convaincu qu'elles ſont tres-utiles & mêmes néceſſaires non ſeulement dans les ſciences & dans les arts, qui en tirent toute leur perfection; mais auſſi pour donner à l'eſprit plus de force, & plus d'étenduë, & même pour régler en quelque ſorte les mouvemens du cœur. Car les ſens, l'imagination, & les paſſions ſont les ſources générales des erreurs de nôtre eſprit, & du deſordre ou de la corruption de nôtre cœur. Or l'étude des Mathématiques eſt tres-propre pour apprendre

Digitized by Google

apprendre à diſſiper les illuſions des ſens, à corriger le déréglement de l'imagination, & à modérer la fiére impétuoſité de nos paſſions. L'eſprit & le cœur en deviennent donc plus purs, & mieux diſpoſez à recevoir les véritez & les maximes ſaintes de la Religion.

La vérité qu'on découvre dans ces ſciences eſt toute pure. Ce qui la rend aimable n'eſt que ſa lumiére & ſon évidence. L'amour des plaiſirs charnels & ſenſibles n'y trouve rien qui le flatte ou qui l'entretienne. On n'affecte point de luy donner des vains ornemens, ni de la parer de ces beautez trompeuſes & de ces graces ſéductrices du langage, que la Sageſſe humaine ſemble avoir plûtôt inventées pour plaire & pour flatter que pour inſtruire & pour éclairer, & que la Sageſſe Divine néglige & ne veut pas qu'on cherche, quand elle nous fait entendre ſa voix, ou qu'elle nous manifeſte ſa lumiére. Car nous voyons ordinairement que l'éloquence humaine perſuade plus par ſentiment que par raiſon. Et il ſeroit preſque avantageux de ne s'en ſervir que pour condeſcendre à la foibleſſe & à la délicateſſe qui font ſentir aux hommes de la peine & du dégoût, lors qu'ils ſont obligez de rentrer en eux-mêmes pour conſulter la vérité. Les perſonnes raiſonnables doivent tâcher de s'élever de plus en plus au deſſus de ces impreſſions ſenſibles, d'en éviter toutes les ſurpriſes, & de ne permettre jamais qu'elles leur impoſent, ſur tout ſi c'eſt au préjudice de la vérité. Ils doivent aimer la vérité toute nuë, & prendre extrémement garde à ne jamais confondre la lumiére toute pure qui l'accompagne & qui l'environne avec cet éclat extérieur & ſenſible dont les hommes s'efforcent de la revêtir.

Cette ſorte d'étude eſt l'une des premiéres, à laquelle on devroit appliquer de bonne heure les enfans même & les jeunes gens. Leur eſprit qui eſt alors étrangement bouché commenceroit d'avoir quelque ouverture, & débroüilleroit un peu ſes idées. Ils formeroient déja peu à peu leur raiſon & leur jugement. Ils apprendroient de bonne heure à ſe défaire des impreſſions ſenſibles qui les ébloüiſſent & qui les ſéduiſent en mille maniéres. Ils ſe muniroient contre les préjugez, & ſçauroient bien mieux ſe défendre des ſurpriſes de l'erreur & de la vrai-ſemblance. L'abſtraction même des Mathématiques ſeroit d'un ſecours merveilleux pour fixer & modérer cette grande légéreté de leur imagination encore

toute volage. Il n'y a guéres de moyen plus propre pour réprimer la violente impétuosité des passions, qui s'irritent & s'enflamment par la plûspart des occupations ordinaires aux jeunes gens, & qui sont même réveillées & entretenuës par quelques-unes des études ausquelles on les applique alors, & qui sont des plus estimées dans le monde. La froideur des Mathématiques, s'il m'est permis d'user de ce terme, tempére & rallentit beaucoup le grand feu & l'activité boüillante de leur jeunesse. Peu à peu les véritez qu'ils y découvrent leur paroissent agréables, & leur inspirent une secrete ardeur pour les connoissances intelligibles & séparées des sens. Ce qui forme en eux une disposition merveilleuse à l'étude de la Philosophie & de la Morale Chrêtienne.

Mais si ces études accoûtument leur esprit de bonne heure à connoître la vérité, à la goûter, & à l'aimer; le plaisir qu'ils prennent en la recherchant est encore tres-propre à les dégoûter de mille occupations vaines & dangereuses, qui les entraînent au libertinage & à la débauche. Le fréquent usage qu'ils y font de leur esprit forme aussi en eux l'habitude de penser avec ordre, & de raisonner éxactement, de bien distinguer en chaque sujet ce qui est clair de ce qui est obscur, le vrai du faux, & ce qui est évident de ce qui n'est que vraisemblable; & d'en juger par consequent avec plus de lumiére & de solidité. Les difficultez même qu'on ne peut pénétrer, & les limites qui bornent nos recherches, sont encore tres-utiles pour arrêter cette témérité prodigieuse qu'on n'inspire que trop aux enfans, & qui s'augmente toûjours avec l'âge, de ne demeurer jamais court sur quoi qu'on propose, d'éluder par des distinctions frivoles les raisonnemens les plus convainquans, & de décider d'un air impérieux & fier des choses entiérement cachées & qu'on ne peut connoître. Il est avantageux de se convaincre par plusieurs expériences laborieuses & pénibles de l'ignorance où l'on est d'une infinité de choses, & du travail immense qu'il faut employer pour en sçavoir un tres-petit nombre, lors qu'elles sont un peu composées.

Et qu'on ne craigne point en s'appliquant aux Mathématiques de perdre un temps utile à d'autres études. Loin de reculer, comme on pourroit se l'imaginer, on avance; & une ou deux années bien employées dans ces sciences en épargnent plusieurs quand on vient ensuite à s'appliquer aux au-

Digitized by Google

tres, parce qu'elles donnent de grandes ouvertures, & qu'elles rendent l'esprit plus capable d'attention, la raison plus ferme & plus assurée, & le jugement plus solide. Cependant je n'approuverois pas aprés ce temps-là que l'on s'y donnât tout entier, ny même que l'on en fît toûjours sa principale étude. Il suffiroit de s'y addonner seulement quelquesfois comme à un divertissement honnête ou à un jeu d'esprit, ou si l'on veut, comme à une occupation assez propre à exercer la raison, afin d'en conserver & d'en augmenter la vigueur & la force.

Pour ceux qui ne peuvent approuver les Mathématiques, & qui veulent, même sans les connoître, qu'elles soient peu dignes de l'application d'un honnête homme, il ne seroit pas juste de les croire; & ils n'en porteroient pas eux-mêmes un jugement si desavântageux, s'ils sçavoient ce que c'est. Ces sciences méritent bien au moins qu'on achête le droit de les mépriser par la peine de les apprendre, puis qu'autrement on s'exposeroit au danger de vérifier en sa propre personne ce proverbe commun: *Spernit indoctus quod nequit assequi.* La délicatesse de l'amour propre & une vanité secrette engagent bien des gens à condamner avec assûrance ce qu'ils n'ont point eü la peine d'apprendre; afin que s'ils ne la sçavent pas, ils puissent au moins se flatter & se glorifier de n'avoir rien appris d'inutile. Comme ils ont assez bonne opinion d'eux-mêmes, pour croire qu'ils possédent tout le bon sens & toute la force du jugement dont ils auroient été capables; ils sont bien aises de persuader adroitement aux autres qu'ils ont acquis avec moins de peine, & comme naturellement, ce qu'on recherche dans les sciences un peu relevées avec plus de travail & d'application. Certains esprits tout efféminez sont bien aises aussi de prendre ce prétexte pour excuser la paresse & la mollesse qui ne leur permettent de goûter que ce qui flatte la concupiscence & les sens. Comme ils croyent qu'il y va de leur honneur de sçavoir toutes les belles choses, car ils veulent passer pour beaux esprits, & qu'ils ont cependant le cœur trop lâche & trop mol pour ce qui demande un peu d'effort & d'application, ils le rejettent avec dédain comme un rompement de tête inutile. Mais ils font voir en même temps combien le jugement qu'il leur plaît d'en porter est vain & ridicule, lors qu'ils ne témoignent point d'inclination ni de passion plus forte que pour les jeux & les divertissemens



Digitized by Google

qui les rendent toûjours de plus en plus incapables de rentrer en eux-mêmes, & qui corrompent en peu de temps leur cœur & leur raiſon.

Il eſt vrai qu'il y a bien des gens raiſonnables, qui deſapprouvent l'étude des Mathématiques avec moins d'artifice & par un meilleur principe que ceux dont je viens de parler. A quoi bon, diſent-ils, en ouvrant un Livre où on les enſeigne, toutes ces comparaiſons de nombres & de lettres, & toutes ces figures? Eſt-ce qu'on eſt plus ſage ou plus heureux, parce qu'on ſçait que des grandeurs ſont égales, ou qu'elles ont certains rapports entr'elles? Sommes-nous faits pour nous occuper à connoître des véritez ſi ſéches & ſi peu ſolides? Et ne vaut-il pas mieux s'appliquer à des choſes meilleures & plus importantes? J'avoüe qu'on doit toûjours préférer le plus parfait à ce qui l'eſt moins, & que l'étude des véritez ſaintes & divines doit infiniment l'emporter ſur celuy des véritez naturelles. Mais il ne faut pas pour cela qu'un bien plus excellent en détruiſe un moindre. Et puis que la Sageſſe Souveraine, qui mériteroit l'occupation toute entiére de tous nos eſprits, ne dédaigne pas de nous exciter elle-même à conſidérer dans une ſimple fleur, qui paſſe & flétrit en un jour, des graces & des beautez, qui effacent ce qu'il y a d'éclatant dans les riches & ſuperbes habits des Rois de la Terre; n'eſt-ce pas l'honorer & luy rendre gloire que de cultiver des ſciences dont elle même prend ſoin de nous inſtruire, & qui ſont éternelles comme elle, & par conſéquent qui ſont beaucoup plus fixes, plus ſolides, & plus eſtimables que tous les objets périſſables des ſens? Ne ſeroit-ce pas luy faire une eſpéce d'injure d'oſer les condamner, puis qu'elle les communique aux hommes, & qu'elle les ordonne pour des fins qui leur ſont de la derniére importance, & qui ſont dignes d'elle? Car il n'y a rien dans l'ordre naturel qui puiſſe imprimer ſi vivement dans leurs eſprits la forte & terrible idée de l'Eternité, ni leur faire admirer davantage la perfection de tous les ouvrages que ſes mains ont formez, ou leur donner une ſi haute idée de ſa Toute-puiſſance, de ſa Grandeur incomprehenſible, & de l'étenduë infinie de ſes Divines Perfections.

Voici maintenant l'ordre qu'on a ſuivi dans la premiére partie de ces Elémens, qui comprend douze Livres. Le premier eſt de la méthode générale que la raiſon obſerve, non ſeulement dans les Mathématiques, mais auſſi dans les autres

Digitized by Google

ſciences, lors qu'elle veut avoir une connoiſſance éxacte & claire des parties qu'elle y conſidére, & qu'elle cherche à n'être point trompée. C'eſt une eſpéce de Logique abbrégée, & qu'on a dégagée de tout l'embarras ordinaire des termes de l'échôle ; parce qu'on a pris ſoin de proportionner les choſes à l'intelligence de ceux mêmes, qui n'ont point fait encore d'études réglées. On a crû que ce petit traité ne ſeroit point hors d'œuvre, étant mis à la tête d'un ouvrage, où l'on peut apprendre à raiſonner juſte. Il y a dans la raiſon comme une eſpéce de pureté ou d'intégrité, qui reçoit un nouveau luſtre lors qu'elle embraſſe & reçoit la vérité dans ſon ſein, & qui ſe ternit & s'efface lors qu'elle ſe laiſſe ſéduire & corrompre par les artifices trompeurs de l'erreur & de la vrai-ſemblance. De ſorte qu'il eſt toujours avantageux de luy apprendre à ſe bien conduire dans le diſcernement du vrai & du faux. On expoſe par occaſion dans ce même Livre les définitions principales & les axiomes généraux, qui doivent avoir cours dans tout le reſte de l'ouvrage ; & on y ajoûte encore des définitions, des axiomes, & des propoſitions, qui appartiennent à la Géométrie, afin que l'on puiſſe appliquer, ſi l'on veut, aux lignes beaucoup de choſes générales, qui ſe trouvent dans ces deux volumes.

On explique & démontre dans le ſecond Livre les quatre opérations principales que l'on fait ſur les nombres entiers, en ſe fondant uniquement ſur la ſuppoſition ordinaire, qui veut que les chiffres valent dix fois autant dans chaque rang que dans celuy qui précéde ce rang immédiatement. On ajoûte à la fin de ce même Livre les définitions de pluſieurs ſortes de grandeurs.

On explique & démontre auſſi dans le troiſiéme Livre les quatre opérations principales que l'on fait par lettres, ou par lettres & par chiffres ſur les grandeurs entiéres. Ce qui ſert de fondement à tout ce qu'on nomme *Algébre* & *Analyſe* ; l'Algébre n'étant autre choſe qu'une Arithmétique littérale, & l'Analyſe qu'une application de l'Algébre pour réſoudre les queſtions qu'on propoſe ſur toutes ſortes de grandeurs.

Le quatriéme Livre eſt de la compoſition des puiſſances & de leur réſolution. Toutes les régles de l'extraction des racines quarrées, cubiques, & autres, s'y trouvent renfermées dans un ſeul problême, par le moyen d'une Table qu'on peut facilement continuer juſqu'où l'on voudra, & qui répréſente



Digitized by Google

en abbrégé ces diverſes régles & leur démonſtration, d'une maniére qui n'eſt pas moins générale qu'elle eſt ſimple & facile à concevoir.

Le cinquiéme Livre parle de la compoſition générale des grandeurs, ce qui fait connoître la nature & les propriétez principales des nombres compoſez. On traite à fond dans ce même Livre de toutes les diverſes eſpéces de combinaiſons & de permutations. Tout y eſt facile, & pouſſé juſqu'à l'infini. On y fait voir comment les rangs de la Table des puiſſances étant pris diverſement peuvent déterminer les nombres de la pluſpart de ces combinaiſons ou permutations. On verra là-deſſus pluſieurs choſes nouvelles & curieuſes, & l'explication même d'une eſpéce entiére de combinaiſons, qui n'eſt pas moins conſidérable que les autres, & dont nul, que je ſçache, ne s'eſt encore aviſé de parler.

Le ſixiéme Livre eſt de la diviſion générale des grandeurs. On y explique tout ce qui regarde les nombres ſimples ou premiers, qui forment par leurs divers produits les nombres compoſez. Ce traité, qui n'eſt qu'une application du cinquiéme Livre, eſt tres-néceſſaire pour avoir dans la ſuite une idée bien claire de ce qu'on nomme *proportions* & *progreſſions géométriques*.

On développe & on éclaircit dans le ſeptiéme Livre la matiére importante des rapports & des proportions arithmétiques & géométriques. La définition qu'on y donne des proportions géométriques eſt ſi générale, qu'elle convient même aux grandeurs qu'on nomme incommenſurables auſſi bien qu'aux autres; ce qui eſt d'autant plus remarquable, que le Pere Tacquet n'a pas crû luy-même qu'on dût s'informer de quelle maniére les grandeurs incommenſurables pouvoient ſe trouver en proportion géométrique.

On établit au huitiéme Livre ſur les mêmes principes la doctrine des rapports compoſez & des progreſſions. Et on traite amplement au neuviéme des fractions ou grandeurs rompuës, qui ne ſont à proprement parler que des rapports géométriques, dont chaque terme ſe trouve exprimé. On donne une explication courte & claire des fractions décimales & de leur uſage ſur la fin de ce même Livre.

On entreprend d'expliquer au dixiéme la matiére épineuſe & fort peu connuë juſqu'ici des incommenſurables. Et au lieu que les plus habiles, au rapport de Stevin, n'avoient point encore trouvé le moyen de réſoudre légitimement certains trino-

Digitized by Google

mes dont il cite un éxemple; on trouve dans ce Livre une méthode universelle, & qui peut s'étendre jusqu'à l'infini, non seulement pour la résolution des trinomes & des multinomes, qui ont leurs membres engagez sous le signe radical √, mais encore pour celle des binomes, des trinomes, & des multinomes, dont les membres se trouvent engagez sous les autres signes.

Le Livre onziéme explique & marque les principaux usages que l'on peut tirer de la connoissance des proportions & des progressions, telles que sont les régles d'or ou de Trois, & celles de Compagnie, tant simples que composées. On y donne une maniére d'étendre & de pousser aussi loin qu'il se peut la régle d'alliage, en trouvant toutes les variations possibles des résolutions qu'on y cherche. On y parle aussi de la régle de fausse position, & de la nature en général des proportions & des progressions harmoniques, & de la proportion contr'harmonique.

Le douziéme Livre montre divers usages qu'on peut faire des nombres en Géométrie, & qui sont faciles à concevoir, quoi qu'on n'ait pas encore appris la Géométrie. On y explique assez en détail ce qui regarde le toisé. Et à l'occasion des nombres polygones on découvre un principe naturel & tres-clair qui sert de fondement à l'Arithmétique des infinis. On en déduit même démonstrativement les propositions principales de Monsieur Wallis, qu'il n'établit & ne trouve que par induction. Et sur la fin on résout d'une maniére aisée & fort intelligible le problême fameux des quarrez magiques.

On a crû devoir ajoûter à la fin du volume une Table des Logarithmes & un petit traité de leur usage, à cause des secours qu'on en tire pour abbréger les opérations difficiles dans une infinité de rencontres.

Mais comme on a principalement entrepris cet ouvrage pour aider & conduire ceux qui ne font que commencer, & qui n'ont encore aucune teinture des Mathématiques; il est à propos de les avertir qu'ils ne doivent lire que la plume à la main, & qu'il est bon qu'ils fassent eux-mêmes dans les commencemens toutes les opérations des divers éxemples, qui se trouvent en assez grand nombre, s'ils veulent d'abord s'accoûtumer à pratiquer les régles & se rendre familiéres & sensibles des matiéres, qui leur pourroient paroître sans cela abstraites & difficiles.

Il y a cependant certaines choses qu'on peut se dispenser

Digitized by Google

de lire, parce qu'elles ſont comme détachées du reſte, ou d'un moindre uſage ; ou parce qu'on ne les propoſe que pour un petit nombre de perſonnes qui ont un goût plus fin de la démonſtration, & une pénétration plus perçante & plus vive, ou qui ſont bien aiſes d'employer un peu plus de temps que les autres à ces ſortes d'étude.

On pourra paſſer par exemple la fin du ſecond Livre depuis la page 46e juſqu'à la 59e, & ce qui eſt au troiſiéme depuis la page 66e juſqu'à la 71e. On peut s'épargner, ſi l'on veut, au quatriéme la peine de réſoudre les exemples longs & difficiles, pourvû que l'on ait bien réſolu les autres, & que l'on y conçoive bien clairement les régles des extractions de toute ſorte de racines. Quoi que la matiére des combinaiſons & des permutations ſoit tout-à-fait curieuſe, & que l'on y découvre des choſes qui ſurprennent ; on peut pourtant ſe diſpenſer au cinquiéme Livre de lire tout ce qu'on en écrit depuis la page 119e juſqu'à la 139e. On peut paſſer auſſi les cinq derniéres pages du ſixiéme Livre. Mais le ſeptiéme, le huitiéme, & le neuviéme contiennent des matiéres importantes, & qu'on doit bien ſçavoir, puiſque ce ſont celles dont on fait plus d'uſage dans toutes les diverſes parties des Mathématiques. On peut ſe diſpenſer de lire au dixiéme tout ce qu'on y dit des incommenſurables depuis la page 310e juſqu'à la 332e. Pour le douziéme, on en peut paſſer ſans conſéquence tout ce qu'on jugera à propos, n'ayant été mis que pour contenter par avance le déſir ou la curioſité de quelques amis.

Pour ceux qui ſont déja verſez dans les nombres & dans l'Algébre commune, ils auront aſſez de diſcernement pour ne point s'arrêter ſur ce qu'ils ſçavent déja ; quoi qu'il y en ait peut-être qui ne ſeront pas fâchez, & qui ne s'ennuyeront point de parcourir le tout, afin d'avoir la ſatisfaction d'obſerver des enchaînemens & des liaiſons naturelles, qu'ils n'auroient point encore apperceuës entre les véritez principales, ou même entre diverſes parties des Mathématiques ; & afin auſſi d'établir leurs connoiſſances ſur des principes, qui pourroient leur paroître plus ſimples, plus naturels, plus clairs, & en plus petit nombre, que ceux dont ils ſe ſeroient ſervi.

NOUVEAUX

Digitized by Google

# NOUVEAUX ELEMENS DES MATHEMATIQVES.

## *LIVRE PREMIER.*

### DE LA METHODE GENERALE

### *DES MATHEMATICIENS ET DES GEOMETRES.*

LE deſſein que j'ay eü d'écrire pour ceux même qui n'ont aucune teinture des ſciences, m'engage à expliquer tellement toutes choſes, qu'un eſprit raiſonnablement attentif puiſſe eſtre diſpenſé de rien ſuppoſer. Et c'eſt afin d'y mieux réüſſir que j'ay voulu expoſer ici dés le commencement d'une maniére claire & tres-abbregée les régles & l'ordre du raiſonnement que preſcrivent les Mathématiques, & que les Mathématiciens & les Géométres ſe croyent obligez d'obſerver inviolablément, pour éviter toutes les ſurpriſes de l'erreur & les fauſſes lueurs de la vrai-ſemblance.

### *PREMIERE REGLE GENERALE.*

1. La régle généralement établie comme la premiére & fondamentale, eſt que les idées ſoient nettes & diſtinctes, & leurs expreſſions claires & ſans équivoque.

EXPLICATION.

Je nomme *idée* l'objet ſpirituel ou intelligible que l'ame enviſage d'un regard intérieur. Et *les expreſſions des idées* ſont les ſignes exterieurs &



Digitized by Google

ſenſibles, qui réveillent en nous ces mêmes idées, ou qui les rendent préſentes à l'eſprit.

Il eſt vrai que les idées de l'eſprit n'ont par elles-mêmes aucun rapport aux paroles ou aux ſignes ſenſibles, dont on ſe ſert pour les exprimer, puiſque la penſée diffère eſſentiellement des ſons qui frappent l'oreille, & des images ou figures qui ſe forment dans l'œil. Mais encore que la liaiſon de choſes ſi différentes & ſi diſproportionnées, ou qui ont entr'elles ſi peu de rapport, ſoit purement arbitraire, elle eſt néanmoins abſolument néceſſaire aux hommes, afin qu'ils ſe puiſſent mutuellement communiquer leurs penſées & ſe lier entr'eux par l'eſprit, comme ils ſont unis par le corps. Quelque déſir qu'on euſt de ſe faire entendre, on ſeroit toûjours inintelligible, ſi la Sageſſe ſouveraine de Dieu n'avoit fourni un moyen aux hommes de ſe manifeſter leurs penſées par les ſignes ſenſibles, auſquels ils ſe ſont accoûtumez à lier leurs idées, lors qu'ils ont appris à parler & à lire.

Toute idée eſt *ſimple* ou *compoſée*. Elle eſt ſimple, ſi l'objet que l'eſprit enviſage, eſt ſimple; & compoſée, s'il eſt compoſé. Et pareillement toute expreſſion d'une idée eſt *ſimple* ou *compoſée*. Elle eſt ſimple, lors qu'on n'y employe qu'un terme; & compoſée, lors qu'il en faut emploier pluſieurs.

Et nous dirons auſſi que l'idée eſt *nette & diſtincte*, ſi l'eſprit pénétre pleinement ſon objet, ou s'il l'enviſage diſtinctement dans toutes ſes parties, ou par tous ſes différens côtez. Mais l'idée n'eſt *qu'obſcure* ou *confuſe*, ſi l'eſprit n'enviſage pas ſon objet dans ſon jour, ou n'en apperçoit pas aſſez clairement les diverſes parties ou les divers côtez. Et les expreſſions ſont *claires* & *ſans équivoque*, lorſqu'on les prend généralement dans un même ſens, & que les idées qu'elles repréſentent ſont nettes & diſtinctes.

Si parmi diverſes expreſſions claires d'une certaine idée, on choiſit la plus courte, & que la même idée ſoit exprimée plus confuſément par un terme ſeul, l'expreſſion claire *définit* ou explique ou éclaircit ce terme plus obſcur, & on dit qu'elle en eſt *la définition*.

## DEFINITIONS

### DE QUELQUES TERMES GENERAUX.

On définira *les Mathématiques*, en diſant qu'elles ſont la ſcience éxacte des grandeurs. Et on dira que *la grandeur* en général eſt tout ce qui eſt capable du plus & du moins, ou ce qui peut recevoir quelque augmentation ou diminution. Il y a deux ſortes de grandeurs, les unes *intelligibles* que nous n'appercevons que par la penſée, comme les nombres; & les autres *ſenſibles*, comme les corps & les mouvemens. Et on dit encore que les unes comme les nombres ſont *diſcrétes* ou *non continuës*, & les autres *concrétes* ou *continuës*.

Quoique les Mathématiques ſoient nommées la ſcience éxacte des grandeurs, on ne prétend pas pourtant y connoître ce que ſont les grandeurs abſolument & en elles-mêmes, mais ſeulement ce qu'elles ſont les

Digitized by Google

unes à l'égard des autres. On peut bien connoître que la grandeur d'un pied surpasse la grandeur d'un pouce, qu'elle a onze pouces de plus, ou qu'elle la contient au juste douze fois; mais on ne prétend pas pour cela connoître la grandeur du pouce ou celle du pied absolument & en elle-même.

Pour connoître ce que sont les grandeurs les unes à l'égard des autres, on les compare ensemble, ce qui suppose toûjours au moins deux grandeurs. Deux grandeurs étant comparées, on dit qu'elles sont *les termes* de la comparaison, qui se fait ou selon l'excés dont l'une est plus grande que l'autre, comme si l'on considére que 13 excéde 8 de 5, ce qu'on appelle *différence*; ou selon ce que l'une est contenuë dans l'autre ou la peut contenir, comme si l'on considére que 8 est deux fois dans 16, ou que 16 renferme 2 fois 8, ce qu'on nomme simplement *un rapport*, pour le distinguer de la différence. Ainsi chaque différence ou chaque rapport aura au moins deux termes. La différence de 13 à 8 ou 13 moins 8 aura deux termes 13 & 8; & le rapport de 16 à 8 ou de 8 à 16 aura deux termes 16 & 8 ou les deux 8 & 16.

Si les grandeurs comparées sont égales, leur rapport est *d'égalité*. Et il est d'*inégalité*, lors qu'elles sont inégales. Le rien qu'on nomme *zéro*, est comme un terme ou un point fixe par lequel on commence à régler leur mesure, ou duquel on procede à leur comparaison. On les nomme *réelles*, *positives*, ou *vraies*, lorsqu'elles surpassent le zéro, ou lui sont ajoûtées & valent plus que rien. Et on dit qu'elles sont *défectives*, *négatives*, ou *fausses*, si leur valeur est moindre que rien, ou qu'elles soient retranchées de zéro. La somme de mille écus est une grandeur réelle ou positive ou vraie, & la debte des mêmes mille écus pour un homme insolvable & qui n'a rien du tout, est une grandeur défective ou négative ou fausse. Ce qu'il est aisé de concevoir même dans le langage ordinaire, lorsqu'on dit d'un homme qui n'a rien & qui doit mille écus, qu'il s'en faut mille écus qu'il n'ait un soû.

Lorsqu'on veut connoître les grandeurs ou régler leur comparaison, il faut avoir une régle qui puisse mesurer la distance ou l'éloignement qu'elles ont du zéro. Celle qu'on emploie généralement est l'unité. Et afin d'en concevoir distinctement la nature, il est à propos de faire attention sur les deux idées que nous avons de l'unité & de la multitude. On ne peut douter que ces deux idées ne soient directement opposées l'une à l'autre. L'idée de l'unité détruit l'idée de la multitude, & l'idée de la multitude détruit l'idée de l'unité. L'unité est conceuë comme simple & indivisible & sans composition de parties, & la multitude au contraire comme composée de diverses parties.

Si l'unité étoit divisible ou qu'elle eût des parties, l'idée de la multitude luy conviendroit, & l'unité ne seroit plus unité. On ne fait pas assez, ce me semble, de réflexion sur cette vérité. Nôtre esprit fait souvent un faux mélange des véritables idées qui sont en luy. Nous nous sommes accoûtumez à considérer presqu'en toute rencontre que chacu-



Digitized by Google

ne des grandeurs étoit diviſible en une multitude nombreuſe de diverſes parties. L'union de toutes ces parties n'eſt qu'une participation, ou pour parler plus proprement, qu'une réprèſentation groſſiére & tres-imparfaite de la véritable unité; parce que chacune de ces parties eſt actuellement diſtinguée de chaque autre, qu'elle n'en dépend point pour ſubſiſter, & qu'elles n'ont toutes aucune liaiſon eſſentielle ou néceſſaire les unes avec les autres; & néanmoins cette union ou cette liaiſon que nôtre eſprit imagine dans les grandeurs, & qu'il n'y conçoit que confuſément, nous a fait regarder chaque grandeur comme véritablement une, & l'unité comme véritablement diviſible. C'eſt ainſi que nous nous ſommes accoûtumez aſſez mal à propos à répandre l'idée de l'unité ſur chaque grandeur, & à confondre celle de la grandeur avec l'idée de l'unité véritable.

Nous verrons facilement en réfléchiſſant ſur nos connoiſſances, que nous n'en avons point de plus claire & de plus diſtincte que celle de l'unité, puiſque ſa nature & ſes proprietez ſont d'être indiviſible & ſimple ou ſans compoſition. Elle n'a point d'autre régle ou meſure qu'elle-même, & elle eſt ſeule la meſure ou la régle immuable & la plus naturelle à laquelle on rapporte toute ſorte de nombres. Et en ce ſens l'unité & les nombres intelligibles ſont des idées claires, qui ſont préſentes à nos eſprits, & qui n'ont aucune éxiſtence réelle dans les grandeurs ſenſibles, dont elles ſervent à régler la meſure, lorſque les unes peuvent être meſurées par les autres, comme ces nombres intelligibles ſont meſurez par l'unité ou par d'autres nombres.

On choiſit pour cela entre diverſes grandeurs comparées & d'un même genre, quelqu'une qui tienne la place de l'unité, ou qui la réprèſente & reçoive ſon nom. Il arrive néanmoins ordinairement que l'unité étant ainſi déterminée, on prend encore pour unité une autre grandeur différente de la premiére. Si cette nouvelle ſurpaſſe la premiére & la contient pluſieurs fois au juſte ou ſans reſte, elle ſera multitude à l'égard de l'autre. Aiant pris pour unité la grandeur d'un pouce, & enſuite auſſi pour unité la grandeur d'un pied, cette unité nouvelle eſt multitude à l'égard de la premiére. Et ſi la nouvelle eſt moindre que la premiére, & qu'elle y ſoit contenuë pluſieurs fois ſans reſte, la premiére eſt multitude à l'égard de la nouvelle. Mais ſi par une abſtraction, que l'imagination ſuppoſe ordinairement, on conſidére l'unité nouvelle, comme faiſant ſeulement partie de l'autre grandeur priſe pour unité, on conçoit alors que la premiére eſt une unité diviſible, comme lorſqu'un pied qui contient douze pouces eſt pris pour unité. Ces ſortes d'unitez étant diviſibles en des multitudes ſans nombre de diverſes parties, ne ſont jamais parfaitement connuës telles qu'elles ſont en elles-mêmes. Et lorſqu'on les nomme connuës, ce n'eſt que conditionellement ou par ſuppoſition & ſeulement pour juger des autres par rapport à elles.

Si l'unité ſuppoſée & une grandeur qu'on lui veut comparer peuvent avoir une meſure commune, ou qu'une grandeur étant appliquée cer-

Digitized by Google

taines fois ſur elles puiſſe meſurer chacune au juſte & ſans reſte, on dit que la grandeur eſt *commenſurable*. Et ſi elles n'ont point de meſure commune, ou que nulle grandeur ne puiſſe meſurer l'une & l'autre au juſte ou ſans reſte, la grandeur eſt nommée *incommenſurable*.

Il eſt, ce me ſemble, aſſez inutile de diſputer avec Stevin pour ſçavoir ſi l'unité doit eſtre miſe au rang des divers nombres. On n'a qu'à expliquer ce qu'on entend par nombres. Si en s'arrêtant à l'étimologie du terme, on veut que chaque nombre ſoit une énumeration de pluſieurs unitez, l'unité ne ſera pas un nombre. Et ſi par nombres on entend les idées intelligibles qui ſervent à régler la meſure des grandeurs, ou les quantitez mêmes que l'on veut choiſir pour répréſenter ces idées, on pourra mettre alors l'unité dans le rang des nombres. Et c'eſt en l'un de ces deux ſens, ou ſelon l'un & l'autre, que l'uſage a voulu que l'unité fût auſſi compriſe ſous ce terme général des nombres, puiſqu'on dit ordinairement que les grandeurs commenſurables entre leſquelles on met l'unité la premiére, ſont entr'elles comme nombre à nombre.

Si l'unité ſuppoſée étant appliquée certaines fois ſur une grandeur la peut meſurer au juſte ou ſans reſte, la grandeur eſt nommée *entiére*, parce que l'unité ſuppoſée la meſure de la même ſorte que l'unité intelligible meſure un certain nombre. Ayant pris pour unité la grandeur d'un pied, celle de quatre pieds eſt une grandeur entiére, parce qu'elle eſt meſurée quatre fois ſans reſte par celle d'un pied, comme le nombre intelligible 4 par l'unité ſimple. Et ſi l'unité ſuppoſée ne meſure pas la grandeur au juſte, & qu'une de leurs différentes parties meſure l'une & l'autre ſans reſte, comme l'unité ſimple meſure deux nombres intelligibles, la grandeur eſt nommée *fractien* ou *portion de grandeur* ou *grandeur rompue*, comme les trois quarts d'un pied, parce que le quart d'un pied eſt 4 fois dans un pied & 3 fois dans les trois quarts d'un pied, comme l'unité eſt 4 fois dans 4 & 3 fois dans 3. Nous parlerons par ordre de toutes ces diverſes eſpéces de grandeurs.

## SECONDE REGLE GENERALE.

2. Lorſque l'eſprit apperçoit ſes idées d'une vûë nette & diſtincte, & qu'elles ſont exprimées clairement & ſans équivoque, on les compare entr'elles ſelon les rapports qu'elles peuvent avoir d'égalité ou d'inégalité, & lorſqu'on apperçoit ces rapports tels qu'ils ſont en eux-mêmes, on conçoit des véritez. Et s'ils ne ſont point tels, ce qu'on croit voir eſt faux. Il y a un rapport d'égalité entre 2 fois 3 & 6, & d'inégalité entre 2 plus 3 & 6. Et j'apperçois une vérité, quand je conçois que 2 fois 3 font 6, ou que 2 plus 3 ne font pas 6. Mais je ne verrois qu'une fauſſeté, ſi je m'imaginois que 2 fois 3 ne font pas 6, ou que 2 plus 3 font 6.

## DEFINITIONS.

Les expreſſions ou les expoſitions ſenſibles des rapports d'égalité ou d'inégalité qu'on apperçoit entre deux idées ſont appellées *propoſitions*;



Digitized by Google

*vraies*, ſi les rapports ſont vrais ou réels: & *fauſſes*, s'ils ſont imaginaires ou faux. Les Mathématiciens & les Géométres diſtinguent principalement leurs propoſitions en certaines eſpéces, dont voici les noms & l'explication.

*Axiome* eſt une propoſition dont la connoiſſance eſt ſi claire que l'on ne peut la révoquer en doute. De ſorte qu'elle n'a beſoin d'aucune preuve, tout homme raiſonnable étant forcé d'en tomber d'accord, comme ſi l'on dit qu'un tout ſurpaſſe une de ſes parties.

*Suppoſition* ou *demande* eſt une propoſition un peu moins générale qu'un axiome & moins évidente, mais qu'on ne peut raiſonnablement ni conteſter ni refuſer. Et ainſi on demande qu'on l'accorde, afin de n'être pas inutilement obligé de prouver qu'elle eſt véritable, ou qu'il eſt aiſé d'éxécuter ce qu'on veut que l'on faſſe.

*Problême* ou *queſtion* eſt une propoſition qui demande qu'on découvre quelque vérité cachée, & qu'on démontre qu'elle eſt découverte.

*Lemme* eſt une propoſition qui n'eſt au lieu où elle eſt que pour ſervir de preuve à d'autres qui la ſuivent.

*Corollaire* ou *conſéquence* eſt une propoſition déduite ou tirée naturellement d'une autre, & qui la ſuit de prés.

Comme les idées ne ſont pas toutes également ſimples, les propoſitions ſont auſſi plus ou moins compoſées, & leurs véritez plus ou moins difficiles à connoître, ſelon que les deux idées principales dont ces propoſitions expriment le rapport, renferment & ſuppoſent plus ou moins d'idées ſimples.

## *TROISIEME REGLE.*

3. Toutes les ſciences ont pour premiers principes & pour fondemens les propoſitions les plus ſimples & les plus générales, & qui ſont toûjours les axiomes ou notions communes dont elles dépendent plus univerſellement. Et les fondemens ou les principes généraux d'une ſcience étant une fois poſez, voici ce qu'on obſerve pour la déduction des véritez qui en dépendent.

En premier lieu on conſidére attentivement & d'une vûë nette & diſtincte, & on exprime clairement les idées qui tiennent plus de la ſimplicité & de l'univerſalité de celles dont les axiomes expoſent les rapports. On compare enſuite avec beaucoup d'ordre & d'exactitude ces mêmes idées, & on marque clairement les rapports les plus ſimples & les plus généraux ſelon leſquels ils approchent plus des axiomes ou les touchent de plus prés. On applique enfin à ces nouveaux rapports ou aux propoſitions qui les expriment, les axiomes mêmes ſelon qu'ils leur conviennent. Et cette application étant juſte & bien-réglée fait naître la connoiſſance des véritez ſimples & générales qui ſuivent de plus prés les axiomes. On déduit en même ſorte de celles-ci les plus ſimples & les plus générales de celles qui les ſuivent. Et on tire toûjours dans un même ordre les véritez les unes des autres ſelon qu'elles ſont plus compoſées

Digitized by Google

& plus particuliéres. Divers exemples éclairciront ces régles dans le corps entier de tout cet ouvrage, & quelques-uns même dés la fin de ce premier Livre.

## *QUATRIEME REGLE.*

4. Toutes les diverſes applications des véritez plus ſimples & plus générales ſur d'autres qui le ſont moins, ſe peuvent régler en cette ſorte. Si la vérité d'une propoſition eſt évidente par elle-même, elle eſt comme une eſpéce d'axiome ou de ſuppoſition, & la preuve en eſt inutile, puiſqu'on n'en doute pas. Ainſi on ſe contente de l'énoncer par des termes clairs. Mais ſi la propoſition a beſoin de preuve, ou que la vérité n'en paroiſſe pas aſſez clairement, on la prouve en ſe ſervant avec choix & par ordre des définitions, des axiomes ou ſuppoſitions qui ſont accordées, des theorêmes, des problêmes, des lemmes, & des corollaires dont les véritez ont été déja démontrées.

### Explication.

Chacune de ces applications en particulier d'une vérité ſur une autre eſt comme un rapport d'égalité de l'une avec l'autre. 4 eſt un tout, & 2 en eſt partie. Le tout eſt plus grand que ſa partie. Voilà deux véritez; ſi j'applique la ſeconde qui eſt plus générale ſur l'autre qui l'eſt moins, en concevant que le tout 4 eſt plus grand que ſa partie 2, il eſt viſible que cette application égale en un ſens ces deux véritez, je dis en un ſens, parce qu'il y a cette différence que l'une eſt particuliére à l'égard de l'autre. Et on découvre de la même ſorte que chaque vérité d'un ordre inférieur eſt égale en un ſens à chacune des ordres ſupérieurs, dont les diverſes applications auront pû ſervir à les découvrir.

Quand de l'application d'une verité ſur une autre, on déduit ou conclut une troiſiéme vérité, cela s'appelle *un raiſonnement*, comme dans l'éxemple qui précéde. 4 eſt un tout & 2 en eſt partie. Mais le tout eſt plus grand que ſa partie. Le tout 4 eſt donc plus grand que ſa partie 2.

Les raiſonnemens ſucceſſifs ſont comme autant de divers degrez par leſquels on deſcend avec ordre des véritez les plus ſimples & les plus générales aux véritez particuliéres & plus compoſées. Ainſi on ne peut jamais découvrir une verité nouvelle & particuliére, que l'on ne connoiſſe au moins deux véritez, l'une plus compoſée, & l'autre qui l'eſt moins, & qu'on ne puiſſe égaler enſuite la premiére avec la ſeconde. On ne peut découvrir que 17 eſt la différence des nombres 86 & 69, qu'on ne ſçache déja ces deux véritez, la premiére que 86 ſurpaſſe 69, & la ſeconde que ſi une moindre grandeur eſt retranchée d'une autre, ce retranchement laiſſe leur différence, & qu'on n'égale enſuite ces deux véritez, en jugeant que 17 qu'on découvre en retranchant 69 de 86 eſt la différence de 86 & 69.

Il eſt vrai que l'application de ces véritez plus générales & plus ſim-

Digitized by Google

ples sur celles qui le sont moins & qu'on leur égale, se fait tres-souvent implicitement plûtôt qu'explicitement, je veux dire par une opération tacite & secrette, comme si on ne réfléchissoit pas même qu'on y pense. L'esprit fait cette application avec tant de promptitude & de facilité, que la vérité qu'il en tire lui paroit claire & évidente par elle-même, & comme n'ayant aucun rapport aux axiomes, ou plûtôt comme si elle étoit elle-même un axiome.

L'esprit examine si peu la source des jugemens qu'il forme, & l'ordre qu'il suit en les formant, qu'il croit le plus souvent appercevoir d'une vûë immédiate ce qui n'est en lui que la suite de quelque raisonnement que l'expérience des sens ou une vûë claire de certaines véritez font faire à tous les hommes, & qu'une fréquente habitude leur fait réïterer si souvent qu'à la fin ils n'y pensent plus, & qu'ils regarderoient même comme un amusement inutile le soin d'ordonner un raisonnement pour déduire quelqu'une de ces véritez.

En jugeant par exemple que 2 est la différence qui se trouve entre 6 & 4, on s'imagine que c'est une vérité si claire & si connuë par elle-même qu'elle ne dépend ou ne suit d'aucune autre. On s'avise alors fort peu de considérer distinctement & l'une aprés l'autre ces deux véritez, la premiére que 6 surpasse 4, & la seconde qu'ayant ôté une moindre grandeur d'une autre plus grande, le retranchement laisse leur différence, ny d'égaler ensuite la premiére avec la seconde, en jugeant que 2 qu'on trouve lorsqu'on ôte 4 de 6, est la différence qui est entre ces deux nombres. Et s'il est vrai qu'on ne puisse s'empêcher de considérer cette vérité particuliére que 6 surpasse 4, on la considére néanmoins si conjointe & unie de si prés avec celle qu'on propose d'abord, qu'on les confond ensemble comme si ce n'étoit qu'une même proposition.

L'extrême facilité avec laquelle on apperçoit ces sortes de véritez est cause qu'on ne les regarde point comme une suite de celles dont elles dépendent véritablement. D'où vient qu'on se contente de les énoncer sans se mettre en peine d'en chercher les preuves ou d'en marquer la liaison avec les premiers principes, comme on fait pour les autres qui leur sont semblables, & qui suivent comme elles des mêmes principes & dans un même ordre, mais qu'on ne découvre pas si facilement, comme s'il s'agissoit de trouver la différence de deux nombres fort grands. Afin donc d'embrasser généralement les preuves de toutes les véritez particuliéres qui sont semblables & de la même espéce, on est obligé d'exposer clairement les véritez générales dont elles ont toutes une égale dépendance, se réservant la liberté de supprimer toutes les applications explicites de ces véritez, lorsque l'esprit y peut aisément suppléer par des implicites.

## *CINQUIEME REGLE.*

5. Si ceux à qui l'on parle sont convaincus de la vérité d'une proposition, on peut se contenter de la proposer simplement, pour ménager le

le temps & la peine qu'on perdroit en la leur prouvant. Si on conteſte la propoſition, il faut montrer l'égalité qu'elle a avec une autre plus ſimple & plus claire. Si on conteſte encore celle-ci, on en fait voir en même ſorte l'égalité avec une autre encore plus ſimple & plus générale qu'elle. On égale en un même ordre cette troiſiéme propoſition avec une quatriéme qui eſt auſſi plus ſimple & plus claire, & pareillement cette quatriéme avec une cinquiéme, & ainſi de ſuite en remontant toûjours juſqu'aux premiers principes. Et ſi toutes les égalitez ſont faites avec juſteſſe, la vérité de la propoſition eſt prouvée invinciblement, & quiconque auroit appereu cette application avec une évidence entiére & parfaite, ne pourroit plus refuſer de conſentir à cette vérité.

Les Mathématiciens & les Géométres ſe conduiſant ordinairement, comme s'ils ſuppoſoient qu'on leur conteſtera chacune des propoſitions qu'ils avancent, excepté les premiers principes, ils s'engagent auſſi toûjours à les démontrer en ſe ſervant de ces ſeuls principes & des véritez ſeules qu'ils en ont déduites. Ils n'emploient pour cela que deux ſortes de preuves; les unes *poſitives* & *directes* ou qui découvrent à fond la nature & toutes les raiſons de ce que l'on avance: & les autres *indirectes* ou *tirées de l'abſurde*, & qui dépendent de cette notion commune; qu'une même propoſition priſe ſeulement en un ſens ne peut pas être tout enſemble véritable & fauſſe. Ce qui arriveroit pourtant néceſſairement, ſi celle qu'on avance, & qu'un eſprit oppoſé conteſte, n'étoit pas véritable.

Ces deux ſortes de véritez ont cela de commun qu'elles convainquent l'une & l'autre, & forcent la raiſon à donner ſon conſentement. Mais la directe a cet avantage ſur l'autre qu'elle éclaire encore & ſatisfait l'eſprit pleinement, ne laiſſant rien échapper à ſa connoiſſance. *Ainſi* les preuves directes ſont incomparablement plus eſtimables que les indirectes, & doivent ſi fort leur être préferées, que l'on n'emploie jamais les indirectes, lors qu'on en peut trouver de directes.

## DEFINITIONS.

Il y a trois voies générales qui peuvent conduire à la découverte des diverſes véritez ou à la reſolution des queſtions qu'on propoſe. La premiére eſt nommée *voie Synthétique* ou *de compoſition* ou ſimplement *Synthéſe*, la ſeconde *analytique* ou *de réſolution* ou ſimplement *Analyſe*, & la troiſiéme eſt mixte ou participe des deux autres.

La Synthéſe établit d'abord ſes principes, elle en déduit enſuite avec ordre diverſes conſéquences qu'elle renoüe avec leurs principes, & par là elle fait voir dans certaines formations générales ou dans les diverſes compoſitions des véritez toutes les idées ou les parties ſimples qu'elles embraſſent. Elle en diſtingue éxactement les différences & les rapports, & détermine ce qui doit réſulter de leurs divers mélanges ou de certains aſſemblages que l'on en peut faire; & enfin ce que la variété de leurs conjonctions ou diſjonctions peut ou doit produire: &



Digitized by Google

par la connoiſſance qu'elle donne de ces ſortes de véritez compoſées, elle apprend à expliquer & à réſoudre toutes celles qui leur ſont ſemblables & d'un même genre. De même qu'un homme qui marquant en particulier la figure & l'uſage de chacun des reſſorts ou de chacune des roüës & des diverſes parties qui compoſent une certaine pendule, apprendroit enſuite les rapports & les communications différentes de tant de diverſes parties, ſçroit en même temps connoître la nature & la conſtruction ou la compoſition de diverſes pendules.

Et l'Analyſe réduit les queſtions à certaines égalitez qui marquent clairement les rapports connus d'où dépend leur réſolution, & compare enſuite tellement les deux idées principales ou les deux termes de ces égalitez, en faiſant ſur chacun divers changemens égaux de part & d'autre, qu'elle découvre enfin les véritez dont elle tente la recherche.

Ces deux voies ſont fort différentes. La Synthétique ſuppoſe beaucoup plus que l'analytique. Elle eſt plus propre pour inſtruire & conduire les autres que pour s'inſtruire & ſe conduire par ſoi-même. Ceux qui ſont éclairez & qui prétendent éclairer les autres doivent s'en ſervir dans les commencemens juſques à ce qu'ils aient clairement fait comprendre l'uſage de l'analytique. Mais lors qu'on eſt une fois entré dans la voie analytique & qu'on la peut ſuivre, on découvre bien plus aiſément les véritez cachées. Cette voie n'a rien de forcé dans ſes raiſonnemens. Ils y ſont ordonnez d'une maniére toute ſimple, ils ſont faciles, toûjours uniformes & déterminez, & ne demandent pas ces efforts & cette application penible, qu'éxigent les raiſonnemens de la Synthétique lorſqu'on veut inſtruire. Cette voie cependant n'eſt pas moins féconde ni moins lumineuſe dans ſes découvertes qu'elle eſt ſimple & facile à ſuivre dans ſes raiſonnemens, & on a raiſon de la conſidérer comme une ſource inépuiſable des découvertes les plus vaſtes & les plus ſublimes des Mathématiques, & comme l'inſtrument le plus propre non ſeulement pour les apprendre à fond, mais auſſi pour les inventer.

Jamais la Synthéſe des Géométres n'auroit pû s'élever à un ſi haut point qu'elle l'a fait dans ce ſiécle, ſi l'Analyſe des modernes ne l'avoit ſoûtenuë, & n'avoit expoſé au jour une infinité de belles découvertes inconnuës aux plus ſçavans hommes de l'antiquité. En effet il eſt impoſſible de raiſonner d'une maniére qui ſoit tout enſemble plus ingénieuſe, plus méthodique, plus profonde ou ſçavante, & plus abbrégée. Les expreſſions des lettres qui ſervent à ſon uſage ſont tout à fait ſimples & familiéres, & on ne peut rien fournir à l'eſprit qui luy ſoit d'un ſi grand ſecours pour découvrir les véritez; parce qu'elles diminuent ſon travail, & ménagent addroitement ſon application. Elles le fixent & le rendent attentif ſur l'objet de ſes recherches, elles luy en marquent commodément toutes les parties, elles ſoûtiennent l'imagination, elles renouvellent & épargnent ou ménagent la mémoire autant

Digitized by Google

qu'il eſt poſſible ; en un mot elles réglent & conduiſent parfaitement l'eſprit & le partagent ou l'occupent néanmoins ſi peu par les ſens, qu'elles luy laiſſent une liberté entiére d'employer dans ſes recherches tout ce qu'il a de vigueur & d'activité. De ſorte que rien ne peut échapper à ſa vûë, & la juſteſſe ou la netteté de ſes raiſonnemens luy découvre d'ordinaire par la plus courte voie les véritez dont il tente la recherche, ou les milieux qui luy manquent pour y arriver, lorſqu'elles paſſent ſa portée.

Il eſt vrai que la maniére d'énoncer ſes penſées eſt entiérement arbitraire. Mais l'importance qu'il y a de ne pas employer mal à propos les forces & la capacité de nôtre ame, nous oblige à choiſir des expreſſions ſimples, familiéres, & en petit nombre ; & d'éviter celles qui ſont trop barbares, où qui ne reſſentent qu'une vaine érudition : comme celles où l'on n'affecte que de parler en grec & par citations. Les termes obſcurs embarraſſent l'imagination, les expreſſions trop diffuſes ou extraordinaires fatiguent ou effarouchent la mémoire. L'eſprit veut être ménagé, il n'aime pas qu'on le diſſipe. On doit retrancher tout ce qui l'occupe inutilement, ce qui le détourne de ſon application, & ce qui empêche ou trouble ſon activité. Il ne faut rien employer, & ſur tout dans les ſcienees qui paſſent pour abſtraites, qui ne ſoit préciſément néceſſaire pour le rendre attentif & pour bien régler ſes penſées.

Or l'Analyſe a cet avantage qu'elle exprime ordinairement en fort peu de lignes & d'une maniére tres-ſenſible tous les diſcours & les raiſonnemens dont la Géométrie ſe verroit obligée de remplir des pages entiéres. D'où vient que l'eſprit ſe fatigue & ſe rebutte aiſément dans la Géométrie, lorſqu'elle eſt un peu trop compoſée, s'il ne prend l'analyſe pour guide ; au lieu qu'il reſſent une ſecrette joie lorſqu'il voit dans l'analyſe beaucoup d'idées & de véritez réünies d'une maniére ſenſible & tres-abbregée. Et cette vûë luy eſt d'autant plus agréable qu'il ſent moins de peine à ſe les répréſenter, & qu'il les peut embraſſer & pénétrer plus facilement.

Le mouvement de l'eſprit ſe fait avec une incroyable viteſſe. Sa vûë pérce, pénétre, & parcourt ſouvent en un inſtant beaucoup plus de choſes que la plume & la langue n'en peuvent exprimer en des heures entiéres. Ainſi la lenteur des expreſſions le peine & le fatigue, & il eſt dans une impatience inquiéte, lorſque la multiplicité, la longueur & l'embarras des termes ne peuvent tout enſemble répondre à l'étenduë de ſes penſées & ſuivre la rapidité de ſon mouvement. Et il reſſent au contraire beaucoup de plaiſir & de ſatisfaction, lorſqu'il peut proportionner en quelque ſorte les caractéres & les ſignes ſenſibles à ſes conceptions intelligibles, & marquer par un petit nombre d'expreſſions courtes & faciles tous les divers abbrégemens de ſes idées & de ſes connoiſſances.



Digitized by Google

## DEFINITIONS
### PROPRES EN GEOMETRIE.

APRES avoir preſcrit & expliqué dans ce premier Livre les régles & l'ordre du raiſonnement, on a jugé à propos d'y joindre une expoſition des premiers principes du corps entier des Mathématiques & de la Géometrie; & de fixer les idées des termes les plus généraux dont on ſe ſert en Géométrie, & celles des parties principales que l'on y doit traitter.

*Géométrie* eſt la ſcience qui a pour objet la meſure des corps, ou des diverſes extrémitez & dimenſions que l'on y conſidére.

*Surface* ou *ſuperficie* eſt une extrémité d'un corps conceuë comme indiviſible ſelon la dimenſion qu'on nomme *épaiſſeur* ou *profondeur*.

*Ligne* eſt une extrémité du corps ou d'une ſurface, & qui eſt conceuë comme indiviſible ſelon deux dimenſions qu'on nomme *profondeur* & *largeur*.

*Point Mathématique* ou ſimplement *point* eſt une extrémité d'un corps ou d'une ſurface ou celle d'une ligne, & qui eſt conceuë comme indiviſible ou ſans dimenſion, ou comme n'ayant ny *profondeur*, ny *largeur*, ny *longueur*.

On ne prétend pas que le point, la ligne & la ſurface puiſſent ſubſiſter ſéparément, ou ſe trouver réellement diſtinguées des corps. On prétend avoir ſeulement droit d'examiner à part chaque dimenſion ou chacune des ſurfaces des corps ſans penſer aux autres, comme lorſqu'on meſure la longueur d'un chemin ſans conſidérer ſa largeur, ou l'étenduë d'une plaine ou d'un champ ſans penſer à ſa profondeur.

*Grandeur géométrique* eſt tout eſpace ſolide, ou chacune de ſes ſurfaces ou de ſes dimenſions.

Figure 1. *Ligne droite* ou *ſimplement ligne* eſt celle comme ABZ, dont les extrémitez ne peuvent point terminer une ligne plus courte. Ou c'eſt la longueur ou la diſtance la plus courte qui puiſſe ſe trouver entre deux points A & Z.

Fig. 1. *Ligne courbe* eſt celle, comme AGZ, dont les extrémitez A & Z peuvent terminer quelque ligne plus courte.

Fig. 2. 3. 4. 5. 6. *Surface droite* ou *platte* ou *applanie* ou *plane* ou ſimplement *plan* eſt toute ſurface, comme ABC, ſur qui l'on peut tirer une ligne droite de chacun de ſes points à chaque autre.

Fig. 3. 4. 5. 6. *Surface courbe* eſt celle, comme ABZY, ſur qui l'on ne peut pas tirer une ligne droite de chacun de ſes points à chaque autre.

## AXIOMES OU NOTIONS COMMUNES,
### ET PRINCIPES GENERAUX DU CORPS ENTIER DES MATHEMATIQUES.

6. Toute grandeur ſurpaſſe une de ſes parties.
7. L'aſſemblage entier des parties rend le tout, ou luy eſt égal.

Digitized by Google

8. Plusieurs riens sont égaux à un rien. Ou plusieurs fois rien & une fois rien sont des expressions qui n'ont qu'un même sens.
9. Si à grandeurs égales on ajoûte une même grandeur ou des grandeurs égales, les touts sont égaux.
10. Si de grandeurs égales on ôte une même grandeur ou des grandeurs égales, les restes sont égaux.
11. Si à grandeurs inégales on en ajoûte d'égales ; ou de plus grandes à celles qui sont déja plus grandes, & de moindres aux plus petites, les touts sont inégaux. Et les plus grands sont ceux où sont les plus grandes de ces inégales.
12. Si de grandeurs inégales on en ôte d'égales, ou si on ôte moins des plus grandes que des plus petites, les restes sont inégaux. Et les plus grands sont ceux que l'on tire des plus grandes inégales.
13. Et si de grandeurs égales on en ôte d'inégales, les restes sont inégaux. Et les plus grands sont ceux que laisse le retranchement des moindres de ces inégales.
14. Si des grandeurs sont égales, toute autre aussi grande ou plus grande, ou moindre que l'une d'entr'elles est pareillement aussi grande, ou plus grande, ou moindre que chaque autre.
15. Une même proposition prise seulement en un sens ne peut pas être tout ensemble véritable & fausse.
16. Si la conséquence légitime & naturelle d'une proposition est absurde ou fausse, la proposition est pareillement fausse, & sa contradictoire véritable.

## AXIOMES OU NOTIONS COMMUNES,
### ET PRINCIPES GENERAUX DU CORPS ENTIER DE LA GEOMETRIE.

17. On peut tirer une ligne droite & on ne peut en tirer qu'une seule d'un point fixe ou déterminé A sur un point fixe ou déterminé Z. Et on la peut prolonger de part & d'autre autant qu'on voudra. *Fig.* 1.
18. Si deux grandeurs géométriques B & Y peuvent s'ajuster parfaitement ensemble, ou se rencontrer dans toutes leurs parties, ou convenir au juste en tous leurs points, elles sont parfaitement égales. *Fig.* 7. 8. & 9. 10. & 11. 12.
19. L'espace ABC que peuvent former toutes les lignes droites tirées continuëment du point A sur tous ceux d'une ligne droite BC, est luy seul le plus court que les extrémitez AB & AC & BC puissent terminer. *Fig.* 13.

Pour concevoir distinctement la formation de cet espace ou quelle est sa nature, on peut s'imaginer qu'une ligne droite AZ ayant toûjours son extrémité A sur un même point fixe est mûë continuëment de B vers C sur la droite BC, parce que l'espace entier qu'elle aura formé ou parcouru entre BC & le point A immobile, sera celui que pourroient former toutes les lignes droites tirées continuëment du point A sur tous ceux de BC, ou pareillement du point B sur tous ceux de la droite AC, ou du point C sur tous ceux de l'autre droite AB.



Digitized by Google

### Premier Corollaire.

*Fig.* 14. 20. Toute partie AB d'une droite AZ eſt une ligne droite. Car la droi-
a. *déf.* 11. te AZ eſt [a] plus courte que toute autre AYBZ. Et ôtant de part &
b. 12. d'autre la même partie BZ, la partie AB qui reſte d'une part eſt plus courte [b] que toute autre AYB qui peut reſter de l'autre. D'où il eſt évident que cette partie AB eſt une ligne [a] droite. Ce qu'il falloit démontrer.

### Second Corollaire.

*Fig.* 15. 16. 21. Si deux droites BC & *bc* ſont égales, elles peuvent s'ajuſter parfaite-
ment enſemble ſans rompre leur droiture. Car tranſportant *bc* & appli-
quant l'extrémité *b* ſur l'extrémité B, on pourra mouvoir *bc*, l'extrémi-
té *b* demeurant toûjours immobile ſur B, juſques à ce que l'extrémité
*c* rencontre un point X ſur BC. Et les deux points *b* & *c* étant les mê-
a. 17. mes alors que les deux B & X, & une droite ſeule pouvant être [a] tirée
b. 18. de *b* ou B ſur *c* ou X, la droite BX eſt la même que *bc* ou que [b] ſon
égale BC. Et *bc* & BC s'ajuſtent en tous leurs points ſans rompre leur
droiture. Ce qu'il falloit démontrer.

### Troisieme Corollaire.

22. Si deux points B & C ſont fixes ou déterminez, une droite ſeule
BCD peut paſſer par ces points.

*Fig.* 17. 18. Car une droite *bd* qui luy eſt égale, peut ſans rompre ſa droiture s'aju-
a. 11. ſter [a] parfaitement ſur l'entiére BCD, ou la partie *bc* ſur une partie BC,
& l'autre partie *cd* ſur la partie CD, & en même temps ſur la [a] partie
CG de telle droite BCG qu'on voudra qui pourra paſſer par BC & éga-
ler BD. De ſorte que *d* tombera ſur D ou G, & la droite BCG ſera
toûjours l'unique BCD qui paſſe par B & C. Ce que j'avois à démontrer.

### Quatrieme Corollaire.

*Fig.* 19. 23. Deux diverſes lignes droites ne peuvent ſe rencontrer ou ſe couppер
a. 12. qu'en un point. Et ſi quelque point C de l'une des deux ne peut ſe
trouver ſur l'autre ZY prolongée s'il eſt neceſſaire, elles ne peuvent avoir
au plus qu'un point commun. Parceque celles qui pourroient avoir deux
points communs, s'ajuſteroient [a] auſſi ſur tous les autres, ou ne forme-
roient qu'une même ligne.

### Cinquieme Corollaire.

*Fig.* 20. 24. Si un point A eſt hors d'une droite BC prolongée s'il eſt néceſſai-
re, tout l'eſpace ABC formé par les lignes droites tirées continuëment
du point A ſur BC eſt une ſurface plane ou droite.

a. 19. Car ayant pris ſur elle deux tels points D & E qu'on voudra. De toutes
b. 20. les droites tirées du point A ſur BC, une AF doit [a] paſſer par D, & une autre
AG par E, & les droites AF & AG & la ligne FG, qui [b] eſt droite, terminent
l'eſpace AFG le plus court [a] qu'elles puiſſent terminer, ou celuy que pour-

Digitized by Google

roient auſſi former les droites tirées continuëment du point F ſur AG. De ſorte qu'on peut tirer ſur l'eſpace AFG ou ſur l'autre ABC dont il eſt partie, une droite FE du point F au point E. Et pareillement dans le plus court AEF que puiſſent terminer les droites EA & EF, & la partie AF qui eſt [b] droite, ou qui eſt formé par toutes les droites tirées [a] continuëment du point E ſur AF, on peut tirer une droite ED du point E au point D. Comme donc on peut tirer de chaque point E à chaque autre D une droite ED dans l'eſpace AEF ou dans l'autre ABC, cet eſpace ABC doit eſtre une ſurface [c] droite ou un plan. Et c'eſt ce que j'avois à démontrer. c. *diſinition.*

## Sixiéme Corollaire.

25. Deux lignes droites BE & CF tirées l'une de B ſur la droite AC, & l'autre de C ſur la droite AB, s'entrecouppent en un certain point D. Car chacune traverſant le plan ABC ou s'y trouvant [a] toute, elle ne peuvent pas paſſer l'une au deſſous de l'autre. Et comme CF ne [b] rencontre CB & CA qu'en C, elle paſſe ſur le plan ABC entre les extrémitez B & E de la droite BE, qu'elle coupe par conſéquent ſur un certain point D. *Fig.* 22. a. 24. b. 23.

## Septieme Corollaire.

26. Si deux points B & C d'une droite BC ſont ſur un même plan, cette ligne BC prolongée auſſi loin qu'on voudra, ſera toute entiére ſur ce plan étendu plus loin s'il eſt néceſſaire. Car prenant un point arbitraire A du plan, qui ne puiſſe eſtre un des points de BC, & ſuppoſant BC prolongée juſqu'en D, on pourra tirer [a] ſur ce plan des droites du point A ſur tous ceux de BC. De ſorte que le plan comprend déja [b] comme une de ſes parties la ſurface droite ABC, & pareillement [b] comme une autre partie la ſurface droite ACD que formeroient les droites tirées continuëment du point A ſur le prolongement CD de BC. Et ainſi la droite entiére BCD eſt ſur le même plan ſur qui ſont déja ſes deux points B & C. Et c'eſt ce qu'il falloit démontrer. *Fig.* 22. a. 24. b. *diſinition.*

## Huitieme Corollaire.

27. Deux droites AB & AC qui ſe rencontrent en A, & toutes celles qui rencontrent l'une & l'autre hors du point commun A ſont entiérement ſur un même plan. Car les droites AB & AC ſont [a] entiérement chacune ſur le plan ABC ſur qui ſont les deux points A & B de l'une & les deux A & C de l'autre, & chaque droite qui rencontre AB & AC hors du point commun A, aiant déja deux points ſur le plan ABC s'y trouve toute [a] entiére. *Fig.* 23. a. 25.

## Neuvieme Corollaire.

28. Si trois points fixes ou déterminez A & B & C ne ſont pas chacun ſur une même ligne prolongée s'il eſt néceſſaire, un ſeul plan ABC paſſera par ces points. Parce que les droites tirées continuëment du point A *Fig.* 24.

Digitized by Google

sur BC, ou de B sur AC, ou de C sur AB, & prolongées jusqu'où l'on
a. 26. voudra, seront toûjours entiérement chacune a sur tel plan qu'on voudra concevoir passant par A, B, C. De sorte que le cours de ces lignes étant toûjours fixe & déterminé, le plan entier qu'elles forment ensemble est déterminé, & le seul ABC est ce plan même qu'elles peuvent former ou déterminer, ou qui peut passer par les trois points déterminez A & B & C.

## DEFINITIONS.

Les plans sont nommez *rectilignes*, qui ne sont terminez que par des lignes droites; *curvilignes*, qui ne sont terminez que par des lignes courbes; & *mixtes*, qui sont en partie terminez par des droites, & en partie par des courbes.

*Fig.* 25. Lorsqu'une droite CA immobile en son extrémité C est mûë sur un plan jusques à son retour d'où elle étoit partie, l'espace entier qu'elle aura parcouru ou décrit sur le plan est nommé *cercle* ou *plan circulaire*. Et l'extrémité fixe ou immobile C *le centre du cercle* ou simplement *le centre*. Et la droite CA le *raion du cercle* ou simplement *le raion*. Et si elle passe hors du cercle, on la nomme *secante* ou *couppante*.

*Fig.* 25. L'extrémité du cercle ou la ligne courbe AA qui le termine, est appellée *ligne circulaire* ou *circonférence*. Et chaque partie de la circonférence a reçeu le nom d'arc.

On a coûtume de concevoir chaque circonférence divisée en trois cent soixante arcs égaux qu'on appelle *degrez*; & chaque degré en soixante arcs égaux, qui s'appellent *minutes* ou *premières*; & chaque minute en soixante autres égaux, qui s'appellent *secondes*; chaque seconde en soixante *troisiémes*; & ainsi du reste.

*Fig.* 26. L'instrument dont on se sert pour tirer une ligne droite, & pour la prolonger de part & d'autre autant qu'on voudra, est celui qu'on nomme *régle*. Et on nomme *compas* l'instrument qui sert à décrire les circonférences. Et c'est la longueur de son ouverture, ou la ligne droite terminée par ses pointes, qui marque ou détermine la longueur du raion.

Tout ce qu'on peut tracer ou mesurer au juste avec la régle & le compas ou avec des lignes droites & des circulaires, se rapporte à la Géométrie qu'on nomme *ordinaire* ou *commune*, & tout le reste se rapporte à celle qu'on nomme *composée* ou *Géométrie des solides*.

La Géométrie commune que l'on subdivise ordinairement en *plane* & *solide* sera subdivisée dans cet ouvrage en *lineaire* ou *simple*, en *plane*, en *celle des surfaces sphériques*, *coniques & cilindriques*, & en *solide*.

La Géométrie linéaire est celle où l'on ne considérera que les rencontres ou distances & les rapports des lignes droites & des circulaires.

La plane sera celle où l'on s'appliquera à considérer, à décrire, & à comparer, ou à mesurer tous les divers plans terminez seulement par des lignes droites & des circulaires, ou les rencontres & les distances de ces mêmes plans.

La

Digitized by Google

Celle que je nomme des ſurfaces courbes ſphériques, coniques & cilindriques, tentera la meſure, la comparaiſon, & la deſcription des ſurfaces courbes ſur qui l'on peut décrire par chacun de leurs points des circonférences en tous ſens, ou une circonférence ſeulement en un ſens & une ligne droite.

Je nommerai auſſi Géométrie ſolide celle où l'on s'arrêtera à conſidérer & à comparer, ou à conſtruire & à meſurer tous les corps ſolides, lorſqu'on le peut faire avec la régle & le compas, ou avec des lignes droites & des circulaires.

La Géométrie qu'on nomme ici ſolide, différe de la compoſée à qui on a voulu donner le nom de Géométrie des ſolides. Ces diverſes parties de la Géométrie ſeront expliquées chacune en ſon lieu.

## DEFINITIONS
### DE CERTAINES LONGUEURS.

La meſure qu'on nomme *un pied géométrique* ou ſimplement *un pied* ou *un pied linéaire*, eſt celle des longueurs à laquelle on rapporte ordinairement les autres.

La douziéme partie du pied eſt appellée *pouce*. Et ſa ſeiziéme eſt ce qu'on nomme *un doit*. Et on nomme *ligne* la douziéme partie du pouce, ou la neuviéme du doit, ou la partie cent quarante-quatriéme du pied linéaire.

La paûme en travers de la main contient trois pouces ou le quart d'un pied, & la paûme étenduë en contient les trois quarts ou neuf pouces.

La coudée ordinaire eſt d'un pied & demi. Et celle du Temple eſtoit de ving & un pouces.

Le pas géométrique eſt de cinq pieds. La toiſe ou la braſſe eſt de ſix. Et l'aûne à peu prés de trois pieds & ſept ou huit pouces.

La verge eſt ordinairement de dix ou douze pieds. Et la perche de dix-huit ou de ving, & quelquefois de ving-deux ou de ving-cinq.

La ſtade des Romains étoit de cent ving-cinq pas, ou de ſix cent ving-cinq pieds. Et la ſtade des Grecs de cent ving pas ou de ſix cent pieds.

Le mille d'Italie vaut huit ſtades, ou mille pas, ou cinq mille pieds.

Et la lieuë commune de France ou d'une heure de chemin eſt de trois mille pas, ou de quinze mille pieds.



Digitized by Google

# NOUVEAUX ELEMENS DES MATHEMATIQUES.

## *LIVRE SECOND.*

### DE LA SCIENCE GENERALE *DES NOMBRES.*

#### DEFINITIONS, ET EXPLICATION DES CARACTERES.

LA mesure la plus simple des nombres est celle qu'on nomme *unité*. Et sa nature est d'estre simple en elle-même & indivisible ou sans composition de parties. Et l'idée qui la représente est opposée à celle de la multitude, chacune de ces idées ne pouvant subsister avec l'autre.

On nomme *nombres entiers* ou *naturels* ou simplement *nombres* tous les divers assemblages de plusieurs unitez, ou les idées que nous avons de diverses multitudes. Et l'usage a voulu que l'unité même fust comprise sous ce nom général des nombres entiers.

La science qui a les nombres pour objet, & qui est vulgairement nommée *Arithmétique* sera nommée simplement *la science des nombres*. Et sa principale partie, ou celle dont l'application découvre tout le reste, sera nommée *la science générale des nombres*.

Le caractére 1 exprime & marque l'unité; 2 signifie l'assemblage de deux unitez ou le nombre de deux; & 3 celuy de trois; & 4 signifie quatre; & 5 cinq; & 6 six; & 7 sept; & 8 huit; & 9 neuf; & la marque ou le caractére 0, que l'on nomme un *Zéro*, signifie ce qui n'a ni grandeur ni proprieté, c'est à dire le rien.

Digitized by Google

1. Ces dix caractéres empruntez des Arabes, & qu'on nomme *des chiffres*, changent encore leurs noms & leurs valeurs selon la varieté de leurs disposítions ou arrangemens, parce qu'en les disposant consécutivement ou selon divers rangs contez de droite à gauche, on les fait valoir dix fois autant en chaque rang que dans celuy qui les précéde immédiatement.

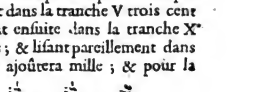
Tout chiffre écrit au premier rang qui est plus à la droite de celuy qui lit ou qui écrit, ne marque simplement que ses unitez; mais il marque au second autant de dixaines ou autant de fois dix qu'il a d'unitez; c'est à dire une dixaine ou dix s'il y a 1, & 2 dixaines ou ving s'il y a 2, & 3 dixaines ou 30 s'il y a trois, & quarante, ou cinquante, ou soixante, ou soixante & dix, ou quatre-ving, ou quatre-ving-dix; s'il y a 5, ou 6, ou 7, ou 8, ou 9. Pour ménager l'imagination & faciliter en cela les opérations que l'on fait sur les nombres, on dira septante, & huitante, & nonante, sans consulter l'usage & la délicatesse ou la pureté de la langue, au lieu de soixante & dix, quatre-ving, & quatre-ving-dix.

Tout chiffre écrit au troisiéme rang vaut aussi autant de dix dixaines ou de centaines qu'il a d'unitez; & au quatriéme autant de dix centaines ou de mille; au cinquiéme autant de dix mille; au sixiéme autant de cent mille; au septiéme autant de dix cent mille ou de millions; au huitiéme autant de dix millions; au neuviéme autant de cent millions; au dixiéme autant de dix cent millions, ou de milliars; à l'onziéme autant de dix milliars; au douziéme autant de cent milliars; au treiziéme autant de dix cent milliars, ou de mille milliars; & au quatorziéme autant de dix mille milliars; &c. au dix-neuviéme autant de milliars de milliars, ou de *bilions*, comme quelques-uns les nomment; &c. au ving-huitiéme autant de milliars des milliars de milliars, ou de *trilions*; &c. au trente-septiéme autant de milliars des milliars de milliars des milliars, ou de *quadrilions*; & ainsi de suite jusques à l'infini.

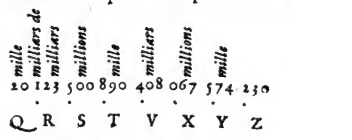
&c.
32e rang.
31e rang.
30e rang.
29e rang. &c.
28e rang. milliars des milliars de milliars
27e rang.
26e rang. millions des milliars de milliars
25e rang.
24e rang. mille des milliars de milliars
23e rang.
22e rang. centaines des milliars de milliars
21e rang. dixaines des milliars de milliars
20e rang. milliars de milliars
19e rang.
18e rang. centaines des millions de milliars
17e rang. dixaines des millions de milliars
16e rang. millions de milliars
15e rang. centaines des mille de milliars
14e rang. dixaines des mille de milliars
13e rang. mille de milliars
12e rang. centaines de milliars
11e rang. dixaines de milliars
10e rang. milliars
9e rang. centaines de millions
8e rang. dixaines de millions
7e rang. millions
6e rang. centaines de mille
5e rang. dixaines de mille
4e rang. mille
3e rang. centaines
2d rang. dixaines
1er rang. unitez

## *I COROLLAIRE ET PROBLEME I.*

2. Pour lire un nombre écrit, comme 345467983425. On en ſuppoſera tous les chiffres tranchez ou ſéparez de trois en trois par des points ou par de petites lignes & de droite à gauche, & liſant dans la tranche V trois cent quarante-cinq, on ajoûtera milliars; & liſant enſuite dans la tranche X quatre cent ſoixante-ſept, on ajoûtera millions; & liſant pareillement dans la tranche Y neuf cent quatre ving-trois, on ajoûtera mille; & pour la tranche Z on lira ſimplement quatre cent ving-cinq. De ſorte que ces chiffres ainſi diſpoſez expriment tous enſemble le nombre trois cent quarante-cinq milliars, quatre cent ſoixante-ſept millions, neuf cent quatre ving-trois mille, quatre cent ving-cinq.

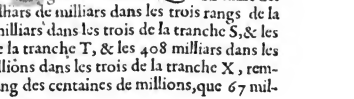



Et on verra de la même ſorte que les chiffres expoſez ici expriment tous enſemble le nombre ving mille & cent ving-trois milliars de milliars, cinq cent millions huit cent quatre ving-dix mille & quatre cent huit milliars, ſoixante-ſept millions, cinq cent ſoixante & quatorze mille, deux cent trente.




## *II COROLLAIRE ET PROBLEME II.*

3. Pour écrire le nombre ving mille & cent ving-trois milliars de milliars, cinq cent millions huit cent quatre vingt-dix mille & quatre cent huit milliars; ſoixante-ſept millions, cinq cent ſoixante & quatorze mille, deux cent trente. On ſuppoſera divers rangs marquez ſi l'on veut par de petits points, & tranchez de trois en trois & de droite à gauche. Et aſſignant le terme mille à la tranche Y, & celuy de millions à la tranche X, & de milliars à la tranche V; & de nouveau celuy de mille à la tranche T, & de millions à la tranche S, & de milliars de milliars à la tranche R, & de mille à la tranche Q: on écrira dans les deux rangs de la tranche Q les 20 mille des milliars de milliars, & les 123 milhars de milliars dans les trois rangs de la tranche R, & les 500 millions de milliars dans les trois de la tranche S, & les 890 mille milliars dans les trois de la tranche T, & les 408 milliars dans les trois de la tranche V, & les 67 millions dans les trois de la tranche X, rempliſſant pour cela d'un zéro le rang des centaines de millions, que 67 millions ne peuvent occuper. Enfin on écrira les 574 mille dans les trois rangs de la tranche Y, & les 230 unitez dans les trois de la tranche qui reſte. Et tous ces chiffres ainſi




a. 1. diſpoſez expriment [a] enſemble tout le nombre au juſte qu'on propoſe.

## III COROLLAIRE ET PROBLEME III.

### POUR L'ADDITION DES NOMBRES.

4. *POur ajoûter enſemble pluſieurs nombres, ou n'en faire qu'un ſeul, ou pour trouver leur ſomme.*

On les diſpoſe avec ſoin & dans un tel ordre les uns ſous les autres que les unitez répondent aux unitez, les dixaines aux dixaines, les centaines aux centaines, les mille aux mille, & ainſi du reſte. Et enſuite on ajoûte ſucceſſivement & par ordre tout ce qui eſt en chaque rang en commençant par le premier où ſont les unitez, & écrivant ſous le rang ce qui luy appartient, on réſerve autant d'unitez que l'on y a trouvé de dixaines, & on les tranſporte au rang qui ſuit immédiatement. Et ce qu'on trouve à la fin écrit ſous les rangs exprime la ſomme ou le nombre entier qu'on cherche. Les exemples éclairciront ces régles.

PREMIER EXEMPLE.

Pour ajoûter enſemble les deux nombres 432 & 245. Je les diſpoſe ainſi l'un ſous l'autre. J'écris 5 qui vaut 5 unitez ſous 2 qui vaut 2 unitez, & 4 qui vaut 4 dixaines ſous 3 qui vaut 3 dixaines, & 2 qui vaut 2 centaines ſous 4 qui vaut 4 centaines. Et je dis enſuitte au premier rang: 2 unitez & 5 unitez ſont 7 unitez, & j'écris 7 ſous le rang des unitez. Et venant au ſecond où ſont les dixaines, je dis: 3 dixaines & 4 dixaines ſont 7 dixaines, & j'écris 7 ſous le rang des dixaines. Et je dis pareillement au troiſiéme rang, où ſont les centaines: 4 centaines & 2 centaines ſont 6 centaines, & j'écris 6 ſous le rang des centaines. Et le nombre entier 677 eſt au juſte la ſomme ou l'aſſemblage des deux que l'on propoſe.

```
 432
 245
somme 677
```

SECOND EXEMPLE.

Pour ajoûter enſemble 459 & 565. Je les diſpoſe comme au premier exemple. Et je dis au premier rang: 5 & 9 ſont 14 unitez, ou 1 dixaine & 4 unitez. Ainſi j'écris les 4 unitez ſous le rang des unitez, & tranſportant 1 dixaine au rang des dixaines, je dis: 1 dixaine & 5 dixaines ſont 6 dixaines, & encore 6 dixaines ſont 12 dixaines, c'eſt à dire 1 fois 10 dixaines ou 1 centaine & encore 2 dixaines. J'écris donc 2 ſous le rang des dixaines; & tranſportant 1 centaine à celuy des centaines, je dis: 1 & 4 ſont 5 & 5 ſont 10 centaines ou 1 mille, & n'ayant aucun reſte pour le rang des centaines, je remplis ce rang d'un zéro en y écrivant 0, & j'avance 1 mille ſous le rang des mille. Et le nombre 1024 eſt au juſte la ſomme ou l'aſſemblage entier des deux que l'on propoſe.

```
 459
 565
somme 1024
```

TROISIEME EXEMPLE.

Pour ajoûter enſemble les cinq nombres 850700, 790900, 940800, 670600, .760500. Je les diſpoſe comme aux exemples précédens. Et je



Digitized by Google

dis au premier rang que tous les zéro qui s'y trouvent ne valent tous ensemble aucune unité ou sont égaux à rien. Et ainsi j'écris o sous le rang des unitez, & encore o sous le rang des dixaines pour la même raison. Et venant au troisiéme, je dis : 7 & 9 font 16, & 8 font 24, & 6 font 30, & 5 font 35 centaines, ou 3 mille & encore 5 centaines. J'écris donc 5 sous le rang des centaines, & transportant 3 à celuy des mille, je dis : 3 & tous les zéro qui rempliſſent ce rang valent ſeulement 3 que j'écris ſous le même rang. Je dis enſuitte au cinquiéme rang : 5 & 9 font 14, & 4 font 18, & 7 font 25, & 6 font 31. J'écris 1 ſous ce rang, & je retiens 3. Et enfin je dis au ſixiéme : les 3 réſervez & 8 font 11, & 7 font 18, & 9 font 27, & 6 font 33, & 7 font 40. J'écris o, & j'avance 4. Et le nombre ou la ſomme 4013500 réſout la queſtion.

| | | AUTRES EXEMPLES. | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 850700 | | | | | |
| 790900 | 4567 | 15563 | 50034 | 398765 | 22070 |
| 940800 | 7919 | 2078 | 12016 | 179648 | 120228 |
| 670600 | 3488 | 24516 | 8742 | 806937 | 147191 |
| 760500 | 6896 | 98071 | 76399 | 421618 | 1805968 |
| *ſommes* 4013500. | 22870. | 140228. | 147191. | 1806968. | 2094457. |

## *DEMONSTRATION.*

L'opération raſſemble ſucceſſivement & par ordre toutes les diverſes parties des nombres propoſez ſelon les rangs qui leur conviennent, toutes les unitez au rang des unitez, toutes les dixaines au rang des dixaines, toutes les centaines au leur, & ainſi du reſte en rejettant toûjours au rang qui ſuit immédiatement ce qui eſt propre à ſon eſpéce. Et ainſi le nombre entier qui comprend toutes ces diverſes parties, & qu'on découvre en ſuivant les régles, eſt au juſte [a] égal à tous ceux qu'on propoſe.

a. 7. 1.

| | | |
|---|---|---|
| 4567 | | |
| 7929 | | |
| 3488 | | |
| 5796 | | |
| 7685 | | |
| 35 *unitez* | | *ou* 35 |
| 33 . *dixaines* | | *ou* 330 |
| 31 . . . *centaines* | | *ou* 3100 |
| 26 . . . *mille* | | *ou* 26000 |
| 5 | | *ou* 5 |
| 6 . *dixaines* | | *ou* 60 |
| 4 . . *centaines* | | *ou* 400 |
| 9 . . . *mille* | | *ou* 9000 |
| 2 . . . . *dixain. de mille* | | *ou* 20000 |
| 29465 *ſomme* | | 29465 |

Et cela ſe peut voir même ſenſiblement dans cette expoſition nouvelle de l'éxemple qu'on propoſe ici, où l'on trouve au premier rang, 7 & 9 & 8 & 6 & 5 ou 35 unitez ; & au ſecond, 6 & 2 & 8 & 9 & 8 ou 33 dixaines ; & au troiſiéme, 5 & 9 & 4 & 7 & 6 ou 31 centaines ; & au quatriéme & dernier rang, 4 & 7 & 3 & 5 & 7 ou 26 mille. Et raſſemblant en même ſorte ces nouvelles ſommes, qui ſont toutes enſemble égales à tous les nombres qu'on propoſe, on trouve 5 unitez au premier rang ; & au ſecond 3 & 3 ou 6 dixaines ; & au troiſiéme 3 & 1 ou 4 centaines ; & au quatriéme 3 & 6 ou 9 mille ; & enfin 2 dixaines de mille ou 20 mille au cinquiéme. Et tous ces nouveaux

Digitized by Google

nombres étant écrits ou disposez par ordre & chacun en son rang, donnent la somme entiére 29465, que l'on découvre aussi, mais plus promtement, en observant les régles.

### COROLLAIRE ET PROBLEME.

Pour ne point se broüiller dans l'opération, lorsqu'on veut rassembler une grande multitude de nombres, on en fera divers partages que l'on reünira[a] chacun en une somme, & rassemblant toutes ces sommes en une seule, on aura[b] celle de tous les nombres qu'on aura proposez. Comme s'il y avoit trente nombres à ajoûter ensemble, on pourroit en faire trois partages de dix chacun; & alors rassemblant en une somme chacun des trois partages, & les trois sommes ensuitte en une seule, on auroit la somme entiére des trente nombres qu'on auroit proposez.

a. 4. b. 7. 1.

## IV COROLLAIRE ET PROBLEME IV.

### POUR LA SOUSTRACTION DES NOMBRES.

5. *POur ôter un moindre nombre d'un autre plus grand, ou pour trouver l'excez dont l'un surpasse l'autre.*

On dispose le petit sous le grand comme si c'étoit pour l'addition; les unitez sous les unitez, les dixaines sous les dixaines, les centaines sous les centaines, & ainsi du reste. Et on retranche successivement & par ordre ce qui est en chacun des rangs du petit de ce qui est au même rang du grand, ou d'une dixaine empruntée au suivant, s'il est nécessaire; & rassemblant le reste, on l'écrit au dessous, ou zéro s'il ne reste rien. Et ce qu'on trouve à la fin écrit sous les rangs est le reste ou l'excez ou la différence qu'on cherche. Les exemples éclairciront ces régles.

#### PREMIER EXMPLE.

Pour ôter 244246 de 879346. je dispose ainsi le moindre sous l'autre. J'écris 6 sous 6, & 4 sous 4 & 2 sous 3, & 4 sous 9, & 4 sous 7, & 2 sous 8. Et je dis au premier rang: 6 moins 6 ne laisse aucun reste, & j'écris rien ou o sous ce même rang. Et venant au second, je dis pareillement: 4 moins 4, le reste est encore un zéro, & j'écris encore o sous ce rang. Et au troisiéme, je dis: 3 moins 2, le reste est 1 que j'écris sous ce rang. Et au quatriéme: 9 moins 4, le reste est 5, que j'écris sous ce rang. Et au cinquiéme: 7 moins 4, le reste est 3 que j'écris sous ce rang. Et enfin au sixiéme: 8 moins 2, le reste est 6, que j'écris sous ce rang. Et le nombre 635100 est l'excez ou le reste ou la différence qu'on cherche.

| | |
|---|---|
| *De* | 879346 |
| *ôter* | 244246 |
| *Reste* | 635100 |

#### SECOND EXEMPLE.

Pour ôter 405489 de 842678. Je dispose le moindre sous l'autre comme à l'ordinaire. Et je dis au premier rang: 8 moins 9 ou ôter 9 de 8 suppose l'impossible, puisqu'un nombre plus grand ne peut pas être retranché d'un moindre. Ainsi j'emprunte 1 dixaine au second sur les 7 dixaines qui

Digitized by Google

s'y trouvent, y marquant par un point qu'elles en doivent une, ou n'en valent que 6. Et retournant au premier rang avec la dixaine empruntée, je dis : les 10 unitez empruntées moins 9 unitez, le reſte eſt 1 que j'ajoûte aux 8 unitez, ce qui fait 9 que j'écris ſous le rang des unitez. Aprés cela je dis au ſecond rang : De 7 moins 1 ou 6 ſi l'on veut ôter 8, on ſuppoſe l'impoſſible; & ainſi j'emprunte du rang qui ſuit immédiatement une dixaine de dixaines, en marquant par un point ſur 6 qu'il n'en vaut plus que 5. Et retournant au ſecond, je dis : les 10 dixaines empruntées moins 8 dixaines, le reſte eſt 2, que j'ajoûte aux 7 moins 1 ou 6 pris dans le même ſecond rang. Cela fait 8, & j'écris 8 ſous ce rang. Et au troiſiéme je dis : De 6 moins 1 ou 5 ſi l'on veut ôter 4, le reſte eſt 1 que j'écris ſous ce rang. Et au quatriéme : 2 moins 5 ſuppoſe l'impoſſible, & j'emprunte une dixaine au cinquiéme, y marquant par un point ſur 4 qu'il n'y vaut plus que 3; & je dis en retournant au quatriéme : 10 empruntez moins 5, le reſte eſt 5 qui joint à 2 fait 7 que j'écris ſous ce rang. Et au cinquiéme, je dis : . . .

| | |
|---|---|
| De 4 moins 1 ou 3 ſi l'on veut ôter 0 ou rien, le reſte eſt | *De* 841678 |
| 3 que j'écris ſous ce rang. Et au ſixiéme : 8 moins 4 vaut 4 | *ôter* 405489 |
| que j'écris ſous ce rang. Et le nombre 437189 eſt l'excez ou le reſte ou la différence qu'on cherche. | *Reſte* 437189 |

### Troisieme exemple.

Pour ôter le nombre 489326 du nombre 678000. Je diſpoſe comme à l'ordinaire le moindre ſous le plus grand. Et je dis au premier rang : 0 ou rien moins 6 ou ôter 6 de rien ſuppoſe l'impoſſible, puis qu'avec rien on ne peut pas payer 6; & ainſi j'emprunte 1 dixaine au ſecond rang, y marquant par un point que le zéro qui s'y trouve doit 1. Et je dis enſuitte au premier rang : les 10 empruntez moins 6 valent 4 que j'écris ſous le rang des unitez. Et voyant au ſecond que 0 n'a rien & qu'il doit 1, j'emprunte 1 centaine ou 10 dixaines du troiſiéme, y marquant encore par un point que zéro qui le remplit doit 1. Et je dis au ſecond : Les 10 dixaines empruntées moins 1 dixaine qui eſt dûë ſur 0, ne valent plus que 9, dont j'ôte encore les 2 dixaines écrites ſous 0, & j'écris 7 qui reſte ſous ce même rang. Et voyant de la même ſorte au troiſiéme que 0 n'a rien & qu'il doit 1, j'emprunte 1 mille ou 10 centaines du quatriéme, & marquant par un point ſur 8 qu'il n'y vaut plus que 7. Et je dis au troiſiéme : Les 10 centaines empruntées moins une qui eſt dûë ſur 0 n'en valent plus que 9, dont j'ôte les 3 écrites ſous 0, & le reſte eſt 6 que j'écris ſous ce rang des centaines. Et au quatriéme, je dis : De 8 moins 1 ou 7 ſi l'on veut ôter 9, c'eſt vouloir l'impoſſible, & ainſi j'emprunte 10 mille au cinquiéme, y marquant par un point ſur 7 qu'il n'en vaut plus que 6. Et retournant au quatriéme, je dis : Les 10 empruntées moins 9, le reſte eſt 1, que j'ajoûte à 8 moins 1 ou à 7, ce qui donne 8 que j'écris ſous le quatriéme rang. . . . .

| | |
|---|---|
| Et voyant au cinquiéme que de 7 moins 1 ou 6 on ne | *De* 678000 |
| peut ôter 8, j'emprunte du ſixiéme 10 dixaines de mille; | *ôter* 489326 |
| & je dis au cinquiéme : 10 moins 8 valent 2, & 7 moins 1 | *Reſte* 188674 |

ou 6

ou 6 font 8 que j'écris ſous ce rang. Et au ſixiéme : De 6 moins 1 ou 5 ſi l'on ôte 4, le reſte eſt 1 que j'écris ſous ce rang. Et le nombre 188674 eſt le reſte ou l'excez ou la difference qu'on cherche.

Autres exemples.

| .... | .... | ..... | . ... | . .. . | . ... . . | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| *De* 63050 | 242017 | 3498108 | 7643217 | 40192370 | 978013451 | |
| *ôter* 46671 | 155306 | 1599116 | 6932328 | 23180426 | 897115372 | |
| *Reſte* 16379 | 86711 | 1898992 | 710889 | 17009944 | 80898079 | |

## *DEMONSTRATION.*

L'opération retranche ſucceſſivement & par ordre toutes les parties du plus petit nombre de toutes les parties du plus grand, ſelon les rangs qui conviennent à ces mêmes parties, à quoi ſervent les diverſes unitez qu'empruntent les rangs les uns ſur les autres, parce que fourniſſant toûjours 10 à ceux qui les empruntent, il y a toûjours aſſez dans les rangs du plus grand pour payer ce qui eſt dans ceux du plus petit. Mais il eſt égal de retrancher ſucceſſivement toutes les parties d'un tout de toutes les parties d'un autre, ou d'ôter tout d'un coup l'un de l'autre. Et ainſi le nombre qui comprend tous les reſtes ſucceſſifs, & qu'on découvre en obſervant les régles, eſt [a] au juſte le reſte ou l'excez ou la difference qu'on cherche. [a] 2. 7. 1.

Et cela paroît ſenſiblement dans cette expoſition nouvelle de l'exemple qu'on propoſe ici ; où ſi les parties du plus grand des deux nombres ſont tellement diſtribuées & diſpoſées par ordre, en empruntant des unitez d'un rang à un autre, lorſqu'il eſt néceſſaire, que les parties du moindre puiſſent en être retranchées par ordre & chacune en ſon rang ; toutes les parties du grand ſeront 16 unitez, & 12 dixaines, & 9 centaines, & 4 mille, & 5 dixaines de mille. Et toutes celles du plus petit ſeront 8 unitez, & quatre dixaines, & 3 centaines, & 2 mille, & 4 dixaines de mille. Otant donc ſucceſſivement & par ordre les 8 unitez des 16 unitez, & les 4 dixaines des 12 dixaines, & les trois centaines des 9 centaines, & les 2 mille des 4 mille, & les 4 dixaines de mille des 5 dixaines de mille ; les reſtes ſeront 8 unitez, & 8 dixaines, & 6 centaines, & 2 mille, & 1 dixaine de mille. Et tous ces reſtes écrits de ſuitte & chacun en ſon rang forment [a] le reſte ou la différence dont le grand nombre ſurpaſſe le moindre, & que l'on trouve auſſi, mais plus promtement, en ſuivant les régles.

```
                    ...
De                  55036
ôter                42348
Reſte               12688

                    16 unitez
                    12 . dixaines
ou De               9 .. centaines
                    4 ... mille
                    5 .... dixaines de mille

                    8 unitez
                    4. dixaines
ôter                3 .. centaines
                    2 ... mille
                    4 .... dixaines de mille

                    8 unitez
                    8. dixaines
Reſte               6 .. centaines
                    2 ... mille
                    1 .... dixaine de mille

Reſte               12688
```



Digitized by Google

### *COROLLAIRE ET PROBLEME.*

Si de pluſieurs nombres on en veut retrancher un ſeul ou pluſieurs, ou ſi d'un ſeul on en veut retrancher pluſieurs. On prendra les deux ſommes, l'une de tous ceux que l'on veut ôter; & l'autre de tous ceux dont on les veut ôter: & retranchant enſuitte la moindre de l'autre, le reſte ou l'excez que l'on trouvera réſoudra la queſtion. Comme pour ôter 68386 des deux nombres enſemble 35782 & 53436, on prendra la ſomme 89218 de ces deux nombres, & ôtant alors 68386 de la ſomme, le reſte 20832 qu'on trouve en obſervant les régles, réſoût la queſtion.

*De* 35782
53436
*on de* 89218
*ôter* 68386
*Reſte* 20832

## *DE LA MULTIPLICATION DES NOMBRES.*

### Definitions.

6. SI les nombres ajoûtez enſemble ſont égaux, on peut conſidérer deux choſes; la premiere eſt l'un de ces nombres égaux, & la ſeconde celuy qui marque combien de fois au juſte il ſe trouve dans la ſomme: auquel cas la ſomme eſt nommée *le produit* des deux nombres, & les deux nombres ſont nommez *racines* ou *coſtez* du produit. Et l'addition, dont les régles ſont alors abbrégées, reçoit le nom de *multiplication*.

Comme ſi chacun des nombres égaux eſt 2, & que la ſomme doive renfermer au juſte 4 de ces nombres égaux, les nombres 2 & 4 ſont les deux racines ou les deux côtez du produit ou de la ſomme 8. Et la multiplication de 2 par 4 eſt une addition abbrégée, dans laquelle au lieu de conter 4 fois 2 ſur ſes doits, ou au lieu de l'écrire 4 fois, pour dire enſuitte: 2 & 2 font 4, & 2 font 6, & 2 font 8, on ſe contente de dire tout d'un coup: 4 fois 2 font 8.

### *COROLLAIRE.*

7. Si on multiplie deux nombres le premier par le ſecond, ou le ſecond par le premier, le produit eſt toûjours le même. Comme ſi on multiplie 4 par 2 ou 2 par 4. Car le produit ou la ſomme 8 contient autant de fois 2 qu'il y a d'unitez dans 4. Mais il y a 2 unitez dans 2; & par conſéquent 2 fois 4 unitez ou ſimplement 2 fois 4 dans tous les quatre égaux 2, 2, 2, 2, ou dans leur ſomme 8. C'eſt à dire que la ſomme 8 qui contient 2 fois autant de fois qu'il y a d'unitez dans 4, contient pareillement autant de fois 4 qu'il y a d'unitez dans 2. Ou ce qui revient au même, il eſt égal de prendre 4 fois 2 ou 2 fois 4.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1. | 2 *ou* 1 & 1 | | |
| *unité* 1. | *autre* 2 *ou* 1 & 1 | | |
| *répétée* 1. | *racine* 2 *ou* 1 & 1 | *unité* 1. | 2^de *racine* 4 *ou* 1 & 1 & 1 & 1 |
| 1. | *répétée* 2 *ou* 1 & 1 | *repetée* 1. | *répétée* 4 *ou* 1 & 1 & 1 & 1 |
| 1^ere *racine* 4. | *Produit* 8 *ou* 4 & 4. | 1^ere *racine* 2. | *Produit* 8 *ou* 2 & 2 & 2 & 2. |

Digitized by Google

DEFINITIONS.

8. On définira généralement *la Multiplication*, en disant qu'elle est l'addition ou la position d'une grandeur déterminée dans une que l'on cherche, égale à l'addition ou à la position de l'unité dans une grandeur pareillement déterminée.

9. Cette idée convient en général à toute sorte de multiplications, pourvû seulement si les grandeurs ne sont pas des nombres, qu'on prenne pour unité quelque grandeur arbitraire du même genre qu'elles, si le produit doit être encore du même genre. Comme si l'on veut multiplier une longueur A par une longueur B, & que la longueur I d'un pied soit prise pour unité, le produit C des longueurs A & B sera une certaine longueur qui contiendra au juste autant de fois ou de la même sorte la longueur A ou B que l'autre B ou A contiendra la longueur ou l'unité déterminée I. *Fig.* 27.

## *V COROLLAIRE ET PROBLEME V.*

10. *Pour multiplier l'un par l'autre deux des neuf premiers nombres.*

On cherche l'un au rang AB & l'autre au rang AC dans la première table, & considérant la cellule qui répond à ces deux, on y trouve le produit ou le nombre qu'on cherche. 1ere *Table.*

Pour sçavoir par exemple combien font 6 fois 7, on prend au rang AB la cellule 6, & l'autre 7 dans l'autre rang AC; ou 7 au rang AB, & 6 au rang AC: & considérant la cellule qui répond au juste à ces deux, on y trouve 42 qui vaut 6 fois 7, ou 7 fois 6. On trouve en même sorte que 9 fois 7, ou 7 fois 9 font 63; & que 8 fois 8 font 64; & que 8 fois 9 font 72.

La raison de cela est qu'en formant la table, on applique immédiatement à chaque cellule du rang AB celle qui la contient 2 fois, comme 2 à 1, & 4 à 2, & 6 à 3, & 8 à 4, &c. Ce qui forme un second rang. Et faisant répondre de la même sorte à chaque cellule du rang AB celle qui la contient 3 fois, comme 3 à 1, & 6 à 2, & 9 à 3, & 12 à 4, &c. On forme un nouveau rang. Et on en formera de la même sorte un quatriéme, & ensuite un cinquiéme, & aprés celuy-ci un sixiéme, dont chaque cellule contiendra 4 fois, ou 5 fois, ou 6 fois, celle du rang à AB qui luy répond, & ainsi du reste. Mais les premiéres cellules de ces divers rangs comprennent successivement l'unité, la premiere 1 fois, la seconde 2 fois, la troisiéme 3 fois, &c. Et toutes les secondes comprennent successivement 2 de la même sorte, & pareillement toutes les troisiémes 3, & les quatriémes 4, & ainsi du reste. D'où il est visible que le rang AC qui comprend les premiéres est entiérement le même que le rang AB, & le second rang appliqué au premier AC le même que le second qui est appliqué au premier AB, & pareillement le troisiéme qui répond au premier AC est le même que le troisiéme qui répond au premier AB, & ainsi du reste, mêmes jusques à l'infini, si l'on vouloit infiniment continuer la table. De sorte que si deux nombres sont pris l'un au rang AB & l'autre au rang AC, celuy qui répond à chacun est le produit des deux.



Digitized by Google

*COROLLAIRE.*

11. Et la formation de la même table continuée ſi l'on veut juſques à l'infini, peut fournir une nouvelle preuve [a] ſemblable à la premiére; que ſi on
a. 7. multiplie deux nombres l'un par l'autre, comme les deux nombres 2 & 4, le produit du premier 2 par le ſecond 4 ou du ſecond 4 par le premier 2 ſera toûjours le même. Car la cellule ou le nombre 2 du premier rang AB eſt 4 fois au juſte dans la ſeconde 8, qui luy répond au quatriéme rang. Et la cellule ou le nombre 4 du premier rang AB eſt au juſte 2 fois dans la quatriéme 8, qui luy répond auſſi au ſecond rang.

## VI COROLLAIRE ET PROBLEME VI.

12. *Pour multiplier deux nombres l'un par l'autre, ou pour trouver le produit de deux nombres.*

On les écrit ou diſpoſe au juſte l'un ſous l'autre ordinairement le petit ſous le grand, & en telle ſorte que les unitez répondent aux unitez, les dixaines aux dixaines, les centaines aux centaines, & ainſi du reſte. Et on multi-
a. 10. plie [a] ſucceſſivement & par ordre chaque chiffre de l'un par le premier des chiffres de l'autre, & enſuitte par le ſecond, & aprés cela par le troiſiéme, &c. Et on écrit ſous chaque rang ce qui luy appartient, comme dans l'addition. Et on raſſemble enfin en une ſomme tous les produits particuliers qu'on a découverts. Et cette ſomme eſt le produit des nombres propoſez. Les exemples éclairciront ces régles.

### PREMIER EXEMPLE.

Pour multiplier 840 par 26, ou pour ſçavoir combien font 26 fois 840. Je diſpoſe 26 ſous 840. Et tirant une petite ligne, je commence par 6 qui ſe trouve au premier rang, & je dis pour le premier rang de 840 où ſe trouve un zéro : 6 fois 0, le produit eſt nul ou 0, & j'écris 0 ſous le rang des unitez; & venant au ſecond rang où eſt 4, je dis : 6 fois 4 dixaines font 24 dixaines, & j'écris 4 ſous le rang des dixaines, & je reſerve 2 pour celuy des centaines; Et venant à ce rang, je dis : 6 fois 8 font 48, & les 2 que j'avois reſervé font 50; j'écris donc 0 ſous ce rang, & j'avance 5 ſous le quatriéme. Aprés cela je multiplie 840 par les 2 dixaines de 26, en diſant : 2 dixaines de fois 0 font 0 que j'écris ſous le rang des dixaines; & 2 fois 4, ou 2 dixaines de fois 4 dixaines font 8 centaines, & j'écris 8 ſous le rang des centaines; & 2 fois 8 font 16, ou 2 dixaines de fois 8 centaines font 16 mille; j'écris donc 6 ſous le quatriéme rang, & j'avance 1 ſous le cinquiéme. Et raſſemblant alors les deux produits 5040 & 16800, leur ſomme 21840 eſt le produit des nombres 840 & 26, ou marque combien valent 26 fois 840.

| | |
|---|---|
| *Multiplier* | 840 |
| *par* | 26 |
| | 5040 |
| | 1680. |
| *Produit* | 21840 |

### SECOND EXEMPLE.

Pour ſçavoir combien valent 15 fois 400. Je diſpoſe 15 ſous 400, ou 400 ſous 15, ſi c'eſt le plus commode; & en ſorte que 0 du rang des uni-

Digitized by Google

tez soit sous 5, & l'autre 0 du rang des dixaines sous 1. Et tirant une ligne, je dis au premier rang: 0 multiplié par 5 & mesme par 15 ou 15 fois 0, le produit est nul ou 0; & j'écris 0 sous le rang des unitez. Et venant au second rang, je dis encore: 0 par 15 ou 15 fois 0 le produit est 0, que j'écris sous le rang des dixaines. Et venant au troisiéme, je dis: 4 fois 5 font 20, j'écris 0 sous 4 & je reserve 2. Et enfin je dis encore: quatre fois 1 font 4 & les 2 réservez font 6, & j'écris 6 sous le rang des mille. Et le nombre 6000 est le produit des deux que l'on propose, ou vaut au juste 15 fois 400, ou 400 fois 15.

*Multiplier* 15
*par* 400
*Produit* 6000

### Troisieme exemple.

Pour multiplier 3436 par 279. J'écris comme à l'ordinaire le petit sous le grand; & tirant une ligne, je commence par 9, & je dis au premier rang: 9 fois 6 font 54, j'écris 4 & je réserve 5. Et au second: 9 fois 3 font 27, & les 5 réservez font 32, j'écris 2 & je réserve 3. Et au troisiéme: 9 fois 4 font 36, & les trois réservez font 39; j'écris 9 & je réserve encore 3. Et au quatriéme: 9 fois 3 font 27 & les 3 réservez font 30; j'écris 0 & j'avance 3. Aprés cela venant aux 7 dixaines, je dis au premier rang: 7 fois 6 font 42, & j'écris 2 sous 7, & je réserve 4. Et au second: 7 fois 3 font 21, & 4 réservez font 25; j'écris 5 & je réserve 2. Et au troisiéme: 7 fois 4 font 28, & les 2 réservez font 30; j'écris 0 & je réserve 3. Et au quatriéme: 7 fois 3 font 21, & les 3 réservez font 24; j'écris 4 & j'avance 2. Et pareillement pour les 2 centaines, je dis au premier rang: 2 fois 6 font 12, j'écris 2 sous les 2 centaines, & je réserve 1. Et au second: 2 fois 3 font 6 & 1 réservé font 7 que j'écris. Et au troisiéme: 2 fois 4 font 8, & j'écris 8. Et au quatriéme: 2 fois 3 font 6 que j'avance. Et rassemblant alors ces trois produits, leur somme ou le nombre 958644 est le produit des deux que l'on a proposez.

*Multiplier* 3436
*par* 279
30924
24052.
6872..
*Produit* 958644

### Quatrieme exemple.

Supposant 253 12500 personnes vivantes dans la France, & 400 fois autant dans tout le monde, & la terre toûjours également peuplée, & renouvellée de 15 en 15 années, & la fin des siécles aprés 400 renouvellemens; on demande le nombre des personnes qui comparoîtroient alors au jugement. Pour résoudre la question, je dispose 400 sous 253 12500 comme aux éxemples précédens. Et considérant 0 qui est au rang des unitez, je dis: 0 multiplié par 0 & même par le nombre entier Z ne peut rien donner au produit, & j'écris 0 sous le rang des unitez. Et considérant encore 0 qui est au second rang, je dis encore 0 par 0 ou par le nombre Z, le produit est 0, que j'écris sous 0 du second rang. Et ensuitte considérant 4 qui est au rang des centaines, je dis au premier rang: 4 fois 0 le produit est 0, & j'écris 0 sous 4 au troisiéme rang. Et au second: 4 fois 0, le produit est 0 que j'écris au quatriéme. & au troisiéme: 4 fois 5 font 20, j'écris 0 & je réserve 2. Et

Voyez la page suivante.



Digitized by Google

au quatriéme : 4 fois 2 font 8, & 2 réservez font 10, j'écris 0 & je reserve 1. Et au cinquiéme : 4 fois 1 font 4 & 1 réservé font 5, & j'écris 5. Et au sixiéme : 4 fois 3 font 12, j'écris 2 & je réserve 1. Et au septiéme : 4 fois 5 font 20 & 1 font 21 ; j'écris 1 & je réserve 2. Et au huitiéme : 4 fois 2 font 8, & 2 font 10 ; j'écris 0 & j'avance 1. De sorte que selon deux des suppositions, il y auroit au monde jusques à dix milliars & cent ving-cinq millions de personnes vivantes. Et ce nombre étant pris 400 fois selon les mêmes régles, à cause des 400 renouvellemens, il y auroit selon toutes les suppositions jusques à 4 mille & cinquante milliars de personnes au pied du Thrône souverain de nôtre Sauveur.

*Personnes en France* Z 25312500
*par* 400
*Personnes en tout le monde* 10125000000
*Renouvellemens* 400
*Personnes à la fin du monde* 4050000000000

CINQUIEME EXEMPLE.

Salomon receut du Roy son Pere pour bâtir le Temple jusques à 103000 talens d'or & 1007000 talens d'argent, & des Grands de l'Etat jusques à 5000 talens d'or & 10000 soûs d'or & 10000 talens d'argent, 18000 de cuivre, & 100000 de fer. Chaque talent d'or vaudroit environ 54000 liv. de la monnoie de France, celuy d'argent environ 4500, & le soû d'or à peu prés 6 liv. le talent d'airain ou de cuivre 57 liv. & celuy de fer 7. On demande le prix de toutes les masses différentes de ces divers métaux. Chaque espéce étant multipliée par son prix, & les produits réduits en une somme, on trouve que ces diverses masses valoient environ jusques à 10410286000 livres. Ce qui monte si haut, qu'on ne lit point qu'aucun thrésor en ait jamais approché. Et ce qu'Alexandre trouva dans tous ceux de Darius n'en égaleroit pas la quatorziéme partie. Car il ne trouva d'argent qu'environ 3100 talens attiques dans Damas, 4000 dans Arbelle en Assyrie, 50000 à Suse avec 9000 d'or, 120000 à Persépolis, 6000 à Pasagarde, & 26000 au dernier camp de Darius, & environ 8000 que les Gardes dérobérent. Ce qui ne fait en tout que 217100 talens d'argent attiques, & 9000 d'or. Mais le prix du talent attique en argent est environ de 2250 livres, & celuy d'or de 27000 livres.

| 108000 *talens d'or* | 1017000 *d'argent* | 18000 *de cuivre* |
|---|---|---|
| *à* 54000 *livres chacun* | *à* 4500 *livres chacun* | *à* 57 *liv. chacun* |
| 432000000 *livres* | 508500000 | 126000 |
| 540000.... | 4068000... | 90000. |
| 5832000000 *livres* | 4576500000 *livres* | 1026000 *livres* |
| | | 60000 *livres* |
| 10000 *soûs d'or* | 100000 *talens de fer* | 700000 *livres* |
| *à* 6 *livres chacun* | *à* 7 *livres* | 4576500000 *livres* |
| 60000 *livres* | 700000 *livres* | 5832000000 *livres* |

*Prix entier des métaux que receut Salomon* 10410286000 *livres*
*moins* 14 *fois ce qu'Alexandre pilla sur Darius* 10240650000 *livres*
*Il reste encore* 1696636000 *livres*

Digitized by Google

De sorte que tous ces divers thrésors ne vaudroient environ que 7314750000 livres. Et 14 fois ce prix monteroit seulement à 102406500000 livres, ce qui n'arrive pas au prix des richesses que receut Salomon, quoiqu'on n'y conte pas d'autres talens sans nombre de cuivre & de fer que la grandeur du poids ne permettoit pas de conter, ni toutes les perles, & les pierreries que les Grands & le peuple apportérent en foule, ni la prodigieuse quantité des marbres les plus beaux & des pierres rares, des cédres & des bois, de l'écarlate, de la pourpre, du lin, des parfums, & de diverses choses que David avoit préparées & que la pieté des peuples consacra au service ou à la construction & à la décoration du Temple.

Autres exemples.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| *Multiplier* | 4598796 | 95986477 | 59986787 | 7869543 |
| | *par* 596 | *par* 879 | *par* 968 | *par* 689 |
| | 27592776 | 863878293 | 479894296 | 70825887 |
| | 41389164. | 671905339. | 359920722. | 62956344. |
| | 22993980.. | 767891816.. | 539881083.. | 47217258.. |
| *Produit* | 2740882416 | 84372113283 | 58067209816 | 5422115127 |

## *DEMONSTRATION.*

L'opération rassemble successivement & par ordre autant de fois chaque partie de l'un des deux nombres qu'il y a d'unitez dans l'autre, puisque chaque chiffre d'une part est multiplié dans son rang par chaque chiffre de l'autre pris aussi dans son rang. Mais deux nombres étant proposez, il est égal de prendre successivement & par ordre toutes les parties de l'un autant de fois qu'il y a d'unitez dans toutes les parties de l'autre [a], ou de prendre tout d'un coup l'un autant de fois qu'il y a d'unitez dans l'autre. Et ainsi la somme qui contient tous les divers produits trouvez successivement & par ordre, & qui est enfin découverte en observant les régles est nécessairement le produit des deux que l'on propose. [a] 7. 1.

Et cela même paroît sensiblement dans cette exposition nouvelle de l'éxemple qu'on propose ici, où multipliant successivement & par ordre chaque chiffre du nombre 3456 premiérement par 9, on prend 9 fois 6 ou 54 unitez; & 9 fois 5 dixaines ou 45 dixaines; & 9 fois 4 centaines ou 36 centaines; & 9 fois 3 mille ou 27 mille. Et multipliant aussi successivement & par ordre chaque chiffre du nombre 3456 par les 7 dixaines ou par 70, on prend 7 dixaines de fois 6, ou 42 dixaines; & 7 dixaines de fois 5 dixaines. ou 70 fois 50 ou 35 centaines; & 7 dixaines de fois 4 centaines ou 70 fois 400 ou 28 mille; & 7 dixaines de fois 3000, ou 70 fois 3000 ou 21 dixaines de mille. Et multipliant encore successivement & par ordre chaque chiffre de 3456 par les 2 centaines, on prend 2 cent fois 6, ou 12 centaines; & 200 fois 5 dixaines, ou 100 fois 100 ou 10 mille; & 200 fois 400 ou 8 dixaines de mille; & 2 cent fois 3 mille, ou 6 centaines de mille. Et rassemblant tous ces divers nombres en un seul, ou prenant les trois sommes, 31104 qui vaut 9 fois 3456; & 241920 qui le vaut 70 fois; & 691200 qui le vaut 200 fois; & Voyez la page suivante.

Digitized by Google

raſſemblant toutes les trois en une, le nombre entier 964224 contient au juſte 279 fois 3456 ou 3456 fois 279.

3456 *pris*
279 *fois*

| | | | |
|---|---|---|---|
| 54 *unitez* | | 54 | |
| 45 . *dixaines* | *ou* | 450 | 31104 |
| 36 .. *centaines* | | 3600 | |
| 27 ... *mille* | | 27000 | |
| 42 . *dixaines* | | 420 | |
| 35 .. *centaines* | *ou* | 3500 | 241920 |
| 28 ... *mille* | | 28000 | |
| 21 .... *dixaines de mille* | | 210000 | |
| 12 .. *centaines* | | 1200 | |
| 10 ... *mille* | *ou* | 10000 | 691200 |
| 8 .... *dixaines de mille* | | 80000 | |
| 6 ..... *centaines de mille* | | 600000 | |
| 964224 | *Produit* | 964224 | 964224 |

## COROLLAIRE VII.

13. *Le produit de deux nombres a dans ſes derniers rangs le produit de l'un des deux par le chiffre de l'autre qui eſt au dernier rang; plus dans ceux qui avancent d'un rang le produit du même nombre par le chiffre de l'autre qui avance pareillement d'un rang, plus dans ceux qui avancent encore d'un nouveau rang le produit du même nombre par le chiffre de l'autre qui avance auſſi d'un nouveau rang, & ainſi du reſte.*

Le produit par exemple des nombres B & C a dans ſon troiſiéme rang & a. 12. dans ceux qui le ſuivent ou aux quatre derniers [a] un produit 6912 du nombre B par 2, & au ſecond & dans ceux qui le ſuivent ou aux cinq derniers [a] un produit 24192 du nombre B par 7, & au premier & dans ceux qui le ſuivent [a] un produit 31104 du nombre B par 3. Et le même produit 964224 a auſſi dans ſon quatriéme rang & dans ceux qui le ſuivent ou aux trois derniers [a] un produit 837 du nombre C par 3, & au troiſiéme & dans ceux qui le ſuivent ou aux quatre [a] derniers un produit 1116 du nombre C par 4, & au ſecond & dans ceux qui le ſuivent [a] un produit 1395 du nombre C par 5, & au premier & dans ceux qui le ſuivent [a] un produit 1674 du nombre C par 6.

| | | *Multiplier* C 279 |
|---|---|---|
| *Mult.* B 3456 | | *par* B 3456 |
| *par* C 279 | | 1674 |
| 31104 | | 1395 . |
| 24192 . | | 1116 .. |
| 6912 .. | | 837 ... |
| *Produit* 964224 | | *Produit* 964224 |

DE

Digitized by Google

## DE LA DIVISION DES NOMBRES.

### Definitions.

14. Les deux racines ou les deux côtez d'un produit en ſont auſſi nommez *diviſeurs*. Et ſi une ſeule de ces deux racines eſt connuë & qu'on cherche l'autre, on dira que la connuë eſt le diviſeur du produit, & l'autre ou l'inconnuë recevra le nom d'*expoſant*, parce qu'elle expoſe combien de fois ou de quelle ſorte le diviſeur eſt dans le produit; comme 4 qui expoſe que le diviſeur 2 eſt 4 fois au juſte dans 8. Et 2 qui expoſe auſſi que 4 eſt au juſte 2 fois dans 8.

On nomme *diviſion* la ſouſtraction abbrégée qui cherche & trouve l'expoſant. Et pour la définir, ou pour en donner une idée qui ſoit juſte, on dira que *la diviſion* eſt l'addition ou la poſition de l'unité dans une grandeur qu'on cherche, égale à l'addition ou à la poſition d'une grandeur connuë ou déterminée dans une grandeur pareillement connuë.

| 2 | 1 | | |
|---|---|---|---|
| *Diviſeur* 2 | *unité* 1 | *Diviſeur* 4 | *unité* 1 |
| *répété* 2 | *répétée* 1 | *répété* 4 | *répétée* 1 |
| 2 | 1 | *Produit* 8. | *Expoſant* 2 |

*Produit* 8. *Expoſant* 4

15. Et cette idée convient en général à toutes ſortes de diviſions, pourvû ſeulement (ſi les grandeurs ne ſont pas des nombres) qu'on prenne pour unité quelque grandeur arbitraire de même genre qu'elles, lorſqu'on veut un expoſant de leur même genre. Comme s'il faut diviſer une longueur C par une longueur B, & que la longueur I d'un pied ſoit priſe pour unité, l'expoſant de la diviſion ſera une certaine longueur A qui contiendra autant de fois ou de la même ſorte la longueur ou l'unité déterminée I, que la longueur C contient la longueur B. Ou ſi on le veut encore, l'expoſant de la diviſion ſera un certain nombre *e*, qui contiendra 1 autant de fois au juſte ou de la même ſorte que la longueur C contient l'autre B. *Fig.* 27.

### *VIII COROLLAIRE ET PROBLEME VII.*

*16. Pour diviſer un nombre par un autre, ou pour trouver l'expoſant, lorſque le diviſeur ne ſurpaſſe point 9 ni le produit 89, & que l'expoſant ne doit avoir qu'un chiffre.*

On prend le diviſeur dans l'une des cellules du rang AB ou du rang AC, & dans une de celles qui répondent à la même cellule le produit, ou le nombre qui en approche plus ſans le ſurpaſſer, s'il n'y eſt pas au juſte. Et cherchant la cellule qui répond à celle-ci dans l'autre rang AC ou AB, on y trouve l'expoſant qu'on cherche, ou le nombre entier qui en approche plus, ſi le produit n'eſt pas au juſte dans l'autre cellule. Tout cela[a] n'eſt qu'une ſuitte naturelle de la formation de la table même. 1ere *Table.* a. 10.

Ainſi pour trouver l'expoſant de 42 à 6, ou pour ſçavoir combien 6 eſt

de fois dans 42, je prens 6 au rang AB & sous 6 dans le rang qui luy répond la cellule ou le nombre 42; & la cellule 7 qui répond à 42 dans le rang AC, est l'exposant de 42 à 6, ou marque que 6 est au juste 7 fois dans 42. Et pour diviser 68 par 9, je prens 9 au rang AB & sous 9 dans le rang qui luy répond la cellule ou le nombre 63 qui approche plus de 68; & la cellule 7 qui répond à 63 dans le rang AC, expose que 9 est au juste 7 fois dans 63, ou 7 fois dans 68 avec un reste 5. Et je trouve de la même sorte que 8 est au juste 9 fois dans 72. Et que 7 est 8 fois dans 59, avec un reste 3. Et que 8 est au juste 8 fois dans 64. Et que 9 est 9 fois dans 89 avec un reste 8.

## IX COROLLAIRE ET PROBLEME VIII.

17. *Pour diviser un nombre par un autre, ou pour trouver l'exposant du plus grand au moindre, ou pour sçavoir combien de fois le moindre est dans le plus grand.*

Ayant écrit le moindre sous un demi-cercle à côté du grand, on marque autant de points sous les derniers rangs du plus grand, que son diviseur a de chiffres, en sorte néanmoins que le diviseur n'excéde pas ce qui est dans ces
a. 16. rangs; & on cherche combien [a] le dernier chiffre du diviseur est de fois dans
b. 10. le rang où est le dernier point, & dans ceux qui le suivent, & on [b] multi-
c. 5. plie le diviseur par l'exposant, ou par le nombre entier qu'on trouve & qui n'a qu'un chiffre: Et si le produit surpasse ce qui est dans les rangs sous qui sont les points, on [b] écrit un nouveau produit du diviseur par l'exposant diminué de l'unité; ou de 2 unitez, si celuy-ci est encore trop grand; & ainsi de suitte jusques à ce qu'on en trouve un qui ne soit point trop grand. Et on écrit alors au demi-cercle l'exposant ou le nombre qui a enfin servi, & [c] on ôte le produit du diviseur par ce même exposant, de ce qui est écrit dans les rangs sous qui sont les points.

On joint ensuitte au reste le chiffre du produit qui avance d'un rang en le disposant en son même rang, & marquant de nouveau sous ce rang & sous ceux du reste qui le suivent autant de points qu'il y a de chiffres au diviseur, on opére comme auparavant; & on écrit aussi au demi-cercle dans un rang plus à droite l'exposant ou le chiffre nouveau qu'on trouve.

On joint encore de la même sorte au nouveau reste & dans son rang le chiffre du produit qui avance encore d'un rang, & on opére encore comme auparavant. Et réïterant toûjours la même chose jusques à ce que les points ayent parcouru tous les rangs du produit, ce qu'on trouve enfin écrit au demi-cercle est l'exposant qu'on cherche. Les exemples éclairciront ces régles.

### Premier exemple.

Pour sçavoir combien de fois 34 est dans 8670. Je dispose le diviseur 34 sous le demi-cercle à côté du produit 8670, & marquant deux points sous 86 pour y représenter les chiffres 3 & 4, je dis: 3 est 2 fois dans 8 sous qui est le point qui représente 3; & j'écris l'exposant 2 sous le diviseur, & plus bas sous une petite ligne 2 fois 34, ou le produit 68 du diviseur par 2. Et comme ce produit qui vaut 2 fois 34, ne surpasse point 86 sous qui sont

Digitized by Google

les deux points, 34 est 2 fois dans 86. Ainsi j'écris l'exposant 2, qui n'est point trop grand, dans le demi-cercle; & j'ôte le produit 68 ou 2 fois 34 de 86. Et le reste est 18.

J'efface ensuitte 7 qui est au second rang ou qui est plus avancé d'un rang que 86, & je l'écris sous luy-même & dans son même rang à la droite du reste 18; & marquant les deux points l'un sous 7 & l'autre sous 8 ou sous 18, (chaque point étant considéré non seulement sous le rang qui luy répond, mais aussi sous ceux qui le suivent ou qui sont à sa gauche) je dis: 3 est 6 fois dans 18 sous qui est le dernier des deux points, où celuy qui représente 3; & j'écris l'exposant 6 sous le diviseur 34, & plus bas le produit 204 de 34 par 6. Et comme ce produit qui vaut 6 fois 34 surpasse 187 sous qui sont les deux points, 34 n'est pas 6 fois dans 187; & ainsi je suppose qu'il y est seulement 5 fois, & prenant 6 moins 1 ou 5 au lieu de l'exposant 6 que je trouve trop grand, je l'écris sous 34, & leur produit 170 sous 5. Et comme ce produit qui vaut 5 fois 34 ne surpasse point 187 sous qui sont les points, 34 est 5 fois dans 187. Et ainsi j'écris l'exposant 5 au demi-cercle dans un rang plus à droite, & j'ôte 170 ou 5 fois 34 de 187.

Aprés cela j'efface encore le caractere 0 qui est écrit dans le premier rang, ou qui est plus avancé d'un rang que 867, & je l'écris sous luy-même & dans son même rang à la droite du reste 17; & marquant les deux points l'un sous 0 & l'autre sous 7 ou sous 17, je dis: 3 est 5 fois dans 17 sous qui est le point qui représente 3; & comme j'ay déja écrit 5 sous 34, & leur produit 170 qui vaut 5 fois 34, je considére seulement ce produit, & voyant qu'il ne surpasse point 170 sous qui sont les deux points, je suis assûré que 34 est 5 fois dans 170 sous qui sont ces mêmes points. Et ainsi j'écris l'exposant 5 au demi cercle dans un rang plus à droite; & j'ôte le produit 170 des 170 sous qui sont les points. Et comme il ne reste rien & que les points ont parcouru tous les rangs du produit, il n'y a plus rien à faire, & je trouve au demi cercle que 34 est au juste 255 fois dans 8670.

| *Nombre à diviser* | *Exposant* |
|---|---|
| *ou produit* 8 6 7 0 | ( 255 |
| *ôter* 6 8 | *Diviseur* 34 |
| *Reste* 1 8 \| 7 | *par* 2 |
| *ôter* 1 7 0 | *par* 6 |
| *Reste* 1 7 \| 0 | *par* 5 |
| *ôter* 1 7 0 | |
| *Reste* 0 0 0 | |

SECOND EXEMPLE.

Pour diviser 2141920 par 352. J'écris 352 sous le demi-cercle, & voyant qu'il surpasse 214 écrit aux trois derniers des rangs de 2141920, j'avance les trois points d'un rang, les écrivant sous 141 ou sous 2141 pour y représenter les chiffres du diviseur 352. Et je dis: 3 est 7 fois dans 21 sous qui est le point qui représente 3, & j'écris 7 sous le diviseur 352, & plus bas leur produit 2464. Et comme ce produit, qui vaut 7 fois 352, surpasse 2141 sous qui sont les trois points, je prens seulement 7 moins 1 ou 6 pour exposant, & l'écrivant sous 352, & plus bas leur produit 2112; *Voyez la page suivante.*

je voi que ce produit qui vaut 6 fois 352, ne surpasse point 2141 sous qui sont les points, & ainsi j'écris au demi-cercle l'exposant 6, & j'ôte 2112 de 2141.

J'efface ensuitte 9 qui est plus avancé d'un rang que 2141, & je l'écris dans son rang à la droite du reste 29; & marquant les trois points sous 299, c'est à dire le premier sous 9 ajoûté, & les deux autres sous les rangs qui le suivent, je dis: 3 n'est aucune fois dans 2, sous qui est le point qui le représente, l'exposant ne seroit donc trop grand, & ainsi je prens pour exposant 1 moins 1 ou 0. Et comme le produit de 352 par 0 est 0, qui ne surpasse pas 299 sous qui sont les points, j'écris au demi-cercle l'exposant 0 dans un rang plus à droite; & je retranche le produit 0 ou rien de 299, ce qui laisse le reste entier 299.

J'efface en même sorte le chiffre 2 écrit au second rang, ou qui est plus avancé d'un rang que 21419, & je l'écris en son rang à la droite du reste 299; & marquant le premier point sous 2, & les deux autres sous les rangs qui suivent, je dis: 3 est 9 fois dans 29 sous qui est le point qui représente 3, & j'écris 9 sous 352, & plus bas leur produit 3168 qui surpasse 2992, ce qui m'oblige à prendre 9 moins 1 ou 8 pour exposant. J'écris donc 8 sous 352, & plus bas leur produit 2816 qui n'est point trop grand. Ainsi j'écris au demi-cercle l'exposant 8 dans un rang plus à droite, & j'ôte le produit 2816 de 2992, & le reste est 176.

J'efface enfin 0 qui est au premier rang, & je l'écris en son rang à la droite du reste 176; & marquant le premier point sous 0, & les deux autres ensuitte, je dis: 3 est 5 fois dans 17, & j'écris 5 sous 352, & plus bas leur produit 1760 qui n'est point trop grand. J'écris donc 5 au demi-cercle dans un rang plus à droite, & je retranche le produit 1760 de 1760 sous qui sont les points. Il ne reste rien, & les points ont parcouru tous les rangs: Et par conséquent le nombre 6085 écrit au demi-cercle est l'exposant que je cherchois, ou m'exposé combien de fois au juste 352 est dans 2141920.

| *Nombre à diviser ou produit* 21419 2 ♃ | *Exposant* (6085 |
|---|---|
| ôter 2112 | *Diviseur* 352 |
| *Reste* 299 | *par* 7 |
| ôter 000 | 2464 |
| *Reste* 2992 | *par* 6 |
| ôter 2816 | 2112 |
| *Reste* 176 0 | *par* 9 |
| ôter 1760 | 3168 |
| *Reste* 0000 | *par* 8 |
| | 2816 |
| | *par* 5 |
| | 1760 |

TROISIEME EXEMPLE.

Pour trouver l'exposant de 9342458 à 194. J'écris le diviseur sous le demi-cercle, & marquant les trois points sous 934, je dis: 1 est 9 fois dans 9, & j'écris 9 sous 194, & plus bas leur produit 1746 qui surpasse 934. J'écris donc 9 moins 1 ou 8 sous 194, & plus bas leur produit 1552 qui est encore trop grand. C'est pourquoy j'écris encore 8 moins 1 ou 7 sous 194, & plus bas leur produit 1358 qui est aussi trop grand. J'écris donc de nouveau 7 moins 1 ou 6 sous 194, & plus bas leur produit 1164 qui est pareil-

Digitized by Google

lement trop grand. Ainſi j'écris ſeulement 5, & plus bas le produit 970 de 194 par 5, ce qui eſt encore trop grand. J'écris donc 4 ſous 194, & plus bas leur produit 776 qui n'eſt point trop grand. Ainſi j'écris l'expoſant 4 au demi-cercle, & j'ôte le produit 776 de 934.

J'efface enſuitte 2, & je l'écris en ſon même rang à la droite du reſte 158; & marquant le premier point ſous 2 & les deux autres enſuitte, je dis: 1 eſt 15 fois dans 15, mais parce que l'expoſant ne peut avoir qu'un chiffre, je prens ſeulement 9. Et le conſidérant déja écrit ſous 194, & plus bas leur produit 1746 qui ſurpaſſe 1582; je ne prens que 8, & le conſidérant auſſi déja écrit ſous 194, & plus bas leur produit 1552, qui n'eſt point trop grand, j'écris 8 au demi-cercle dans un rang plus à droite, & j'ôte 1552. de 1582.

J'efface en même ſorte 4, & je l'écris à la droite du reſte 30; & marquant le premier point ſous 4 & les deux autres enſuitte, je dis: 1 eſt 3 fois dans 3, & jugeant aiſément que 3 eſt trop grand, j'écris ſeulement 2 ſous 194 & plus bas leur produit 388 qui eſt encore trop grand. J'ôte donc 1 de 2, & conſidérant 1 qui reſte & ſon produit par 194 qui eſt le nombre même 194, je voi qu'il n'eſt point trop grand; & ainſi j'écris 1 au demi-cercle dans un rang plus à droite, & j'ôte le produit 194 ou 1 fois 194 de 304.

J'efface enſuitte 5, & je l'écris à la droite du reſte 110; & marquant le premier point ſous 5 & les autres enſuitte, je dis: 1 doit être pris dans 11 tout au plus 9 fois. Et conſidérant déja 9 écrit ſous 194, & plus bas leur produit 1746 qui eſt de beaucoup trop grand; je prens ſeulement 8, & le conſidérant encore écrit ſous 194, & plus bas leur produit 1552 qui eſt auſſi trop grand; je ne prens que 7, & le conſidérant auſſi ſous 194, & plus bas leur produit 1358 qui eſt pareillement trop grand; je prens 6, & le conſidérant à ſon tour ſous 194, & plus bas leur produit 1164 qui eſt trop grand; je prens 5, & le conſidérant encore ſous 194, & plus bas leur produit 970 qui n'eſt point trop grand; j'écris 5 au demi-cercle dans un rang plus à droite, & j'ôte 970 de 1105.

Enfin j'efface 8, & je l'écris à la droite du reſte 135, & je dis: 1 ne peut être pris plus de 9 fois dans 13. Et

*Nombre à diuiſer ou produit* 9 3 4 ✕ ✕ 5 8 ... *ôter* 7 7 6 *Reſte* 1 5 8 | 2 ... *ôter* 1 5 5 2 *Reſte* 3 0 | 4 ... *ôter* 1 9 4 *Reſte* 1 1 0 | 5 ... *ôter* 9 7 0 *Reſte* 1 3 5 | 8 ... *ôter* 1 3 5 8 *Reſte* 0 0 0 0

*Expoſant* ( 48157

*Diviſeur* 194

*par* 9 — 1746

*par* 8 — 1552

*par* 7 — 1358

6 — 1164

5 — 970

4 — 776

2 — 388

1 — 194



Digitized by Google

considérant que le produit 1746 de 194 par 9 est trop grand, & son produit 1552 par 8 encore trop grand, & que son produit 1358 par 7 n'est point trop grand, j'écris 7 au demi-cercle dans un rang plus à droite, & j'ôte le produit 1358 de 1358 sous qui sont les points. Et comme il ne reste rien & que tout est fini, le nombre 48157 écrit au demi-cercle est l'exposant de 9342458 à 194, ou marque combien de fois au juste 194 est dans 9342458.

QUATRIEME EXEMPLE.

Pour diviser 73394475 par 179. J'écris sous le demi-cercle le diviseur 179, & les trois points sous 733; & je dis: 1 est 7 fois dans 7 sous qui est le point qui représente 1, & j'écris 7 sous 179, & plus bas leur produit 1253 qui surpasse 733; ce qui m'oblige à n'écrire que 6 sous 179, & plus bas leur produit 1074 qui est encore trop grand. J'écris donc 5 sous 179, & plus bas leur produit 895 qui est encore trop grand. Je n'écris donc que 4 sous 179, & plus bas leur produit 716 qui n'est point trop grand. Et ainsi j'écris 4 au demi-cercle, & j'ôte 716 de 733.

J'efface ensuitte 9, & je l'écris à la droite du reste 17; & marquant le premier point sous 9 & les deux autres ensuitte, je dis: 1 est 1 fois dans 1. Et comme 1 fois 179 n'est point trop grand, j'écris 1 au demi-cercle dans un rang plus à droite; & j'ôte une fois 179 de 179.

J'efface alors 4, & je l'écris à la droite du reste 0; & marquant un point sous 4 & les deux autres ensuitte, je dis: 1 n'est aucune fois dans 0, & j'écris au demi-cercle l'exposant 0 dans un rang plus à droite. Et j'efface encore 4 qui est plus avancé d'un rang, & je l'écris à la droite du reste 004 ou 04; & marquant les trois points sous 044, je dis encore: 1 n'est aucune fois dans 0 sous qui est le point qui représente 1, & j'écris encore au demi-cercle l'exposant 0 dans un rang plus à droite. Aprés cela j'efface encore 7, & je l'écris à la droite du reste 44, & marquant le premier point sous 7 & les autres ensuitte, je dis: 1 est 4 fois dans 4. Mais voyant que le produit 716 de 179 par 4 est trop grand, & son produit 537 par 3 pareillement trop grand, & son produit 538 par 2 qui n'est pas trop grand, j'écris 2 au demi-cercle dans un rang plus à droite; & j'ôte le produit 358 de 447.

Enfin j'efface 5, & je l'écris à la droite du reste 89; & marquant le premier point sous 5 & les autres ensuitte, je dis: 1 est 8 fois dans 8. Et voyant que le produit 1253 de 179 par 7 est trop grand, je juge à plus forte raison que 8 est de beaucoup trop grand. Et parce que le produit 1074

| *Nombre à diviſer* | *Expoſant* |
|---|---|
| *ou produit* 7 3 3 9 4 4 7 5 | ( 41002 5 |
| ... | |
| *ôter* 7 1 6 | *Diviſeur* 179 |
| *Reſte* 1 7 1 9 | *par* 7 |
| ... | 1253 |
| *ôter* 1 7 9 | *par* 6 |
| *Reſte* 0 0 0 1 4 | 1074 |
| ... | *par* 5 |
| *ôter* 0 0 0 | 895 |
| *Reſte* 0 4 1 4 1 7 | *par* 4 |
| ... | 716 |
| ... | *par* 3 |
| *ôter* 3 5 8 | 537 |
| *Reſte* 8 9 1 5 | *par* 2 |
| ... | 358 |
| *ôter* 8 9 5 | |
| *Reſte* 0 0 0 | |

Digitized by Google

de 179 par 6 est encore trop grand, & que son produit 895 ne l'est point trop, j'écris 5 au demicercle dans un rang plus à droite; & j'ôte 895 de 895. Et comme il ne reste rien, & que tout est fini, le nombre écrit au demi-cercle expose que 179 est au juste 410025 fois dans 73394475.

### Cinquieme exemple.

Pour diviser 2554816 par 352, j'observe comme aux exemples précédens les régles du problême. Ou s'il est plus commode, je les abbrége ainsi. J'écris 352 sous 2554, & je dis 3 est 8 fois dans 25 sous qui il est écrit, & jugeant aisément que 8 est trop grand, je n'écris que 7 au demi-cercle, & je dis: 7 fois 3 font 21, & 25 moins 21 valent 4; j'efface 25 & 3, & j'écris 4 sur 5. Et 7 fois 5 font 35, & 45 moins 35 valent 10, j'efface 45 & 5 écrit sous 5, & j'écris 10 sur 45. Et 7 fois 2 font 14, & 104 moins 14 font 90; j'efface 104 & 2 écrit sous 4, & j'écris 90 sur 04.

J'avance ensuitte 352 d'un rang, & je dis: 3 est 3 fois dans 9. Et jugeant aisément que 3 est trop grand, j'écris seulement 2 au demi-cercle dans un rang plus à droite. Et je dis: 2 fois 3 font 6, & 9 moins 6 font 3; j'efface 9 & 3 écrit sous luy, & j'écris 3 sur 9. 2 fois 5 font 10, 30 moins 10 font 20; j'efface 3 & 5 écrit sous 0, & j'écris 2 sur 3 laissant 0 où il est. Et 2 fois 2 font 4, & 8 moins 4 font 4; j'efface 8 & 2 écrit sous 8, & j'écris 4 sur 8.

J'avance encore d'un rang 352, & je dis: 3 est 6 fois dans 20; Et jugeant que 6 est trop grand, j'écris 5 au demi-cercle, & je dis: 5 fois 3 font 15, & 20 mois 15 font 5; j'efface 20 & 3 écrit sous 0, & j'écris 5 sur 0. Et 5 fois 5 font 25, & 54 moins 25 font 29; j'efface 54 & 5 écrit sous 4, & j'écris 29 sur 54. Et 5 fois 2 font 10, & 91 moins 10 valent 81; j'efface 9 & 2 écrit sous 1, & j'écris 8 sur 9 laissant 1 où il est.

J'avance enfin d'un rang 352, & je dis: 3 est 9 fois dans 28, & jugeant que 9 est trop grand, j'écris seulement 8 au demi-cercle, & je dis: 8 fois 3 font 24, & 28 moins 24 font 4, j'efface 28 & 3 écrit sous 8, & j'é-

*Nombre à diviser* 2554816 (7258 *Exposant*
*ou produit*
...
ôter 2464 *Diviseur* 352
*Reste* 90|8 *par* 8
... 2816
ôter 704 *par* 7
*Reste* 204|1 2464
... *par* 2
ôter 1760 704
*Reste* 281|6 *par* 6
... 2112
ôter 2816 5
0000 1760

2 4
328
2858
40084
2554816 (7258 *Exposant*
352...
352..
352.
352 *Diviseur*

Digitized by Google

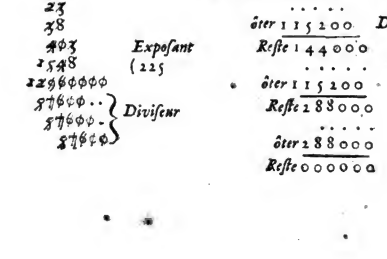
cris 4 sur 8. Et 8 fois 5 font 40, & 41 moins 40 laissent 1; j'efface 4 & 5 écrit sous 1, & je laisse 1 où il est. Et 8 fois 2 font 16, & 16 moins 16, il ne reste rien; j'efface 16 & 2. Et tout étant fini, je trouve au demi-cercle l'exposant 7258, qui marque combien 352 est de fois au juste dans 2554816.

### Sixieme exemple.

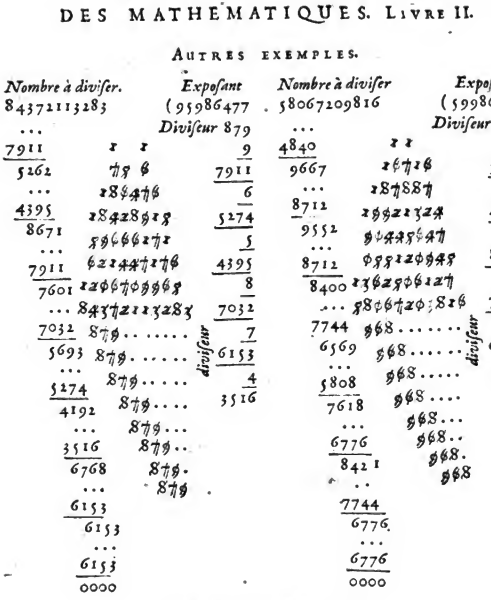
Salomon donna la valeur de 12960000 livres pour le prix en gros de 57600 chevaux, on demande l'un portant l'autre à combien chacun revenoit. Je fais la division selon les régles ordinaires, ou je l'abbrege ainsi, si c'est le plus commode. J'écris 57600 sous 29600 ou sous 129600, & je dis: 5 est 2 fois dans 12 sous qui 5 est écrit. C'est pourquoi j'écris 2 au demi-cercle, & je dis: 2 fois 5 font 10, & 12 moins 10 font 2; j'efface 1 & 5 écrit sous 2, & je laisse 2 où il est. Et 2 fois 7 font 14, & 29 moins 14 font 15; j'efface 29 & 7 écrit sous 9, & j'écris 15 sur 29. Et 2 fois 6 font 12, & 56 moins 12 valent 44; j'efface 56 & 6 écrit sous 6, & j'écris 44 sur 56 laissant 1 où il est.

J'avance ensuitte le diviseur d'un rang, & je dis: 5 est 2 fois dans 14, & j'écris 2 au demi-cercle. Et je dis: 2 fois 5 font 10, & 14 moins 10 font 4; j'efface 1 & 5 écrit sous 4, & je laisse 4 où il est. Et 2 fois 7 font 14, & 44 moins 14 font 30; j'efface 44 & 7 écrit sous 4 qui avance plus à droite, & j'écris 30 sur 44. Et 2 fois 6 font 12, & 300 moins 12 font 288; j'efface 300 & 6 écrit sous 0, & j'écris 288 sur 300.

J'avance enfin le diviseur d'un rang, & je dis: 5 est 5 fois dans 28, & j'écris 5 au demi-cercle. Et je dis: 5 fois 5 font 25, & 28 moins 25 font 3; j'efface 28 & 5 écrit sous 8, & j'écris 3 sur 8. Et 5 fois 7 font 35, & 38 moins 35 font 3; j'efface 38 & 7 écrit sous 8, & j'écris 3 sur 8. Et 5 fois 6 font 30, & 30 moins 30, il ne reste rien; j'efface 30 & 6 écrit sous 0. Et tout étant fini, je trouve au demi-cercle que les chevaux revenoient chacun l'un portant l'autre à 225 livres.



Autres exemples.




## DEMONSTRATION.

Le produit de deux nombres a toûjours aux derniers de ſes rangs un produit de l'un de ces deux nombres par le chiffre du dernier rang de l'autre, plus dans ceux qui avancent d'un rang le produit de la même racine ou du même côté par le chiffre de l'autre qui avance pareillement d'un rang, plus dans ceux qui avancent encore d'un rang le produit de la même racine par le chiffre de l'autre qui avance encore d'un rang. Et ainſi du reſte.

Mais propoſant un nombre à diviſer & ſon diviſeur ou l'une des racines, l'opération découvre ſucceſſivement & par ordre tous ces divers produits qui le forment, & porte en même temps au demi-cercle & dans un même ordre les chiffres de l'expoſant ou de l'autre racine. Et par conſéquent, en obſervant les régles, on trouve au demi-cercle le nombre ou l'expoſant qu'on cherche.



Digitized by Google

Et cela se peut voir sensiblement dans cette exposition nouvelle de l'exemple qu'on propose ici, où divisant 221056 par 628, on découvre successivement & par ordre les trois divers produits 211200, & 7040, & 2816, du diviseur 352 l'un par 600, l'autre par 20, & le troisiéme par 8. Et ces produits étant ôtez successivement & selon les rangs qui leur conviennent du nombre à diviser ne laissent aucun reste. D'où il est évident que ce même nombre est un produit du diviseur 352 par le nombre entier 628 que forment les trois ensemble 600 & 20 & 8, écrits ou disposez par ordre & chacun en son rang dans le demi-cercle. Et ce seroit la même chose si l'on divisoit 221056 par 352.

| *Nombre à diviser.* | *Exposant.* | *Nombre à diviser.* | *Exposant.* |
|---|---|---|---|
| 221056 | (628 | 221056 | (352 |
| ... | *Diviseur* 352 | ... | *Diviseur* 628 |
| 2112.. | *par* 600 | 1884.. | *par* 300 |
| 985. | 211200 | 3265. | 188400 |
| ... | *par* 20 | ... | *par* 50 |
| 704. | 7040 | 3140. | 31400 |
| 2816 | *par* 8 | 1256 | *par* 2 |
| ... | 2816 | ... | 1256 |
| 2816 | | 1256 | |
| 0000 | | 0000 | |

## COROLLAIRE.

18. *Lorsqu'on divise une grandeur par une autre, le produit de l'exposant par cette autre grandeur qui est le diviseur, rend la même grandeur qu'on avoit divisée, ou luy est égal.*

La raison en est claire, puisqu'on ne peut supposer selon l'idée de la division, que l'unité 1 ou I soit dans l'exposant A autant de fois ou de la même sorte que le diviseur B est dans la grandeur C qu'on aura divisée; sans supposer aussi de la même maniére selon l'idée de la multiplication, que la grandeur ou le diviseur B est dans la grandeur C qui est divisée, autant de fois ou de la même sorte que l'unité 1 ou I est dans l'exposant A. De sorte que le produit du diviseur B par l'exposant A ou de l'exposant A par le diviseur B
Fig. 17. a. 9 & 15. est [a] égal à la grandeur C dont B est diviseur, ou rend cette même grandeur.

## *X COROLLAIRE ET PROBLEME IX.*

19. *Pour changer certaines espéces de grandeurs en d'autres plus petites, ou de moindre valeur.*

On multiplie les grandes par le nombre qui marque combien de fois chacune renferme la petite. Comme pour changer 478 livres en sous. Parce que chaque livre vaut 20 sous, on multipliera 478 par 20, & le produit 9560 est le nombre des sous que valent les 478 livres.

Digitized by Google

## XI COROLLAIRE ET PROBLEME X.

20. *Pour réduire des moindres espéces à d'autres plus grandes, ou d'une valeur plus haute.*

On divise les moindres par le nombre qui marque combien de fois chacune est dans la plus grande. Comme pour sçavoir combien il faut de piéces de 15 sous chacune pour faire 9560 sous, on divise ce nombre par 15, & le nombre 637 est celuy des piéces de 15 sous qui résout la question. Et le reste 5 marque qu'il y a encore 5 sous de surplus à ajoûter. On réserve à parler ailleurs de ces restes qu'on trouve en finissant les divisions.

## XII COROLLAIRE ET PROBLEME XI.

21. *Pour ajoûter ensemble des grandeurs de diverses espéces, ou pour retrancher les unes des autres.*

On réduit par ordre les moindres aux espéces des grandes, & on change les espéces des grandes en celles des moindres, & le reste s'achéve selon les régles ordinaires.

### Premier exemple.

Pour réduire en une somme diverses espéces de monnoies, comme des livres, des sous, des deniers. Je place les deniers sous les deniers, les sous ensuitte sous les sous, & les livres sous les livres; & considérant que 12 deniers font 1 sou, & 20 sous une livre; je dis en commençant par les deniers: 4 & 10 font 14 deniers, ou 1 sou & 2 deniers, & je marque par un point à côté de 10 que je réserve 1 sou, & je dis les 2 deniers reservez & 8 en font 10, & 7 font 17, ou 1 sou 5 deniers; & je marque un point à côté de 7 pour 1 sou réservé; & j'écris les 5 deniers qui restent sous les deniers. Et reprenant les 2 points ou 2 sous, je viens au rang des sous; & je dis: les 2 réservez & 8 font 10, & 9 font 19, & 7 font 26; j'écris 6 & je réserve 2. Et au rang suivant, les 2 réservez & 1 font 3, & 1 font 4 dixaines de sous, dont la moitié font 2 vintaines de sous ou 2 livres, que je joins avec les autres livres. Et achevant le reste selon les regles ordinaires, je trouve enfin que la somme entiére des monnoies proposées est de 593 livres, 6 sous, 5 deniers. Pour abbréger, on marque dans les livres de conte ou de recepte & dépense les deniers par une lettre *d*, les sous par la lettre *ſ* ou par le caractére ß, & les livres par la lettre *l* ou par le caractére ℔.

| | *livres* | *ſous* | *deniers* |
|---|---|---|---|
| | 56 | 10 | 4 |
| | 78 | 17 | 10. |
| | 11 | 9 | 8 |
| | 23 | 8 | 7. |
| | 593 ℔ | 6 ß | 5 *d* |

### Second exemple.

Pour réduire en une somme des degrez, des minutes, des secondes, des troisiémes, des quatriémes, &c. je les place par ordre les unes sous les autres. Et considérant que 60 quatriémes font une troisiéme, & 60 troisiémes une seconde, & 60 secondes une minute ou premiére, & 60 minutes un degré; je dis en commençant aux quatriémes: 8 & 9 font 17, & 7 font 24, & 6 font 30; j'écris 0 je reserve 3. Et au rang suivant: les 3 réservez & 3 font 6, & 5 font

11, & 4 font 15, & 5 font 20 dixaines, ou 3 fois 6 dixaines de quatriémes ou 3 trio fiémes, & encore 2 dixaines de quatriémes, que je place en leur rang. Et venant aux troisiémes, je dis les 3 réservez & 6 font 9, & 9 font 18, & 5 font 23, & 2 font 25 3 j'écris 5 troisiémes, & je réserve 2. Et au rang suivant les 2 réservez & 5 font 7, & 4 font 11, & 3 font 14 dixaines de troisiémes, ou 2 fois 6 dixaines ou 2 secondes, & encore 2 dixaines de troisiémes, que je place en leur rang. Et joignant de la même sorte les 2 secondes avec les secondes, & continuant dans un même ordre & selon les régles ordinaires, je trouve enfin que la somme entiére est de 154 degrez, 37 minutes, 3 secondes, 25 troisiémes, & 20 quatriémes. Pour abbréger on marque chez les Astronomes les degrez par la lettre *d*, & les minutes, secondes, troisiémes, quatriémes, &c. par les caractéres $'$, & $''$, & $'''$, & $''''$ ou $^{IV}$, & $^{V}$, &c,

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $25^d$ | $59'$ | $34''$ | $56'''$ | $38''''$ |
| 64 | 30 | 47 | 9 | 59 |
| 28 | 48 | 55 | 45 | 47 |
| 35 | 17 | 45 | 32 | 56 |
| $154^d$ | $37'$ | $3''$ | $25'''$ | $20''''$ |

TROISIEME EXEMPLE.

Pour réduire en une somme diverses espéces de longueurs, comme des perches, des pieds, des pouces, & des lignes. Je les place par ordre les unes sous les autres. Et considérant que 12 lignes font un pouce, & 12 pouces un pied, & que 18 pieds font la perche à Paris & dans l'Isle de France; je dis en commençant aux lignes: 11 & 6 font 17, & 10 font 27, & 7 font 34 ou 2 fois 12 lignes ou 2 pouces, & encore 10 lignes que j'écris sous les lignes. Et venant aux pouces, je dis: les 2 réservez & 10 font 12, & 11 font 23, & 10 font 33, & 9 font 42, ou 3 fois 12 pouces ou 3 pieds, & encore 6 pouces que j'écris sous les pouces. Et transportant les 3 pieds réservez aux rangs où sont les pieds, je trouve 57 pieds, ou 3 fois 18 pieds ou 3 perches, & encore 3 pieds, que j'écris sous les pieds. Et joignant les 3 perches aux perches, & achevant comme à l'ordinaire, je connois que la somme est 1260 perches, 3 pieds, 6 pouces, & 10 lignes; en supposant 18 pieds pour la perche. Et si elle a 20, ou 22, ou 25 pieds, comme en divers endroits, il y aura seulement dans la somme 1259 perches, 17 pieds, &c. ou 1259 perches, 13 pieds, &c. ou 1259 perches, 7 pieds, &c.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 354 *perches* | 10 *pieds* | 10 *pouces* | 11 *lignes* | |
| 272 | 15 | 11 | 6 | |
| 64 | 9 | 10 | 10 | |
| 557 | 13 | 9 | 7 | |
| 1260 *perches* | 3 *pieds* | 6 *pouces* | 10 *lignes.* | |

QUATRIEME EXEMPLE.

Pour ôter 199 livres 18 sous 10 deniers, de 257 livres 15 sous 8 deniers. Je les dispose avec ordre comme à l'ordinaire. Et je dis en commençant aux deniers: 8 moins 10 suppose l'impossible, & j'emprunte 1 sou sur 5 sous, en marquant par un point sur 5 qu'il n'en vaut plus que 4. Et retournant aux deniers avec le sou emprunté, je dis 1 sou ou 12 deniers moins 10, il en reste 2, lesquels étant joints aux 8 en font 10, que j'écris sous les deniers. Et venant aux sous, je dis: 15 moins 1 ou 14 sous moins 18 suppose l'impossible, & j'emprunte 1 livre sur 7, en marquant par un point sur 7 qu'il

Digitized by Google

n'en vaut plus que 6. Et retournant aux ſous, je dis une livre empruntée ou 20 ſous moins 18, le reſte eſt 2 ſous, leſquels étant joints à 15 moins 1 ou à 14 ſous, font 16 ſous que j'écris en leur rang. Et venant aux livres, je retranche ſelon les régles ordinaires. Et je trouve enfin qu'il doit reſter au juſte 57ℓb 16ſ 10d.

| | | | |
|---|---|---|---|
| *De* 257ℓb | 16ſ | 8d | |
| *ôter* 199ℓb | 18ſ | 10d | |
| *Reſte* 57ℓb | 16ſ | 10d. | |

## Cinquieme exemple.

Pour ôter 348 degrez, 49 minutes, 58 ſecondes, 56 troiſiémes, 37 quatriémes; de 359 degrez, 47 minutes, 35 ſecondes, 48 troiſiémes, 15 quatriémes. Je les diſpoſe comme à l'ordinaire. Et commençant aux quatriémes, je dis: 15 moins 37 ſuppoſe l'impoſſible, & j'emprunte 1 troiſiéme ou 60 quatriémes ſur 8 troiſiémes, en marquant par un point ſur 8 qu'il n'en vaut plus que 7. Et retournant aux quatriémes; je dis: 1 troiſiéme ou 60 quatriémes empruntées moins 37 quatriémes, valent 23 quatriémes, leſquelles étant ajoûtées aux 15 quatriémes font 38 quatriémes, que j'écris en leur rang. Et venant aux troiſiémes, je dis: 48 moins 1 ou 47 troiſiémes moins 56 troiſiémes ſuppoſe l'impoſſible; & j'emprunte 1 ſeconde ſur 5 ſecondes, en marquant ſur 5 par un point qu'il n'en reſte que 4. Et retournant aux troiſiémes, je dis: 1 ſeconde empruntée ou 60 troiſiémes, le reſte eſt 4 troiſiémes, leſquelles étant jointes aux 48 moins 1 ou aux 47 troiſiémes, font 51 troiſiémes que j'écris dans leur rang. Et continuant le reſte de la même ſorte; je trouve enfin qu'il reſte 10 dégrez, 57 minutes, 36 ſecondes, 51 troiſiémes, 38 quatriémes.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| *De* 359 *d* | 47′ | 35″ | 48‴ | 15⁗ | |
| *ôter* 348 | 49 | 58 | 56 | 37 | |
| *Reſte* 10 *d* | 57′ | 36″ | 51‴ | 38⁗. | |

## Sixieme exemple.

Pour ôter 13 perches, 17 pieds, 11 pouces, 10 lignes; de 24 perches, 16 pieds, 10 pouces, 6 lignes. Je les diſpoſe à l'ordinaire, & je dis en commençant aux lignes, 6 moins 10 ſuppoſe l'impoſſible, & j'emprunte 1 point ſur 10, en marquant par un point ſur 0 que 10 ne vaut plus que 9. Et retournant aux lignes, je dis: 1 pouce emprunté ou 12 lignes moins 10 lignes, le reſte eſt 2 lignes, leſquelles étant jointes aux 6 en font 8 que j'écris ſous les lignes. Et venant aux pouces, je dis: les 10 moins 1 ou 9 moins les 11 ſuppoſe l'impoſſible, & j'emprunte 1 pied ſur 6 pieds, en marquant par un point ſur 6 qu'il n'y reſte que 5. Et retournant aux pouces, je dis: 1 pied ou 12 pouces empruntez moins 11, le reſte eſt 1 qui étant joint aux 10 moins 1 ou à 9 pouces, on aura 10 pouces que j'écris ſous les pouces. Et venant aux pieds, je dis encore que 16 moins 1 ou 15 moins les 17 ſuppoſe l'impoſſible, & j'emprunte une perche en marquant par un point ſur 4 qu'il n'y en aura que 3. Et retournant aux pieds, je dis une perche ou 18 pieds empruntez moins 17 le reſte eſt 1 pied que je

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| *De* 24 *perches* | 16 *pieds* | 10 *pouces* | 6 *lignes* | |
| *ôter* 13 | 17 | 11 | 10 | |
| *Reſte* 70 *perches* | 16 *pieds* | 10 *pouces* | 8 *lignes.* | |



Digitized by Google

joints aux 15 ou aux 16 moins 1, ce qui fait 16 pieds. Et achevant le reſte; je connois enfin qu'il doit reſter au juſte 10 perches, 16 pieds, 10 pouces, 8 lignes.

## DEFINITIONS

### *DE CERTAINES ESPECES DE GRANDEURS.*

#### DE DIVERSES MESURES DES TEMPS.

LE jour eſt la meſure du temps la plus naturelle, ſur laquelle on régle les autres. Et nous appellons *jour* toute la durée du temps qui s'écoule pendant une révolution entiére du Soleil à l'entour de la terre.

L'Europe preſque entiére conſerve la coûtume qu'elle a receuë des anciens Romains de commencer chaque jour à minuit. Les peuples de l'Egypte le commençoient de la même ſorte. L'Italie, la Boheme, & la Sileſie le commencent au lever du Soleil, comme les Juifs & les Athéniens le faiſoient autrefois. Et quelques peuples au contraire le commencent au coucher du Soleil, & ſuivent en cela la coûtume antique des Perſes & des Babyloniens. Mais les Aſtronomes ou ceux qui meſurent les mouvemens céleſtes, le commencent les uns à minuit, & les autres à midy.

On partage ordinairement chaque jour en 24 parties égales, qu'on appelle *des heures*. Et chaque heure encore en 60 égales, qu'on nomme *des minutes* ou *premiéres*. Et chaque premiére en 60 *ſecondes*. Et chaque ſeconde en 60 *troiſiémes*. Et ainſi du reſte, comme on l'a déja dit.

On nomme *ſemaine* la durée de ſept jours. L'Egliſe a nommé *Dimanche* ou *le jour du Seigneur* le premier des jours de la ſemaine, pour marquer qu'il eſt conſacré au culte divin, & à la gloire de la Réſurrection du Sauveur. Enſuitte elle a nommé le ſecond des ſept jours *la ferie ſeconde*, & le troiſiéme *la ferie troiſiéme*, & ainſi des autres juſques au ſeptiéme, auquel elle a conſervé le nom *de Samedy* ou *de jour du Sabbath*.

Les Payens ſemblent avoir dédié ces jours aux ſept planétes, nommant le premier *le jour du Soleil*, & le ſecond *Lundy* ou *le jour de la Lune*, le troiſiéme *Mardy* ou *le jour de Mars*, le quatriéme *Mercredy* ou *le jour de Mercure*, le cinquiéme *Jeudy* ou *le jour de Jupiter*, le ſixiéme *Vendredy* ou *le jour de Venus*, & le ſeptiéme *le jour de Saturne*.

On nomme *mois lunaire* toute la durée du temps qui s'écoule depuis une rencontre de la Lune avec le Soleil, juſques à ce qu'elle le rencontre de nouveau. Et ces nouvelles rencontres ſont ce qu'on appelle *les nouvelles Lunes*. Le mois lunaire eſt de 29 jours, & 12 heures, & un peu plus de 44 minutes. Pour faire un conte un peu plus rond, tous les deux mois lunaires étoient pris autrefois alternativement, l'un de 29 jours, & l'autre de 30 jours.

Mais le mois qu'on appelle *ſolaire ou aſtronomique* eſt de 30 jours, 10 heures, 29 minutes, & 5 ſecondes. Et 12 de ces mois compoſent le temps

Digitized by Google

qu'on nomme *année ſolaire* ou *tropique* ou *aſtronomique*, & qui eſt de 365 jours, 5 heures, & 49 minutes.

Et pour conter plus facilement, le premier des 12 mois ou celuy de Janvier a receu 31 jours, & le ſecond ou Février en a receu ſeulement 28. Et le troiſiéme ou Mars en a receu 31. Et Avril 30. Et May 31. Et Juin 30. Et Juillet 31. Et Aouſt 31. Et Septembre 30. Et Octobre 31. Et Novembre 30. Et Décembre 31. Et l'année civile ou l'aſſemblage entier de ces 12 mois en a receu 365. Mais pour compenſer ce qui manque, chaque quatriéme année reçoit un jour de plus ou comprend 366 jours. Et tous les 400 ans, on paſſe trois années centiémes qui n'ont chacune que 365 jours, comme les années 1700, & 1800, & 1900, & 2100, & 2200, & 2300, & 2500, & les autres ſemblables, dont les centaines ne peuvent être au juſte priſes de quatre en quatre, ſans en laiſſer quelques-unes pour reſte.

L'Egliſe conſervant aujourd'huy dans ſon Calendrier l'ancien uſage des Romains, nomme *Calendes* le premier jour du mois, du terme grec qui ſignifie convoquer, parce que les peuples étoient convoquez dans les Temples au nouvelles Lunes. Elle donne auſſi comme eux le nom de *Nones* au ſeptiéme jour de chacun des quatre mois de Mars, de May, de Juillet, & d'Octobre; & au cinquiéme de chacun des 8 mois qui reſtent. Et elle nomme *Ides* encore avec eux le huitiéme des jours qui ſuivent les Nones, d'un vieux mot de la Toſcane antique qui ſignifioit diviſer, parce que ce jour tombant au quinziéme du mois, ou au treiziéme, le partageoit preſque par la moitié.

Le jour qui précéde les Nones ou les Ides eſt ſimplement nommé le jour avant les Nones ou avant les Ides, & l'autre qui précéde immédiatement celuy-ci, le troiſiéme avant les Nones, ou avant les Ides. Et ainſi du reſte, en remontant juſques aux Calendes, ou aux Nones; comme on le voit ici. Et le dernier jour du mois eſt auſſi nommé le jour avant les Calendes de l'autre mois ſuivant, & le penultiéme jour *le troiſiéme avant les Calendes* du même mois ſuivant. Et ainſi du reſte en remontant juſques aux Ides. Et lors qu'on intercale ou qu'on ajoûte un jour de quatre ans en quatre ans, on le place en Février qu'on fait de 29 jours. Et aprés avoir dit pour ſon vingquatriéme jour: *le 6e avant les Calendes de Mars*, on dit au ving-cinquiéme: *Pour la ſeconde fois le 6e avant les Calendes de Mars*, ou en Latin *bis ſexto Calendas Martii*. Et l'année eſt alors nommée biſſextile. *Voyez la page ſuivante.*

Et les treize premiers jours ſont auſſi contez au mois de Février, comme ils le ſont en Janvier, Avril, Juin, Aouſt, Septembre, Novembre, & Décembre. Et pour les Calendes, on dit au quatorziéme jour, le 16e avant les Calendes de Mars. Et tout le reſte de Février eſt continué par ordre juſques au dernier jour, obſervant ſeulement ce qu'on a déja dit, lorſque l'année doit être biſſextile.

Les Romains ont voulu que ce mois fût plus court ou qu'il s'écoulât plûtôt que les autres, croyant par une imagination ridicule & ſuperſtitieuſe, que tous les jours en étoient mal-heureux, & préjudicioient par des influences ſecrettes à la ſanté des corps.

Digitized by Google

| | Pour Mars, May, Juillet, & Octobre, | Pour Janvier, Aoust, et Decembre, | Pour Avril, Juin, Sept. & Novemb. |
|---|---|---|---|
| 1 | *Calendes.* | *Calendes.* | *Calendes.* |
| 2 | 6e *avant les Nones* | 4e *avant les Nones* | 4e *avant les Nones* |
| 3 | 5e *avant les Nones* | 3e *avant les Nones* | 3e *avant les Nones* |
| 4 | 4e *avant les Nones* | *jour de devant les Nones* | *jour de devant les Nones* |
| 5 | 3e *avant les Nones* | *Nones.* | *Nones.* |
| 6 | *jour de devant les Nones* | 8e *avant les Ides* | 8e *avant les Ides* |
| 7 | *Nones.* | 7e *avant les Ides* | 7e *avant les Ides* |
| 8 | 8e *avant les Ides* | 6e *avant les Ides* | 6e *avant les Ides* |
| 9 | 7e *avant les Ides* | 5e *avant les Ides* | 5e *avant les Ides* |
| 10 | 6e *avant les Ides* | 4e *avant les Ides* | 4e *avant les Ides* |
| 11 | 5e *avant les Ides* | 3e *avant les Ides* | 3e *avant les Ides* |
| 12 | 4e *avant les Ides* | *jour de devant les Ides* | *jour de devant les Ides* |
| 13 | 3e *avant les Ides* | *Ides.* | *Ides.* |
| 14 | *jour de devant les Ides* | 19e *avant les Calendes* | 18e *avant les Calendes* |
| 15 | *Ides.* | 18e *avant les Calendes* | 17e *avant les Calendes* |
| 16 | 17e *avant les Calendes* | 17e *avant les Calendes* | 16e *avant les Calendes* |
| 17 | 16e *avant les Calendes* | 16e *avant les Calendes* | 15e *avant les Calendes* |
| 18 | 15e *avant les Calendes* | 15e *avant les Calendes* | 14e *avant les Calendes* |
| 19 | 14e *avant les Calendes* | 14e *avant les Calendes* | 13e *avant les Calendes* |
| 20 | 13e *avant les Calendes* | 13e *avant les Calendes* | 12e *avant les Calendes* |
| 21 | 12e *avant les Calendes* | 12e *avant les Calendes* | 11e *avant les Calendes* |
| 22 | 11e *avant les Calendes* | 11e *avant les Calendes* | 10e *avant les Calendes* |
| 23 | 10e *avant les Calendes* | 10e *avant les Calendes* | 9e *avant les Calendes* |
| 24 | 9e *avant les Calendes* | 9e *avant les Calendes* | 8e *avant les Calendes* |
| 25 | 8e *avant les Calendes* | 8e *avant les Calendes* | 7e *avant les Calendes* |
| 26 | 7e *avant les Calendes* | 7e *avant les Calendes* | 6e *avant les Calendes* |
| 27 | 6e *avant les Calendes* | 6e *avant les Calendes* | 5e *avant les Calendes* |
| 28 | 5e *avant les Calendes* | 5e *avant les Calendes* | 4e *avant les Calendes* |
| 29 | 4e *avant les Calendes* | 4e *avant les Calendes* | 3e *avant les Calendes* |
| 30 | 3e *avant les Calendes* | 3e *avant les Calendes* | *jour de devant les Calendes* |
| 31 | *jour de devant les Calendes* | *jour de devant les Calendes* | |

Les Grecs nommoient *Olympiade* la durée de 4 années entiéres, à cauſe des jeux Olympiques que l'on célébroit de 4 ans en 4 ans auprés d'Olympie ville ancienne du Péloponéſe.

Les Romains donnoient le nom de *Luſtre* à la durée de 4 ou 5 ans, d'un mot latin qui ſignifie payer, parce qu'on payoit à chaque Luſtre un certain tribut aux Cenſeurs. Mais Conſtantin changea ces coûtumes de conter par Luſtres & par Olympiades, ordonnant que l'on conteroit par *indictions*, qui comprendroient chacune 15 années. Et cette coûtume eſt encore aujourd'huy beaucoup en uſage dans les Bulles des Papes, & dans les Ordonnances Impériales.

On contoit parmi les Hébreux les années par ſemaines. Et la 7e des années qui formoient la ſemaine, étoit appellée *Sabbathique* ou l'année de repos

repos; parce qu'ils étoient obligez de laiſſer alors repoſer la terre, & d'accorder la liberté à tous leurs eſclaves. Et les ſemaines des années étoient auſſi contées par d'autres ſemaines, qui comprenoient chacune 7 fois 7 ou 49 années, dont la derniére ou 49e qui étoit Sabbathique, étoit encore nommée l'année *de Jubilé* ou *de rémiſſion*. Et alors toutes les terres & les poſſeſſions aliénées rentroient dans les familles d'où elles étoient ſorties.

Les Hiſtoriens & la pluſpart du monde content aujourd'huy par *ſiécles*, qui ſont de 100 années.

La meſure des mouvemens eſt compoſée de celles des temps & des eſpaces que parcourent les corps. Comme lors qu'un homme fait 3 lieuës de chemin dans 2 heures.

## *DU CYCLE SOLAIRE.*

Pour marquer dans chaque année les révolutions des 7 jours de chaque ſemaine, on eſt convenu d'attacher la premiére lettre A au premier jour du mois de Janvier, & la ſeconde B au ſecond du même mois, & la troiſiéme C au troiſiéme, & D au quatriéme, E au cinquiéme, F au ſixiéme, G au ſeptiéme. Et de nouveau A au huitiéme, & B au neuviéme, D au dixiéme; Et ainſi de ſuitte, en faiſant toûjours rouler les mêmes lettres de la même ſorte ſur les jours ſucceſſifs de l'année, juſques au dernier du mois de Decembre, ſur qui tombe encore la lettre A.

D'où il arrive que les mêmes lettres marquent dans le cours de l'année les mêmes jours des ſemaines. Et celle qui tombe au Dimanche eſt nommée *Lettre Dominicale*, & on la marque ordinairement de rouge.

Mais parce que l'année de 365 jours comprend 52 ſemaines & un jour de ſurplus, & qu'ainſi l'année commence & finit auſſi par un même jour de la ſemaine; la ſuivante commence par un autre jour, & reçoit pour lettre Dominicale celle qui précéde l'autre Dominicale. Et l'année biſſextile ne conſerve la ſienne que juſques à la fin de Fevrier, prenant pour tout le reſte la lettre précédente.

L'année par éxemple 1673, où le premier de Janvier tomba ſur un Dimanche, eut la lettre A pour Dominicale. Et parce qu'elle finit auſſi par un Dimanche, le premier de Janvier, de 1674, marque de la lettre A tomba ſur un Lundy, & le 7e marqué de la lettre G ſur un Dimanche. De ſorte que la lettre Dominicale de cette année fut G. Et le premier de Janvier, de 1675, marqué de la lettre A étant tombé de la même ſorte ſur un Mardy, le 6e marqué de la lettre F tomba ſur un Dimanche. Et la lettre F fut alors la Dominicale. Et le 5e jour de l'année biſſextile 1676 étant auſſi tombé ſur un Dimanche, la lettre E fut auſſi la Dominicale juſques à la fin de Fevrier, & la lettre D depuis le premier de Mars juſques à la fin de Décembre. Et la lettre C fut la Dominicale de l'année 1677. Et ainſi du reſte juſques à l'année 1700, qui auroit C & B pour lettres Dominicales, ſi c'étoit une année biſſextile. Et la révolution des 28 changemens ſeroit la même enſuitte.

Mais parce que cette année 1700 eſt une des centiémes qui ne ſont point



Digitized by Google

biſſextiles, elle n'aura qu'une lettre Dominicale C, & les trois ſuivantes les lettres B. A. G. Et la biſſextile 1704 les deux F & E. Aprés quoy les mêmes révolutions des 28 changemens doivent rouler dans le même ordre, juſques à l'année ſans biſſexte 1800 & aux trois ſuivantes, dont les lettres Dominicales ſont E. D. C. B. & les deux de la biſſextile 1804 ſont A & G. Et les mêmes révolutions retournent juſques à l'année ſans biſſexte 1900 & aux trois ſuivantes, dont les lettres Dominicales ſont G. F. E. D. Et les deux de la biſſextile 1904 ſont C & B. Et les 28 changemens font enſuitte leurs révolutions ordinaires juſques à l'année 2100. Et ainſi de ſuitte juſques où l'on voudra. Et le nombre des 28 années eſt appellé *Cycle Solaire.*

La premiére révolution des nombres diſpoſez ici ſous la révolution des lettres eſt pour les années biſſextiles. Et la ſeconde révolution des nombres eſt pour la premiére des années centiémes que l'on paſſe enſuitte ſans biſſexte. Et la troiſiéme eſt pour la ſeconde des mêmes années centiémes. Et la quatriéme eſt pour la troiſiéme. Et dans chacune de ces révolutions qui retournent toûjours de la même ſorte, le chiffre 1 marque la premiére année du ſiécle ſuivant ou celle qui ſuit la centiéme année, & ſa lettre dominicale eſt écrite ſur 1. Et 2 marque auſſi la 2e année du ſiécle, & ſa lettre dominicale eſt ſur 2. Et ainſi du reſte, en reprenant de nouveau & continuant la révolution des 28 nombres juſqu'à fin du ſiécle.

## CYCLE SOLAIRE.

*Ou révolution perpétuelle des lettres Dominicales.*

| G. F. E. D. C. | B. A. G. F. E. | D. C. B. A. G. | F. E. D. C. B. | A. G. F. E D | C. B. A. G. F. | E. D. C. B. A. |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 2. 3. 4 | 5. 6. 7. 8. | 9. 10 11 12. | 13. 14. 15. 16. | 17 18. 19 20. | 21. 22. 23 24. | 25. 26. 27. 28. |
| 25. 26. 27 28 | 1 2. 3. 4. | 5. 6. 7. 8. | 9. 10. 11 12. | 13. 14 15. 16. | 17. 18 19. 20. | 21 22 23. 24. |
| 21. 22. 23 24. | 25. 26 27. 28. | 1. 2. 3. 4. | 5. 6. 7. 8. | 9. 10 11 12. | 13. 14 15. 16. | 17 18. 19. 20. |
| 17. 18 19 20 | 21 22. 23. 24. | 25. 26 27. 28. | 1. 2. 3. 4. | 5. 6. 7 8 | 9. 10 11. 12. | 13 14. 15. 16. |

Depuis la réforme du Calendrier faite en 1582 par Grégoire XIII. on a commencé à conter les lettres Dominicales par les lettres C & B ſuivies des deux A & G de l'année biſſextile 1584.

### PREMIER EXEMPLE.

*Pour trouver les lettres Dominicales.*

Et pour trouver par cette table la lettre Dominicale de telle année qu'on voudra, comme de l'année 1709. On diviſera ce nombre par 400. Et laiſſant l'expoſant entier 4, on conſidéra le reſte 109. Et prenant la ſeconde révolution des nombres pour la centiéme année qu'on trouve dans ce reſte, on contera depuis 1 juſques à 9, ſur qui la lettre F marque la dominicale de 1709.

### SECOND EXEMPLE.

Et pour trouver la lettre Dominicale de l'année 1695. On diviſera ce nombre par 400. Et laiſſant l'expoſant entier 4, on conſidéra le reſte 95 qui n'a point de centaine. Et ainſi on prendra la premiére révolution des nombres,

Digitized by Google

ou celle des années centiémes bissextiles. Et contant depuis 1 jusques à 84 par trois révolutions entiéres des 28 nombrés, & ensuitte jusques à 95 qui tombera sur 11, on trouvera sur 11 la lettre dominicale B de l'année 1695.

## *DU CYCLE LUNAIRE.*

Quoique les nouvelles Lunes arrivent tous les mois, ce n'est néanmoins qu'aprés une révolution à peu prés de 19 années, que le Soleil & Lune se retrouvent conjoints dans un même point du Ciel. Et c'est ce qui a fait donner le nom *de cycle Lunaire* à la révolution des 19 premiers nombres. Et ces mêmes nombres sont encore appellez *nombres d'or*, ou parce que Méton, qui découvrit le prémier cette révolution, les présenta écrits en lettres d'or à la ville d'Athénes; ou parce que les Romains les conservoient en caractéres d'or dans leur Capitole sur un Calendrier d'argent, que ceux d'Alexandrie envoyerent à Rome.

Le premier 1 de ces nombres d'or est attribué à l'année 1672, & le second 2 à la suivante 1673. Et ainsi de suitte en reprenant de nouveau & continuant la révolution des 19 nombres d'or, jusques où l'on voudra. De sorte que le même nombre 1 sera le nombre d'or des années 1691, & 1710, & 1729, & 1748, & 1767, & 1786, & 1805, & 1824, & 1843, & 1862. Et ce même nombre 1 seroit en rétrogradant le nombre d'or de l'année consacrée par la Naissance infiniment humble de nôtre Sauveur. Et le nombre 2 celuy de la premiére année depuis cette heureuse Naissance.

### Cycle lunaire.

*Ou révolution perpétuelle des 19 nombres d'or.*

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. | 2. | 3. | 4. | 5. | 6. | 7. | 8. | 9. | 10. | 11. | 12. | 13. | 14 | 15. | 16. | 17. | 18. | 19. |
| 1672. | 73. | 74. | 75. | 76. | 77. | 78. | 79. | 1680. | 81. | 82. | 83. | 84. | 85. | 86. | 87. | 88. | 89. | 1690. |

*Nombres d'or.*
*Années.*

### Premier exemple.

*Pour trouver le nombre d'or.*

Et pour trouver aisément le nombre d'or de telle année qu'on voudra, comme de l'année 1693; on luy ajoûte 1, & on divise la somme 1694 par 19: & sans considérer l'exposant 89, le reste 3 est le nombre d'or de l'année 1693.

### Second exemple.

Et pour trouver le nombre d'or de l'année 1690, on luy ajoûte 1, & on divise la somme 1691 par 19. Et parce qu'on trouve au juste ou sans reste l'exposant 89, le diviseur même 19 est le nombre d'or de l'année 1691. *Lisez 1690.*

## *DES EPACTES ET DES NOUVELLE LUNES.*

Si les années solaire & Lunaire commencent dans un même jour, la Solaire de 365 jours aura 11 jours plus que la Lunaire de 354 jours. Et les nouvelles Lunes de l'année suivante arriveront 11 jours plûtôt. Et la Solaire aura encore 2 fois 11 ou 22 jours au delà de la Lunaire. De sorte que les nouvelles Lunes de la troisiéme année arriveront 22 jours plûtôt. Et alors la So-



Digitized by Google

laire aura 33 jours au delà de la Lunaire, c'eſt à dire un mois Lunaire de 30 jours, & 3 jours de ſurplus. D'où il arrivera que les nouvelles Lunes de la quatriéme année n'arriveront que 3 jours plûtôt. Et ainſi du reſte juſques à la 19e année du Cycle Lunaire, à laquelle on ajoûte 11, & 1 de plus, ou 12; pour pouvoir commencer enſuite à conter par 11 comme auparavant. Et on rejettera toûjours 30, lorſqu'on le trouvera.

Et ſi l'année Solaire commençoit un jour plûs tard que la Lunaire, ou que la nouvelle Lune fût arrivée un jour plûtôt, l'année Solaire auroit 12 jours au delà de la Lunaire. De ſorte que les nouvelles Lunes de l'année ſuivante arriveroient 12 jours plûtôt. Et celles de la troiſiéme 23 jours plûtôt. Et celles de la quatriéme ſeulement 4 jours plûtôt, parce qu'ayant ajoûté 11 à 23, la ſomme 34 comprend un mois Lunaire de 30 jours, qu'on doit rejetter, & 4 jours de ſurplus. Et les nouvelles Lunes de la 5e année arriveroient 15 jours plûtôt. Et ainſi du reſte juſques à la 19e année, dans laquelle elles arriveroient 19 jours plûtôt. Et ajoûtant alors 11 & 1 ou 12, on auroit 31, c'eſt à dire un mois Lunaire de 30 jours, & l'unité de plus, par laquelle on commenceroit la révolution de 19 années comme auparavant.

Et ſi l'année Solaire commençoit 2 jours plus tard que la Lunaire, ou que la nouvelle Lune fût arrivée 2 jours plûtôt, on trouveroit une autre révolution de nombres pour les 19 années. Et encore une autre nouvelle, ſi elle commençoit 4 jours plus tard. Et ainſi du reſte, en rétrogradant toûjours, juſques à ce qu'on ſoit reculé d'un mois entier ou de 30 jours.

Et les derniers nombres de ces révolutions différentes, ſont ce qu'on nomme *épactes* ou *cycles des nouvelles Lunes*. Et il faut obſerver que ſi le nombre 30 s'y rencontre au juſte, on le marque par une étoile *.

La prémiere révolution des épactes, qu'on expoſe ici, ſert pour le ſiécle où nous ſommes, juſques à l'année 1700 qui n'y eſt pas compriſe. Et la ſeconde eſt pour l'année 1700 & les deux ſiécles qui la ſuivent. Et la troiſiéme comprend auſſi l'année 1900 & les trois ſiécles qui la ſuivent. Et la quatriéme comprend de la même ſorte l'année 2200 & le ſiécle ſuivant.

## Revolutions des Epactes de divers siecles.

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1. | 2. | 3. | 4 | 5. | 6. | 7. | 8. | 9. | 10. | 11. | 12. | 13. | 14. | 15. | 16. | 17. | 18. | 19. |
| *Nombres d'or* | 7. | 18. | 29 | 10. | 21. | 2. | 13. | 24. | 5. | 16. | 27. | 8. | 19. | *. | 11. | 22. | 3. | 14. | 25. *jusques à 1700.* |
| *Epactes* | 6. | 17. | 28. | 9 | 20. | 1. | 12. | 23. | 4. | 15. | 26. | 7. | 18. | 29 | 10. | 21. | 2. | 13. | 24 *jusques à 1900.* |
| | 5. | 16 | 27. | 8. | 19 | *. | 11. | 22 | 3. | 14. | 25. | 6. | 17 | 28. | 9 | 20. | 1. | 12. | 23 *jusques à 2200.* |
| | 4 | 15 | 26. | 7 | 18. | 29. | 10. | 21. | 2. | 13. | 24. | 5 | 16 | 27. | 8. | 19. | *. | 11. | 22. *jusques à 2300.* |

### EXEMPLE.

*Pour trouver l'Epacte d'une certaine année.*

Et pour trouver l'épacte de telle année qu'on voudra de ces divers ſiécles. On cherchera le nombre d'or de la même année, & ſous luy dans la révolution qui appartient au ſiécle, on trouvera l'épacte de l'année propoſée. Et cette épacte eſt l'âge de la Lune au premier de Janvier de la même année.

image
not
available

Comme ſ'on veut ſçavoir quel âge aura la Lune au premier de Janvier de l'année 1709. On cherchera ſon nombre d'or qui eſt 4. Et ſous luy dans la ſeconde révolution des épactes on trouvera l'épacte 9 de 1709. De ſorte que dans cette même année, il y aura environ 9 jours au premier de Janvier que la nouvelle Lune ſera arrivée.

Autre exemple.

*Pour trouver l'âge de la Lune dans un certain temps.*

Et pour trouver à tel jour qu'on voudra de l'année l'âge de la Lune. On prend l'épacte de l'année, & on lui ajoûte les jours écoulez du mois auquel ſe trouve le jour qu'on propoſe, & un jour de plus pour le mois de Fevrier ou d'Avril, & rien pour Mars, & 2 jours pour May, & 3 pour Juin, & 4 pour Juillet, & 5 pour Aouſt, & 7 pour Septembre, & 8 pour Octobre, & 9 pour Novembre, & 10 pour Décembre; ſi c'eſt une année ſans biſſexte. Mais ſi elle eſt biſſextile, on ajoûte un jour de plus pour Fevrier, & un pour Mars, & 2 pour Avril, & 3 pour May, & 4 pour Juin, & 5 pour Juillet, & 6 pour Aouſt, & 7 pour Septembre, & 8 pour Octobre, & 9 pour Novembre, & 10 pour Décembre. Et la ſomme entiére réſout la queſtion, ſi elle ne ſurpaſſe pas 30. Ou le ſurplus de 30, ſi elle eſt plus grande.

Comme pour trouver quel ſera le jour de la Lune au 27e d'Aouſt en 1685. Ayant pris l'épacte 30 ou * de cette année, plus 27 à cauſe du 27e d'Aouſt, & encore 5 pour le mois; la ſomme eſt 62, dont ayant ôté 2 fois 30, le reſte 2 marque que la nouvelle Lune aura déja à peu prés 2 jours au 27e d'Aouſt de l'année propoſée.

Second exemple.

Et pour trouver quel âge aura la Lune au 31e de May en 1696. Ayant pris l'épacte 2 de cette même année, plus 31 pour le 31e de May, ou ſimplement 1 en rejettant les 30, plus 3 pour May, parce que l'année eſt biſſextile, la ſomme 6 ſera le nombre des jours de la nouvelle Lune au 31e de May de l'année propoſée.

La meſure plus éxacte, & la connoiſſance diſtincte & particuliére des temps, ſuppoſent la meſure des mouvemens céleſtes, qu'on ne peut pas expliquer dans une ſimple expoſition des définitions générales. Et ce que j'en ai dit eſt peut-être même un peu trop approfondi pour ce lieu. On peut paſſer ſans aucun préjudice ce qu'on auroit de la peine à y comprendre, & ſe diſpenſer même entiérement de le lire.

## *DE LA PERIODE JULIENNE.*

Si on multiplie le cycle Solaire 28 par le cycle Lunaire 19, on aura un produit 532, qu'on nomme *la période de Denys le Petit*; parce qu'il eſt le premier qui l'a inventée. Et aprés cette période de 532 années, les cycles Solaire & Lunaire commenceront à rouler de la même ſorte.

Et ſi on multiplie la période 532 par le cycle 15 des Indictions Romaines, on aura un produit 7980, que Scaliger, qui en eſt l'Inventeur, a nommé *période Julienne*. Et cette période eſt telle, qu'on ne peut y trouver deux années qui ayent tout enſemble un même nombre d'or, & les mêmes nombres du cycle Solaire & de l'Indiction. Ce qui la rend tres-propre pour



Digitized by Google

fixer les années des Historiens, & marquer les temps au juste & sans équivoque.

L'année par exemple 1690 aura le nombre d'or 19, & le nombre 19 du cycle Solaire, & le nombre 13 de l'indiction Romaine. Et le nombre 6403 est le seul de tous ceux de la période Julienne 7980, lequel étant divisé par le cycle lunaire 19 ne laisse aucun reste, ou laisse si l'on veut un reste 19; & étant divisé par le cycle solaire 28, laisse encore un reste 19; & l'étant aussi par le cycle 15 de l'indiction Romaine, laisse un reste 13. De sorte que le nombre 6403 est le seul de tous ceux de la période Julienne, qui puisse répondre à l'année 1690, ou avoir les mêmes nombres ensemble des cycles Lunaire & Solaire & de l'Indiction.

## *DES EPOQUES.*

On nomme *êres* ou *époques* certains temps remarquables par de grands évenemens, depuis lesquels on a conté les temps qui les ont suivis.

La premiére de toutes les époques est la Création du monde, qui peut répondre à l'année 710 de la période 7980, ou qui pouvoit avoir le nombre 7 du cycle Lunaire, & le nombre 10 du cycle Solaire, & le nombre 5 de l'Indiction.

La seconde est la fin du déluge, ou l'année que Noé sortit de l'Arche; c'est à dire l'année 1657 depuis la Création du monde, & celle qui répond à l'année 2367 de la période Julienne.

La troisiéme est la vocation d'Abraham dans l'année 426 depuis la fin du déluge. Et cette année 2083 depuis la Création répond à l'année 2793 de la période Julienne.

La quatriéme est la Pasque miraculeuse des Israëlites, ou leur passage au travers de la mer rouge. Ou la loy donnée à Moyse sur le Mont de Sinaï, 430 ans depuis la vocation d'Abraham, ou 856 depuis le déluge, ou 2513 depuis la Création, ou l'année 3223 de la période Julienne.

La cinquiéme est la fondation du Temple de Jérusalem, l'année 479 depuis la loy receuë, ou 2992 depuis la Création, & 3702 de la période Julienne.

La sixiéme est la délivrance des Juifs captifs en Babylone sous le regne de Cyrus, 476 ans depuis la fondation du Temple, ou 3468 depuis la Création, ou l'année 4178 de la période Julienne.

Et la septiéme, qui nous régle aujourd'huy, est la Naissance Divine de nôtre Seigneur JESUS-CHRIST, l'an 4000 depuis la Création n'étant pas fini, & aprés la fin de l'année 4709 de la période Julienne. Mais par une erreur de quelques Historiens Ecclésiastiques, on la suppose arrivée 4 années plus tard. Et l'année 4003 depuis la Création, ou 4713 de la période Julienne est celle que nous nommons communément *l'êre Chrestienne*, ou à laquelle nous fixons le point, d'où l'on commence à conter les années depuis la Naissance de JESUS-CHRIST. Son jour fut le 25e du mois de Décembre.

Il y a d'autres époques fameuses parmi les Payens. Comme celle de Nabonassar Roy des Babyloniens, nommé autrement Baladan, qui com-

Digitized by Google

mence l'année 3967 de la période Julienne le 26e Février, ou 3257 depuis la Création, & 746 années avant la Naissance du Sauveur. Et celle de Nabopolassar Pére de Nabuchodonosor, & l'un des successeurs de Nabonassar, en l'an 4089 de la période Julienne, ou 3379 depuis la Création. Et la mort d'Aléxandre l'an 3680 depuis la Création. Et le commencement de l'Empire d'Auguste l'année 3974 depuis la Création, ou 4684 de la période Julienne, le 31e jour du mois d'Aoust. Et quelques autres que je passe sous silence.

## *DES POIDS ET DES MONNOYES.*

Le poids commun auquel on a coûtume de rapporter les autres, est *la livre* qu'on divise en *16 onces*.

Et la demie-livre ou le poids de 8 onces est ce qu'on nomme *un marc*.

On divise l'once en 8 parties égales, qu'on nomme *dragmes* ou *gros*. Et la dragme en 3 égales, qu'on appelle *scrupules*; & le scrupule en 2 *oboles*; & l'obole en 12 *grains*. Et le gros se divise en 6 *deniers*; & le denier en 2 oboles ou en 24 grains. Et quelques-uns divisent encore le grain en 24 *primes*; & la prime en 24 *secondes*.

On pése par *quintaux* les plus grands fardeaux. Et on nomme quintal le fardeau ou la charge ou le poids de 100 livres.

La livre des Romains n'étoit que de 12 onces. Et leur once comparée à celle de Paris, qui contient 576 grains, n'en contenoit que 536, & 9 primes, & un peu plus de 12 secondes.

L'once ancienne étoit divisée en 2 *sicles*, & le sicle en 4 dragmes, ou en 4 deniers, & la dragme ou le denier en 6 oboles, & l'obole en 2 *asses*. Et 25 sicles Attiques composoient le poids que les Grecs appelloient *mine Attique*. Et 60 mines *le talent Attique*. Mais la dragme des Hébreux en pesoit deux Attiques, & leur sicle pareillement deux Attiques, & leur mine aussi deux mines Attiques. Et leur talent deux talents Attiques.

Comme les prix des métaux sont différens chez tous les divers peuples, & qu'ils varient sans cesse dans les mêmes Estats, nous pourrons estimer à peu prés 8 écus ou 24 livres, le marc d'argent ou le poids de 8 onces; & un écu ou 3 livres, celuy d'une once d'argent. Et dans cette supposition, qui seroit assez juste aujourd'huy en France, le sicle Attique vaudroit 30 sous. Et la dragme Hébraïque 15 sous. Et la dragme Attique 7 sous 6 deniers. Et la mine Attique 37 livres 10 sous. Et l'Hébraïque 75 livres. Et le talent Attique 2250 livres. Et l'Hébraïque 4500 livres. Mais l'obole des Hébreux valoit un sou 6 deniers, & l'Attique un sou 3 deniers.

Et si c'étoit de l'or, on prendroit 12 fois le prix du même poids en argent, comme 18 livres pour le sicle d'or Attique, & 36 livres pour le sicle d'or du Temple ou pour une once d'or. Et 288 livres pour le marc d'or. Et 9 livres pour la dragme d'or du Temple. Et 4 livres 10 sous pour la dragme d'or Attique. Et 450 livres pour la mine d'or Attique. Et 900

Digitized by Google

livres pour la mine d'or du Temple. Et 27000 livres pour le talent d'or Attique. Et 54000 livres pour le talent d'or du Temple.

## DES MESURES DES GRAINS.

### ET DE DIVERS CORPS SECS.

LA mesure des solides ou des corps à laquelle on a coûtume de rapporter les autres est celle qu'on nomme *un pied cubique*. Et son creux ou sa capacité porte un pied de hauteur sur un pied de long & sur un de large, ou sur un pied quarré.

Ou si on l'aime mieux, la premiére & la plus simple des mesures sera celle qu'on nomme *un pouce cubique*. Et son creux ou sa capacité porte aussi un pouce de hauteur sur un pouce de long & sur un de large, ou sur un pouce quarré.

On appelle *litron* la mesure des grains ou de divers corps secs, qui contient au juste 36 pouces cubiques. Et il pése une livre & demie d'eau de puits.

Et 16 litrons font au juste ce qu'on nomme un boisseau. Il pése 24 livres d'eau, & 20 livres & 2 tiers de froment.

Les 3 boisseaux font *un minot*. Et 6 boisseaux ou 2 minots *la mine*. Et 4 minots ou 2 mines *un septier*, qui pése 248 livres de froment. Et 12 septiers font *un muid* de Paris, qui pése 2976 livres de froment. Et il rend le même poids de farine.

Un septier ou 12 boisseaux de froment rendent 22 boisseaux de farine, c'est à dire 10 boisseaux de pure farine, & 4 d'une plus grossiére, & 8 de son sec. Et le boisseau de farine pure pése 12 livres, celuy de la grossiére 14 livres, & celuy du son 9 livres.

Un septier de froment rend 170 livres de pain blanc, & 80 livres de pain bis. Ou le muid 2040 livres de blanc, & 960 de bis. Et le boisseau ou les 12 livres de pure farine 17 livres de blanc, & le boisseau ou les 14 livres de farine grossiére 10 livres de pain bis.

Le minot d'avoine est de 4 boisseaux. Et le muid ou les 12 septiers en font 16 du bled. Son poids est environ de 2913 livres.

Le muid de plâtre est de 36 sacs de 4 boisseaux chacun. Et le sac pése à peu prés 172 livres.

Le muid du charbon est d'un tiers plus grand que celuy d'avoine. Et il se mesure à comble, à la différence du plâtre & des divers grains, dont on couppe ou râcle les mesures.

Le minot de sel pése 100 livres, lorsqu'on le mesure à la pele. Mais il pése moins, de 4 ou de 6 ou de 8 livres, lorsqu'on le mesure en faisant couler le sel par la trémie. Il contient 4 boisseaux ou 64 litrons.

## DES MESURES DES LIQUEURS.

La premiére mesure des liqueurs sera celle qu'on nomme simplement *un verre*

*verre* d'eau, ou quelques-uns *un poſſon*, & qui comprend 6 pouces cubiques, & pèſe 4 onces d'eau de puits.

Et 2 de ces meſures ou 8 onces d'eau compoſeront *le petit demi-ſeptier* Et 2 petits demi-ſeptiers *la chopine*. Et 2 chopines *une pinte*. Et 2 pintes *une quarte*. Et 4 quartes *un grand ſeptier*. Et 36 grands ſeptiers de vin pur ou 288 pintes font *un muid*, ou 300 pintes comprenant marc & lie.

Mais aujourd'huy le muid ne contient à Paris que 280 pintes. Et le muid & demi ou 420 pintes font *la queuë* de Bourgogne ou celle d'Orleans. Et un muid & un tiers ou 373 pintes font une queuë de Champagne. Et *le quartaut* de Champagne, ou un quart de la queuë vaut un tiers de muid ou 93 pintes.

## *DE LA MANIERE DE CONTER DES ROMAINS.*

Les Latins marquoient ainſi leurs nombres. Ils écrivoient I pour 1, & II pour 2, & III pour 3, & V pour 5, & X pour 10, & L pour 50, & C pour 100, & IↃ ou D pour 500, & M pour 1000. Et ils n'employoient que ces mêmes lettres, en les diſpoſant en diverſes maniéres, pour exprimer tous les divers nombres. Comme on peut l'obſerver ici.

| 1. | 2. | 3. | 4. | 5. | 6. | 7. | 8. | 9. | 10. | 11. | 12. | 13. | 14. | 15. | 16. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| I. | II. | III. | IV. | V. | VI. | VII. | VIII. | IX. | X. | XI. | XII. | XIII. | XIV. | XV. | XVI. |

| 17. | 18. | 19. | 20. | 21. | 24. | 25. | 26. | 29. | 30. | 34. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| XVII. | XVIII. | XIX. | XX. | XXI. | XXIV. | XXV. | XXVI. | XXIX. | XXX. | XXXIV. |

| 40. | 41. | 42. | 44. | 45. | 46. | 49. | 50. | 51. | 54. | 55. | 56. | 59. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| XL. | XLI. | XLII. | XLIV. | XLV. | XLVI. | XLIX. | L. | LI. | LIV. | LV. | LVI. | LIX. |

| 60. | 64. | 69. | 70. | 80. | 90. | 91. | 94. | 99. | 100. | 104. | 109. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| LX. | LXIV. | LXIX. | LXX. | LXXX. | XC. | XCI. | XCIV. | XCIX. | C. | CIV. | CIX. |

| 110. | 114. | 119. | 120. | 130. | 140. | 150. | 160. | 170. | 180. | 190. | 200. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| CX. | CXIV. | CXIX. | CXX. | CXXX. | CXL. | CL. | CLX. | CLXX. | CLXXX. | CXC. | CC. |

| 300. | 400. | 500. | 600. | 1000. | 5000. | 10000. | 50000. | 100000. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| CCC. | CCCC. | IↃ ou D. | IↃC ou DC. | MↃ ou CIↃ. | IↃↃ. | CCIↃↃ. | IↃↃↃ. | CCCIↃↃↃ. |

## *DE LA MANIERE DE CONTER DES GRECS.*

Les Grecs employoient diverſement les lettres de leur Alphabeth pour exprimer tous les divers nombres. Et ils y mêloient auſſi deux ou trois autres caractéres. On peut voir ici la diſpoſition & la valeur de leurs nombres par le moyen des petites lettres.

Ils ſe ſervoient auſſi des lettres capitales pour exprimer les nombres. Et ils écrivoient ordinairement I pour 1, & II pour 5, & Δ pour 10, & E



Digitized by Google

pour 100, & X pour 1000. Et lorſqu'ils enfermoient un nombre dans Π, ce même nombre enfermé valoit 5 fois plus que s'il eût été ſeul.

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. | 2. | 3. | 4. | 5. | 6. | 7. | 8. | 9. | 10. | 11. | 12. | 13. | 14. | 15. | 16. | 17. | 18. | 19. |
| α΄. | β΄. | γ΄. | δ΄. | ε΄. | ϛ΄. | ζ΄. | η΄. | θ΄. | ι΄. | ια΄. | ιβ΄. | ιγ΄. | ιδ΄. | ιε΄. | ιϛ΄. | ιζ΄. | ιη΄. | ιθ΄. |
| 20. | 21. | 22. | 23. | 24. | 25. | 26. | 27. | 28. | 29. | 30. | 31. | 32. | 33. | 34. | 35. | 36. | 37. | 38. | 39. |
| κ΄. | κα΄. | κβ΄. | κγ΄. | κδ΄. | κε΄. | κϛ΄. | κζ΄. | κη΄. | κθ΄. | λ΄. | λα΄. | λβ΄. | λγ΄. | λδ΄. | λε΄. | λϛ΄. | λζ΄. | λη΄. | λθ΄. |
| 40. | 41. | 42. | 43. | 44. | 45. | 46. | 47. | 48. | 49. | 50. | 51. | 52. | 53. | 54. | 55. | 56. | 57. | 58. | 59. |
| μ΄. | μα΄. | μβ΄. | μγ΄. | μδ΄. | με΄. | μϛ΄. | μζ΄. | μη΄. | μθ΄. | ν΄. | να΄. | νβ΄. | νγ΄. | νδ΄. | νε΄. | νϛ΄. | νζ΄. | νη΄. | νθ΄. |
| 60. | 61. | 62. | 63. | 64. | 65. | 66. | 67. | 68. | 69. | 70. | 71. | 72. | 73. | 74. | 75. | 76. | 77. | 78. | 79. |
| ξ΄. | ξα΄. | ξβ΄. | ξγ΄. | ξδ΄. | ξε΄. | ξϛ΄. | ξζ΄. | ξη΄. | ξθ΄. | ο΄. | οα΄. | οβ΄. | ογ΄. | οδ΄. | οε΄. | οϛ΄. | οζ΄. | οη΄. | οθ΄. |
| 80. | 81. | 82. | 83. | 84. | 85. | 86. | 87. | 88. | 89. | 90. | 91. | 92. | 93. | 94. | 95. | 96. | 97. | 98. | 99. |
| π΄. | πα΄. | πβ΄. | πγ΄. | πδ΄. | πε΄. | πϛ΄. | πζ΄. | πη΄. | πθ΄. | ϟ΄. | ϟα΄. | ϟβ΄. | ϟγ΄. | ϟδ΄. | ϟε΄. | ϟϛ΄. | ϟζ΄. | ϟη΄. | ϟθ΄. |
| 100. | 200. | 300. | 400. | 500. | 600. | 700. | 800. | 900. | 1000. | 2000. | 3000. | 4000. | 5000. | 6000. | | | | |
| ρ΄. | σ΄. | τ΄. | υ΄. | φ. | χ. | ψ΄. | ω΄. | ϡ΄. | ,α | ,β | ,γ | ,δ | ,ε | ,ϛ | | | | |
| 10000. | 20000. | 38947. | 100000. | 130321. | 1000000. | 8094096. | 10675000. | | | | | | | | | | | |
| α. | β. | γ.ϡζ. | ι. | ιγ.τκα. | ρ. | αϟδ.ϟε. μμ.κξ.μοι. | | | | | | | | | | | | |

Digitized by Google

# NOUVEAUX ELEMENS DES MATHEMATIQUES.

## *LIVRE TROISIEME.*

### DE LA SCIENCE GENERALE *DES GRANDEURS.*

#### DEFINITIONS *Et explications de certaines marques.*

'APPELLE *science générale des grandeurs*, celle dont l'application ſert le plus à découvrir les véritez cachées. Pluſieurs la nomment ſimplement *Spécieuſe*, parce qu'elle employe les eſpéces des lettres pour marquer les grandeurs. Mais l'uſage a voulu qu'on luy donnât plus communément le nom d'Algébre. On ne ſçait pas au vrai d'où vient ce terme. Quelques-uns prétendent le tirer d'un certain Arabe qu'il leur plaît d'appeller Géber. On pourroit nommer plus proprement cette partie des Mathématiques *une Arithmetique litterale.*

On nomme *grandeur poſitive* ou *réelle* ou *vraie*, toute grandeur qui ajoûte à zéro, ou qui vaut plus que rien; & *grandeur négative* ou *défectiue* ou *fauſſe*, toute grandeur qui retranche de zéro, ou qui vaut moins que rien; comme la dette de mille écus pour un homme qui n'a rien du tout: parce qu'il s'en faut alors mille écus, qu'il n'ait autant qu'un autre qui n'a rien & qui ne doit rien.

Cette marque + eſt celle d'une grandeur poſitive, & ſignifie plus. Et la marque — eſt celle d'une grandeur défectiue, & ſignifie moins. Et lors



Digitized by Google

qu'une grandeur, comme *a*, n'a point la marque ou le signe + ou —, on sous-entend toûjours qu'elle a celuy du +; parce qu'on la suppose alors positive ou réelle ou vraie.

Pour comparer les nombres & les grandeurs d'une maniére plus facile, plus générale, & plus abbrégée, on les exprime par des lettres, au lieu des chiffres ou des noms qui les expriment dans le langage ordinaire. On écrit, ou on dit, par exemple, *a* ou *b* ou *c*, ou quelque autre lettre; pour exprimer une longueur de mille, ou dix mille pieds, ou quelque autre grandeur, ou un certain nombre.

On nommera *grandeur litterale* toute grandeur exprimée par lettres, & *grandeur numérique* tout nombre exprimé par des chiffres.

Et toute grandeur, dont le signe + ou — ne lie ou ne sépare aucunes parties, sera encore nommée *grandeur absoluë* ou *grandeur incomplexe*: comme la grandeur positive + *a* ou *a*, ou la négative — *a*. Et toutes les autres seront nommées *grandeurs complexes*.

J'appelle *unité numérique* ou simplement 1, celle dont les divers assemblages forment les divers nombres; & *unité arbitraire* ou simplement *i*, la grandeur que l'on détermine, pour luy comparer comme à l'unité certaines grandeurs du même genre qu'elles.

On ne doit point s'embarrasser ici, pour sçavoir plus distinctement la raison de ces abbréviations que l'on fait par lettres. On la connoîtra clairement, & même avec admiration des grands secours que l'on peut tirer de ces expressions abbregées, lorsque nous en découvrirons plus distinctement les usages

## I COROLLAIRE ET PROBLEME I.

### Pour l'addition des grandeurs litterales.

1. *Pour ajoûter ensemble les grandeurs incomplexes & réelles.*

On les écrit consécutivement, & précédées chacune de son signe +, excepté la premiére.

Comme pour ajoûter les grandeurs *a* & *b*, on écrit *a* + *b*. Et pour ajoûter les grandeurs *a* & *b* & *c* & *d*, on écrit *a* + *b* + *c* + *d*. Et pour ajoûter *a* & *a*, on écrit *a* + *a* ou 2*a*. Et pour ajoûter 2*a* & 5*a*, on écrit 2*a* + 5*a* ou 7*a*. Ce qui marque qu'on prend 2 fois plus 5 fois, ou 7 fois la même grandeur *a*.

## II COROLLAIRE ET PROBLEME II.

### Pour la soustraction des grandeurs litterales.

2. *Pour ôter les grandeurs incomplexes les unes des autres, lorsque les unes & les autres sont vraies.*

On écrit celles, dont on ôte les autres, consécutivement & précedées chacune de son signe +, excepté la premiére où on le sous-entend; & on écrit ensuitte toutes celles qu'on doit ôter, consécutivement & précédées chacune du signe —.

Digitized by Google

Comme pour ôter la grandeur $b$ de la grandeur $a$, on écrit $a - b$. Et pour ôter les grandeurs $d$ & $e$ des grandeurs $a$ & $b$ & $c$. On écrit $a + b + c - d - e$. Et pour ôter $a$ de $2a$, on écrit $2a - a$ ou simplement $1a$. Et pour ôter $2a$ de $7a$, on écrit $7a - 2a$ ou $5a$. Ce qui marque qu'on prend 7 fois moins 2 fois, ou 5 fois seulement, la même grandeur $a$.

## III COROLLAIRE ET PROBLEME III.

### *POUR L'ADDITION.*

3. *Pour ajoûter ensemble des grandeurs complexes.*

On écrit consécutivement toutes leurs incomplexes précédées chacune de son signe + ou —. Et si quelqu'une s'y trouve plusieurs fois avec un même signe, on ne l'écrit qu'une fois avec le même signe; marquant seulement par un nombre avant elle, combien elle est prise de fois. Et si quelqu'une s'y trouve plusieurs fois & sous divers signes, on l'efface ou supprime autant de fois qu'elle y est également avec les signes + &—. Et on écrit le reste avec son signe.

Ainsi pour ajoûter ensemble les grandeurs $a + b$ & $c + d$, on écrit $a + b + c + d$. Et pour ajoûter $a - b$ & $c - d + e$, on écrit $a - b + c - d + e$. Et pour ajoûter $3a - 3b$ & $2a - b$, on écrit $5a - 4b$; parce que $3a$ & $2a$ font $5a$, & que $-3b$ & $-b$ font $-4b$. Et pour ajoûter $a - b$ & $b + c$, on écrit $a + c$, sans écrire aucun $b$; parce que $+b - b$ n'est rien. Mettre mille écus dans une bourse vuide, & les en ôter, la bourse n'aura rien. Et pareillement pour ajoûter ensemble $3a - 2b$ & $4b - 1a$, on écrit $2a + 2b$; parce que $3a - 1a$ font $2a$, & $-2b + 4b$ ou $4b - 2b$ font $2b$.

Autres exemples.

| | | | |
|---|---|---|---|
| *Ajoûter* | $\begin{cases} a + 3b \\ 2a + 2b \end{cases}$ | $\begin{cases} 6a + 1b + 1d + 2d + 3f \\ 9a + 7b + 4d + 6e \end{cases}$ | $\begin{cases} a - 4e + 3f \\ 2a + 1e + 2f \end{cases}$ |
| *Sommes* | $3a + 5b.$ | $15a + 8b + 7d + 6e + 3f.$ | $3a - 3e + 5f.$ |
| *Ajoûter* | $\begin{cases} 2a + 6b \\ 3c - 2d \\ 2c + e \end{cases}$ | $\begin{cases} 6a - 5d + e \\ 3b + 7e - 8a \\ 7e - 9d - 2f \end{cases}$ | $\begin{cases} 27a - 12b - 63c - 17e \\ 38b - 13a + 37c - 23e \\ 53a - 85b + 28c + 39e \end{cases}$ |
| *Sommes* | $\begin{cases} 2a + 6b + 5c \\ - 2d + e. \end{cases}$ | $\begin{cases} 3b - 2a - 14d \\ + 15e - 2f. \end{cases}$ | $67a + 111b + 2c - 1e.$ |

Demonstration.

Puisque le signe + est la marque des grandeurs positives, on peut marquer qu'on les ajoûte ensemble, en les joignant avec ce même signe; & employer au contraire l'autre signe — des grandeurs défectives, pour marquer qu'on les ajoûte à d'autres. Ce qui est proprement une soustraction. Comme si l'on dit qu'on donne ou qu'on assigne à un homme qui a 12000 écus une dette de 2000 écus; on conçoit qu'on luy ôte véritablement les 2000 écus qu'on l'engage à devoir, & qu'ainsi il ne luy restera plus que la valeur de 10000 écus.



Digitized by Google

## IV COROLLAIRE ET PROBLEME IV.
### *POUR LA SOUSTRACTION.*

4. *Pour ôter une grandeur complexe d'une grandeur complexe ou incomplexe.* On change en — chacun des signes +, & en + chacun des signes — de la grandeur qu'on ôte; & on écrit ensuitte les grandeurs consécutivement & de la même sorte[a] que dans l'addition.

2. 3.

Comme pour ôter la grandeur $b+c$ de la grandeur $a$, on prend $-b-c$ au lieu de $b+c$, & on écrit $a-b-c$. Et pour ôter la grandeur $d+e$ de la grandeur $a+b+c$, on prend $-d-e$ au lieu de $d+e$, & on écrit $a+b+c-d-e$. Et pour ôter la grandeur $d-e$ de l'autre $a-b+c$, on prend $-d+e$ au lieu de $d-e$, & on écrit $a-b+c-d+e$.

Et pour ôter $a+b$ de $3a-b$, ayant changé les signes de la grandeur $a+b$, on écrit $3a-b-a-b$; ou pour abbréger, $2a-2b$: parce que $3a-a$ font $2a$, & $-b-b$ font $-2b$. Et pour ôter $a-9b$ de $3a-5b$, on prend $-a+9b$ au lieu de la grandeur $a-9b$, & on écrit $3a-5b-a-9b$, ou pour abbréger, $2a+4b$.

AUTRES EXEMPLES.

| | | | |
|---|---|---|---|
| *De* | $15a+20b.$ | $37a-20b+8c.$ | $22a-7b+45c.$ |
| *ôter* | $19a+6b.$ | $50b-45a+3c.$ | $1\text{I}0a-37b-123c.$ |
| *Restes* | $14b-4a.$ | $82a-70b+5c.$ | $30b-88a+168c.$ |

| | | | |
|---|---|---|---|
| *De* | $13a+9b+12e.$ | $12384a+4563b-2528c+3640e.$ | |
| *ôter* | $10c-8a+1b.$ | $3452c-1845b-2665a-753e.$ | |
| | $3b+12a-6c.$ | $6354a+953b+197c+1549e.$ | |
| *Restes* | $9a+5b-4c+12e.$ | $32684a+5455b-6177c+2844e.$ | |

DEMONSTRATION.

Puisque le signe — est la marque des grandeurs défectives, ou signifie moins; on peut employer ce signe, pour marquer qu'une grandeur positive est retranchée d'une autre: ces deux expressions par exemple, 7 moins 3, & $7-3$, ne signifiant qu'une même chose. Et au contraire, on doit employer l'autre signe + des grandeurs positives, pour marquer qu'une grandeur défective est retranchée d'une autre. Ce qui est proprement une addition ou une augmentation; parce que le retranchement du moins & l'addition du plus sont une même chose. Oter une dette de mille écus, ou donner mille écus, c'est la même chose. Si une personne n'a rien & ne doit rien, & qu'une autre la suppositant endettée des mille écus, luy veüille ôter sa dette; elle ne pourra le faire, qu'en luy donnant dequoy la payer. Et comme la personne ne les devoit pas, elle aura mille écus alors.

| | |
|---|---|
| $+4$ | |
| $-1$ | |
| $+3$ | |
| $-1$ | |
| $+2$ | |
| $-1$ | |
| $+1$ | |
| $-1$ | |
| $+0$ | |
| $-1$ | |
| $-1$ | |
| $-1$ | |
| $-2$ | |
| $-1$ | |
| $-3$ | |

Et pour rendre encore cecy plus sensible, je dis que la difference, qui est entre 4 & $-3$, est $4+3$ ou 7. Car pour arriver de $4-3$: on descend déja de 4 unitez, pour venir

Digitized by Google

de 4 jusques au rien ; & ensuitte encore de 3 unitez, pour venir de 4 à — 3. Il est visible qu'un homme qui a 4000 écus, & qui ne doit rien, est plus riche de 7000 écus qu'un autre qui n'a rien, & qui en doit 3000.

## V COROLLAIRE.

5. ON peut recueillir des demonstrations que l'on vient d'exposer; que le retranchement du plus, & l'addition du moins d'une même grandeur, sont une même chose. Ce qu'on exprimera, en disant que — + & + — sont égaux, comme que — + *a* & + — *a* sont la même chose.

6. Et aussi que le retranchement du moins, & l'addition du plus d'une même grandeur, sont une même chose. Ce qu'on exprimera, en disant que — — & + + sont égaux, comme que — — *a* & + + *a* sont la même chose.

Cette expression au reste — + *a* ou + — *a* est différente de l'expression — *a* + *a* & + *a* — *a*; parce que celle-ci signifie simplement, qu'on ôte & qu'on ajoûte, ou qu'on ajoûte & qu'on ôte la même grandeur; ce qui est égal à zéro : au lieu que l'autre signifie, qu'on ôte du rien une grandeur positive, ou qu'on luy en ajoûte une défective; ce qui est moins que rien. Et ces autres expressions — — *a* & + + *a* sont encore différentes des expressions — *a* — *a* & + *a* + *a*, celles-ci signifiant le double d'une grandeur défective ou d'une positive; & les autres qu'on ôte une grandeur défective ou qu'on en met une positive ; ce qui en donne toûjours une positive.

Ces sortes d'expressions nous sont absolument nécessaires. Et l'on s'y doit accoûtumer & se les rendre familiéres, si l'on veut aller vîte, & faire à peu de frais de fort grands progrés dans les Mathématiques.

Ceux à qui cet avis paroîtra d'abord peu de chose, ou même inutile, reconnoîtront facilement dans la suitte, qu'il est encore beaucoup plus important que je ne puis le dire en ce lieu.

## *DE LA MULTIPLICATION DES GRANDEURS LITTERALES.*

## VI COROLLAIRE.

7. SI on multiplie l'une par l'autre deux grandeurs positives, ou deux défectives, ou que chacune ait un même signe + ou exprimé ou sous-entendu, ou le même signe —; leur produit aura le signe +, ou sera positif.

Si 2 & 4, par éxemple, sont les deux positives. Comme la racine positive 2 ou 4 contient 1 positivement 2 fois ou 4 fois, le produit doit [a] aussi contenir positivement 2 fois, ou 4 fois, l'autre racine positive + 4, ou + 2; c'est à dire + 4 & + 4, ou 2 + 2 + 2 + 2, ou le nombre [b] positif + 8 ou 8. a. 7. 2. b. 6.

| | | + 1 | + 2 *autre* |
|---|---|---|---|
| + 1 *unité* | + 4 *autre racine* | + 1 *unité* | + 2 *racine* |
| + 1 *répétée* | + 4 *positive répétée* | + 1 *répétée* | + 2 *positive* |
| + 2 *racine positiv.* | + 8 *produit positif.* | + 1 | + 2 *répétée* |
| | | + 4 *racine positive.* | + 8 *produit positif.* |

Et si — 2 & — 4 sont les racines défectives. Comme la défective — 2 ou — 4 contient 2 fois ou 4 fois le retranchement de l'unité, le produit
2. 7. 2. doit aussi [a] contenir 2 fois, ou 4 fois, le retranchement de l'autre défective
b. 6. — 4, ou — 2; c'est [b] à dire 2 fois + + 4, ou 4 fois + + 2, ou le nombre positif 8 ou + 8.

| | | + 1 | — 2 *autre* |
|---|---|---|---|
| + 1 *unité* | — 4 *autre racine* | + 1 *unité* | — 2 *racine* |
| + 1 *répétée* | — 4 *défect. répétée* | + 1 *répétée* | — 2 *défective* |
| + 2 *racine défect.* | + 8 *produit positif.* | + 1 | — 2 *répétée* |
| | | — 4 *racine défect.* | + 8 *produit positif.* |

## VII COROLLAIRE.

8. Si on multiplie l'une par l'autre deux grandeurs qui aïent divers ſignes, ou qui ſoient l'une défective & l'autre poſitive, ou l'une poſitive & l'autre défective; leur produit aura le ſigne —, ou ſera défectif.

Si 2 & — 4, par exemple, ſont les deux qu'on propoſe. Comme la poſitive
2. 7. 2. contient 1 poſitivement 2 fois, le produit doit [a] auſſi contenir 2 fois poſi-
b. 5. tivement la racine défective — 4; c'eſt [b] à dire 2 fois + — 4, ou — 4 & — 4, ou le nombre défectif — 8.

| | | + 1 | + 2 *autre* |
|---|---|---|---|
| + 1 *unité* | — 4 *racine défect.* | + 1 *unité* | + 2 *racine* |
| + 1 *répétée* | — 4 *répétée.* | + 1 *répétée* | + 2 *poſitive* |
| + 2 *racine poſitiv.* | — 8 *produit défect.* | + 1 | + 2 *répétée* |
| | | — 4 *racine défective.* | — 8 *produit defectif.* |

Et ſi les deux racines ſont — 2 & + 4. Comme — 2 contient 2 fois le
2. 7. 2 retranchement de l'unité, le produit [a] doit auſſi contenir 2 fois le retran-
b. 5. chement de 4; c'eſt [b] à dire — 4 & — [illegible] ou le nombre défectif — 8.

| | | + 1 | — 2 *autre* |
|---|---|---|---|
| + 1 *unité* | + 4 *racine poſitive* | + 1 *unité* | — 2 *racine* |
| + 1 *répétée* | + 4 *répétée* | + 1 *répétée* | — 2 *défective* |
| — 2 *racine défect.* | — 8 *produit défect.* | + 1 | — 2 *répétée* |
| | | + 4 *racine poſitiv.* | — 8 *produit défectif.* |

## *VIII COROLLAIRE ET PROBLEME VII.*

9. *Pour multiplier une grandeur par un nombre, ou par une grandeur de ſon même genre.*

On

Digitized by Google

On se contente de nommer immédiatement le nombre avant la grandeur, ou la seconde grandeur avant la premiére. D'écrire par éxemple, ou de dire [a] simplement 4*y*, pour signifier d'une maniére abbrégée, que la grandeur *y* est multipliée [b] par le nombre 4, ou prise 4 fois. a. 1. b. 2. 1.

### Exemple.

Et pour multiplier une grandeur *y* par un certain nombre *e*; on écrit simplement, ou l'on dit *ey*. Et ce produit *ey* signifie, que la grandeur *y* est prise autant de fois au juste, que le nombre *e* contient d'unitez; comme 4 fois, si on prend *e* pour 4; & 100 fois, ou 1000 fois, si on prend *e* pour 100, ou pour 1000.

Multiplier *y*. 5 pieds linéaires.
par le nombre *e*. 4
Produit *ey*. 20 pieds linéaires.

### Autres exemples.

Et pour multiplier en général une grandeur *y* par une grandeur *x* de son même genre; on écrit, ou l'on dit de la même maniére *xy*. Et ce produit *xy* signifie, que la grandeur *y* est prise autant de fois au juste, ou de la même [a] sorte, que l'autre *x* contient l'unité arbitraire *i*.

Et pour multiplier une grandeur *y* par la même *y*; on écrit, ou l'on dit simplement *yy*. Et ce produit *yy* signifie que la grandeur *y* est prise autant de fois au juste, ou de la même [a] sorte, qu'elle contient elle-même l'unité arbitraire *i*. a. 3. 2.

Multiplier *y*. 5 pieds linéaires.
par *x*. 3 pieds linéaires.
Produit *xy*. 15. pieds linéaires.

Multiplier *y*. 5 pieds linéaires.
par *y*. 5 pieds linéaires.
Produit *yy*. 25 pieds linéaires.

Et pour multiplier la grandeur ou le produit *xy* par un certain nombre *e*; on écrit, ou l'on dit *exy*. Et ce nouveau produit signifie, que l'autre *xy* est pris autant de fois [b] qu'il y a d'unitez dans *e*. Et pour multiplier le produit *xy* par une grandeur *v*; on écrit *vxy*. b. 3. 2.

Multiplier *xy*. 15 pieds linéaires.
par *e*. 4
Produit *exy*. 60 pieds linéaires.

### Maniere d'abbreger.

Lorsqu'on multiplie une grandeur *y* par elle-même; au lieu d'écrire *yy*, on écrit quelquesfois $y^2$. Et pour multiplier *yy* ou $y^2$ par *y*; on écrit *yyy*, ou plûtôt $y^3$, afin d'abbréger. Et pour multiplier $y^3$ par *y*, on écrit $y^4$. Et ainsi du reste. Où il faut remarquer qu'il y a beaucoup de différence entre ce que signifient ces expressions *yy* ou $y^2$, & $y^3$, & $y^4$, & $y^5$, & $y^6$, &c. & ce que signifient ces autres expressions $y + y$ ou 2*y*, 3*y*, 4*y*, 5*y*, 6*y*, &c. Car 2*y* signifie une somme de deux grandeurs égales *y* & *y* ajoûtées l'une à l'autre; & *yy* un produit de ces deux égales multipliées l'une par l'autre. De sorte que si on prend *y* pour 9, la valeur de 2*y* sera 2 fois 9 ou 18; mais *yy* vaudra 9 fois 9 ou 81. Et pareillement 3*y* vaudront 3 fois 9 ou 27; & $y^3$



Digitized by Google

vaudra 9 fois 9 fois 9, ou 81 fois 9, ou 243. Et 4y vaudront 4 fois 9 ou 36; & $y^4$ vaudra 9 fois 9 fois 9 fois 9, ou 243 fois 9, ou 2187. Et ainsi du reste.

| | | |
|---|---|---|
| Multiplier $y$. | 9 | Ajoûter $y$. 9 |
| par $y$. | 9 | & $y$. 9 |
| 1er produit $yy$. | 81 | 1re somme 2y. 18. |
| par $y$. | 9 | & $y$. 9 |
| 2d produit $y^3$. | 243 | 2e somme 3y. 27 |
| par $y$. | 9 | & $y$. 9 |
| 3e produit $y^4$. | 2187 | 3e somme 4y. 36 |

## IX COROLLAIRE.

10. Si on multiplie une grandeur $y$ par une grandeur $x$, & le produit $xy$ par un certain nombre $e$, le nouveau produit $exy$ est le même que l'on trouveroit en multipliant la premiére $y$ par le produit $ex$ de l'autre $x$ par $e$. Car $xy$ contient autant de fois au juste, ou de la même sorte [a] la grandeur $y$, que l'autre $x$ l'unité arbitraire $i$. Et $exy$ aussi autant de fois [a] au juste la grandeur $xy$, qu'il y a d'unitez numériques dans $e$. Et par conséquent $exy$ contient autant de fois au juste ou de la même sorte la seule grandeur $y$, que l'unité arbitraire $i$ est dans autant de fois l'autre grandeur $x$, qu'il y a d'unitez numériques dans $e$. Ou pour énoncer la même chose d'une autre maniére plus facile à entendre, la grandeur seule $y$ est dans $exy$ autant de fois au juste, ou [a] de la même sorte, que l'unité arbitraire $i$ est dans le produit $ex$ de l'autre $x$ par $e$. Ou, ce qui revient toûjours au même, $exy$ est [b] un produit de la grandeur $y$ par le produit $ex$ de l'autre $x$ par $e$.

a. 9.
b. 9. 2.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Multiplier $y$. | 5 pieds linéaires. | Multiplier $x$. | 3 pieds linéaires. |
| par $x$. | 3 pieds linéaires. | par $e$. | 4 |
| Produit $xy$. | 15 pieds linéaires. | Produit $ex$. | 12 pieds linéaires. |
| par $e$. | 4 | Et multiplier $y$. | 5 pieds linéaires. |
| Produit $exy$. | 60 pieds linéaires. | par $ex$. | 12 pieds linéaires. |
| Unité arbitraire $i$. | 1 pied linéaire. | Produit $exy$. | 60 pieds linéaires. |

## X COROLLAIRE.

11. Si l'unité arbitraire $i$ est multipliée par soy-même, le produit $ii$ est la même chose que l'unité $i$. Car le produit $ii$ contient l'unité $i$ autant de fois au juste qu'elle se [a] contient soy-même, c'est à dire une fois. Et par conséquent le produit $ii$ & l'unité $i$ sont une même chose. Comme si la grandeur $i$ d'un pied est prise pour unité, le produit $ii$ contient une fois au juste la même longueur d'un pied, comme elle se contient au juste elle-même une fois. De sorte que l'unité arbitraire $i$ & le produit $ii$ sont deux expressions, qui ne signifient qu'une seule & même chose, si ce n'est que l'expression $ii$ marque que l'autre expression $i$ est conceuë ou considérée comme étant multipliée par soy-même. Et c'est comme si l'unité arbitraire $i$ mar-

a. 9. 2.

| | |
|---|---|
| Multiplier l'unité arbitraire | $i$. 1 pied linéaire. |
| par | $i$. 1 pied linéaire. |
| Produit | $ii$. 1 pied linéaire. |

Digitized by Google

quoit la numérique 1, & que l'unité *i* ou 1 fût multipliée par *i* ou par 1. Car le produit *1i* ou *ii* signifieroit une fois *i* ou une fois 1, ce qui fait toûjours 1.

Il y a encore diverſes multiplications des longueurs, où l'unité *i* n'eſt point arbitraire, & où les produits ne ſont pas du même genre des longueurs qui en ſont les côtez. Et quoy que l'idée générale de la multiplication convienne à ces produits, on ne veut pas néanmoins en parler ici, où nous ſuppoſons l'unité arbitraire, & les produits d'une même eſpéce que les racines ou côtez que l'on multiplie; ou au moins d'une même eſpéce que l'une des racines, ſi l'autre eſt un nombre.

## XI COROLLAIRE.

12. Si on multiplie un nombre *e* par un nombre *d*, ou le nombre *d* par l'autre nombre *e*; les deux produits *de* & *ed* n'en ſeront qu'un ſeul. Et ces deux expreſſions *de* & *ed* ſignifieront chacune indifféremment, que le nombre *e* ou *d* eſt pris autant de fois au juſte, qu'il y a d'unitez dans l'autre *d* ou *e*; puiſqu'il eſt [a] égal de multiplier deux nombres, le premier par le ſecond, ou le ſecond par le premier. Comme ſi on prend *e* pour 4, & *d* pour 2; le produit *de* ſignifie 2 fois 4, ou 2 pris 4 fois: & le produit *ed* 4 fois 2, ou 4 pris 2 fois. Ce qui eſt toûjours une même choſe. a. 7. 2.

| Multiplier | *e.* 4 | Multiplier | *d.* 2 |
|---|---|---|---|
| par | *d.* 2 | par | *e.* 4 |
| Produit | *de.* 8 | Produit | *ed.* 8 |

De même auſſi lorſqu'on multiplie une grandeur *y* par un certain nombre *e*, les deux expreſſions *ey* & *ye* ne marquent qu'un ſeul & même produit, ou ſignifient également chacune autant de fois *y*, qu'il y a d'unitez dans *e*. Comme ſi on prend *e* pour 4, le [a] produit *ey* ſignifie 4 fois *y* ou 4*y*; & le produit *ye* ſignifie qu'une grandeur *y* eſt [a] priſe 4 fois. Ce qui eſt toûjours la même choſe, ou n'expoſe qu'une même idée ſous des expreſſions un peu différentes. a. 9.

| Multiplier | *y.* 5 pieds linéaires. | Multiplier | *e.* 4 |
|---|---|---|---|
| par | *e.* 4 | par | *y.* 5 pieds linéaires. |
| Produit | *ey.* 20 pieds linéaires. | | *ye.* 5 pieds linéaires 4 fois. |

## XII COROLLAIRE.

13. Et ſi on multiplie une grandeur *y* par un certain nombre *e*, & le produit *ey* par un nombre *d*, le produit *dey* ſera le même que chacun des cinq *dye*, *edy*, *eyd*, *yde*, *yed*. Et ces ſix expreſſions ſignifieront chacune indifféremment une même grandeur. Car multipliant la même [a] grandeur *ey* ou *ye* par *d*, ce qui ſe fait [a] en écrivant *d* immédiatement au commencement ou à la fin de chacune des deux expreſſions *ey* & *ye*; les quatre expreſſions *dey*, *dye*, *eyd*, *yed*, ne marquent déja qu'un [a] ſeul & même produit. Et parce que *de* & *ed* expriment [a] un même nombre, les produits *dey* & *edy* ſont [b] une même [a] choſe; & pareillement [a] les deux *yde*, *yed*. Et par conſéquent les ſix expreſſions *dey*, *dye*, *edy*, *eyd*, *yde*, *yed*, marquent [b] chacune un a. 11. b. 14. 1.



Digitized by Google

mê ne produit, ou ſignifient chacune indifféremment autant de fois au juſte la grandeur *ey* ou *ye*, qu'il y a d'unitez dans *d*; ou autant la grandeur *dy* ou *yd*, qu'il y a d'unitez dans *e*; ou encore autant de fois au juſte la ſeule grandeur *y*, qu'il y a d'unitez dans le produit *de* ou *ed* des nombres *e* & *d*. Comme ſi on prend *e* pour 4, & *d* pour 2; le produit *dey* ou *edy* ſignifie 2 fois 4*y*, ou 4 fois 2*y*, ou 8*y*. Et le produit *dye* ou *eyd* ſignifie auſſi que la ſomme de 2, ou de 4 grandeurs *y*, eſt priſe 4 fois, ou 2 fois, ou qu'on prend 8 fois *y*. Et le produit *yde* ou *yed* ſignifie encore que la grandeur *y* eſt priſe 2 fois 4 fois, ou 4 fois 2 fois, ou 8 fois. Ce qui eſt toûjours la même choſe.

Et ſi on multiplie de la même ſorte par un nombre *b* la grandeur ou le produit précédent, en écrivant immédiatement *b* au commencement ou à la fin de chacune de ſes ſix expreſſions *dey*, *dye*, *edy*, *eyd*, *yde*, *yed*; on aura les 12 nouvelles *bdey*, *bdye*, *bedy*, *beyd*, *byde*, *byed*, *deyb*, *dyeb*, *edyb*,
a 13. *eydb*, *ydeb*, *yedb*, qui marqueront chacune indifféremment [a] la même
b. 12. grandeur ou le même produit *bdey*. Et parce que *bd* & *db* ſont un [b] même produit des nombres *b* & *d*, & encore *be* & *eb* un même des [b] nombres *b* & *e*, & auſſi *by* & *yb* un même [b] de la grandeur *y* par le nombre *b*; ſi on tranſpoſe *b* aprés la ſeconde, & aprés la troiſiéme lettre des 6 expreſſions du produit précédent *dey*, on aura encore les 12 expreſſions nouvelles *dbey*, *dbye*, *ebdy*, *ebyd*, *ybde*, *ybed*, *deby*, *dybe*, *edby*, *eybd*, *ydbe*, *yebd*, qui marqueront auſſi [a] chacune indifféremment la même grandeur ou le même produit *bdey*.

Et ſi on veut multiplier la grandeur *bdey* par un nombre *a*; on trouvera de la même ſorte 5 fois autant, ou 5 fois 24, ou juſques à 120 expreſſions du même produit *abdey*, en écrivant *a* ſucceſſivement devant & aprés la premiére lettre, & aprés chaque autre dans chacune des 24 expreſſions précédentes. Et on trouveroit de la même ſorte en ſuivant le même ordre 6 fois autant, ou 6 fois 120, ou juſques à 720 expreſſions d'un autre produit de la grandeur *abdey* par un nombre; & 7 fois 720, ou 5040 nouvelles du produit de ce dernier par un certain nombre. Et ainſi de ſuitte juſques à l'infini.

### *XIII COROLLAIRE.*

14. Si une grandeur *g* eſt au juſte autant de fois dans une grandeur *y*, qu'il *y*
a. 14 & 7. 1. a d'unitez dans un certain nombre *e*; la grandeur *y* eſt [a] la même que le produit *eg* ou *ge* du nombre *e* par la grandeur *g*, ou de la grandeur *g* par *e*. Puiſ-
b. 12. que ce produit contient pareillement *g* autant de fois [b] au juſte qu'il y a d'unitez dans *e*.

*g*. 5 pieds au juſte 4 fois dans *y*. 20 pieds, comme 1 eſt 4 fois dans *e*. 4.
*g*. 5 pieds au juſte 4 fois dans *eg*. 20 pieds, comme 1 eſt 4 fois dans *e*. 4.

### *XIV COROLLAIRE.*

15. Si une grandeur *g* eſt au juſte autant de fois dans une grandeur *y* qu'il y a d'unitez dans un certain nombre *e*, & encore autant de fois au juſte dans une grandeur *x* qu'il y a d'unitez dans un nombre *d*, le produit des deux grandeurs *x* & *y* eſt indifféremment *xy* ou *yx*. Car *y* & *eg* & *ge* [a] ſont
a. 14. une même choſe, & *x* & *gd* & *dg* pareillement [a] une même. Et par conſé-

Digitized by Google

quent le produit $xy$ de la premiére $y$ ou $eg$ par la ſeconde $x$ ou $dg$ ou $gd$, le même que le produit $gd.g$ de la premiére $eg$ par l'autre $gd$. Mais $de$ & $ed$ ſont [b] un même produit des nombres $e$ & $d$. Et ainſi écrivant $ed$ pour $de$ dans le produit $gdeg$, les deux expreſſions $gdeg$ & $gedg$ marqueront indifféremment [c] une même grandeur, ou un même produit $xy$ ou $gdeg$ de la premiére $y$ ou $eg$ par la ſeconde $x$ ou $gd$; ou encore un même $yx$ ou $gedg$ de la ſeconde $x$ ou $dg$ par la premiére $y$ ou $ge$. D'où il s'enſuit, que le produit des deux grandeurs $x$ & $y$ eſt [c] indifféremment $xy$ ou $yx$; où qu'on doit trouver un même produit en multipliant la premiére $y$ par la ſeconde $x$, ou la ſeconde $x$ par la premiére $y$.

b. 12.

c. 9.

$g$. 5 pieds 4 fois dans $y$. 20 pieds, comme 1 eſt 4 fois dans $e$. 4.
$g$. 5 pieds 3 fois dans $x$. 15 pieds, comme 1 eſt 3 fois dans $d$. 3.

| Multiplier $g$. 5 pieds. | | Multiplier $g$. 5 pieds. | |
|---|---|---|---|
| par $e$. | 4 | par $d$. | 3 |
| Produit $y$ ou $ge$ ou $eg$. | 20 pieds. | Produit $x$ ou $gd$ ou $dg$. | 15 pieds. |
| par $x$ ou $gd$. | 15 pieds. | par $y$ ou $ge$. | 20 pieds. |
| Produit $xy$ ou $gdeg$. | 300 pieds. | ou $yx$ ou $gedg$. | 300 pieds. |

## XV COROLLAIRE.

16. Si deux grandeurs $y$ & $x$ d'un même genre ſont multipliées la premiére $y$ par la ſeconde $x$, & la ſeconde $x$ par la premiére $y$, les deux produits $xy$ & $yx$ ſont une même choſe, ou contiennent chacun indifféremment ou également l'une des deux grandeurs autant de fois au juſte, ou de la même ſorte, que l'autre l'unité arbitraire $i$. La démonſtration eſt [a] déja manifeſte, ſi quelqu'une de leurs parties comme $g$ peut être au juſte autant de fois dans l'une, qu'il y a d'unitez dans un certain nombre $e$; & autant de fois dans l'autre, qu'il y a d'unitez dans un nombre $d$.

a. 15.

Mais ſi chaque grandeur qui peut être un certain nombre de fois au juſte dans l'une, ne peut être une ou pluſieurs fois au juſte ou ſans reſte dans l'autre. Prenant dans l'une, comme dans $y$, une partie ſi petite qu'on voudra, qui s'y trouve pluſieurs fois au juſte, cent mille millions de fois par exemple, ſans reſte; cette partie $t$ étant priſe dans $x$ autant de fois qu'on le pourra, laiſſe [a] un reſte $f$ moindre encore que $t$. Et ainſi $x - f$ eſt moindre, ou $x + t - f$ plus grande que la grandeur $x$; mais ſeulement d'une partie inſenſible qui vaut moins que $t$. Mais $t$ eſt une ou pluſieurs fois ſans reſte dans $x - f$ par la ſuppoſition, & une fois de plus dans $x + t - f$, qui ajoûte une partie $t$ à la grandeur $x - f$. Nommant donc $r$ la grandeur $x - f$, & $v$ l'autre $x + t - f$; les deux produits $ry$ & $yr$ n'en [b] ſont qu'un ſeul de la grandeur $y$ par la grandeur $r$, ou de la grandeur $r$ par la grandeur $y$; & les deux $vy$ & $yv$ n'en ſont auſſi qu'un ſeul [b] de la grandeur $y$ par la grandeur $v$, ou de la grandeur $v$ par la grandeur $y$. Comme donc $t$ eſt arbitraire ou indéterminée, ſi pour $t$ on ſuppoſoit ſucceſſivement une premiére grandeur $e$, & enſuitte une ſeconde moindre de la moitié que la prémiere, & une troiſiéme moindre auſſi de la moitié que

a. ſuppoſition.

b. 15.

la seconde, & ainſi de ſuitte juſques à l'infini; on trouveroit ſucceſſivement pour $f$ un premier reſte, & enſuitte un ſecond moindre que le premier, & un troiſiéme moindre que le ſecond, & un quatriéme moindre que le troiſiéme, & ainſi de ſuitte juſques à l'infini. D'où il eſt aiſé de conclurre que $r$ ou $x - f$ approcheroit toûjours de plus prés de la grandeur $x$ en remontant ou en augmentant, & $v$ ou $x - t - f$ en deſcendant ou en diminuant; & en telle ſorte que la différence des grandeurs $r$ & $v$ ſeroit moindre ou plus inſenſible que telle grandeur qu'on pouroit concevoir.

Comme donc pour peu qu'on ajoûte à la grandeur $x$, ou pour peu qu'on
b. 15. en ôte, le produit de la ſomme $v$ par $y$ eſt [b] également $vy$ ou $yv$; & celui du reſte $r$ par la même $y$ encore [b] également $ry$ ou $yr$. On peut s'aſſûrer [b] par une ſemblable induction, que le produit de la grandeur $x$, (qui eſt plus petite que la grandeur $v$, & qui ſurpaſſe $r$,) par la grandeur $y$, eſt également $yx$ ou $xy$. Et ainſi il ſera toûjours évident, que les deux produits $xy$ & $yx$ ſont une même choſe, & contiennent chacun indifféremment ou également l'une des deux grandeurs autant de fois ou de la même ſorte, que l'autre contient l'unité arbitraire $i$.

## COROLLAIRE GENERAL ET XVI.

17. *L'Ordre des lettres ne change point la valeur des produits.*

a. 16. Car en multipliant $y$ par $x$ ou $x$ par $y$, le produit eſt [a] indifféremb. 9. ment $xy$ ou $yx$. Et multipliant de la même ſorte $xy$ ou $yx$ par $v$, ou $v$ par $xy$
c. 14. 1. ou par $yx$, le produit eſt indifféremment $vxy$ ou $vyx$ ou $xyv$ ou $yxv$; & comme $vx$ & $xv$ ſont [a] une même choſe, les grandeurs $vxy$ & $xvy$ ſont [b] un même produit, & les deux $yxv$ & $yvx$ pareillement [b] un même. De ſorte que les ſix expreſſions $vxy$, $vyx$, $xvy$, $xyv$, $yvx$, $yxv$, ſignifient chacune indifféremment [c] un même produit.

Et ſi on multiplie par $t$ ce même produit, en écrivant $t$ immédiatement au commencement & à la fin de chacune des ſix expreſſions précédentes;
d. 17. on aura les 12 nouvelles $tvxy$, $tvyx$, $txvy$, $txyv$, $tyvx$, $tyxv$, $vxyt$, $vyxt$, $xvyt$, $xyvt$, $yvxt$, $yxvt$, qui marqueront chacune un [d] même produit. Et comme $tv$ & $vt$ ſont une [a] même choſe, & encore $tx$ & $xt$ une [a] même; ſi on écrit $t$ aprés la ſeconde lettre, & aprés la troiſiéme, dans chacune des ſix expreſſions du produit précédent $vxy$, on aura encore les 12 expreſſions nouvelles $vtxy$, $vtyx$, $xtvy$, $xtyv$, $ytvx$, $ytxv$, $vxty$, $vytx$, $xvty$, $xytv$, $yvtx$, $yxtv$, qui marquent pareillement chacune un même produit $tvxy$.

Et écrivant $f$ de la même ſorte avant la premiére, & aprés chaque lettre, dans chacune de ces 24 expreſſions, on en trouvera 5 fois 24, ou 120 autres du même produit $ftvxy$. Et on trouveroit pareillement en ſuivant le même ordre 6 fois 120 ou 720 expreſſions d'un nouveau produit $rftvxy$. Et ainſi de ſuitte juſques à l'infini.

## *XVII COROLLAIRE.*

18. Trois grandeurs $y$, $x$, $v$, étant propoſées; il eſt égal de multiplier la premiére $y$ par la ſeconde $x$, & le produit $xy$ par la troiſiéme $v$; ou la premié-

Digitized by Google

re $y$ par la troiſiéme $v$, & le produit $vy$ par la ſeconde $x$; ou la ſeconde $x$ par la troiſiéme $v$, & le produit $vx$ par la premiére $y$.

Et ſi l'on en propoſe quatre $y$, $x$, $v$, $t$; il eſt égal de multiplier la premiére $y$ par la ſeconde $x$, & le produit $xy$ par la troiſiéme $v$, & le produit $vxy$ par la quatriéme $t$; ou la premiére $y$ par la troiſiéme $v$ & le produit $vy$ par la quatriéme $t$, & le produit $tvy$ par la ſeconde $x$; ou la premiére $y$ par la ſeconde $x$, & le produit $xy$ par la quatriéme $t$, & le produit $txy$ par la troiſiéme $v$; ou la ſeconde $x$ par la troiſiéme $v$, & le produit $vx$ par la quatriéme $t$, & le produit $tvx$ par la premiére $y$, ou le produit de deux par celuy des deux autres. Et ce ſeroit la même choſe s'il y avoit plus de quatre grandeurs. Ce corollaire eſt à peu prés le même que le précédent énoncé d'une autre maniére.

## XVIII COROLLAIRE ET PROBLEME VI.

*Pour multiplier une grandeur complexe par une certaine grandeur.*

On multiplie chaque partie de l'une par chaque partie de l'autre; les ſignes [a] par les ſignes, les nombres [b] par les nombres, & les lettres [c] par les lettres. Et raſſemblant tous les divers produits, leur ſomme entiére eſt le produit des grandeurs propoſées. a. 7 & 8. b. 12. 2. c. 9.

### EXEMPLES LORSQU'IL N'Y A QUE DES LETTRES.

Pour multiplier $a+b$ par $c$. Je dis: $a$ par $c$ donne $ac$, & j'écris $ac$; & $+b$ par $c$, le produit eſt $+bc$, & j'écris $+bc$. Et la ſomme $ac+bc$ eſt le produit des deux grandeurs $a+b$ & $c$. Et la grandeur $ac+bc+cc$ ſeroit pareillement le produit des deux grandeurs $a+b+c$ & $c$.

*Multiplier* $a+b+c$
*par* $c$
*Produit* $ac+bc+cc$.

Et pour multiplier $a+b$ par $c+d$. Je dis: $a$ par $c$ donne $ac$, & j'écris $ac$; & $a$ par $+d$ donne $+ad$, & j'écris $+ad$; & enſuitte $+b$ par $c$ fait $+bc$, & j'écris $+bc$; & $+b$ par $d$ fait $+bd$, & j'écris $+bd$. Et la ſomme entiére $ac+ad+bc+bd$ de ces divers produits, eſt auſſi le produit des grandeurs $a+b$ & $c+d$. La démonſtration eſt tres-claire, puiſqu'en multipliant le ſigne $+$ par le ſigne $+$, le produit doit [a] toûjours avoir le ſigne $+$ ou exprimé ou ſous-entendu.

*Multiplier* $a+b$
*par* $c+d$ a. 7.
*Produit* $ac+ad+bc+bd$.

Et pour multiplier $a-b$ par $c-d$. Je dis: $a$ par $c$ fait $ac$, & j'écris $ac$; & $a$ par $-d$ donne $-ad$, & j'écris $-ad$; & enſuitte $-b$ par $c$ donne $-bc$, & j'écris $-bc$; & $-b$ par $-d$ fait $+bd$. Et la ſomme $ac-ad-bc+bd$ de ces divers produits, eſt auſſi celuy des grandeurs $a-b$ & $c-d$. La démonſtration eſt toute évidente, puiſque ſi on multiplie $+$ par

*Multiplier* $a-b$
*par* $c-d$
*Produit* $ac-ad-bc+bd$.

Digitized by Google

a. 8. — ou — par +, le produit doit toûjours [a] avoir le ſigne —. Et ſi on mul-
b. 7. tiplie — par —, le produit aura [b] le ſigne +. Et il eſt viſible que les parties d'un tout doivent être multipliées chacune par les parties de l'autre, ſi l'on veut avoir le produit entier des deux touts.

Et pour multiplier $a - b + c$ par $a + b - c$. Je dis : $a$ par $a$ fait $aa$, & j'écris $aa$; & $a$ par $-b$ fait $-ab$, & j'écris $-ab$; & $a$ par $+c$ fait $+ac$, & j'écris $+ac$. Je dis enſuitte : $+b$ par $a$ fait $+ab$, & j'écris $+ab$; & $+b$ par $-b$ fait $-bb$, & j'écris $-bb$; & $+b$ par $+c$ fait $+bc$, & j'écris $+bc$. Et je dis encore : $-c$ par $a$ fait $-ac$, & j'écris $-ac$; & $-c$ par $-b$ fait $+bc$, & j'écris $+bc$; & $-c$ par $+c$ fait $-cc$, & j'écris $-cc$. Et raſſemblant alors tous ces divers produits, leur ſomme entiére $aa * - bb + 2bc - cc$ eſt le produit des grandeurs $a - b + c$ & $a + b - c$.

*Multipl.* $a - b + c$
*par* $a + b - c$
$aa - ab + ac$
$+ ab - bb + bc$
$- ac + bc - cc$
*Produit* $aa * - bb + 2bc - cc$.

Et pour multiplier $aa - bb$ par $a + b$. Je dis : $aa$ par $a$ donne $a^3$ que j'écris ; & $aa$ par $+b$ fait $+aab$, & j'écris $+aab$; & $-bb$ par $a$ fait $-abb$, & j'écris $-abb$ ; & $-bb$ par $+b$ fait $-b^3$, & j'écris $-b3$. Et la ſomme entiére $a^3 + aab - abb - b3$ eſt le produit des deux grandeurs $aa - bb$ & $a + b$ qu'on avoit propoſées.

*Multiplier* $aa - bb$
*par* $a + b$
*Produit* $a3 + aab - abb - b3$.

Et pour multiplier $aa - bb$ par $aa + bb$. Je dis : $aa$ par $aa$ fait $a^4$, & j'écris $a^4$; & $aa$ par $+bb$ fait $+aabb$, & j'écris $+aabb$; & enſuitte $-bb$ par $aa$ fait $-aabb$, & j'écris $-aabb$; & $-bb$ par $+bb$ fait $-b4$, & j'écris $-b4$. Et la grandeur $a^4 - b^4$, qui comprend ces divers produits, eſt le produit entier des deux grandeurs $aa - bb$ & $aa + bb$ qu'on avoit propoſées.

*Multiplier* $aa - bb$
*par* $aa + bb$
$a4 + aabb$
$- aabb - b4$
*Produit* $a4 * - b4$

## Autres exemples.

*Multiplier* $aa - ab + bb$
*par* $a + b$
$a3 - aab + abb$
$+ aab - abb + b3$
*Produit* $a3 * * + b3$

*Multiplier* $a3 + b3$
*par* $aa + ab - bb$
$a5 + a4b - a3bb$
$+ aab3 + ab4 - b5$
*Prod.* $a5 + a4b - a3bb + aab3 + ab4 - b5$.

*Multiplier* $a3 + aab + b3$
*par* $a3 - aab + b3$
$a6 + a5b + a3b3$
$- a5b - a4bb - aab4$
$+ a3b3 + aab4 + b6$
*Produit* $a6 * - a4bb + 2a3b3 * + b6$.

Exemples

Exemples lorsqu'il y a des nombres.

Pour multiplier $2a$ par $3b$. Je dis : 2 fois 3 font 6, & $a$ par $b$ fait $ab$, & j'écris $6ab$. Car multiplier $a$ par $b$, & prendre 3 fois le produit $ab$, ce [a] qui fait $3ab$; c'eſt [b] multiplier $a$ par $3b$, ou $3b$ par $a$. Et prendre 2 fois le produit $3ab$, ce qui [a] fait $6ab$; c'eſt [b] multiplier $3b$ par $2a$, ou $2a$ par $3b$. a. 3. b. 9. 2.

Et pour multiplier $2ab + 3bb$ par $5ab + 8bb$. Je dis : $2ab$ par $5ab$ font 2 fois 5 ou $10aabb$, & $2ab$ par $8bb$ font $16ab^3$; & enſuitte $3bb$ par $5ab$ font $15ab^3$, & $3bb$ par $8bb$ font $24b^4$. Et la ſomme entiére $10aabb + 31ab^3 + 24b^4$ de ces divers produits que j'ai écrit ſucceſſivement, eſt auſſi le produit des deux grandeurs que l'on a propoſées.

*Multiplier* $2ab + 3bb$
*par* $5ab + 8bb$
$10aabb + 16ab^3$
$+ 15ab^3 + 24b^4$
*Produit* $10aabb + 31ab^3 + 24b^4$.

Et pour multiplier $3aa - 6ab + bb$ par $4aa + 6ab$. Je dis : $4aa$ par $3aa$, le produit eſt $12a^4$; & $4aa$ par $-6ab$ font $-24a^3b$; & $4aa$ par $+bb$ font $+4aabb$ que j'écris encore; & $+6ab$ par $3aa$ font $+18a^3b$; & $+6ab$ par $-6ab$ font $-36aabb$; & $+6ab$ par $+bb$ font $+6ab^3$. Et la ſomme $12a^4 - 6a^3b - 32aabb + 6ab^3$ eſt le produit des grandeurs propoſées. On trouvera de la même ſorte tous les divers produits des grandeurs entiéres & complexes.

*Multiplier* $3aa - 6ab + bb$
*par* $4aa + 6ab$
$12a^4 - 24a^3b + 4aabb$
$+ 18a^3b - 36aabb + 6ab^3$
*Produit* $12a^4 - 6a^3b - 32aabb + 6ab^3$.

Autres exemples.

*Multiplier* $3aa + 2ab - bb$
*par* $2a + 5b - c$
$6a^3 + 4aab - 2abb$
$+ 15aab + 10abb - 5b^3$
$- 3aac - 2abc + bbc$
*Produit* $6a^3 + 19aab + 8abb - 5b^3 - 3aac - 2abc + bbc$.

*Multiplier* $4a^3 + 3aa - 2a + 1$
*par* $aa - 5a + 6$
$4a^5 + 3a^4 - 2a^3 + 1aa$
$- 20a^4 - 15a^3 + 10aa - 5a$
$+ 24a^3 + 18aa - 12a + 6$
*Produit* $4a^5 - 17a^4 + 7a^3 + 29aa - 17a + 6$.

## XIX COROLLAIRE.

20. Si on multiplie deux grandeurs égales A & B par une même grandeur G, les produits AG & BG ſont [a] égaux; parce que les égales A & B ſont l'une dans AG & l'autre dans BG autant de fois au juſte ou de la même ſorte, que [b] l'unité arbitraire I eſt dans la même G. a. 14 & 7. 1. b. 9. 2.

## XX COROLLAIRE.

21. Si une grandeur G eſt multipliée par deux inégales B & C, & que B ſoit la plus grande; le produit BG ſurpaſſe l'autre produit CG: parce que G eſt au juſte autant de fois ou de la même ſorte dans le produit BG, que l'unité arbitraire I dans [a] la grandeur B; & G auſſi autant de fois a. 9. 2.



Digitized by Google

a. 9. 2. au juſte ou de la même [a] ſorte dans CG, que l'unité I dans C. Comme
b. *ſuppoſition.* donc I eſt plus contenuë dans la grande B que dans [b] la moindre C, la grandeur G eſt plus contenuë dans le produit BG que dans l'autre CG. Et ainſi le produit BG ſurpaſſe le produit CG.

| *Multiplier* B. 8. | *Multiplier* C. 6. |
|---|---|
| *par* G. 2. | I. 1. *par* G. 2. |
| *Produit* BG. 16. | *Produit* CG. 12. |

## *DE LA DIVISION DES GRANDEURS LITTERALES.*

### XXI COROLLAIRE.

22. SI on diviſe une grandeur poſitive par une poſitive, ou une défective par une défective; ou que chacune ait un même ſigne + exprimé ou ſous-entendu, ou un même ſigne —: l'expoſant aura le ſigne + ou ſera poſitif.

Si par exemple on diviſe 8 par 4, ou + 8 par + 4. Comme le nombre poſitif 8 contient poſitivement 2 fois ſon diviſeur 4, l'expoſant doit
a. 15. 2. contenir auſſi 2 fois [a] poſitivement 1. Ce qui donne le nombre même ou
b. 6. l'expoſant [b] poſitif 2 ou + 2. Et ſi 8 étoit diviſé par + 2, on trouveroit de la même ſorte un expoſant poſitif + 4 ou 4.

| | | + 2 | + 1 |
|---|---|---|---|
| + 4 *diviſeur* | + 1 *unité* | + 2 *diviſeur* | + 1 *unité* |
| + 4 *répété* | + 1 *répétée* | + 2 *répété* | + 1 *répétée* |
| + 8 *produit poſit.* | + 2 *expoſant poſ.* | + 2 | + 1 |
| | | + 8 *produit poſitif.* | + 4 *expoſant poſit.* |

Et ſi on diviſe — 8 par — 4. Comme le nombre défectif — 8 contient 2 fois poſitivement ſon diviſeur défectif — 4, l'expoſant doit contenir auſſi 2
a. 15. 2. fois [a] poſitivement 1. Ce qui donne le nombre même ou l'expoſant [b] poſitif
b. 6. 2 ou + 2. Et ſi — 8 étoit diviſé par — 2, on trouveroit de la même ſorte l'expoſant poſitif + 4 ou 4.

| | | — 2 *diviſeur* | + 1 |
|---|---|---|---|
| — 4 *diviſeur défect.* | + 1 *unité* | — 2 *défectif* | + 1 *unité* |
| — 4 *répété* | + 1 *répétée* | — 2 *répété* | + 1 *répétée* |
| — 8 *produit défect.* | + 2 *expoſant poſit.* | — 2 | + 1 |
| | | — 8 *produit défect.* | + 4 *expoſant poſit.* |

### XXII COROLLAIRE.

23. SI on diviſe une grandeur poſitive par une défective, ou une défective par une poſitive; ou que l'un des ſignes ſoit + & l'autre —: l'expoſant aura le ſigne —, ou ſera défectif.

Si on diviſe par exemple + 8 par — 4. Comme + 8 contient 2 fois le retranchement de ſon diviſeur — 4, l'expoſant doit contenir auſſi 2
a. 15. 2. fois [a] le retranchement de l'unité. Ce qui donne l'expoſant [b] défectif — 2.
b. 5. Et ſi on diviſe — 8 par + 4. Comme — 8 contient 2 fois le retranche-

Digitized by Google

ment de 4, l'expoſant contient auſſi 2 fois le retranchement de l'unité, c'eſt à [b] dire — 2. b. 5.

| | | | |
|---|---|---|---|
| — 4 *diviſeur* | + 1 *unité* | + 4 *diviſeur poſit.* | + 1 *unité* |
| — 4 *défect. répété* | + 1 *répétée* | + 4 *répété* | + 1 *répétée.* |
| + 8 *produit poſitif.* | — 8 *expoſant defect.* | — 8 *produit défect.* | — 2 *expoſant défect.* |

Et ſi on diviſe + 8 par — 2. Comme + 8 contient 4 fois le retranchement de — 2, l'expoſant contient [a] auſſi 4 fois le retranchement de l'unité. Ce qui donne — 4. Et ce ſeroit la même choſe, ſi on diviſoit — 8 par le nombre poſitif + 2. a. 15. 2. b. 5.

| | | | |
|---|---|---|---|
| — 2 *diviſeur* | + 1 | + 2 *diviſeur* | + 1 |
| — 2 *défectif* | + 1 *unité* | + 2 *poſitif* | + 1 *unité* |
| — 2 *répété* | + 1 *répétée* | + 2 *répété* | + 1 *répétée* |
| — 2 | + 1 | + 2 | + 1 |
| + 8 *produit poſit.* | — 4 *expoſant défect.* | — 8 *produit défect.* | — 4 *expoſant déf.* |

## XXIII COROLLAIRE ET PROBLEME VII.

4. *Pour diviſer une grandeur incomplèxe par une grandeur incomplèxe lorſqu'il n'y a que des lettres.*

On efface de celle qu'on diviſe toutes les lettres de ſon diviſeur, & on écrit pour expoſant ce qui reſte précédé du ſigne + ou — qui luy eſt propre, lorſqu'il eſt néceſſaire.

Pour diviſer par éxemple *ab* par *b*. On efface *b* de la grandeur *ab*, & écrivant la lettre *a* qui reſte, on trouve [b] l'expoſant. Car *ab* étant un produit des grandeurs *a* & *b*; il eſt viſible que *b* eſt dans *ab*, comme l'unité arbitraire *i* eſt [c] dans *a*: & qu'ainſi la grandeur *a* eſt [d] l'expoſant de la diviſion de la grandeur *ab* par la grandeur *b*. b. 9. c. 9. 2. d. 15. 2.

De même auſſi pour diviſer *ab* par *a*. Effaçant *a* dans *ab*, on aura *b* pour expoſant. Et ſi on diviſe — *ab* par — *b*, on trouvera l'expoſant + *a* ou *a* qui eſt poſitif; parce qu'en diviſant — par —, l'expoſant eſt [e] toûjours poſitif. Et *b* ou + *b* par la même raiſon eſt l'expoſant de la diviſion de la grandeur défective — *ab* par la défective — *a*. e. 22.

Et la grandeur défective — *b* eſt l'expoſant de la diviſion de la grandeur poſitive *ab* ou + *ab* par [f] la défective — *a*, ou de la défective — *ab* par la poſitive *a* ou + *a*. Et — *a* pareillement de la diviſion de la grandeur poſitive *ab* par [f] la défective — *b*, ou de la défective — *ab* par la [f] poſitive + *b*. f. 23.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Produit | + *ab* poſitif. | — *ab* défectif. | + *ab* poſitif. | — *ab* défectif. |
| Diviſeur | + *b* poſitif. | — *b* défectif. | — *b* défectif. | + *b* poſitif. |
| Expoſant | + *a* poſitif. | + *a* poſitif. | — *a* défectif. | — *a* défectif. |
| Produit | + *ab* poſitif. | — *ab* défectif. | + *ab* poſitif. | — *ab* défectif. |
| Diviſeur | + *a* poſitif. | — *a* défectif. | — *a* défectif. | + *a* poſitif. |
| Expoſant | + *b* poſitif. | + *b* poſitif. | — *b* défectif. | — *b* défectif. |



Digitized by Google

### Autres exemples.

Pour diviſer $aab$ par $a$. On efface $a$ dans $aab$, & on écrit $ab$ pour expoſant. Et ſi on diviſe $abc$ par $ab$, l'expoſant eſt $c$. Et ſi on diviſe $a^3bbc$ par $aab$, l'expoſant eſt $abc$; comme il eſt aiſé de juger, ayant effacé $aab$ dans $a^3bbc$.

## XXIV COROLLAIRE ET PROBLEME VIII.

25. *Et pour faire la diviſion, ſi quelques nombres précédent les grandeurs.* On diviſe [b] les ſignes par les ſignes, les nombres [c] par les nombres, & les lettres [d] par les lettres.

b. 22 & 23. c. 17. 2. d. 24.

Comme pour diviſer $6aa$ par $3b$. On diviſe $+6$ ou $6$ par $+3$ ou par $3$, & $ab$ par $bb$; & on écrit l'expoſant numérique $2$ avant celuy des lettres, qui eſt $a$. Ce qui donne $2a$ pour expoſant. Et ſi on diviſe de la même ſorte $15aa$ par $5ab$, l'expoſant ſera $3aa$; parce que $3$ eſt l'expoſant de $15$ à $5$, & $a^3b$ l'expoſant de la diviſion [e] de la grandeur $a^3b$ par $ab$.

e. 24.

## XXV COROLLAIRE ET PROBLEME IX.

26. *Pour diviſer une grandeur complexe par une certaine grandeur.* On diviſe [a] par une partie du diviſeur quelque partie de la grandeur que l'on veut diviſer, & on écrit l'expoſant au demi-cercle. On prend aprés cela le produit du diviſeur [b] par l'expoſant, & on ôte ce produit de la grandeur que l'on veut diviſer. On reïtére enſuitte ſur le reſte une ſemblable opération, & encore une autre ſemblable ſur le nouveau reſte, & une nouvelle ſur le reſte qu'on trouve. Et ainſi de ſuitte juſques à ce qu'il n'y ait plus de reſte, ou qu'on ne puiſſe plus continuer. Et alors ce qu'on trouve au demi-cercle eſt l'expoſant qu'on cherche, ou la grandeur entiére qui en approche plus. Les exemples éclairciront ces régles,

a. 14 & 15. b. 9 & 19.

### Premier exemple.

Pour diviſer $ac+ad$ par $c+d$. Je dis : $ac$ diviſé par $c$ donne $a$ pour expoſant, & j'écris $a$ dans le demi-cercle. Et multipliant le diviſeur $c+d$ par l'expoſant $a$, le produit eſt $ac+ad$, & je l'ôte de la grandeur $ac+ad$ que je dois diviſer. Et comme il ne reſte rien, la grandeur $a$ écrite au demi-cercle, eſt le juſte expoſant de la diviſion.

| | | |
|---|---|---|
| *Produit* | $ac+ad$ | ( $a$ *Expoſant* |
| | $-ac-ad$ | ( $c+d$ *Diviſeur* |
| *Reſte* | 0 0 | |

Et pour diviſer $ac+bc+ad+bd$ par $c+d$. Je dis : $ac$ diviſé par $c$, l'expoſant eſt $a$ que j'écris au demi-cercle. Et multipliant le diviſeur $c+d$ par l'expoſant $a$, le produit eſt $ac+ad$ que j'ôte de la grandeur que je dois diviſer. Et conſidérant le reſte $bc+bd$, je dis : $+bc$ diviſé par $c$, l'expoſant eſt $+b$ que j'écris encore au demi-cer-

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| *Produit* | $ac+bc+ad+bd$ | | | ( $a+b$ *Expoſan* |
| | $-ac$ | $-ad$ | | |
| | | $-bc$ | $-bd$ | ( $c+d$ *Diviſeur* |
| *Reſte* | 0 0 | 0 0 | | |

Digitized by Google

cle. Et multipliant le diviſeur $c+d$ par l'expoſant $+b$, j'ôte du reſte le produit $bc+bd$ qui eſt la même choſe. Et comme il ne reſte plus rien, je connois que la grandeur $a+b$, qui eſt au demi-cercle, eſt l'expoſant entier que je cherche.

### Second exemple.

Pour diviſer $aa-bb$ par $a-b$. Je dis : $aa$ diviſé par $a$, l'expoſant eſt $a$ que j'écris au demi-cercle ; & multipliant $a-b$ par $a$, j'ôte le produit $aa-ab$ de la grandeur $aa-bb$, ce qui laiſſe le reſte $ab-bb$. Je dis enſuitte : $+ab$ diviſé par $a$, l'expoſant eſt $+b$ que j'écris au demi-cercle. Et multipliant $a-b$ par $+b$, j'ôte le produit $ab-bb$ du reſte qui eſt la même choſe. Et comme il ne reſte plus rien, la grandeur $a-b$, qui eſt au demi cercle, eſt au juſte l'expoſant de la diviſion.

| | |
|---|---|
| *Produit* $aa-bb$ | ( $a+b$ *Expoſant* |
| $-aa+ab$ | ( $a-b$ *Diviſeur* |
| *Reſte* $+ab-bb$ | |
| $-ab+bb$ | |
| *Reſte* o o | |

### Troisieme exemple.

Pour diviſer $a^3-b^3$ par $a-b$. Je dis : $a^3$ diviſé par $a$, l'expoſant eſt $aa$ que j'écris au demi-cercle ; & multipliant $a-b$ par $aa$, le produit eſt $a^3-aab$ que j'ôte de la grandeur $a^3-b^3$, ce qui laiſſe un reſte $aab-b^3$. Je dis enſuitte : $aab$ diviſé par $a$, l'expoſant eſt $+ab$ que j'écris au demi-cercle ; & multipliant $a-b$ par $ab$, le produit eſt $aab-abb$ que j'ôte du reſte $aab-b^3$. Ce qui laiſſe un nouveau reſte $abb-b^3$. Ainſi je dis encore : $abb$ diviſé par $a$, l'expoſant eſt $+bb$ que j'écris au demi-cercle. Et multipliant $a-b$ par $bb$, le produit eſt $abb-b^3$ que j'ôte du reſte $abb-b^3$. Ce qui ne laiſſe rien. Et la grandeur $aa+ab+bb$ écrite au demi-cercle, eſt le juſte expoſant qu'on vouloit connoître. Et on trouveroit de la même ſorte que la diviſion de la grandeur $a^3+3aab+3abb+b^3$ par $a+b$ donne au juſte $aa+2ab+bb$ pour expoſant.

| | |
|---|---|
| *Produit* $a^3-b^3$ | *Expoſant* |
| $-a^3+aab$ | ( $aa+ab+bb$ |
| *Reſte* $+aab-b^3$ | *Diviſeur* |
| $-aab+abb$ | ( $a-b$ |
| *Reſte* $+abb-b^3$ | |
| $-abb+b^3$ | |
| *Reſte* o o | |

| | |
|---|---|
| *Produit* $a^3+3aab+3abb+b^3$ | *Expoſant* |
| $-a^3-aab$ | ( $aa+2ab+bb$ |
| *Reſte* $+2aab+3abb+b^3$ | *Diviſeur* |
| $-2aab-2abb$ | ( $a+b$ |
| *Reſte* $+abb+b^3$ | |
| $-abb-b^3$ | |
| *Reſte* o o | |

| | |
|---|---|
| *Produit* $a^3-3aab+3abb-b^3$ | *Expoſant* |
| $-a^3+1aab$ | ( $aa-2ab+bb.$ |
| *Reſte* $-2aab+3abb-b^3$ | *Diviſeur* |
| $+2aab-2abb$ | ( $a-b$ |
| *Reſte* $+1abb-b^3$ | |
| $-1abb+b^3$ | |
| *Reſte* o o | |

| | |
|---|---|
| *Produit* $a^3+b^3$ | *Expoſant* |
| $-a^3-aab$ | ( $aa-ab+bb.$ |
| *Reſte* $-aab+b^3$ | *Diviſeur* |
| $+aab+abb$ | ( $a+b$ |
| *Reſte* $abb+b^3$ | |
| $-abb-b^3$ | |
| *Reſte* o o | |



Digitized by Google

QUATRIEME EXEMPLE.

Pour diviſer $y^6 - 8y^4 - 124yy - 64$ par $yy - 16$. Je dis : $y^6$ diviſé par $yy$, l'expoſant eſt $y^4$ que j'écris au demi-cercle ; & multipliant $yy - 16$ par $y^4$, le produit eſt $y^6 - 16y^4$ que j'ôte de la grandeur propoſée, & le reſte eſt $8y^4 - 124yy - 64$. Je dis enſuite : ſi on diviſe $8y^4$ par $yy$, l'expoſant eſt $+ 8yy$ que j'écris au demi-cercle; & multipliant $yy - 16$ par $8yy$, le produit eſt $8y^4 - 128yy$ que j'ôte du reſte $8y^4 - 124yy - 64$; ce qui laiſſe un nouveau reſte $4yy - 64$. Ainſi je dis encore : $4yy$ étant diviſé par $yy$, l'expoſant eſt $+ 4$ que j'écris au demi-cercle ; & multipliant $yy - 16$ par 4, le produit eſt $4yy - 64$ que j'ôte du reſte $+ 4yy - 64$, ce qui ne laiſſe rien. Et je trouve enfin au demi-cercle l'expoſant juſte $y^4 + 8yy + 4$ de la diviſion.

| *Produit ou grandeur à diviſer* | *Expoſant* |
|---|---|
| $y^6 - 8y^4 - 124yy - 64$ | ( $y^4 + 8yy + 4$ |
| $-y^6 + 16y^4$ | |
| *Reſte* $+ 8y^4 - 124yy - 64$ | |
| $- 8y^4 + 128yy$ | |
| *Reſte* $+ 4yy - 64$ | *Diviſeur* |
| $- 4yy - 64$ | ( $yy - 16$ |
| 0 0 | |

AUTRES EXEMPLES.

| *Grandeur à diviſer* | *Expoſant* |
|---|---|
| $10aabb + 31ab^3 + 24b^4$ | ( $2ab + 3bb$. |
| $-10aabb - 16ab^3$ | *Diviſeur* |
| $* + 15ab^3 + 24b^4$ | ( $5ab + 8bb$ |
| $- 15ab^3 - 24b^4$ | |
| 0 0 | |

| *Grandeur à diviſer* | *Expoſant* |
|---|---|
| $12a^4 - 6a^3b - 32aabb + 6ab^3$ | ( $4aa + 6ab$ |
| $-12a^4 + 24^3ab - 4aabb$ | *Diviſeur* |
| $* + 18a^3b - 36aabb + 6ab^3$ | $\begin{cases} 3aa - 6ab \\ + bb \end{cases}$ |
| $- 18a^3b + 36aabb - 6ab^3$ | |
| 0 0 0 | |

| *Grandeur à diviſer* | *Expoſant* |
|---|---|
| $a^5 - a^4b - 2a^3bb + 2aab^3 + ab^4 - b^5$ | ( $aa + 2ab + bb$ |
| $-a^5 + 3a^4b - 3a^3bb + aab^3$ | *Diviſeur* |
| $* + 2a^4b - 5a^3bb + 3aab^3 + ab^4 - b^5$ | ( $a^3 - 3aab + 3abb - b^3$ |
| $- 2a^4b + 6a^3bb - 6aab^3 + 2ab^4$ | |
| $* + a^3bb - 3aab^3 + 3ab^4 - b^5$ | |
| $- a^3bb + 3aab^3 - 3ab^4 + b^5$ | |
| 0 0 0 0 | |

## XXVI COROLLAIRE.

27. SI deux grandeurs égales C & D ſont diviſées chacune par une grandeur G, les deux expoſans A & B ſont égaux ; puis qu'ils contiennent au juſte autant de fois ou de la même ſorte l'unité numérique ou
p. 15. 2. l'arbitraire I, que les égales C & D contiennent [b] la même grandeur G. Ou ce qui revient au même, puis qu'une grandeur G ſe trouve autant de fois au juſte ou de la même ſorte dans deux égales C & D.

Ainſi diviſant deux grandeurs égales, l'une de 6 pieds linéaires, & l'autre de 72 pouces linéaires par 2 pieds linéaires ; l'expoſant eſt 3, ſi l'unité

Digitized by Google

numérique régle la diviſion : parce que les 2 pieds linéaires ſont au juſte 3 fois dans les 6 linéaires, & les mêmes 2 pieds linéaires, ou les 24 pouces linéaires, auſſi 3 fois au juſte dans les 72 pouces linéaires. Et ſi l'unité arbitraire 1 pied linéaire régle la diviſion, chaque expoſant eſt 3 pieds linéaires, parce que l'expoſant de chacune des deux diviſions doit contenir autant de fois au juſte 1 pied linéaire, que la grandeur qu'on veut diviſer contient [b] ſon diviſeur au juſte, c'eſt à dire 3 fois. b. 15. 2.

*Diviſer* C. *6 pieds lin.* *Expoſant* A. 3. *Diviſer* D. *72 pouces lineaires.* *Expoſant* B. 3.
*par* G. *2 pieds lin.* *ou 3 pieds lin.* *par* G. *2 pieds ou 24 pouces.* *ou 3 pieds lin.*
*ou 36 pouces lin.*

## XXVII COROLLAIRE.

28. SI deux grandeurs inégales B & C ſont diviſées chacune par une grandeur G, & que B ſoit la plus grande ; le premier expoſant D ſera plus grand que le ſecond E, parce que la grandeur B contient [b] plus G que la moindre C ne la peut contenir. D'où il s'enſuit que l'expoſant D contient plus auſſi [c] l'unité arbitraire I, que l'autre expoſant E ne la peut contenir. Et ainſi l'expoſant D ſurpaſſe [d] l'autre expoſant E. b. *ſuppoſition.* c. 15. 2. d. 14 & 7. 5.

*Diviſer* B. *8 pieds lin.* *Expoſant* D. *4.* *Diviſer* C. *6 pieds lin.* *Expoſant* E. *3.*
*par* G. *2 pieds lin.* *ou 4 pieds lin.* *par* G. *2 pieds lin.* *ou 3 pieds lin.*

## XXVIII COROLLAIRE.

29. ET ſi deux grandeurs C & D ſont diviſées l'une par F & l'autre par G, & que la premiére F ſurpaſſe l'autre G ; le premier expoſant A eſt moindre que le ſecond B. Car la plus grande F eſt moins contenuë dans C, que [b] la moindre G dans D qui eſt égale à C. Et par conſequent l'unité arbitraire I eſt moins [c] contenuë dans l'expoſant A que dans l'expoſant B. b. *ſuppoſition.* c. 15. 2.

*Diviſer* C. *6 pieds lin.* *Expoſant* A. *2.* *Diviſer* D. *72 pouces lin.* *Expoſant* B. *3.*
*par* F. *3 pieds lin.* *ou 2 pieds lin.* *par* G. *2 pieds lin.* *ou 3 pieds lin.*

## DEFINITIONS.

ON nommera généralement *grandeur linéaire*, toute grandeur qui n'eſt point conceuë ou conſidérée comme un produit de quelques autres, la grandeur *a*, par éxemple, & chacune des deux $a+b$ & $a-b$.

Je dirai auſſi que le produit de deux grandeurs eſt un *plan* de ces mêmes grandeurs. Comme 6 un plan des nombres 2 & 3 ; & *ab* un plan des grandeurs *a* & *b* ; & même *abc* un plan des grandeurs *ab* & *c*, ou des deux *ac* & *b*, ou des deux *a* & *bc*. Et j'appellerai généralement *grandeur plane* ou *du ſecond degré* toute grandeur, où ce qui eſt ſous chaque ſigne eſt conceu ou conſidéré comme un plan de deux grandeurs ; la grandeur $ab+cd$ par éxemple, & la grandeur $ab-cd$, & la grandeur *ab*.

Et le produit d'un plan ou d'une grandeur plane par une grandeur linéaire

Digitized by Google

ſera nommé *ſolide*. Et on dira généralement qu'une grandeur eſt *ſolide* ou *du troiſiéme degré*, ſi ce qui eſt ſous chaque ſigne eſt conceu ou conſidéré comme un produit d'une grandeur plane par une linéaire. Le nombre 30, par éxemple, eſt un nombre ſolide, ſi on le conſidére comme un produit du nombre plan 6 par le nombre linéaire 5, ou comme égal à 2 fois 3 fois 5. Et *abc* eſt un ſolide des grandeurs *a*, *b*, *c*, ou de la grandeur plane *ab* par *c*, ou de la plane *ac* par *b*, ou de la plane *bc* par *a*. Et la grandeur *abc* + *cde* eſt pareillement une grandeur ſolide.

Je nommerai encore *ſurſolide* ou *grandeur ſurſolide* ou *du quatriéme degré* toute grandeur, où ce qui eſt ſous chaque ſigne + ou — eſt un produit de quatre grandeurs linéaires, ou de deux planes, ou d'une linéaire & d'une ſolide. Comme *abcd*, & chacune des deux grandeurs *abcd* + *befg* & *abcd* — *befg*.

J'appellerai enfin *grandeur de 5 degrez*, ou de *ſept*, ou de *huit*, ou de tant d'autres qu'on voudra, toute grandeur, où ce qui eſt ſous chaque ſigne eſt conceu ou conſidéré comme un produit de cinq linéaires, ou de ſix, ou de ſept, ou de huit, ou d'autant qu'on voudra.

### COROLLAIRE.

30. On peut ſouvent conſidérer un même nombre ou la même grandeur ou comme linéaire, ou comme un plan, ou un ſolide, ou un ſurſolide, ou un produit de divers degrez. Le nombre 144 par éxemple, comme un nombre linéaire; ou comme un plan des deux nombres 1 & 144, ou 2 & 72, ou 3 & 48, ou 6 & 24, ou 8 & 18, ou 9 & 16, ou 12 & 12; ou comme un ſolide des trois 1, 2, 72, ou 2, 2, 36, ou 2, 3, 24, ou 2, 4, 18, ou 2, 6, 12, ou 2, 8, 9, ou 3, 3, 16, ou 3, 4, 12, ou, 3, 6, 8, ou 4, 6, 6; ou comme un ſurſolide des quatre 1, 2, 3, 24, ou 1, 2, 3, 12, ou 1, 2, 4, 9, ou 1, 3, 4, 6, &c. ou encore comme un nombre de 5 degrez, parce qu'il eſt un produit des cinq nombres 2, 2, 3, 3, 4, ou 2, 2, 2, 3, 6; &c. ou comme un nombre de 6 degrez, à cauſe des 6 racines 2, 2, 2, 2, 3, 3, ou des 6 racines, 1, 2, 2, 3, 3, 4; &c.

NOUVEAUX

Digitized by Google

DE TABLE.

*ſition des Puiſſances.*

Pour la page 80^e de la 1^re partie. Que tout déborde hors du Livre, & regarde la page 81^e.

1^re *ou lineaire*

*uiſſance* 2^e *ou plane*

*Puiſſance* 3^e *ou ſolide*

4^e *Puiſſance*

5^e *Puiſſance*

6^e *Puiſſance*

7^e *Puiſſance*

8^e *Puiſſance*

9^e *Puiſſance*

10^e *Puiſſance*

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $1b^4$ | | | | | | | | |
| $5ab^4$ | $1b^5$ | | | | | | | |
| $15aab^4$ | $6ab^5$ | $1b^6$ | | | | | | |
| $35a^3b^4$ | $21aab^5$ | $7ab^6$ | $1b^7$ | | | | | |
| $70a^4b^4$ | $56a^3b^5$ | $28aab^6$ | $8ab^7$ | $1b^8$ | | | | |
| $126a^5b^4$ | $126a^4b^5$ | $84a^3b^6$ | $36aab^7$ | $9ab^8$ | $1b^9$ | | | |
| $210a^6b^4$ | $252a^5b^5$ | $210a^4b^6$ | $120a^3b^7$ | $45aab^8$ | $10ab^9$ | $1b^{10}$ | | |

IEME TABLE.

*lution des Puiſſances.*

*Puiſſance*

3^e *Puiſſance*

4^e *Puiſſance*

5^e *Puiſſance*

6^e *Puiſſance*

7^e *Puiſſance*

8^e *Puiſſance*

9^e *Puiſſance*

10^e *Puiſſance*

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $1b^3$ | | | | | | | | |
| $5ab^3$ | $1b^4$ | | | | | | | |
| $15aab^3$ | $6ab^4$ | $1b^5$ | | | | | | |
| $35a^3b^3$ | $21aab^4$ | $7ab^5$ | $1b^6$ | | | | | |
| $70a^4b^3$ | $56a^3b^4$ | $28aab^5$ | $8ab^6$ | $1b^7$ | | | | |
| $126a^5b^3$ | $126a^4b^4$ | $84a^3b^5$ | $36aab^6$ | $9ab^7$ | $1b^8$ | | | |
| $210a^6b^3$ | $252a^5b^4$ | $210a^4b^5$ | $120a^3b^6$ | $45aab^7$ | $10ab^8$ | $1b^9$ | | |

Digitized by Google

# NOUVEAUX ELEMENS DES MATHEMATIQUES.

## *LIVRE QUATRIEME.*

### DE LA COMPOSITION ET RESOLUTION *DES PUISSANCES.*

DEFINITIONS.

APPELLERA1 *puiſſance ſimple* ou *linéaire* toute grandeur conſidérée comme linéaire.

Et tout produit d'une grandeur par elle-même en ſera nommé *le quarré*. Et les Géométres diſent auſſi qu'il en eſt la premiére puiſſance. Mais quoique les noms ſoient arbitraires, l'ordre néanmoins, & le deſir de rendre ce Livre des puiſſances plus facile à entendre, m'engageront à nommer *ſeconde puiſſance*, celle qu'on nomme ordinairement la premiére en Géométrie. Ainſi nous dirons que le plan, ou le produit 4 du nombre 2 par 2, eſt le quarré de 2, ou qu'il en eſt la ſeconde puiſſance. Et 144 ſera pareillement le quarré ou la ſeconde puiſſance de 12, parce que 12 fois 12 font 144. Et pareillement *bb* ſera le quarré ou la ſeconde puiſſance de la grandeur *b*; & *bbcc* ou *bcbc* la ſeconde puiſſance ou le quarré de la grandeur *bc*.

Et le produit d'une grandeur par ſon quarré en eſt encore appellé *le cube*. Et nous dirons auſſi qu'il en eſt *la troiſiéme puiſſance*. Comme 8, qui eſt le cube ou la troiſiéme puiſſance du nombre 2; parce que 2 fois 2 font 4, & 2 fois 4 font 8. Et 125 eſt auſſi le cube de 5; parce que 5 fois 5 font 25, & 5 fois 25 font 125. Et pareillement $b^3$ eſt le cube de *b*. Et *bcbcbc* ou $b^3c^3$ le cube de *bc*. Et $b^6c^3$ le cube de $bbc$.



Digitized by Google

Et le produit d'une grandeur par ſon cube, ou du quarré de la grandeur par le même quarré, eſt nommé *le quarré du quarré* ou *la quatriéme puiſſance* de cette grandeur. Comme 16, qui eſt le quarré du quarré, ou la quatriéme puiſſance de 2; parce qu'il vaut 2 fois le cube 8, ou 4 fois le quarré 4. Et 81, qui vaut auſſi 3 fois 3 fois 3 fois 3, ou 3 fois le cube 27, ou 9 fois le quarré 9, eſt auſſi le quarré du quarré, ou la quatriéme puiſſance de 3. Et $b^4$ eſt le quarré du quarré de la grandeur $b$, ou ſa quatriéme puiſſance; & $b^4c^4$ la 4$^e$ de la grandeur $bc$; & $b^{12}c^4$ l'eſt auſſi de la grandeur $b^3c$.

Et on dira, en ſuivant le même ordre, que $b^5$ eſt *la cinquiéme puiſſance* de $b$. Et que $b^6$ en eſt *la ſixiéme*. Et parce que $b^6$ eſt encore le quarré du cube $b^3$, ou le cube du quarré $bb$; on pourra dire encore qu'il eſt *le quarré du cube*, ou *le cube du quarré* de $b$. Et pareillement $b^8$, qui eſt la huitiéme puiſſance de $b$, eſt auſſi *le quarré* de $b^4$, qui eſt déja le quarré du quarré de $b$. Et la neuviéme puiſſance $b^9$ eſt auſſi *le cube du cube* de $b$. Et la dixiéme $b^{10}$ *le quarré de la cinquiéme puiſſance*, ou *la cinquiéme puiſſance du quarré* de $b$. Et $b^{12}$ *le cube du quarré de quarré*, ou *le quarré du quarré du cube* de $b$. Mais on ſe contentera de dénommer ſimplement par leurs nombres toutes les puiſſances qui ſurpaſſent la quatriéme, comme $b^7$ qui eſt la 7$^e$ de $b$. Et $b^{11}$ qui en eſt la 11$^e$. Et $b^{14}$ qui en eſt la 14$^e$. &c.

Et on dira que $b$ eſt *la racine quarrée* ou 2$^{de}$ de ſon quarré $bb$. Ou *la racine cubique* ou 3$^e$ de ſon cube $b^3$. Ou la 4$^e$ de $b^4$. Et la 5$^e$ de $b^5$. Et la 6$^e$ de $b^6$. Et ainſi du reſte.

## FORMATION DE LA TABLE DES PUISSANCES.

SI on prend l'unité, & qu'on multiplie premiérement 1 par une grandeur complexe $a+b$ dénommée des noms de ſes parties $a$ & $b$, & enſuite le produit $1a+1b$ par la même grandeur $a+b$, & auſſi le nouveau produit par $a+b$, & celuy-ci encore par $a+b$, &c. Ou, ce qui revient au même: ſi on prend par ordre premiérement l'unité, & enſuite la grandeur complexe $1a+1b$, & les puiſſances ſeconde, troiſiéme, quatriéme, cinquiéme, ſixiéme, & autres ſucceſſives de la même grandeur $a+b$, & qu'on les diſtribuë par ordre dans les rangs ſucceſſifs de la ſeconde Table, qu'on nomme *paralléles*, & qui vont de gauche à droite.

b 19. 3. 1. Chacun de ces rangs paralléles aura une cellule plus [b] qu'il n'y a de degrez dans la puiſſance que l'on y diſtribuë. Le premier, par exemple, des rangs paralléles, où la grandeur linéaire $1a+1b$ eſt placée, aura 2 cellules; & le ſecond, où eſt ſon quarré, en aura 3. Et le troiſiéme 4. Et ainſi du reſte.

b. 19. 3. 2. Et de plus la puiſſance de la partie $a$ diminuëra [b] toûjours d'une cellule à l'autre, qui la joint immédiatement au même rang paralléle, & qui avance vers la droite. Et la puiſſance au contraire de l'autre partie $b$ augmentera toûjours [b] d'un degré. Comme dans la ſeconde cellule du 4$^e$ rang paralléle, où la grandeur $a$ eſt élevée au 3$^e$ degré, & la grandeur $b$ n'eſt que linéaire; & dans la troiſiéme cellule du même rang, où $a$ n'eſt élevée qu'au quarré, & où $b$ eſt auſſi élevée au quarré. Et ainſi du reſte.

Digitized by Google

3. Et les puiſſances des parties *a* & *b* ſeront toûjours [b] également élevées, l'une dans la premiére, & l'autre dans la derniére des cellules d'un même rang paralléle ; & enſuitte encore également élevées, l'une dans la ſeconde, & l'autre dans la penultiéme ; & aprés l'une dans la troiſiéme, & l'autre dans l'antépenultiéme ; ainſi du reſte, en choiſiſſant toûjours deux cellules également éloignées des extrêmes, ou de la premiére & derniére. b. 19. 3.

*Multiplier* 1
*par* $a+b$
*Produit linéaire* $1a+1b$
*par* $a+b$
*Quarré* $1aa+2ab+1bb$
*par* $a+b$
*Cube* $1a^3+3aab+3abb+1b^3$
*par* $a+b$
*Quarré du quarré* $1a^4+4a^3b+6aabb+4ab^3+1b^4$
*par* $a+b$
5^e *puiſſance* $1a^5+5a^4b+10a^3bb+10aab^3+5ab^4+1b^5$
*par* $a+b$
6^e *puiſſance* $1a^6+6a^5b+15a^4bb+20a^3bbb+15aab^4+6ab^5+1b^6$

## I COROLLAIRE.

4. Et ſi on a ſeulement égard aux nombres des parties ou des produits qu'enferment les cellules ; on trouvera premiérement que la cellule 1, qui commence la 2^e Table, forme l'une & l'autre des cellules 1 & 1 du premier des rangs paralléles : parce qu'en multipliant $a+b$ par 1 ; on forme en premier lieu [b] la cellule $1a$, & enſuitte la cellule $1b$. b. 19. 3.

Et en ſecond lieu, la premiére 1 du premier des rang paralléles forme la premiére 1 du ſecond ; & la premiére & ſeconde 1 & 1 du premier paralléle, forment enſemble la ſeconde 2 du ſecond paralléle ; & la ſeconde 1 du premier encore la troiſiéme 1 du ſecond. Car en cherchant le quarré de la grandeur $1a+1b$ : la premiére cellule $1a$ multipliée par *a* forme [b] déja la premiére $1aa$ ; & la premiére $1a$ par *b*, & encore la ſeconde $1b$ par *a*, forment [b] enſemble la ſeconde $2ab$ ; & enfin la ſeconde $1b$ par *b* forme [b] la troiſiéme $1bb$. b. 19. 3.

En troiſiéme lieu, la premiére 1 du ſecond rang paralléle forme auſſi la premiére 1 du troiſiéme ; & la premiére & ſeconde 1 & 2 du ſecond, la ſeconde 3 du troiſiéme ; & la ſeconde & la troiſiéme 2 & 1 du ſecond, encore enſemble la troiſiéme 3 du troiſiéme ; & enfin la troiſiéme 1 du ſecond la quatriéme 1 de ce troiſiéme rang. Car en cherchant le cube de la grandeur $1a+1b$ : la premiére cellule $1aa$ du quarré multipliée par *aa*, forme [b] déja la premiére $1a^3$ du troiſiéme rang ; & la premiére $1aa$ par *b*, & encore la ſeconde $2ab$ par *a*, forment [b] enſemble la ſeconde $3aab$ ; & la ſeconde $2ab$ par *b*, & encore la troiſiéme $1bb$ par *a*, forment enſemble la troiſiéme $3abb$ ; & enfin la troiſiéme $1bb$ par *b* forme [b] la quatriéme $1b^3$. b. 19. 3.

Et on prouvera de la même ſorte, & ſuivant le même ordre ; que deux cellules conſécutives d'un rang paralléle, forment toûjours celle qui eſt ſous la derniére de ces deux cellules dans l'autre paralléle, qui le ſuit immédiatement. Par exemple, que la quatriéme 56, & la cinquiéme 70, du hui-



Digitized by Google

tiéme des rangs paralléles, forment enſemble la cinquiéme cellule 126 du neuviéme de ces rangs paralléles.

## II COROLLAIRE.

5. ET ſuppoſant encore, qu'on ait égard ſeulement aux nombres des produits qu'enferment les cellules. Chaque rang paralléle aura toûjours 1 dans ſa premiére & dans ſa derniére cellule, & un même nombre dans deux autres également éloignées de ces deux extrêmes.

b. 4. Car la cellule 1, qui commence la table, forme [b] la prémiere 1 du premier rang paralléle, & encore la ſeconde 1 de ce même rang. Et ces deux égales 1 & 1 forment [b] auſſi les deux extrêmes 1 & 1 du ſecond. Et celles-ci les [b] deux extrêmes 1 & 1 du troiſiéme; qui forment [b] à leur tour de la même ſorte les extrêmes 1 & 1 du cinquiéme. Et ainſi du reſte.

b. 4. Et la premiére & ſeconde enſemble 1 & 2 du ſecond, forment [b] la ſeconde 3 du troiſiéme; & la ſeconde & troiſiéme 2 & 1 du ſecond, encore la penultiéme 3 du troiſiéme. Et par conſéquent la ſeconde cellule & la penultiéme du troiſiéme rang paralléle ont un même nombre 3.

De même auſſi la premiére & la ſeconde enſemble 1 & 3 du troiſiéme, forb. 4. ment [b] la ſeconde 4 du quatriéme; & la penultiéme & derniére enſemble 3 & 1 du troiſiéme, la [b] penultiéme 4 du quatriéme. Et enſuitte la ſeconde & troiſiéme enſemble 4 & 6 du quatriéme, forment [b] la troiſiéme 10 du cinquiéme; & l'antépenultiéme, & la penultiéme enſemble 6 & 4 du quatriéme, l'antepenultiéme 10 du [b] cinquiéme. Et c'eſt la même choſe des cellules ſemblables de tous les autres rangs.

### DEFINITIONS.

On nommera *premier rang perpendiculaire*, celuy qui comprend dans la 2[e] Table toutes les premiéres cellules des rangs paralléles; & *premier rang oblique*, celuy qui en comprend toutes les derniéres. Et *ſecond rang perpendiculaire*, celuy qui comprend toutes les ſecondes; & *ſecond rang oblique*, celuy qui comprend toutes les penultiémes. Et ainſi du reſte.

## III COROLLAIRE.

6. LE premier des rangs perpendiculaires eſt égal au premier des obliques, & le ſecond des perpendiculaires au ſecond des obliques, & le troiſiéme au troiſiéme, & ainſi du reſte; ayant égard ſeulement aux nombres qui ſont dans les cellules. Car chacun des rangs paralléles ayant ſa premiére

b. 5. cellule [b] égale à la derniére, & la ſeconde à la penultiéme, & ainſi du re-
c. *définition.* ſte; toutes les premiéres cellules, qui forment [c] le premier rang perpendi-
d. 9. 1. culaire, ſont [d] égales à toutes les derniéres, qui forment [c] le premier oblique, chacune à [b] chacune, & dans un même ordre. Et pareillement toutes les ſecondes, ou le ſecond [c] perpendiculaire, à toutes [d] les pénultiémes, ou au ſecond [c] oblique. Et ainſi du reſte.

## IV COROLLAIRE.

7. LA premiére cellule 1 du premier rang perpendiculaire forme la 1[ere] 1[b] du ſecond, ayant toûjours égard aux ſeuls nombres qui ſont dans

Digitized by Google

les cellules ; & la 1ere & 2de 1 & 1a du premier perpendiculaire, forment enſemble [b] la 2de 2ab du ſecond ; & les trois enſemble 1 & 1a & 1aa du premier perpendiculaire, encore enſemble [b] la 3e 3aab du ſecond. Et les quatre 1 & 1a & 1aa & 1a3, la 4e 4a3b. Et ainſi du reſte. b. 4 & 5.

De même auſſi la 1ere 1b du ſecond forme la 1ere 1bb du 3e ; & la 1ere & 2de 1b & 2ab du ſecond, la 2de 3abb du 3e ; & par un même raiſonnement, les trois premiéres 1b & 2ab & 3aab forment enſemble la 3e 6aabb ; puiſque ces trois 1b & 2ab & 3aab ſont [b] égales enſemble aux deux 3aab & 3abb, qui forment enſemble la 3e 6aabb. Et on prouvera de la même ſorte, que les quatre 1 & 2ab & 3aab & 4a3b forment [b] enſemble la quatriéme 10aab3. Et ainſi du reſte. b. 4. & 5.

Et on démontrera encore dans un même ordre que la 1ere cellule du 3e rang perpendiculaire forme auſſi la 1ere du 4e, & que les deux premiéres forment enſemble la ſeconde, & les trois premiéres enſemble la 3e. Et les quatre la 4e. Et ainſi du reſte.

Et pareillement que le quatriéme rang perpendiculaire forme le cinquiéme de la même ſorte, & le cinquiéme le ſixiéme, ou chacun en général l'autre qui le ſuit immédiatement.

Et ce ſera auſſi la même choſe de tous les rangs [b] obliques ; puiſqu'ils ſont égaux aux perpendiculaires, chacun à chacun, & ſelon le même ordre. b. 6.

## V COROLLAIRE.

8. Si on a ſeulement égard aux nombres des cellules. Tout le premier rang paralléle comprend 2 ; ayant 1 dans [b] chacune de ſes deux cellules. Et tout le ſecond paralléle comprend 2 fois 2 ou 4 ; parce qu'on diſtribuë 2 fois dans [b] ſes cellules, ce qui eſt dans celles du premier. Et par la même raiſon, le troiſiéme comprend 2 fois 4 ou 8. Et le quatriéme 2 fois 8 ou 16. Et le cinquiéme 2 fois 16 ou 32. Et ainſi du reſte. b. 4.

### Definitions.

Les nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6, &c. du ſecond rang perpendiculaire, ou du ſecond oblique, & qui ſont formez par une addition ſucceſſive & continuë des unitez ſimples qui ſont au premier, ſeront nommez *nombres du premier ordre*, ou *nombres des grandeurs linéaires*.

Et ceux du troiſiéme rang perpendiculaire, ou du troiſiéme oblique, qui ſont formez de la même ſorte par une addition ſucceſſive & continuë des nombres naturels ou du premier ordre, ſeront nommez *nombres du ſecond ordre*.

Et ceux du quatriéme rang perpendiculaire, ou du quatriéme oblique, formez encore par une addition ſemblable de ceux du ſecond, ſeront nommez *nombres du troiſiéme ordre*. Et ainſi du reſte. Et tous ces divers nombres peuvent être encore diſpoſez, ſi l'on veut, comme on les voit dans la troiſiéme Table.



Digitized by Google

## VI COROLLAIRE.

### Pour la formation des quarrez.

a 2e Table. 9. Tout quarré d'une grandeur complêxe comprend [a] le quarré de telle des parties du côté qu'on voudra, plus deux produits de la même partie par toutes les autres, plus un quarré de toutes ces autres. Parce qu'on peut considérer toutes ces autres parties, comme n'en faisant ensemble qu'une seule.

Le quarré par éxemple $aa + 2ab + bb + 2ac + 2bc + cc$ de la grandeur $a + b + c$ comprend un quarré $aa$ de la partie $a$; plus $2ab + 2ac$, ou 2 produits de la même partie $a$ par $b + c$ qui reste; plus encore un quarré $bb + 2bc + cc$ de $b + c$.

Ou ce même quarré renferme un quarré $bb$ de la partie $b$; plus $2ab + 2bc$, ou 2 plans de la même partie $b$ par $a + c$ qui reste; plus un quarré $aa + 2ac + cc$ de ce reste $a + c$.

Ou enfin ce même quarré comprend un quarré $cc$ de la partie $c$; plus $2ac + 2bc$, ou 2 plans de la même partie $c$ par $a + b$ qui reste; plus un quarré $aa + 2ab + bb$ de ce reste $a + b$. Et ce seroit toûjours la même chose, s'il y avoit un plus grand nombre de parties.

*Multiplier le côté* $a + b + c$ *par le côté* $a + b + c$

*Quarré* $aa + 2ab + bb + 2ac + 2bc + cc$

### Pour la formation des cubes.

b 2e Table. De même aussi tout cube d'une grandeur complêxe renferme [b] un cube de telle des parties du côté qu'on voudra, plus trois solides du quarré de la même partie par toutes les autres, plus encore trois solides de cette partie par le quarré de toutes les autres, plus un cube de toutes ces autres.

Le cube, par éxemple, $a^3 + 3aab + 3abb + b^3 + 3aac + 6abc + 3bbc + 3acc + 3bcc + c^3$ de la grandeur $a + b + c$, renferme un cube $a^3$ de la partie $a$; plus $3aab + 3aac$, ou 3 solides du quarré $aa$ de la même partie $a$ par $b + c$ qui reste; plus $2abb + 6abc + 3acc$, ou 3 solides de la partie $a$ par le quarré $bb + 2bc + cc$ de $b + c$; plus un cube $b^3 + 3bbc + 3bcc + c^3$ du reste $b + c$.

Et ce même cube renferme aussi un cube $b^3$ de la partie $b$; plus $3abb + 3bbc$, ou 3 solides du quarré $bb$ de la partie $b$ par $a + c$ qui reste; plus $3aab + 6abc + 3bcc$, ou 3 solides de la partie $b$ par le quarré $aa + 2ac + cc$ du reste $a + c$; plus un cube $a^3 + 3aac + 3acc + c^3$ de ce reste $a + c$.

Ou enfin ce même cube comprend un cube $c^3$ de la partie $c$; plus $3acc + 3bcc$, ou 3 solides du quarré $cc$ de la partie $c$ par $a + b$ qui reste; plus $3aac + 6abc + 3bbc$, ou 3 solides de la même partie $c$ par le quarré $aa + 2ab + bb$ du reste $a + b$; plus un cube $a^3 + 3aab + 3abb + b^3$ de ce

Digitized by Google

reſte $a + b$. Et ce ſeroit toûjours la même choſe, s'il y avoit un plus grand nombre de parties.

*Multiplier le quarré* $aa + 2ab + bb + 2ac + 2bc + cc$
*par le côté* $a + b + c$

*Cube* $a^3 + 3aab + 3abb + b^3 + 3aac + 6abc + 3bbc + 3ace + 3bcc + c^3$

## I PROBLEME.

10. *Pour élever une grandeur complexe au quarré, ou au cube, ou à telle autre puiſſance qu'on voudra.*

On n'aura, pour le quarré, qu'à multiplier [a] la grandeur [b] par elle-même. Et pour le [b] cube, qu'à multiplier [a] le quarré par le côté. Et ainſi du reſte.

Ou plûtôt, afin d'abbréger de beaucoup ſon opération. On ſe réglera par le rang [c] paralléle, qui répond à celle des puiſſances que l'on veut découvrir, pour la premiére & ſeconde partie du côté propoſé. Et encore enſuitte de la même ſorte pour les deux premiéres enſemble & pour la troiſiéme. Et auſſi de la même ſorte pour les trois premiéres enſemble & pour la quatriéme. Et ainſi du reſte. Les éxemples ſuivans pourront fixer & éclaircir ces régles.

a. 19. 3.
b. *definit.* 20.
c. 2e *Table.*

### Premier exemple.

Pour trouver le quarré de la grandeur $bb + 2bc + 6bd + 4cc$. Je conſidére le ſecond rang paralléle $aa + 2ab + bb$ des quarrez, & me réglant par ſes trois cellules, j'écris le quarré $b4$ de $bb$; plus $4b^3c$, ou 2 produits de $bb$ par $2bc$; plus le quarré $4bbcc$ de $2bc$. Aprés cela ne conſidérant plus que les deux cellules $+ 2ab$ & $+ bb$ du rang paralléle, que j'ai pris dans la 2e Table, & me réglant par ces deux cellules, j'écris 2 produits de $bb + 2bc$ par $6bd$, ou $12b^3d + 24bbcd$; Plus un quarré $36bbdd$ de $6bd$. Et me réglant encore par les deux cellules $2ab$ & $bb$, j'écris $8bbcc + 16bc^3 + 48bccd$, ou 2 produits de $bb + 2bc + 6bd$ par $4cc$. Plus un quarré $16c4$ de $4cc$. Et la ſomme entiére de ces divers produits [b] réſout la queſtion.

b. 9.

*Racine ou côté* $bb + 2bc + 6bd + 4cc$

*Quarré* $\begin{cases} b4 + 4b^3c + 4bbcc + 12b^3d + 24bbcd + 36bbdd + 8bbcc \\ \quad + 16bc^3 + 48bccd + 16c4 \end{cases}$

*ou* $\begin{cases} b4 + 4b^3c + 12bbcc + 12b^3d + 24bbcd + 36bbdd \\ \quad + 16bc^3 + 48bccd + 16c4 \end{cases}$ *

### Second exemple.

Et pour trouver le cube de la même grandeur $bb + 2bc + 6bd + 4cc$. Je conſidére le troiſiéme rang paralléle : & me réglant par ſes cellules, j'écris le cube $b6$ de $bb$. Plus 3 produits du quarré $b4$ de $bb$ par $2bc$, ou $6b^5c$. Plus 3 autres produits de $bb$ par le quarré $4bbcc$ de $2bc$, c'eſt à dire $12b4cc$. Plus le cube $8b^3c^3$ de $2bc$. Aprés cela ne conſidérant plus la premiére cellule $a^3$ du troiſiéme rang paralléle, & me réglant ſeulement par les autres qui reſtent, j'écris 3 produits du quarré $b4 + 4b^3c + 4bbcc$ de $bb + 2bc$ par $6bd$, ou $18b^5d + 72b4cd + 72b^3ccd$. Plus $108b4dd + 216b^3cdd$, ou 3

Digitized by Google

autres produits de $bb + 2bc$ par le quarré $36bbdd$ de $6bd$. Plus $216b^3d^3$, ou le cube de $6bd$. Et me réglant encore de la même ſorte par les trois cellules $3aab$ & $3abb$ & $b^3$ du même rang paralléle, j'écris 3 produits du quarré $b^4 + 4b^3c + 4bbcc + 12b^2d + 24bbcd + 36bbdd$ de $bb + 2bc + 6bd$ par $4cc$, ou $12b^4cc + 48b^3c^3 + 48bbc^4 + 144b^2ccd + 288bbc^3d + 432bbccdd$. Plus $48bbc^4 + 96bc^5 + 288bc^4d$, ou 3 autres produits de $bb + 2bc + 6bd$ par le quarré $16c^4$ de $4cc$. Plus enfin le cube $64c^6$ de $4cc$. Et la ſomme entiére de ces divers produits, eſt le cube de la grandeur propoſée. Et il en eſt ainſi des autres puiſſances, en réglant leurs parties par les rangs paralléles qui conviennent à ces puiſſances.

*Racine ou côté* $bb + 2bc + 6bd + 4cc$

*Cube*
$$\left\{\begin{array}{l} b^6 + 6b^5c + 12b^4cc + 8b^3c^3 + 18b^5d + 72b^4cd \\ \quad + 72b^3ccd + 216b^3d^3 + 12b^4cc + 48b^3c^3 \\ \quad + 48bbc^4 + 144b^2ccd + 288bbc^3d + 432bbccdd \\ \quad + 48bbc^4 + 96bc^5 + 288bc^4d + 64c^6. \end{array}\right.$$

DEFINITIONS.

On dira que le *premier chiffre* ou *caractére* d'un nombre eſt celuy qui eſt plus à gauche, & *le ſecond* celuy qui avance d'un rang vers la droite. Et ainſi du reſte. Comme dans le nombre 5423 le premier chiffre ou caractére eſt 5 écrit au dernier rang, & le ſecond chiffre ou caractére eſt 4 écrit au penultiéme, & le troiſiéme eſt 2 écrit au ſecond rang, & le quatriéme 3 écrit au premier rang.

Si un nombre eſt la racine quarrée d'un nombre quarré, ou la cubique ou troiſiéme d'un nombre cubique, ou la quatriéme, ou autre linéaire d'une puiſſance quatriéme, ou d'une autre plus haute; la lettre *a* repréſentera le premier chiffre ou caractére de cette racine, & *b* le ſecond, & B majuſcule les deux premiers enſemble *a* & *b*; & *c* le troiſiéme, & C les trois premiers enſemble; & *d* le quatriéme, & D les quatre premiers enſemble; Et ainſi du reſte. Comme dans le nombre 5423 la lettre *a* repréſentera 5, & *b* le chiffre 4, & B repréſentera 54 ou $a + b$. Et pareillement on prendra *c* pour 2, & C pour $a + b + c$ ou pour 542; & *d* pour 3, & D pour $a + b + c + d$ ou pour 5423. Et ainſi du reſte, s'il y avoit encore d'autres chiffres.

Et ſuppoſant tous les chiffres ou caractéres d'un nombre tranchez de deux en deux, ou de trois en trois, ou de quatre en quatre, & ainſi du reſte, & de droite à gauche; on nommera Z la tranche qui ſera plus reculée vers la gauche, & Y celle qui avancera d'une tranche vers la droite, & X celle qui avancera encore d'une tranche vers la droite, & V celle auſſi qui avance d'une nouvelle tranche. Et ainſi du reſte.

| Z | Y | X | Z | Y | X | Z | Y | X | V |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 9 | 4 | 8 | 4 | 9. | 1 6 0 | 0 0 3 | 0 0 7. | 1 3 5 4 | 2 5 9 3 | 1 8 3 4 | 3 | 0 0 0 0 0. |

Et on dira qu'un nombre eſt *dans un rang & dans ceux qui le ſuivent*, ou qui ſont avancez vers la gauche; lorſqu'on voudra déſigner ou marquer le

le rang où ce nombre commence à se trouver, sans faire attention s'il a plusieurs chiffres, ou s'il n'en a qu'un seul. Comme dans 294849, on dira que 9 est au premier rang & dans ceux qui le suivent. Et ainsi des autres.

## PREMIER THEOREME.

11. SI le quarré d'un nombre est tranché de deux en deux caractéres & de droite à gauche. 1°. le quarré *aa* du premier chiffre *a* est dans la tranche Z, & 2*ab* ou 2 plans des deux premiers *a* & *b* sont au second rang de la tranche Y & dans ceux qui le suivent; & le quarré *bb* du second chiffre *b* est au premier rang de la même tranche & dans ceux qui le suivent.

2° Les deux plans des deux premiers ensemble *a* & *b*, ou de B, par le 3ᵉ *c*, c'est à dire 2B*c*, sont au second rang de la tranche X & dans ceux qui le suivent; & le quarré *cc* de la 3ᵉ *c* au premier rang de la même tranche & dans ceux qui le suivent.

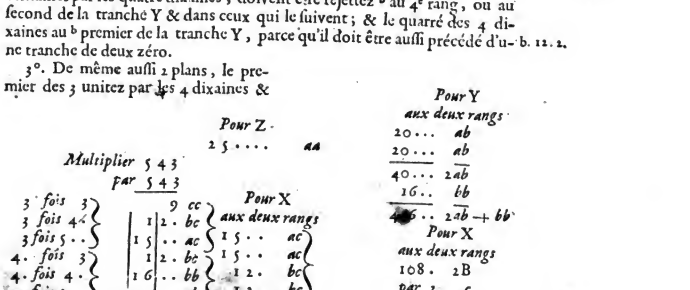
3° Les 2 plans des trois premiers *a* & *b* & *c*, ou de C, par le 4ᵉ *c*, ou 2C*d*, sont au second rang de la tranche V & dans ceux qui le suivent; & le quarré du 4ᵉ *c* au premier rang de la même tranche V & dans ceux qui le suivent. Et ainsi du reste, s'il y avoit encore d'autres chiffres.

### DEMONSTRATION.

En quarrant un nombre comme 543. 1°. Le quarré de 5 centaines [b] doit [b. 12. 2.] être précédé de deux tranches de deux zéro chacune, & par conséquent rejetté dans la tranche Z, qui est la plus avancée des trois vers la gauche.

2°. Les 2 plans, l'un des 4 dixaines par les 5 centaines, & l'autre des 5 centaines par les quatre dixaines, doivent être rejettez [b] au 4ᵉ rang, ou au [b. 12. 2.] second de la tranche Y & dans ceux qui le suivent; & le quarré des 4 dixaines au [b] premier de la tranche Y, parce qu'il doit être aussi précédé d'u- [b. 12. 2.] ne tranche de deux zéro.

3°. De même aussi 2 plans, le premier des 3 unitez par les 4 dixaines &



par les 5 centaines ou par les 54 dixaines, & le ſecond des autres 54 dixaines par les 3 autres unitez, doivent être [b] rejettez au ſecond rang de la tranche X & dans ceux qui le ſuivent; & le quarré des 3 unitez doit enfin ſe trouver [b] au premier de la tranche X. Et ainſi du reſte, s'il y avoit encore d'autres chiffres.

## II THEOREME.

12. SI le cube d'un nombre eſt tranché de trois en trois caractéres, & de droite à gauche. 1°. Le cube $a^3$ du premier caractére eſt dans la tranche Z.

2°. Et 3 ſolides du quarré *aa* du premier caractére par le ſecond *b*, ou $3aab$, ſont au troiſiéme rang de la tranche Y & dans ceux qui le ſuivent. Et 3 nouveaux ſolides du premier caractére *a* par le quarré *bb* du ſecond caractére, ou $3abb$, ſont au ſecond rang de la tranche Y & dans ceux qui le ſuivent. Et le cube $b^3$ du ſecond caractére eſt au premier rang de la même tranche & dans ceux qui le ſuivent.

3°. Et 3 autres ſolides du quarré BB des deux premiers caractéres *a* & *b*, ou de ß, par le troiſiéme *c*, ou 3 BB*c*, ſont au troiſiéme rang de la tranche X & dans ceux qui le ſuivent. Et 3 nouveaux ſolides des deux premiers enſemble *a* & *b*, ou de B, par le quarré du troiſiéme *c*, ou 3 B*cc*, ſont au ſecond rang de la tranche X & dans ceux qui le ſuivent. Et le cube $c^3$ du troiſiéme caractére eſt au premier rang de la même tranche & dans ceux qui le ſuivent.

4°. Et 3 nouveaux ſolides du quarré CC des trois premiers caractéres *a* & *b* & *c*, ou de C, par le quatriéme *d*, ou 3 CC*d*, ſont au troiſiéme rang de la tranche V & dans ceux qui le ſuivent. Et trois ſolides des trois premiers enſemble *a* & *b* & *c*, ou de C, par le quarré du quatriéme *d*, ou 3 C*dd* ſont au ſecond rang de la tranche V & dans ceux qui le ſuivent. Et le cube $d^3$ du quatriéme *d* eſt au premier de la tranche V & dans ceux qui le ſuivent. Et ce ſera toûjours la même choſe, s'il ſe rencontre encore de nouvelles tranches.

### DEMONSTRATION.

En cubant un nombre, comme 543, ou multipliant ſon quarré 294849, ou les diverſes parties qui le forment, par le côté même 543; 1°. Le cube
b. 12. 2. 125 des 5 centaines doit être précédé de deux tranches [b] de trois zéro chacune, puiſqu'il eſt formé par une multiplication du quarré des 5 centaines, ou de 25 dixaines de mille, par les 5 centaines. De ſorte que le cube 125 eſt dans la tranche Z.

2°. Et comme on multiplie par les 5 centaines les 40 mille, ou 2 plans des 5 centaines par les 4 dixaines, ce qui fait 200 centaines de mille; & encore le quarré 25 dixaines de mille par les 4 dixaines, ce qui fait 100 cen-
b. 12. 2. taines de mille: on doit [b] trouver 300 centaines de mille, ou $3aab$, au troiſiéme rang de la tranche Y & dans ceux qui le ſuivent. Et au 2$^d$ & dans ceux qui le ſuivent, on trouve auſſi un produit des 40 mille par 4 dixaines, ou 160 fois 10 mille; & un des 16 centaines par 5 centaines, ou 80 fois 10 mille: Ce qui donne 240 dixaines [b] de mille, ou $3abb$, au 2$^d$ rang de la tranche Y & à

Digitized by Google

ceux qui le ſuivent. Et on prend auſſi un produit des 16 centaines par les 4 dixaines ; ce qui donne le cube $bb^3$, ou 64 mille, [b] pour le premier rang de la tranche Y & pour ceux qui le ſuivent. b. 12. 2.

3°. Et on multiplie auſſi 25 dixaines de mille, & 40 mille, & 16 centaines, par 3 unitez ; ou le quarré 2916 centaines, des 54 dixaines, par 3 : ce qui [b] donne 75 dixaines de mille, & 120 mille, & 48 centaines ; ou 8748 centaines, ou 1BBc. Et on multiplie encore 324 dixaines, ou 2Bc, par 4 dixaines, & par 5 centaines, ou par 54 dixaines : ce qui [b] donne 1296 centaines, & 1620 mille ; ou 17496 centaines, ou 2BBc. De ſorte que 26244 centaines, ou 3BBc, qui ſont les 3 ſolides du quarré 2916, des 54 dixaines, ou de B, par 3 ; ſont [b] au 3e rang de la tranche X, & dans ceux qui le ſuivent. Et on multiplie de la même ſorte le quarré 9 par 5 centaines, & par 4 dixaines ; ou par 54 dixaines : ce qui donne 45 centaines, & 36 dixaines ; ou 486 dixaines, ou 1Bcc. Et on multiplie auſſi ſelon leurs rangs les 324 dixaines, ou 2Bc, par 3 : ce qui donne 972 dixaines, ou 2Bcc. De ſorte que l'on doit trouver au ſecond rang de la tranche X & dans ceux qui les ſuivent, 1458 dixaines, ou 3Bcc, qui ſont les trois ſolides des 54 dixaines, ou de B, par 3. Et enfin le cube 27 de 3 eſt au premier rang de la même tranche & dans ceux qui le ſuivent. Et on pour-

*Multiplier le côté* 543
*par le côté* 543

*Et le quarré* { 9 cc ; 324. 2Bc ; 16.. bb ; 40.... 2ab ; 25..... aa

*Pour Z* 125..... $a^3$

*Pour Y aux trois rangs*
{200 ..... 2aab
{100 ..... 1aab
{ 80 .... 1abb
{160 .... 2abb
64 ... $b^3$
32464 ... $3aab + 3abb + b^3$

*Pour X*
*Au 3e rang*
75 .... aac
120 ... 2abc
48 .. bbc
8748 .. $aac + 2abc + bbc$
1296 .. 2bBc
1620 ... 2aBc
26244 .. 3BBc

*Au 2d rang*
45 .. 1acc
36. 1bcc
972 .. 2Bcc
1458 . 3Bcc

*Au 1er rang*
27 $c^3$

*Pour X an 3e rang*
2916 .. 1BB
*par 3* c
8748 .. 1BBc
17496 .. 2BBc
26244 .. 3BBc

*Au 2d rang*
486. 1Bcc
972. 2Bcc
1458. 3Bcc

*Au 1er rang*
27 $c^3$

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 3 *fois* 9 | | | | 27 | $c^3$ | |
| 3 *fois* 324. | | | 9 | 72. | 2Bcc | |
| 3 *fois* 16.. | | | 4 | 8.. | 1bbc | |
| 3 *fois* 40... | | 120 | | ... | 2abc | |
| 3 *fois* 25.... | | 75. | | ... | 1aac | |
| 4. *fois* 9 | | | 36. | | 1bbc | |
| 4. *fois* 324. | | 129 | 6. | .. | 2Bbc | |
| 4. *fois* 16.. | | 64 | | ... | $b^3$ | |
| 4. *fois* 40... | 1 | 60. | | ... | 2abb | |
| 4. *fois* 25.... | 100 | .. | | ... | 1aab | |
| 5.. *fois* 9 | | 45 | . | .. | 1acc | |
| 5.. *fois* 324. | 1 | 620 | . | .. | 2aBc | |
| 5.. *fois* 16.. | | 80. | | ... | 1abb | |
| 5.. *fois* 40... | 200 | .. | . | .. | 2aab | |
| 5.. *fois* 25.... | 125 | .. | . | .. | $a^3$ | |
| 543 *fois* 294849 | 160 | 030 | 07 | | $a^3 + 3aab + 3abb + b^3 + 3BBc + 3Bcc + c^3$ | |
| *ôté quarré* | X | Y | X | *Cube* | | |

roit continuer la démonſtration de la même ſorte, s'il y avoit encore d'autres chiffres. De ſorte que ce qu'on propoſe au théorême, doit toûjours arriver néceſſairement.

Et on pourra former de ſemblables théorêmes pour les puiſſances qui paſſent le troiſiéme degré, & juſques à l'infini; en ſe réglant par les cellules des rangs paralléles, qui ſont élevez aux degrez de ces mêmes puiſſances.

### DEFINITION.

On nomme *extraction de racines*, ou *réſolution des puiſſances*, la méthode qui cherche & qui découvre les racines linéaires des diverſes puiſſances.

## PROBLEME II ET GENERAL.

13. *Pour trouver la racine linéaire d'une certaine puiſſance numérique.*

On la ſépare en pluſieurs tranches qui aient chacune autant de chiffres, excepté celle que nous appellons Z, que la puiſſance aura de degrez; & on tire *a* de Z, prenant en cette tranche la plus grande puiſſance qui s'y trouve, & d'autant de degrez que la propoſée: & prenant auſſi dans la 4^e^ Table la racine linéaire de la même puiſſance, on écrit au demi-cercle cette même racine. Et ôtant ſa puiſſance de la tranche Z, on écrit la tranche Y au côté droit du reſte.

2°. On prend dans la 5^e^ Table le rang de la puiſſance propoſée; & on écrit ſéparément ſa 1^re^ cellule, ou le nombre qu'on luy ſuppoſe égal. On diviſe par ce nombre le dernier rang de la tranche Y & ceux qui le ſuivent; & nommant *b* l'expoſant de la diviſion, on écrit la ſeconde cellule ſous la premiére, en l'avançant d'un rang vers la droitte; & la 3^e^ auſſi ſous la ſeconde en l'avançant encore d'un rang vers la droitte; & la 4^e^ ſous celle-ci en l'avançant d'un nouveau rang vers la droite. Et ainſi du reſte. On prend la ſomme de tous ces nombres ainſi diſpoſez, on la multiplie par *b*, & ôtant le produit de la tranche Y & des rangs qui la ſuivent, on écrit la tranche X au côté droit du reſte nouveau, & on tranſporte l'expoſant *b* au demi-cercle.

3°. On réïtére une ſemblable opération ſur tous les rangs de la tranche X & ſur ceux qui les ſuivent par le moyen de B, ou des deux premiers chiffres, & du troiſiéme *c* que donne la diviſion. Et on écrit la tranche V au côté droit du reſte.

4°. On réïtére encore une ſemblable opération ſur tous les rangs de la tranche V & ſur ceux qui les ſuivent par le moyen de C ou des trois premiers chiffres, & d'un quatriéme *d* que fournit la diviſion. Et on écrit la tranche T au côté droit du 4^e^ reſte. On réïtére juſques à la fin de ſemblables opérations. Et ce qu'on trouve enfin écrit au demi-cercle réſout la queſtion. Les éxemples éclairciront & fixeront ces régles.

### PREMIER EXEMPLE.

Pour tirer la racine quarrée de 294849. Je le tranche de deux en deux caractéres, & de droite à gauche. Et je dis: le plus grand des nombres quarrez,[b] que comprend 29 ou la tranche Z, eſt 25. Et 5 en eſt la racine

b. 4^e^ *Table.*

Digitized by Google

quarrée, & j'écris 5 au demi-cercle ; & ôtant son quarré 25 de Z ou de 29, le reste est 4, & j'écris 48 ou la tranche Y au côté droit de ce reste.

2°. Je prens dans la 5e Table le rang parallèle $2a+1b$ des puissances quarrées ; & nommant $a$ le chiffre 5 qui est au demi-cercle, j'écris séparément la cellule $2a$, & je marque deux points pour représenter 10 ou $2a$, sous 4 écrit au second rang de la tranche Y & sous 4 qui le suit. Et je dis : 1, que le premier des deux points représente, est 4 fois dans 4. Et prenant 4 pour $1b$, je l'écris sous 10 dans un rang plus à droitte. Et je multiplie $2a+1b$, ou 104, par 4 ou $b$ ; & j'ôte le produit 416, ou $2ab+bb$, de 448 ou de la tranche Y & du rang qui la suit. J'écris ensuitte l'exposant $b$ au demi-cercle, c'est à dire 4 que je luy suppose égal, & je dispose la tranche X ou 49 au côté droit du reste 32.

3°. Prenant B pour 54 écrit au demi-cercle, j'écris 2B ou 108 séparément, c'est à dire 2 fois 54 ; & je marque alors trois points pour représenter 108, ou 2B, sous le second rang de la tranche X & sous ceux qui le suivent, c'est à dire sous 324. Et je dis : 1 que le premier des trois points représente est 3 fois dans 3, & prenant $c$ pour l'exposant 3, j'écris $c$ ou 3 sous 108 dans un rang plus à droite ; & je multiplie $2B+c$, ou 1083, par 3 ou $c$ ; & j'ôte le produit 3249, ou $2Bc+cc$, de la tranche X & des rangs qui la suivent, ou de 3249. Et comme je ne trouve aucun reste, je reconnois, aprés avoir encore écrit 3 ou $c$ au demi-cercle, que 543 résout la question, ou qu'il est la racine quarrée du nombre proposé.

| | Z | Y | X | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| *Du quarré* | 2 9 \| 4 8 \| 4 9 | ( 543 *côté ou racine quarrée* | | | $\begin{cases} a & b & B \\ 5 & 4 & 54 \end{cases}$ | |
| *ôter* | 2 5 | | | | | |
| *Reste* | 4 \| 4 8 | | | | | |
| | . . | | | | | |
| *ôter* | 4 1 6 | *Pour la tranche* Y | | | *Pour la tranche* X | |
| *Reste* | 3 2 \| 4 9 | 10. | $2a$ | | 108. | $2B$ |
| | . . . | | 4 | $b$ | | 3 $c$ |
| *ôter* | 3 2 4 9 | *somme* | 104 | $2a+b$ | *somme* | 1083 $2B+c$ |
| *Reste* | 0 0 0 0 | *multipl. par* | 4 | $b$ | *multipliée par* | 3 $c$ |
| | | *Produit* | 416 | $2ab+bb$ | *Produit* | 3249 $2Bc+cc$ |

## Second exemple.

Pour tirer la racine quarrée du nombre 97515625. 1°. Je le tranche de deux en deux caractéres, en commençant à droitte. Et je dis : le plus grand des nombres quarrez, que comprend 97 ou la tranche Z, est 81, & 9 en est la racine [b] quarrée. Et prenant $a$ pour 9, j'écris 9 ou $a$ au demi-cercle, & j'ôte son quarré $aa$ ou 81, de Z ou de 97 ; & le reste est 16, & je dispose à son côté droit la tranche Y ou 51. b. 4e *Table.*

2°. Je prends $2a+b$ dans la 5e Table ; & j'écris sa premiére cellule 18 ou $2a$ séparément, & je marque deux points pour 18, sous 5 écrit au second rang de la tranche Y & sous ceux qui le suivent. Et je dis : 1 ne peut être pris au plus que 9 fois dans 16, sous qui le premier point se trouve ;

& prenant l'expoſant 9 ou *b*, je l'écris ſous 18 dans un rang plus à droitte. Et je multiplie 189, ou $2a + b$, par 9 ou *b*. Mais voyant que le produit 1701 ſurpaſſe 1651 dont il faudroit le retrancher, je conclus que l'expoſant 9 eſt trop grand, & je ne prens que 8 pour *b*. Et écrivant 8 ou *b* ſous 18 dans un rang plus à droitte, je multiplie 188, ou $2a + b$, par 8 ou *b*, & j'ôte le produit 1504, ou $2ab + bb$, de la tranche Y & des rangs qui la ſuivent, ou de 1651. Et j'écris l'expoſant 8 ou *b* au demi-cercle, & je diſpoſe 56 ou la tranche X au côté droit du reſte 147.

3°. Prenant B pour $a + b$, ou pour 98 qui eſt au demi-cercle, j'écris ſéparément 2B ou 196, & je marque trois points ſous 5 écrit au ſecond rang de la tranche X & ſous ceux qui le ſuivent. Et je dis: 1 ne peut être pris plus de 9 fois dans 14, mais me réglant pour X avec 9 comme j'ai fait pour Y, je reconnois que 9 eſt trop grand; & enſuitte que 8 même eſt encore trop grand; & prenant 7 pour *c*, je l'écris ſous 196 dans un rang plus à droitte; & je multiplie 1967, ou $2B + c$, par 7 ou *c*, & j'ôte le produit 13769 ou $2Bc + cc$, de 14756, ou de la tranche X & des rangs qui la ſuivent. Et j'écris 7 au demi-cercle; & je diſpoſe 25 ou la tranche V au côté droit du reſte 987.

4°. Prenant C pour $a + b + c$, ou pour 987 qui eſt au demi-cercle, j'écris ſéparément 2 fois 987, ou 1974 ou 2B, & je marque quatre points pour les quatre chiffres, ſous 2 écrit au ſecond rang de la tranche X & ſous ceux qui la ſuivent. Et je dis: 1 eſt 9 fois dans 9, mais voyant aiſément que 9 eſt trop grand; & reconnoiſſant auſſi en ſuivant les régles que 8 eſt trop grand; & que 7 eſt encore trop grand; & que 6 même eſt pareillement trop grand; je ne prens que 5 pour *d*, & écrivant 5 ou *d* ſous 1974 dans un rang plus à droitte, je multiplie 19745, ou $2C + d$, par 5 ou *b*, & j'ôte le produit $2Cd + dd$, ou 98725, de la tranche V & des rangs qui la ſuivent, ou du nombre même 98725; ce qui ne laiſſe aucun reſte. Et alors écrivant encore 5 au demi-cercle, j'y trouve la racine quarrée 9875 du nombre propoſé.

Z Y X V

*Quarré* 9 7|5 1|5 6|2 5. (9875 *racine quarrée.* $\left\{\begin{matrix} a & b & B & c & C & d \\ 9 & 8 & 98 & 7 & 987 & 5 \end{matrix}\right.$

*ôter* 8 1

*1er reſte* 1 6|5 1

*ôter* 1 5 0 4

*2d reſte* 1 4 7|5 6

*ôter* 1 3 7 6 9

*3e reſte* 9 8 7|2 5

*ôter* 9 8 7 2 5

*4e reſte* 0 0 0 0 0

| *Pour* Y | | *Pour* Y | |
|---|---|---|---|
| 18. | $2a$ | 18. | $2a$ |
| 9 | $b$ | 8 | $b$ |
| 189 | $2a + b$ | 188 | $2a + b$ |
| *par* 9 | $b$ | *par* 8 | $b$ |
| 1701 | $2ab + bb$ | 1504 | $2ab + bb$ |

Digitized by Google

| Pour X | Pour X | Pour X |
|---|---|---|
| 196. 2B | 196. 2B | 196. 2B |
| ϕ c | 8 c | 7 c |
| 196ϕ 2B+e | 1968 2B+e | 1967 2B+e |
| par ϕ c | par 8 c | par 7 e |
| xηηx1 2Bc+ce | x8η## 2Bc+ce | 13769 2Bc+ce |

| Pour V | Pour V | Pour V |
|---|---|---|
| 1974. 2C | 1974. 2C | 1974. 2C |
| ϕ d | 8 d | η d |
| 1974ϕ 2C+d | 19748 2C+d | 1974η 2C+d |
| par ϕ d | par 8 d | par η d |
| xη87#x 2Cd+dd | x8η98# 2Cd+dd | x38zxϕ 2Cd+dd |

| Pour V | Pour V |
|---|---|
| 1974. 2C | 1974. 2C |
| ϕ d | 5 d |
| 1974ϕ 2C+d | 19745 2C+d |
| par ϕ d | par 5 d |
| z18#7ϕ 2Cd+dd | 98725 2C+dd |

## Troisieme exemple.

Pour tirer la racine quarrée du nombre 92732430 4. 1°. Je le tranche de deux en deux, & de droitte à gauche. Et je dis: la racine du plus grand quarré 9, que comprend 9 ou la tranche Z, eſt 3 que j'écris au demi-cercle; & j'ôte ſon quarré 9 du nombre 9 qui eſt dans la tranche Z, & il ne reſte rien.

2°. Je prends dans la 5e Table le rang $2a+b$ des puiſſances ſecondes ou quarrées; & j'écris ſéparément ſa cellule $2a$, ou 2 fois 3 ou 6, & marquant un point pour 6, ſous 2 écrit au troiſiéme rang de la tranche Y, je dis: 6 n'eſt aucune fois dans 2; & j'écris 0 dans le demi-cercle, ſans être obligé de rien retrancher. Ce qui laiſſe la tranche Y ou 27 toute en ſon entier.

3°. Prenant B pour 30 écrit au demi-cercle; j'écris ſeparément 2B ou 60, & je marque deux points ſous 3 écrit au ſecond rang de la tranche X & ſous ceux qui la ſuivent. Et je dis: 6 eſt 4 fois dans 27. Et prenant $c$ pour 4, j'écris 4 ou $c$ ſous 60 dans un rang plus à droitte, & je multiplie 604, ou $2B+c$, par 4 ou par $c$, & j'ôte le produit 2416, ou $2Bc+cc$, de la tranche X & des rangs qui la ſuivent, ou de 2732. Et j'écris au demi-cercle l'expoſant 4 ou $c$, & je diſpoſe la tranche V ou 43 au côté du reſte 316. Voyez la page ſuivante.

4°. Prenant C pour 304, ou pour $a-b+c$, ou pour $B+c$; j'écris ſéparément 2C ou 608, & je marque trois points ſous 4 écrit au ſecond de la tranche V & ſous ceux qui la ſuivent. Et je dis: 6 eſt 5 fois dans 31. Et prenant $d$ pour 5, j'écris 5 ou $d$ ſous 608 dans un rang plus à droitte, & je multiplie 6085 par 5 ou $d$, & j'ôte le produit 30425 ou $2Cd+dd$, de la tran-

Digitized by Google

che V & des rangs qui la ſuivent. Et j'écris au demi cercle l'expoſant 5, & je diſpoſe 04 ou la tranche T au côté droit du reſte 1218.

5°. Et prenant enfin D pour 3045 écrit au demi-cercle, j'écris ſéparément 2D ou 6090, & je marque quatre points ſous 0 écrit au ſecond rang de la tranche T & ſous ceux qui la ſuivent, & je dis: 6 eſt 2 fois dans 12. Et prenant $e$ pour 2, j'écris 2 ou $e$ ſous 6090 dans un rang plus à droitte, & je multiplie 60902, ou $2D+e$, par $e$ ou 2, & de la tranche T & des rangs qui la ſuivent j'ôte le produit $121804$ ou $2De+ee$, & j'écris 2 au demi-cercle. Et comme il ne reſte rien, je connois enfin que 30452 eſt la racine au juſte que je cherche.

Z Y X V T

*Quarré* 9|2 7|3 2|4 3|0 4 (30452 *côté ou racine quarrée.*

*ôter* 9 { *a b* B *c* C *d* D *e*

1er & 2d *reſte* 0|2 7|3 2 { 3 0 30 4 304 5 3045 2

*Pour* Y

6. 2*a*

0 *b*

*ôter* 2416 *Pour* X

3e *reſte* 3 1 6|4 3 60. 2B

4 *c*

*ôter* 30425 604 2B+*c*

4e *reſte* 1 2 1 8|0 4 *par* 4 *c*

2416 2B*c*+*cc*

*ôter* 121804

5e *reſte* 000000

*Pour* V *Pour* T

608. 2C 6090. 2D

5 *d* 2 *e*

6085 2C+*d* 60902 2D+*e*

*par* 5 *d* *par* 2 *e*

30425 2C*d*+*dd* 121804 2D*e*+*ee*

## QUATRIEME EXEMPLE.

Pour tirer la racine quarrée du nombre 3686400000. Je le tranche de deux en deux caractéres, & de droitte à gauche. Et je dis: la racine du plus grand quarré, que contient 3 ou la tranche Z, eſt 1 que j'écris au demi-cercle; & j'ôte ſon quarré, qui eſt encore 1, de la tranche Z ou de 3 qui s'y trouve, & je diſpoſe 68 ou la tranche Y au côté droit du reſte 2.

2°. Je prens le rang paralléle $2a+b$ de la 5e Table, & ſuppoſant $a$ pour 1 qui eſt au demi-cercle, j'écris $2a$, ou 2 ſéparément; & écrivant un point pour 2 ſous le ſecond rang de la tranche Y, je dis: on ne doit prendre 2 au plus que 9 fois dans 26. Et prenant $b$ pour 9, j'écris 9 ou $b$ ſous 2 dans un rang plus à droitte, & je multiplie 29, ou $2a+b$, par 9 ou $b$, & j'ôte le

produit

Digitized by Google

produit 261, de 268, ou de la tranche Y & du rang qui la ſuit. Et après avoir placé 9 au demi-cercle, je diſpoſe la tranche X ou 64 au côté droit du reſte 7.

3°. Prenant B pour 19, ou pour $a+b$, j'écris ſéparément 38 ou 2B; & je marque deux points ſous 6 écrit au ſecond rang de la tranche X & ſous 7 qui la ſuit. Et je dis: 3 eſt 2 fois dans 7. Et prenant $c$ pour 2, j'écris 2 ou $c$ ſous 38 dans un rang plus à droitte, & je multiplie 382, ou $2B+c$, par 2 ou $c$, & j'ôte le produit 764, ou $2Bc+cc$, de la tranche X & des rangs qui la ſuivent, ou de 764; & j'écris 7 au demi-cercle.

4°. Et comme il ne reſte rien, & que les tranches, qu'on n'a point parcourues, n'ont plus que des zéro; j'écris au demi-cercle une fois o pour chacune, ſans être obligé de multiplier ou d'ôter quelque choſe. Et je connois enfin que la juſte racine du nombre propoſé eſt 192000.

| | Z | Y | X | V | T | S | *racine quarrée.* | *a* | *b* | B | *c* | *d* | *e* | *f* |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *Quarré* | 3 | 6 | 8 | 4 | o | o | ( 192000 | 1 | 9 | 19 | 2 | o | o | o |
| *ôter* | | | 1 | | | | | | | | | | | |
| 1er *reſte* | 2 | 6 | 8 | | | | | | | | | | | |

| | *Pour* Y | | | *Pour* X | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 2. | *2a* | | 38. | 2B | |
| *ôter* 261 | 9 | *b* | | 2 | *c* | |
| 2d *reſte* 764 | 29 | $2a+b$ | | 382 | $2B+c$ | &c. |
| *ôter* 764 | *par* 9 | *b* | | *par* 2 | *c* | |
| 3e *reſte* ooo | 261 | $2ab+bb$ | | 764 | $2Bc+cc$ | |

## Cinquieme exemple.

On trouvera de la même ſorte que 43800 eſt la racine quarrée du nombre 1918440000.

| | Z | Y | X | V | T | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *Quarré* | 1 | 9 | 1 | 8 | 4 | 4 | o | o | o | ( 43800 *côté ou racine* 2e | *a* | *b* | B | *c* | C | *d* | *e* |
| *ôter* | | | 1 | 6 | | | | | | | 4 | 3 | 43 | 8 | 438 | o | • |
| 1er *reſte* | | 3 | 1 | 8 | | | | | | | | | | | | | |

| | *Pour* Y | | | *Pour* X | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 8. | *2a* | | 86. | 2B | |
| *ôter* 249 | 3 | *b* | | 8 | *c* | &c. |
| 2d *reſte* 694 | 83 | $2a+b$ | | 868 | $2B+e$ | |
| *ôter* 6944 | *par* 3 | *b* | | *par* 8 | *c* | |
| 3e *reſte* oooo | 249 | $2ab+bb$ | | 6944 | $2Bc+cc$ | |

## Sixieme exemple.

On trouvera auſſi ſelon les mêmes régles que 4874 eſt au juſte la racine quarrée du nombre 23765876.



Digitized by Google

Z Y X V

*Quarré* 2 3 7 5 8 7 6 ( 4874 *côté ou racine quarrée*

*ôter* 1 6 — 1^er *reſte* 7 7 5

a b B c C d

4 8 48 7 4874

*ôter* 7 0 4 — 2^d *reſte* 7 1 5 8

*ôter* 6 7 6 9 — 3^e *reſte* 3 8 9 7 6

*ôter* 3 8 9 7 6 — 4^e *reſte* 0 0 0 0 0

*Pour* Y — 8 ϕ — *par* ϕ — 8 ϕ 2 — 2a + b — b — 2ab + bb

*Pour* Y — 88 — *par* 8 — 704 — 2a + b — b — 2ab + bb

*Pour* X — 967 — *par* 7 — 6769 — 2B + c — c — 2Bc + cc

*Pour* V — 9744 — *par* 4 — 38976 — 2C + d — d — 3Cd + dd

## SEPTIEME EXEMPLE.

Pour tirer la racine quarrée du nombre 1918440000, on peut ſuivre les régles comme au cinquiéme éxemple. Ou afin d'abbréger, aprés l'avoir tranché comme à l'ordinaire, je dis: la racine quarrée du plus grand quarré 16 renfermé dans 19, ou dans Z, eſt 4 que j'écris au demi-cercle. Et 4 fois 4 font 16, & 19 moins 16, le reſte eſt 3; j'efface 19, & j'écris 3 ſur 9

2°. Je dis: 2 fois 4 font 8, & j'écris 8 ſous 1 qui eſt au ſecond rang de la tranche Y. Et je dis: 8 eſt 3 fois dans 31, & j'écris 3 au demi-cercle, & je l'écris encore ſous 8 qui eſt au premier rang de la tranche Y. Et 3 fois 8 font 24, & 31 moins 24, le reſte eſt 7; j'efface 31 & 8 écrit ſous 1, & j'écris 7 ſur 1. Et 3 fois 3 font 9, & 78 moins 9, le reſte eſt 69; j'efface 78 & 3 écrit ſous 8, & j'écris 69 ſur 78.

3°. Je dis: 2 fois 43 font 86; & j'écris 86 ſous le ſecond rang de la tranche X & ſous ceux qui le ſuivent. Et je dis: 8 eſt 8 fois dans 69, & j'écris 8 au demi-cercle, & ſous 4 qui eſt au premier rang de la tranche X. Et je dis: 8 fois 8 font 64, & 69 moins 64, le reſte eſt 5; j'efface 69 & 8 écrit ſous 9, & j'écris 5 ſur 9. Et 8 fois 6 font 48, & 54 moins 48, le reſte eſt 6; j'efface 54 & 6 écrit ſous 4, & j'écris 6 ſur 4. Et 8 fois 8 font 64, & 64 moins 64, le reſte eſt 0; j'efface 64 & 8, & j'écris 0 ſur 4. Et parce qu'il ne reſte rien, & que les tranches, qu'on n'a point parcouruës, n'ont plus que des zéro; j'écris une fois 0 pour chacune au demi-cercle, & je connois enfin que 43800 eſt au juſte la racine qu'on cherche.

Digitized by Google

```
      6 9
    3 7 9 6 0
Quarré 2 9|2 8|4 4|0 0|0 0  ( 43800 côté ou racine quarrée.
      8 3
      8 6 8
```

HUITIEME EXEMPLE.

Pour tirer la racine quarrée du nombre 23755876; on peut ſuivre les régles comme au ſixiéme éxemple. Ou afin d'abbréger, aprés l'avoir tranché comme à l'ordinaire, je dis: la racine du plus grand quarré 16 renfermé dans 23, eſt 4 que j'écris au demi-cercle. Et 4 fois 4 font 16. Et 23 moins 16, le reſte eſt 7; j'efface 23, & j'écris 7 ſur 3.

2°. Je dis: 2 fois 4 font 8, que j'écris ſous 7 au ſecond rang de la tranche Y. Et je dis: 8 eſt 9 fois dans 77; mais jugeant aſſez que 9 eſt trop grand, j'écris ſeulement 8 au demi-cercle, & ſous 5 écrit au ſecond rang de la tranche Y. Et je dis: 8 fois 8 font 64, & 77 moins 64 valent 13; j'efface 77 & 8 écrit ſous 7; & j'écris 13 ſur 77. Et 8 fois 8 font 64, & 135 moins 64 valent 71; j'efface 135 & 8 écrit ſous 5, & j'écris 71 ſur 35.

3°. Je dis: 2 fois 48 font 96, que j'écris ſous le ſecond rang de la tranche X & ſous ceux qui la ſuivent. Et je dis: 9 eſt 7 fois dans 71; j'écris 7 au demi-cercle, & ſous le premier rang de la tranche X. Et je dis: 9 fois 7 font 63, & 71 moins 63 valent 8; j'efface 71 & 9 écrit ſous 1, & j'écris 8 ſur 1. Et 7 fois 6 font 42, & 85 moins 42 valent 43; j'efface 85 & 6 écrit ſous 5, & j'écris 43 ſur 85. Et 7 fois 7 font 49, & 438 moins 49 font 389; j'efface 438 & 7 écrit ſous 8, & j'écris 389 ſur 438.

4°. Je dis: 2 fois 487 font 974, que j'écris ſous le ſecond rang de la tranche V & ſous ceux qui la ſuivent. Et je dis: 9 eſt 4 fois dans 38. J'écris 4 au demi-cercle, & ſous le premier rang de la tranche V, & je dis: 4 fois 9 font 36, & 38 moins 36 font 2; j'efface 38 & 9 écrit ſous 3, & j'écris 2 ſur 8. Et 4 fois 7 font 28, & 29 moins 28 font 1; j'efface 29 & 7 écrit ſous 9, & j'écris 1 ſur 9. Et 4 fois 4 font 16, & 17 moins 16 font 1; j'efface 17 & 4 écrit ſous 7, & j'écris 1 ſur 7. Et 4 fois 4 font 16, & 16 moins 16, le reſte eſt 0. Et parce qu'il ne reſte rien & qu'on a parcouru tous les rangs; je connois enfin au demi-cercle, que 4874 eſt au juſte la racine quarrée du nombre propoſé.

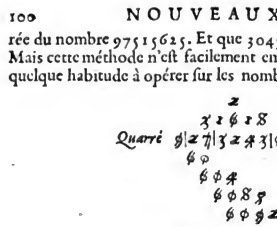
Et on trouvera auſſi par la même methode que 9875 eſt la racine quar-

```
      3                          4
    4 2                        2 2 9
  2 7 8 8 1                  2 7 0 3
  7 3 2 3 9 2  racine 2e     8 4 4 8 2  racine 2e
Quarré 2 3|7 3|2 8|7 6  (4874 Quarré 9 7|5 2|5 6|2 5  (9875
      8 8                        2 8 8
    9 6 7                      2 9 6 7
    9 7 4 4                      2 9 7 4 5
```



Digitized by Google

rée du nombre 975 15625. Et que 30452 eſt celle du nombre 927324304. Mais cette méthode n'eſt facilement employée que par ceux qui ont déja quelque habitude à opérer ſur les nombres.




### Neuvieme exemple.

Pour tirer la racine cubique du nombre 160103007. 1°. Je le tranche de trois en trois caractéres, & de droitte à gauche. Et je dis, en jettant les yeux ſur la 4e Table, le plus grand cube que comprend 160, ou la tranche Z, eſt 125, & 5 en eſt la racine cubique. Et prenant *a* pour 5, j'écris 5 au demi-cercle, & j'ôte ſon cube $a^3$, ou 125, de 160 ou de la tranche Z; & je diſpoſe 103 ou la tranche Y au côté droit du reſte 35.

2°. Je prens dans la 5e Table le rang paralléle $3aa + 3ab + bb$ des puiſſances cubiques, & qui doit me régler; & j'écris ſéparément ſa premiére cellule $3aa$ ou 75, c'eſt à dire 3 fois le quarré $aa$ ou 25 du nombre 5 ou *a*. Et marquant deux points ſous le 3e rang de la tranche Y & ſous ceux qui la ſuivent, pour y repréſenter le nombre 75 ou $3aa$; je dis: 7 que le premier des deux points repréſente, eſt 5 fois dans 35, ſous qui le même point ſe trouve; & prenant *b* pour l'expoſant 5, j'écris ſous 75 dans un rang plus à droitte la cellule $3ab$ ou 75, c'eſt à dire 3 fois le plan 25 du nombre *a* ou 5 par l'expoſant *b* qui eſt encore 5, & ſous 75 ou ſous $3ab$ encore dans un rang plus à droitte la cellule $bb$ ou 25. Et raſſemblant en une ſomme ces trois nombres ainſi diſpoſez, je multiplie la ſomme 8275, ou $3aa + 3ab + bb$, par 5 ou *b*. Et parce que le produit 41375, ou $3aab + 3abb + b^3$, ſurpaſſe 35103 qui ſe trouve dans la tranche Y & aux rangs qui la ſuivent, & duquel le produit devroit être retranché; je conclus que la ſuppoſition eſt trop forte, ou que l'expoſant 5 eſt trop grand; & je ne prends que 4 au lieu de 5 pour *b*. Et ſelon cette ſuppoſition nouvelle, j'écris la cellule $3ab$, ou 3 fois le plan 20 du chiffre 5 ou *a* par le nouveau *b* ou 4, c'eſt à dire 60, ſous $3aa$ ou 75 dans un rang plus à droitte, & la cellule $bb$, ou le quarré 16 du nombre 4 ou *b*, auſſi dans un rang plus à droitte ſous 60 ou ſous $3ab$. Et raſſemblant ces trois nombres 75.. & 80. & 16 ainſi diſpoſez, je multiplie leur ſomme 8116, ou $3aa + 3ab + bb$, par 4 ou *b*; & j'ôte le produit 32464 du nombre 35103, qui eſt dans la tranche Y & aux rangs qui la ſuivent. J'écris enſuitte l'expoſant 4 ou *b* au demi-cercle, & je diſpoſe 007, ou la tranche X au côté droit du reſte 2639.

3°. Prenant B pour 54, ou pour $a + b$ qu'on trouve au demi-cercle, j'écris ſéparément 3BB, ou 8748 qui vaut 3 fois le quarré 2916 de 54. Et marquant quatre points pour repréſenter 8748 ſous le 3e rang de la tran-

che X & ſous ceux qui la ſuivent, je dis: 8, que le premier des quatre points répréſente, eſt 3 fois dans 26 ſous qui ce point ſe trouve; & prenant *c* pour l'expoſant 3, j'écris 3*Bc*, ou 486, ſous 8748 ou ſous 3BB dans un rang plus à droitte, & encore 9 ou *cc* dans un rang plus à droitte ſous 3*Bc*, ou ſous 486. Et raſſemblant ces trois nombres ainſi diſpoſez, je multiplie leur ſomme 879669, ou 3BB + 3*Bc* + *cc*, par 3 ou *b*. Et de la tranche X & des rangs qui la ſuivent, j'ôte le produit 2639007 qui eſt la même choſe. Et j'écris l'expoſant 3 ou *c* au demi-cercle. Et comme il ne reſte rien, je connois enfin que 543 écrit au demi-cercle eſt au juſte la racine cubique du nombre propoſé.

| Z | Y | X | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *Cube* | 160 | 103 | 007 | (543 *côté ou racine cubique.* | | | | | | |
| *ôter* | 125 | | | | | | | | | |
| 1*er reſte* | 35 | 103 | | *Pour* Y | | | *Pour* Y | | | |
| | .. | | | 75.. | 3*aa* | | 75.. | 3*aa* | | |
| *ôter* | 32464 | | | 75. | 2*ab* | | 60. | 3*ab* | | |
| 2*d reſte* | 2639007 | | | 25 | *bb* | | 16 | *bb* | | |
| | .... | | | 8275 | 3*aa* + | 3*ab* + *bb* | 8116 | 3*aa* + | 3*ab* + *bb* | |
| *ôter* | 2639007 | | | *par* 5 | *b* | | *par* 4 | *b* | | |
| 3*e reſte* | 0000000 | | | 41375 | 3*aab* + | 3*abb* + *b*³ | 32464 | 3*aab* + | 3*abb* + *b*³ | |

| *Pour* X | | |
|---|---|---|
| 8748.. | 3BB | |
| 486. | 3*Bc* | |
| 9 | *cc* | |
| 879669 | 3BB + | 3*Bc* + *cc* |
| *par* 3 | *b* | |
| 2639007 | 3BB*c* + | 3*Bcc* + *c*³ |

### Dixieme exemple.

Pour tirer la racine cubique du nombre 28238797054 08. 1°. Je le tranche de trois en trois chiffres, & de droitte à gauche. Et je dis: le plus grand cube que comprend 28, ou la tranche Z, eſt 27, & 3 en eſt la racine cubique. Et prenant *a* pour 3, j'écris 3 au demi-cercle, & j'ôte ſon cube 27, ou *a*³, de la tranche Z ou de 28; & je diſpoſe 238 ou la tranche X au côté droit du reſte 1.

2°. Je prends dans la 5*e* Table le rang paralléle 3*aa* + 3*ab* + *bb*, & j'écris ſa premiére cellule 3*aa*, ou 27 qui vaut 3 fois 9. Et marquant deux points pour 27, ſous 2 écrit au 3*e* rang de la tranche Y, & ſous 1 qui la ſuit; je dis: 2 n'eſt aucune fois dans 1 ſous qui le premier point ſe trouve, & j'écris 0 dans le demi-cercle, & ſans rien retrancher.

3° Prenant B pour 30 écrit au demi-cercle, j'écris ſéparément 3BB ou 2700, & je marque quatre points ſous 8 écrit au troiſiéme rang de la tran-



Digitized by Google

che X & ſous ceux qui la ſuivent; & je dis: 2 eſt au plus 6 fois dans 12; & jugeant aiſément que 6 eſt trop grand; & trouvant même enſuite que 5 eſt encore trop grand; je prends ſeulement 4, & le nommant $c$, j'écris 360; ou $3Bc$, ſous 2700 dans un rang plus à droitte; & encore dans un rang plus à droitte 16 ou $cc$ ſous 360, ou ſous $3Bc$. Et raſſemblant ces trois nombres ainſi diſpoſez, je multiplie leur ſomme 273616, ou $3BB + 3Bc + cc$, par 4 ou $c$; & du nombre 1238879 qui eſt dans la tranche X & dans les rangs qui la ſuivent, j'ôte le produit 1094464 ou $3BBc + 3Bcc + c^3$; & j'écris enſuitte l'expoſant $c$ ou 4 au demi-cercle, & je diſpoſe 705 ou la tranche V au côté droit du reſte 144415.

4°. Prenant C pour 304 écrit au demi-cercle, j'écris ſéparément $3CC$, ou 277248 qui vaut trois fois le quarré 92416 de 304 ou de C; & marquant ſix points ſous le 3e rang de la tranche V & ſous ceux qui la ſuivent, je dis: 2 eſt 7 fois dans 14 ſous qui le premier des ſix points ſe trouve, mais jugeant aiſément que 7 eſt trop grand; & reconnoiſſant encore que 6 eſt trop grand; je prens ſeulement 5 pour $d$, & j'écris 4560 ou $3Cd$ dans un rang plus à droitte ſous 277248; & encore dans un rang plus à droitte 25 ou $dd$ ſous 4560. Et raſſemblant ces trois nombres ainſi diſpoſez, je multiplie leur ſomme 27770425 par 5 ou $d$, & j'ôte de la tranche V & des rangs qui la ſuivent le produit 1388521 25; & j'écris l'expoſant $d$ ou 5 au demi-cercle, & je diſpoſe 408 ou la tranche T au côté droit du reſte 5563580.

5°. Et enfin prenant D pour 3045, j'écris ſéparément $3DD$, ou 27816075 qui vaut 3 fois le quarré 9272025 de la valeur 3045 de D; & marquant huit points ſous le 3e rang de la tranche X & ſous ceux qui la ſuivent, je dis: 2 eſt 2 fois dans 5 ſous qui le premier des huit points ſe trouve; & prenant $e$ pour 2, j'écris 18270 ou $3De$ dans un rang plus à droitte ſous 27816075, & encore dans un rang plus à droitte 4 ou $ee$ ſous 18270. Et raſſemblant ces trois nombres ainſi diſpoſez, je multiplie leur ſomme 27817 90204, ou $3DD + 3De + ee$, par $e$ ou 2, & j'ôte de la tranche T & des rangs qui la ſuivent le produit 5563580408 qui eſt la même choſe;

| Z | Y | X | V | T |
|---|---|---|---|---|
| *Cube* 2 8 \| 2 3 8 \| 8 7 9 \| 7 0 5 \| 4 0 8 | ( 3 0 4 5 2 *racine cubique en 3e* | | | |
| *ôter* 2 7 | | *a* | *b* B | *c* C *d* D *e* |
| 1er *reſte* 1 \| 2 3 8 \| 8 7 9 | | 3 | 0 30 | 4 304 5 3045 2 |

*Pour* Y

| | |
|---|---|
| . . | |
| . . . . | 27. . |
| *ôter* 1 0 9 4 4 6 4 | |
| 2d *reſte* 1 4 4 4 1 5 7 0 5 | |
| . . . . . | |
| *ôter* 1 3 8 8 5 2 1 2 5 | |
| 3e *reſte* 5 5 6 3 5 8 0 \| 4 0 8 | |
| . . . . . | |
| *ôter* 5 5 6 3 5 8 0 4 0 8 | |
| 4e *reſte* 0 0 0 0 0 0 0 0 0 | |

*Pour* X

| | |
|---|---|
| 2700. . | 3BB |
| 540. . | 3Bc |
| 36 | cc |
| 27 5 4 3 6 | $3BB + 3Bc + cc$ |
| *par* 4 | *c* |
| 1 6 5 8 6 1 6 | $3BBc + 3Bcc + c^3$ |

Digitized by Google

| *Pour* X | | *Pour* X | |
|---|---|---|---|
| 2700.. | 3BB | 2700.. | 3BB |
| 450. | 3Bc | 360. | 3Bc |
| 25 | cc | 16 | c |
| 274525 | $3\overline{BB}+3Bc+cc$ | 273616 | $3\overline{BB}+3Bc+cc$ |
| *par* 5 | *c* | *par* 4 | *b* |
| 1372625 | $3BB\overline{c}+3Bcc+c^3$ | 1094464 | $3BB\overline{c}+3Bcc+c^3$. |

| *Pour* V | | *Pour* V | |
|---|---|---|---|
| 277248.. | 3CC | 277248.. | 3CC |
| 6384. | 3Cd | 5472. | 3Cd |
| 49 | dd | 36 | dd |
| 27788689 | $3\overline{CC}+3Cd+dd$ | 27779556 | $3\overline{CC}+3Cdd+dd$ |
| *par* 7 | *d* | *par* 6 | *d* |
| 1945208 23 | $3C\overline{Cd}+3dd+d^3$ | 1666773 36 | $3C\overline{Cd}+3Cdd+d^3$. |

| *Pour* V | | *Pour* T | |
|---|---|---|---|
| 277248.. | 3CC | 27816075.. | 3DD |
| 4560. | 3Cd | 18270. | 3De |
| 25 | dd | 4 | ee |
| 27770425 | $3\overline{CC}+3Cd+dd$ | 27817902 04 | $3\overline{DD}+3De+ee$ |
| *par* 5 | *d* | *par* 2 | *e* |
| 1388521 25 | $3C\overline{Cd}+3Cdd+d^3$ | 5563580408 | $3D\overline{De}+3Dee+e^3$ |

& j'écris l'exposant 2 au demi-cercle. Et comme il ne reste plus rien, je connois enfin que 30425 écrit au demi-cercle est la juste racine du nombre qu'on propose.

### Onzieme exemple.

On trouvera de la même sorte que 9875 est au juste la racine cubique du nombre 962966796875.

| | Z | Y | X | V | |
|---|---|---|---|---|---|
| *Cube* | 962 | 966 | 796 | 875 | ( 9875 *côté ou racine cubique.* |
| *ôter* | 729 | | | | { *a b* B *c* C *d* |
| 1er *reste* | 233 | 966 | | | { 9 8 98 7 987 5 |
| | . . . | . | | | |
| *ôter* | 212 | 192 | | | |
| 2d *reste* | 21 | 774 | 796 | | |
| | . . . . . | | | | |
| *ôter* | 203 | 128 | 03 | | |
| 3e *reste* | 1461 | 993 | 875 | | |
| | . . . . . | | | | |
| *ôter* | 1461 | 993 | 875 | | |
| 4e *reste* | 0000 | 0000 | 000 | | |

| *Pour* Y | | |
|---|---|---|
| 243.. | 3*aa* | |
| 243. | 3*ab* | |
| 81 | *bb* | |
| 26811 | $3aa+3ab+bb$ | Voyez la page suivante. |
| *par* 9 | *b* | |
| 241299 | $3aab+3abb+b^3$. | |

Digitized by Google

| *Pour* Y | | *Pour* X | |
|---|---|---|---|
| 243.. | $3aa$ | 28812.. | $3BB$ |
| 216. | $3ab$ | 2646. | $3Bc$ |
| 64 | $bb$ | 81 | $cc$ |
| 26524 | $3aa+3ab+bb$ | 2907741 | $3BB+3Bc+cc$ |
| *par* 8 | $b$ | *par* $\phi$ | $c$ |
| 212192 | $3aab+3aab+b^3$ | 2616 9669 | $3BBc+3Bcc+c^3$. |

| *Pour* X | | *Pour* X | |
|---|---|---|---|
| 28812.. | $3BB$ | 28812.. | $3BB$ |
| 2352. | $3Bc$ | 2058. | $3Bc$ |
| 64 | $cc$ | 49 | $cc$ |
| 2904784 | $3BB+3Bc+cc$ | 2901829 | $3BB+3Bc+cc$ |
| *par* 8 | $c$ | *par* 7 | $c$ |
| 23238272 | $3BBc+3Bcc+c^3$ | 20312803 | $3BBc+3Bcc+c^3$ |

| *Pour* V | | *Pour* V | |
|---|---|---|---|
| 2922507.. | $3CC$ | 2922507.. | $3CC$ |
| 17766. | $3Cd$ | 14805. | $3Cd$ |
| 36 | $dd$ | 25 | $dd$ |
| 292428396 | $3CC+3Cd+dd$ | 292398775 | $3CC+3Cd+dd$ |
| *par* $\phi$ | $d$ | *par* 5 | $d$ |
| 1754570376 | $3CCd+3Cdd+d^3$ | 1461993875 | $3CC+Cdd+d^3$ |

DOUZIEME EXEMPLE.

Pour tirer la racine $5^e$ du nombre 135425933183430000. 1°. Je le tranche de cinq en cinq caractéres, & de droite à gauche. Et jettant les yeux sur la 4e Table, je dis: la plus grande des cinquiémes puissances que comprend 1354, ou la tranche Z, est 1024; & sa racine $5^e$ est 4 que j'écris au demi-cercle. Et prenant $a$ pour 4, j'ôte sa $5^e$ puissance 1024, ou $a^5$, de 1354 ou de la tranche Z, & je dispose 25933 ou la tranche Y au côté droit du reste 330.

2° Je prends dans la $5^e$ Table le rang parallèle $5a^4+10a^3b+10aabb+5ab^3+b^4$ des cinquiémes puissances, & qui doit me regler; & j'écris sa premiére cellule $5a^4$ ou 1280 séparément. Et marquant quatre points pour le représenter sous le $5^e$ rang de la tranche Y & sous ceux qui la suivent, je dis: 1 est 3 fois dans 3, sous qui le premier des points est marqué. Mais jugeant assez que 3 est trop grand, je prens seulement 2 que je nomme $b$; & j'écris sous $5a^4$, ou sous 1280, dans un rang plus à droitte, la cellule $10a^3b$ ou 1280; & encore au dessous dans un rang plus à droitte la cellule $10aabb$ ou 640; & sous celle-ci dans un nouveau rang plus à droitte la cellule $5ab^3$ ou 160; & sous 160 encore dans un rang plus à droitte la cellule $b^4$ ou le nombre 16. Et rassemblant ces cinq nombres ainsi disposez, je multiplie leur somme 14145616 par 2 ou $b$; & j'ôte le produit 28291232 de la tranche Y & des rangs qui la suivent; j'écris ensuitte

enſuitte l'expoſant 2 ou *b* au demi-cercle, & je diſpoſe 18343 ou la tranche X au côté droit du reſte 4734701.

3°. Prenant B pour 42 écrit au demi-cercle, j'écris ſéparément $5B^4$ ou 15558480, qui vaut 5 fois le quarré du quarré de 42 ou du nombre B; & marquant huit points pour répréſenter les chiffres de ce nombre ſous le 5^e^ rang de la tranche X & ſous ceux qui les ſuivent, je dis: 1 eſt 4 fois dans 4, ſous qui le premier des huit points ſe rencontre. Mais jugeant auſſi-tôt que 4 eſt trop grand, je prens ſeulement 3, & je le nomme *c*; & j'écris ſous 15558480 dans un rang plus à droitte le nombre $10B^3c$ ou 2222640, & ſous celuy-ci dans un rang plus à droitte $10BBcc$ ou 158760, & ſous luy encore dans un rang plus à droitte $5Bc^3$ ou 5670, & ſous ce nombre enfin 81 ou $c^4$. Et raſſemblant ces cinq nombres ainſi diſpoſez, je multiplie leur ſomme 1578233727 81 par 3 ou *c*, & de la tranche X & des rangs qui la ſuivent j'ôte le produit 4734701 18343 qui eſt la même choſe. Ce qui ne laiſſe aucun reſte; j'écris enſuitte l'expoſant 3 ou *c* au demi-cercle, & j'y écris encore une fois 0 pour la tranche V, parce qu'il ne reſte rien des tranches précédentes, & que les ſeuls zéro rempliſſent la tranche V. Et tout étant fini, je découvre enfin au demi-cercle que le nombre 4230 eſt au juſte la racine 5^e^ de celuy que j'ay voulu réſoudre.

| Z | Y | X | V | racine 5^e^ | *a* | *b* | C | *d* |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 5^e^ *puiſſance* 1 3 5 4 | 2 5 9 3 | 1 8 3 4 3 | 0 0 0 0 0 | 4 2 3 0 | 4 | 2 | 4 | 2 3 0 |
| *ôter* 1 0 2 4 | | | | | | | | |
| *reſte* 3 3 0 | 2 5 9 3 3 | | | | | | | |
| . . . . | | | | | | | | |
| *ôter* 2 8 2 9 | 1 2 3 2 | | | | | | | |
| 1^d^ *reſte* 4 7 3 4 | 7 0 1 | 1 8 3 4 3 | | | | | | |
| . . . . . | | | | | | | | |
| *ôter* 4 7 3 4 | 7 0 1 | 1 8 3 4 3 | | | | | | |
| 3^e^ *reſte* 0 0 0 0 | 0 0 0 0 | 0 0 0 0 0 | | | | | | |

&c.

*Pour* Y

| | |
|---|---|
| 1 2 8 0 . . . . | $5a^4$ |
| 1 2 8 0 . . . | $10a^3b$ |
| 6 4 0 . . | $10aabb$ |
| 1 6 0 . | $5ab^3$ |
| 1 6 | $1b^4$ |
| 1 4 1 4 5 6 1 6 | $5a^4 + 10a^3b + 10aabb$ |
| *par* 2 | $1b$ &c. |
| 2 8 2 9 1 2 3 2 | $5a^4b + 10a^3bb + 10aab^3 + 5ab^4 + 1b^5$ |

*Pour* X

| | |
|---|---|
| 15558480 . . . . | $5B^4$ |
| 2222640 . . . | $10B^3c$ |
| 158760 . . | $10BBcc$ |
| 5670 . | $5Bc^3$ |
| 81 | $1c^4$ |
| 1 5 7 8 2 3 3 7 2 7 8 1 | $5B^4 + 10B^3c + 10BBcc + 5Bc^3 + 1c^4$ |
| *par* 3 | *c* |
| 4 7 3 4 7 0 1 1 8 3 4 3 | $5B^4c + 10B^3cc + 10BBc^3 + 1Bc^4 + 1c^5$ |

O

AUTRE EXEMPLE.

b. 5[e] Table. Et j'aurois trouvé en me réglant de la même sorte par le rang[b] paralléle $4a^3 + 6aab + 4abb + 1b^3$ des quatriémes puissances, que le nombre 543 est la racine 4[e] de 869359328 01.

Z Y X — { $a$ $b$ B $c$ / 5 4 54 3 }

4[e] *puissance* 869|3593|2801 ( 543 *racine* 4[e]

*ôter* 625 — $a^3$

1[er] *reste* 244|3593

....

*ôter* 2253056

2[d] *reste* 190537|2801

......

*ôter* 1905372801

3[e] *reste* 0000000000

*Pour* Y

500 . . . $4a^3$

600 . . $6aab$

320 . $4abb$

64 $1b^3$

563264 $4a^3 + 6aab + 4abb + 1b^3$

*par* 4 $1b$

2253056 $4a^3b + 6aabb + 4ab^3 + 1b^4$

*Pour* X

629856 . . . $4B^3$

52488 . . $6BBc$

1944 . $4Bcc$

27 $1c^3$

635124267 $4B^3 + 6BBc + 4Bcc + 1c^3$

*par* 3 $1c$

1905372801 $4B^3c + 6BBcc + 4Bc^3 + 1c^4$

## I COROLLAIRE ET PROBLEME III.

14. ***Pour trouver autrement la racine 4[e] d'un nombre comme du précédent ou la racine 6[e], ou 8[e], ou 10[e], ou celle qu'on voudra, dont les degrez seront au juste divisibles par 2.***

Si c'est pour la 4[e]. On tire en premier lieu sa racine quarrée 294849, & ensuitte la racine quarrée de celle-ci qui est 543.

4[e] *puissance* 869359328 01. ( 294849 *Quarré*. ( 543 *racine linéaire.*

Et pour une 6[e]. On tireroit d'abord la racine quarrée, & ensuitte la cubique de la quarrée qu'on auroit découverte. Et pour tirer une 8[e]. On tirera en premier lieu la racine quarrée, & la racine quarrée de celle-ci, & encore la quarrée de cette nouvelle. Mais pour tirer une racine 9[e]. On tireroit d'abord la cubique, & la cubique ensuitte de cette cubique.

Et pour trouver une racine 10[e], on tireroit premiérement la quarrée, & la 5[e] de cette quarrée résoudroit la question. Et ainsi du reste. Comme pour résoudre une puissance 63[e]. On tireroit d'abord la cubique ou 3[e], qui seroit une 21[e] puissance de la linéaire qu'on voudroit trouver. Et tirant pareillement la racine cubique de cette 21[e] puissance, on auroit la 7[e] puissance, dont cherchant par les régles la racine 7[e], on auroit la résolution.

Digitized by Google

## II COROLLAIRE.

15. TOut nombre quarré $aa$, plus 2 fois sa racine $a$, plus 1, donnera le quarré $aa+2a+1$ qui suit de plus prés le nombre quarré $aa$. Parce que le nombre $a$ étant la racine linéaire du nombre quarré $aa$, & le nombre $a+1$ la linéaire du nombre quarré $aa+2a+1$; comme $a+1$ suit de plus prés le nombre $a$, auquel il ajoûte seulement l'unité, il est visible que le nombre quarré $aa+2a+1$ suit aussi de plus prés le nombre quarré $aa$: ou qu'entre les nombres entiers & quarrez $aa$ & $aa+2a+1$, on ne peut trouver aucun nombre entier qui soit un nombre quarré.

16. Et par la même raison, si on ajoûte à un nombre cubique $a^3$ les 3 quarrez de sa racine cubique $a$, ou $3aa$; & 3 fois la même racine $a$, ou $3a$; & encore l'unité; le nombre cubique $a^3+3aa+3a+1$ sera celuy qui suivra de plus prés le nombre cubique $a^3$: ou, entre ces deux nombres entiers & cubiques $a^3$ & $a^3+3aa+3a+1$, on ne pourra trouver aucun nombre entier & cubique, puis que leurs côtez sont $a$ & $a+1$.

Et pareillement nul nombre entier ne peut être une puissance $4^e$ & entiére entre deux nombres entiers en $4^e$ puissance $a^4$ & $a^4+4a^3+6aa+4a+1$, dont les racines $4^{es}$ & linéaires sont $a$ & $a+1$. Et ce sera toûjours la même chose des autres puissances, prenant $a$ pour un nombre entier.

## III COROLLAIRE.

17. SI on dispose successivement & par ordre les nombres 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, & autres semblables pris ainsi de deux en deux; le premier 1 est le premier quarré. Et si on luy ajoûte le second 3, on aura le second quarré 4; auquel ajoûtant le $3^e$ 5, on aura le $3^e$ quarré 9. Et ainsi[b] du reste. b. 15.

Parceque le quarré 1, plus 3, comprend le même quarré 1, & 2 fois sa racine, & encore l'unité. Et 5 étant aussi égal à 2 fois 2 plus 1, les nombres 4 & 5 sont le $3^e$ quarré 9. Et ainsi du reste, chacun des nombres successifs 3, 5, 7, 9, 11, &c. contenant au juste 2 fois celuy qui luy répond parmi les nombres successifs & naturels 1, 2, 3, 4, 5, &c; & 1 de surplus.

| | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *Nombres naturels.* | 1. | 2. | 3. | 4. | 5. | 6. | 7. | 8. | 9. | 10. | 11. | 12. |
| *pris 2 fois, plus un.* | 1. | 3. | 5. | 7. | 9. | 11. | 13. | 15. | 17. | 19. | 21. | 23. | 25. |
| *Nombres quarrez.* | 1. | 4. | 9. | 16. | 25. | 36. | 49. | 64. | 81. | 100. | 121. | 144. | 169. |

## IV COROLLAIRE.

18. ET si parmi les mêmes nombres 1, 3, 5, 7, 9, &c. on prend le premier 1, & qu'on en passe deux, le $4^e$ 7 avec le premier 1 formera le second cube 8. Et si on passe les cinq suivans 9, 11, 13, 15, 17, & qu'on ajoûte 19 au cube 8; on aura le $3^e$ 27. Et si on passe les 8 suivans, & qu'on ajoûte 37 au cube 27; on aura le $4^e$ 64. C'est à dire que passant de ces nombres selon l'ordre de ceux-ci 2, 5, 8, 11, 14, & autres successifs qui croissent toûjours de 3; & ajoûtant les autres qui les suivent, 7, 19, 37, 61, 91, &c; aux cubes 1, 8, 27, 64, 125, &c. on découvrira successivement & par ordre tous les nombres cubiques.



Digitized by Google

| | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *Nombres naturels, plus* | 1. | 3. | 5. | 7. | 9. | 11. | 13. | 15. | 17. | 19. | 21. | 25. | 27. | 29. | 31. | 33. | 35. | 37. |
| | | 1. | | | | | | 8. | | | | | | 27. | | | | |
| *Cubes* | 1. | | 8. | | | | | 27. | | | | | | | | | | 64. |

DEFINITIONS.

On dira que les nombres quarrez, ou cubiques, ou les autres puiſſances de certains nombres entiers, ſont *des quarrez*, ou *des cubes parfaits*, ou *des puiſſances parfaites* de ces mêmes nombres, qui en ſont les côtez ou les racines linéaires.

## V COROLLAIRE.

19. ENtre le premier quarré 1 & le ſecond 4, on trouve 1 fois 2 divers nombres qui ne ſont pas des quarrez. Et 1 fois 2, ou 4 divers nombres, qui ne ſont pas des quarrez parfaits, entre le ſecond 4 & le troiſiéme 9. Et 3 fois 2, ou 6 divers nombres, entre le 3^e 9 & le 4^e 16. Et 4 fois 2, ou 8 divers nombres, entre le 4^e 16 & le 5^e 25. Et 5 fois 2, ou 10 des divers nombres, entre le 5^e 25 & le 6^e 36. Et ainſi de ſuitte juſques à l'infini, en multipliant 2 ſucceſſivement par chacun des nombres naturels ou du premier ordre 1, 2, 3, 4, 5, &c.

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2. | 3. | | 5. | 6. | 7. | 8. | | 10. | 11. | 12. | 13. | 14. | 15. | | 17. | 18. | 19. | 20. | 21. | 22. | 23. | 24. | &c. |
| 1. | | 4. | | 9. | | | | | | 16. | | | | | | | | | | | | | 25. |

Ou ce qui revient au même, le ſecond nombre 2, & 1 fois 2, forment enſemble le ſecond quarré 4. Et 3, plus 3 fois 2, ou plus 6, le 3^e quarré 9. Et 4, plus 6 fois 2, le 4^e 16. Et 5, plus 10 fois 2, le 5^e 25. Et ainſi de ſuitte juſqu'à l'infini, multipliant 2 ſucceſſivement par chacun des nombres conſécutifs du ſecond ordre.

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *Nombres du 2^d ordre* | 1. | 3. | 6. | 10. | 15. | 21. | 28. | 36. | 45. | 55. | &c. |
| *Nombres naturels pris 2 fois* | 2. | 6. | 12. | 20. | 30. | 42. | 56. | 72. | 90. | 110. | &c. |
| | 2. | 3. | 4. | 5. | 6. | 7. | 8. | 9. | 10. | 11. | &c. |
| *Nombres quarrez* | 1. | 4. | 9. | 16. | 25. | 36. | 49. | 64. | 81. | 100. | 121. | &c. |

## VI COROLLAIRE.

20. ET pareillement entre le premier cube 1 & le ſecond 8, il y a 6 divers nombres non cubiques. Et 3 fois 6, ou 18 divers nombres auſſi non cubiques, entre le ſecond 8 & le 3^e 27. Et 6 fois 6, ou 36, entre le 3^e 27 & le 4^e 64. Et 10 fois 6, ou 60, entre le 4^e 64 & le 5^e 125. Et ainſi de ſuitte juſques à l'infini, en multipliant 6 ſucceſſivement par chacun des nombres conſécutifs du ſecond ordre 1, 3, 6, 10, 15, 21, &c.

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 2. | 3. | 4. | 5. | 6. | 7. | | 9. | 10. | 11. | 12. | 13. | 14. | 15. | 16. | 17. | 18. | 19. | 20. | 21. | 22. | 23. | 24. | 25. | 26. | &c. |
| *Cubes* | 1. | | | | | 8. | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 27. | |

Ou, ce qui revient au même; le ſecond nombre 2, & 1 fois 6, forment enſemble le ſecond cube 8. Et 3, plus 4 fois 6 ou 24, le 3^e cube 27. Et 4, plus 10 fois 6, le 4^e 64. Et 5, plus 20 fois 6 ou 120, le 5^e 125. Et ainſi de ſuitte juſques à l'infini, en multipliant ſucceſſivement le même nombre 6 par chacun des nombres conſécutifs du 3^e ordre.

Digitized by Google

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *Nombres du 3e ordre* | 1. | 4. | 10. | 20. | 35. | 56. | 84. | 120. | 165. |
| *pris chacun 6 fois* | 6. | 24. | 60. | 120. | 210. | 336. | 504. | 720. | 990. |
| *Nombres naturels* | 2. | 3. | 4. | 5. | 6. | 7. | 8. | 9. | 10. |
| *Nombres cubiques* | 1. 8. | 27. | 64. | 125. | 216. | 343. | 512. | 729. | 1000. |

## VII COROLLAIRE.

21. LA ſomme de tous les nombres cubiques & conſécutifs depuis 1 juſques à tel autre qu'on voudra, égale au juſte le quarré de celuy des nombres du 2d ordre, qui répond au côté linéaire du dernier de ces nombres cubiques. La ſomme par exemple des 3 premiers cubes 1, 8, 27, eſt égale au quarré 36 du nombre 6 qui eſt le 3e de ceux du ſecond ordre. Et la ſomme des 6 premiers 1, 8, 27, 64, 125, 216 eſt le quarré 441 du 6e nombre 21 du ſecond ordre.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *Nombres naturels* | 1. | 2. | 3. | 4. | 5. | 6. | 7. | 8. | 9. |
| *Nombres du ſecond ordre* | 1. | 3. | 6. | 10. | 15. | 21. | 28. | 36. | 45. |
| *Nombres cubiques* | 1. | 8. | 27. | 64. | 125. | 216. | 343. | 512. | 729. |
| *Leurs ſommes ſucceſſives* | 1. | 9. | 36. | 100. | 225. | 441. | 784. | 1296. | 2025. |

## III PROBLEME.

22. *POur réſoudre les grandeurs complêxes, ou pour en tirer les racines linéaires.*

On obſervera les mêmes régles qui ont été preſcrites pour les nombres, ſans avoir néanmoins égard à l'ordre ou à la diſpoſition de diverſes parties, que comprennent ces puiſſances complêxes. Ou s'il eſt plus commode, ayant choiſi l'une des puiſſances parfaites les plus faciles à réſoudre, que comprend la puiſſance complêxe; on en prendra la racine linéaire: & on cherchera par ſon moyen les autres parties que l'on veut découvrir.

Ou ſi on le juge encore plus commode; on prendra toutes les racines linéaires enſemble des puiſſances parfaites, que comprend la grandeur complêxe, ayant égard aux ſignes + & —. Et on verra ſi la puiſſance, que peuvent rendre toutes ces racines linéaires enſemble, eſt celle que l'on veut réſoudre. Les exemples ſuivans pourront fixer & éclaircir ces diverſes régles.

### Premier exemple.

Pour tirer la racine quarrée de la grandeur $aa - 6ab + 9bb + 2ac - 6bc + cc$. Je dis: $a$ eſt la racine linéaire du quarré $aa$; & j'écris $a$ dans le demi-cercle, & j'efface ou je retranche $aa$.

2°. Je prends 2 fois $a$ écrit au demi-cercle, & je dis: $-6ab$ diviſée par $2a$, l'expoſant eſt $-3b$; & j'ôte $-6ab$, & enſuitte le quarré $9bb$ de $-3b$; & j'écris $-3b$ dans le demi-cercle.

3°. Je dis aprés cela: $2ac - 6bc$ étant diviſée par $2a - 6b$ double de ce qui eſt au demi-cercle, l'expoſant eſt $+c$, que j'écris au demi-cercle. Et



Digitized by Google

J'ôte $2ac - 6bc$, & enſuitte le quarré $cc$ de l'expoſant $+c$. Et comme il ne reſte rien, je connois que la racine cherchée eſt au juſte $a - 3b + c$; ou qu'elle eſt $-a + 3b - c$, ſi $3b$ ſurpaſſe $a + c$, & que la racine doive être poſitive.

| | | |
|---|---|---|
| *Quarré* $aa - 6ab + 9bb + 2ac - 6bc + cc$ | | *racine quarrée.* $a - 3b + c$ |
| $- aa + 6ab - 9bb - 2ac + 6bc - cc$ | *ou* | $- a + 3b - c$ |
| 0 0 0 0 0 0 | | |

## SECOND EXEMPLE.

Pour tirer la racine quarrée de $169aa + 208ab - 442ac - 272bc + 289cc - 64bb$. Je choiſis le quarré parfait $64bb$ comme celuy qui eſt plus facile à réſoudre, & j'écris au demi-cercle ſa racine quarrée $8b$, & j'efface ou retranche le quarré $64bb$.

2°. Je prens 2 fois $8b$, ou $16b$, par leſquels je diviſe $208ab - 272bc$; & prenant l'expoſant $13a - 17c$, je retranche $208ab - 272bc$, & enſuitte le quarré $169aa - 442ac + 289cc$ de ce même expoſant $13a - 17c$. Et aprés avoir écrit $13a - 17c$ au demi-cercle, la grandeur $8b + 13a - 17c$ réſout au juſte la queſtion, puiſqu'on ne trouve aucun reſte.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $169aa + 208ab + 64bb - 442ac - 272bc + 289cc$ | | | | | *racine quarrée* $8b + 13a - 17c$ |
| | $16b$ | | $26b$ | | |
| $- 169aa - 208ab - 64bb + 442ac + 272bc - 289cc$ | | | | | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |

## TROISIEME EXEMPLE.

Pour tirer la racine quarrée de $49a^6 + 70a^4bb + 25aab^4 + 126a^4bc + 90aab^3c + 81aabbcc$. Je tire d'abord la racine de chacun des quarrez $49a^6$ & $25aab^4$ & $81aabbcc$. Et formant de leurs trois racines $7a^3$ & $5abb$ & $9abc$ la grandeur complêxe $7a^3 + 5abb + 9abc$, je prens le quarré de la même grandeur, qui rend au juſte la puiſſance complêxe que je veux réſoudre. D'où je connois que la complêxe, que j'ay découverte, $7a^3 + 5abb + 9abc$, en eſt la racine quarrée.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $49a^6 + 70a^4bb + 25aab^4 + 126a^4bc + 90aab^3c + 81aabbcc$ | | | | *racine quarrée* |
| $7a^3$ | $5abb$ | | $9abc$ | $7a^3 + 5abb + 9abc$ |

## QUATRIEME EXEMPLE.

Pour tirer la racine cubique de la grandeur $a^3 + 12aab + 48abb + 64b^3 + 3aac + 24abc + 48bbc + 3acc + 12bcc + c^3$. J'écris au demi-cercle la racine cubique $a$ du cube $a^3$, & je retranche $a^3$.

2°. Je prens 3 fois $aa$, & je diviſe par $3aa$ la partie $12aab$; & j'écris au demi-cercle l'expoſant $+4b$. J'ôte enſuitte la partie $12aab$, & 3 autres produits du quarré $16bb$ par $a$, ou $48abb$; & le cube $64b^3$ de l'expoſant $4b$.

3°. Je prends 3 fois le quarré $aa + 8ab + 16bb$ de la grandeur $a + 4b$, qui eſt au demi-cercle; & je diviſe par $3aa + 24ab + 48bb$, la partie $3aac$

Digitized by Google

$+ 24abc + 48bbc$, & j'écris l'exposant $+ c$ au demi-cercle ; & je retranche toute la partie divisée, plus encore $3acc + 12bcc$, ou 3 produits de la grandeur $a + 4b$ par le quarré $cc$, & enfin le cube $c^3$ de l'exposant $c$. Il ne reste rien, & la grandeur $a + 4b + c$ résout la question.

*Cube* $a^3 + 12aab + 48abb + 64b^3 + 3aac + 24abc + 48bbc + 3acc + 12bcc + c^3$.

$3aa$
$3aa + 24ab + 48bb$

$- a^3 - 12aab - 48abb - 64b^3 - 3aac - 24abc - 48bbc - 3acc - 12bcc - c^3$.

0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

*racine cubique* $a + 4b + c$

## Cinquieme exemple.

Pour tirer la racine cubique de la grandeur $256047875a^6b^3 + 133065254abbccdd + 230505aabccd^4 + 133103^{16} + 8467725a^4bbc^3 + 2933704aabc^4dd + 25416^4d^4 + 93345aabc^6 + 16176^7dd + 343c^9$. 1°. Je tire la racine cubique $7c^3$ de la partie $343c^9$, qui me paroît la plus facile à résoudre ; & j'écris $7c^3$ au demi-cercle, & je retranche son cube $343c^9$.

2°. Je prens 3 fois le quarré $49c^6$ de $7c^3$, ou $147c^6$, par qui je divise les parties $93345aabc^5$, & $16176^7dd$, où $c$ monte au plus haut degré, & où la division se peut faire sans reste ; & j'écris l'exposant $635aab + 11cdd$ au demi-cercle, & je retranche [b] les parties divisées, plus $8467725a^4bbc^3$ b. 5e Table. $+ 2933704aabc^4dd + 25416^4d^4$, ou 3 autres produits du quarré de l'exposant $635aab + 11cdd$ par $7c^3$ ; plus aussi le cube du même exposant, ou $256047875a^6b^3 + 133065254abbcdd + 230505aabccd^4 + 133103^{16}$. Et comme il ne reste rien, la grandeur $7c^3 + 635aab + 11cd^2$ résout la question. S'il y avoit quelque reste, on pourroit tenter une semblable opération, en choisissant au lieu du cube $7c^3$, un des autres que comprend la grandeur complexe, si ce n'est qu'il y eût encore assez de parties pour continuer l'opération précédente.

## Sixieme exemple.

Pour tirer la racine cubique de $b^6 + 6b^5c + 24b^4cc + 56b^3c^3 + 18b^4d + 72b^3cd + 216b^2ccd + 108b^2dd + 216bccdd + 216b^3d^3 + 96bbc^4 + 288bbc^2d + 432bbccdd + 96bc^5 + 288bc^4d + 64c^6$. Je tire d'abord la racine cubique de chacune des parties $b^6$ & $216b^3d^3$ & $64c^6$ ; & formant de ces trois racines $bb$ & $6bd$ & $4cc$ la grandeur $bb + 6bd + 4cc$, je cherche son cube $b^6 + 18b^5d + 108b^4dd + 216b^3d^3 + 12b^4cc + 144b^3cd + 432bbccdd + 48bbc^4 + 288bc^4d + 64c^6$ ; & je le retranche de celuy qu'on propose. Je considére ensuitte le reste $6b^5c + 12b^4cc + 72b^4cd + 72b^3ccd + 216b^2cdd + 56b^33 + 48bbc^4 + 288bbc^2d + 96bc^5$, & je considére aussi le quarré de $bb + 6bd + 4cc$ pris 3 fois, ou seulement la partie $3b^4$, par qui je divise $6b^5c$ ; Et réservant l'exposant $2bc$, je multiplie par ce même exposant $2bc$ la grandeur entiére $3b^4 + 36b^3d + 108bbdd$

Digitized by Google

$+ 24bbcc + 144bccd + 48c^4$, & j'ôte le produit de la grandeur précédente qui reſte : ce qui laiſſe un nouveau reſte $12b^4cc + 72b^3ccd + 8b^3c^3 + 48bbc^4$, dont j'ôte encore 3 fois le produit de $bb + 6bd + 4cc$ par le quarré $4bbcc$ de $2bc$, & auſſi le ſeul cube $8c^3$ de $2bc$. Et comme il ne reſte rien, la grandeur $bb + 6bd + 4cc + 2bc$ eſt la racine cubique de la grandeur entiére qu'on propoſe.

NOUVEAUX

Digitized by Google

# NOUVEAUX ELEMENS DES MATHEMATIQUES.

## *LIVRE CINQUIEME.*

### DE LA COMPOSITION GENERALE *DES GRANDEURS.*

***Et de toutes ſortes de combinaiſons & de permutations.***

DEFINITIONS.

JE dirai que tous les plans, que l'on peut former, en multipliant deux à deux, ou chacune par chaque autre, diverſes grandeurs, ſont *les plans alternatifs* de ces mêmes grandeurs.

Et que tous les ſolides, que l'on peut former, en les multipliant trois à trois les unes par les autres, ſont leurs *ſolides alternatifs*.

Et que tous les ſurſolides, que l'on peut former, en les multipliant quatre à quatre les unes par les autres, ſont leurs *ſurſolides alternatifs*, ou leurs *produits alternatifs de 4 degrez*.

Et que toutes les grandeurs de 5 degrez, ou de ſix, ou de ſept, ou d'autant qu'on voudra, que l'on peut former, en les multipliant les unes par les autres cinq à cinq, ou ſix à ſix, ou ſept à ſept, &c. en ſont *les produits alternatifs de cinq degrez*, ou *de ſix*, ou *de ſept*, ou d'autant qu'on voudra.



Digitized by Google

Et je dirai encore en général, que *tous les produits alternatifs* de ces mêmes grandeurs, sont toutes les grandeurs que l'on peut former, en multipliant les unes par les autres deux à deux, & trois à trois, & quatre à quatre, & jusques où elles le peuvent être, en supposant toûjours qu'aucune d'entr'elles n'y soit multipliée par soi-même.

## PREMIER THEOREME.

1. Les nombres du second ordre sont toûjours; le premier 1, celuy du seul plan *ab* ou *ba*, que l'on peut former, en multipliant chacune des deux grandeurs *a* & *b* par l'autre. Et le second 3, celuy des plans alternatifs des trois grandeurs *a*, *b*, *c*. Et le 3^e 6, celuy des plans alternatifs des quatre *a*, *b*, *c*, *d*. Et le 4^e 10, celuy des plans alternatifs des cinq *a*, *b*, *c*, *d*, *e*. Et le 5^e 15, celuy des plans alternatifs des six grandeurs *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*. Et ainsi du reste jusques à l'infini.

### Demonstration.

Pour avoir les plans alternatifs des grandeurs *a*, *b*, *c*. On prend déja le plan *ab* des deux *a* & *b*, & encore les deux plans *ac* & *bc* des deux *a* & *b* par *c*; c'est à dire, autant qu'il y a d'unitez dans la 1^re & 2^de cellule 1 & 2 des
b. 7. 4. nombres du premier ordre, ou dans la [b] 2^de 3 de ceux du second.

Et pour avoir les plans alternatifs des quatre grandeurs *a*, *b*, *c*, *d*. On prend déja les trois alternatifs *ab*, *ac*, *bc* des trois *a*, *b*, *c*; & encore les trois autres *ad*, *bd*, *cd* des mêmes *a*, *b*, *c* par *d*; c'est à dire, autant en tout qu'il y a d'unitez dans les trois premiéres cellules 1, 2, 3, des nombres
b. 7. 4. du premier ordre; ou dans [b] la 3^e 6 de ceux du second.

Et pour avoir les plans alternatifs des cinq *a*, *b*, *c*, *d*, *e*. On prend déja les 6 précédents *ab*, *ac*, *bc*; *ad*, *bd*, *cd*; & encore les quatre *ae*, *be*, *ce*, *de*, des quatre grandeurs *a*, *b*, *c*, *d*, par *e*; c'est à dire, autant en tout qu'il y a d'unitez dans les quatre premiéres cellules 1, 2, 3, 4, des nombres
b. 7. 4. du premier ordre, ou dans la [b] quatriéme 10 de ceux du second. Et ainsi du reste.

## II THEOREME.

2. Les nombres du 3^e ordre sont aussi toûjours; le premier 1, celuy du seul solide *abc*, que l'on peut former, en multipliant trois à trois les trois grandeurs *a*, *b*, *c*, ou en multipliant chaque plan de deux d'entr'elles par l'autre qui reste; *ab* par *c*, ou *ac* par *b*, ou *bc* par *a*. Et le second 4 du 3^e ordre, celuy des solides alternatifs des quatre grandeurs *a*, *b*, *c*, *d*. Et le 3^e 10, celuy des solides alternatifs des cinq *a*, *b*, *c*, *d*, *e*. Et le 4^e 20, celuy des solides alternatifs des six *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*. Et ainsi du reste jusques à l'infini.

### Demonstration.

Pour avoir les solides alternatifs des quatre grandeurs *a*, *b*, *c*, *d*.

Digitized by Google

Il faut que chaque plan de deux d'entr'elles ſoit multiplié par la grandeur qui reſte : ce qui donne un ſolide *abc* du plan *ab* par *c*, ou *ac* par *b*, ou *bc* par *a* ; & encore trois ſolides *abd*, *acd*, *bcd* ; l'un d'un plan *ab* par *d*, ou *ad* par *b*, ou *bd* par *a* ; & l'autre du plan *ac* par *d*, ou *ad* par *c*, ou *bd* par *a* ; & le dernier du plan *bc* par *d*, ou *bd* par *c*, ou *cd* par *b*. De ſorte qu'il y a un ſolide *abc* des grandeurs *a*, *b*, *c* ; & trois autres *abd*, *acd*, *bcd*, de leurs trois plans alternatifs *ab*, *ac*, *bc*, par la grandeur *d* : c'eſt à dire, autant qu'il y a d'unitez dans la 1^ere^ & 2^de^ cellule 1 & 3 des nombres du ſecond ordre, ou dans [b] la 2^de^ 4 de ceux du 3^e^. b. 4. 7.

Et pour avoir les ſolides alternatifs des cinq grandeurs *a*, *b*, *c*, *d*, *e*. On prend déja les quatre alternatifs *abc*, *abd*, *acd*, *bcd*, des quatre grandeurs *a*, *b*, *c*, *d* ; & encore les ſix autres *abe*, *ace*, *bce*, *ade*, *bde*, *cde*, des 6 plans alternatifs *ab*, *ac*, *bc*, *ad*, *bd*, *cd*, de ces quatre grandeurs par la cinquiéme *e* : c'eſt à dire, que l'on prend autant de ſolides alternatifs en tout des cinq grandeurs, qu'il y a d'unitez dans les trois premiéres cellules 1, 3, 6, des nombres du ſecond ordre, ou dans [b] la 3^e^ 10 de ceux du 3^e^ ordre. Et ainſi du reſte. b. 7. 4.

Et on démontrera de la même ſorte, que les nombres du 4^e^ ordre ſont ceux des ſurſolides alternatifs ; le premier 1, de quatre grandeurs *a*, *b*, *c*, *d*. Et le ſecond 5, des cinq grandeurs *a*, *b*, *c*, *d*, *e*. Et le 3^e^ 15, des ſix grandeurs *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*. Et ainſi du reſte.

Et pareillement les nombres du 5^e^ ordre ſont ceux des produits alternatifs du 5^e^ degré ; le premier 1, des cinq grandeurs *a*, *b*, *c*, *d*, *e*. Et le ſecond 6, des ſix *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*. Et le 3^e^ 21, des ſept *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, *g*. Et ainſi du reſte. Et c'eſt la même choſe des autres nombres de tous ces divers ordres juſques à l'infini.

*Nombres des grandeurs linéaires* 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12.
*Nombres des plans alternatifs* 1. 3. 6. 10. 15. 21. 28. 36. 45. 55. 66.
*Nombres des ſolides alternatifs* 1. 4. 10. 20. 35. 56. 84. 120. 165. 220.
*Nombres des ſurſolides alternatifs* 1. 5. 15. 35. 70. 126. 210. 330. 495.
*Des produits alternatifs de cinq degrez* 1. 6. 21. 56. 126. 252. 462. 792.
*Des produits alternatifs de ſix degrez* 1. 7. 28. 84. 210. 462. 924.

## PREMIER PROBLEME.

3. *Pour trouver méthodiquement tous les produits alternatifs de diverſes grandeurs.*

On multipliera chacune par chaque autre de celles qui la ſuivent, d'où naiſſent déja leurs [b] plans alternatifs ; & chacun de ces plans par chaque grandeur qui ſuit la derniére des deux qui le compoſent. Ce qui fournit tous [b] les ſolides alternatifs. Et chacun de ces divers ſolides par chaque grandeur qui ſuit la derniére des trois qui le compoſent. Ce qui donne auſſi les ſurſolides [b] alternatifs ; qui ſervent à leur tour de la même ſorte, pour trouver tous les [b] produits alternatifs de 5 degrez chacun. Et ainſi du reſte. b. 2.



Digitized by Google

Ou s'il eſt plus commode ; on multiplie la premiére des grandeurs propoſées par la ſeconde ; & l'une & l'autre, & encore leur plan, par la troiſiéme ; & chacune des trois, & encore chacun des produits déja découverts, par la quatriéme ; & pareillement par la cinquiéme les quatre premiéres, & chacun des produits que l'on a trouvé. Et ainſi du reſte.

### Exemple de la premiere maniere.

Pour trouver tous les produits alternatifs des ſix grandeurs *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*. Je multiplie la premiére *a* par chacune des cinq autres ; & la ſeconde *b* par chacune des quatre qui la ſuivent ; & la troiſiéme *c* par chacune des trois qui la ſuivent ; & la quatriéme *d* par chacune des deux qui la ſuivent ; & la cinquiéme *e* par la derniére *f*. Ce qui me donne déja les 15 plans alternatifs des ſix grandeurs.

Et alors je multiplie le premier plan *ab* par chacune des quatre *c*, *d*, *e*, *f*, qui ſuivent la ſeconde *b* des deux *a* & *b* qui compoſent *ab* ; & enſuitte le ſecond plan *ac* par chacune des trois *d*, *e*, *f*, qui ſuivent la 3^e^ *c* ; & le troiſiéme *ad* par chacune des deux *e*, *f*, qui ſuivent la 4^e^ *d* ; & le quatriéme *ae* par *f*. Et le ſixiéme *bc* par *d*, & par *e*, & par *f* ; & le ſeptiéme *bd* par *e*, & par *f* ; & le huitiéme *be* par *f* ; & le dixiéme *cd* par *e*, & par *f* ; & le onziéme *ce* par *f* ; & le treiziéme *de* par *f*. Et j'ai aprés cela les 20 ſolides alternatifs ; que je multiplie de la même ſorte, le premier *abc* par *d*, & par *e*, & par *f* ; & le ſecond *abd* par *e*, & par *f* ; & le troiſiéme *abe* par *f* ; & le cinquiéme *acd* par *e*, & par *f* ; & le ſixiéme *ace* par *f* ; & le huitiéme *ade* par *f* ; & *bcd* par *e*, & par *f* ; & *bce* par *f* ; & *bde* par *f* ; & *cde* par *f*. Ce qui fournit les 15 ſurſolides alternatifs ; que je multiplie pareillement, le premier *abcd* par *e*, & par *f* ; & le ſecond *abce* par *f* ; & *abde* par *f* ; & *bcde* par *f*. Ce qui donne les 6 produits alternatifs de 5 degrez chacun, dont le premier ſeul *abcde* étant enfin multiplié par *f*, donne le produit unique *abcdef* de 6 degrez, que les 6 grandeurs peuvent former, en ſuivant les ſuppoſitions.

*6 grandeurs propoſées* ( *a. b. c. d. e. f.*
*15 plans alternatifs* ( *ab. ac. ad. ae. af. bc. bd. be. bf. cd. ce. cf. de. df. ef.*
*20 ſolides alternatifs* { *abc. abd. abe. abf. acd. ace. acf. ade. adf. aef. bcd. bce. bcf. bde. bdf. bef. cde. cdf. cef. def.*
*15 ſurſolides alternatifs* { *abcd. abce. abcf. abde. abdf. abef. acde. acdf. acef. adef. bcde. bcdf. bcef. bdef. cdef.*
*6 produits alternatifs de 5 degrez* ( *abcde. abcdf. abcef. abdef. acdef. bcdef.*
*Un ſeul produit de 6 degrez* ( *abcdef.*

### Exemple de la seconde maniere.

Pour trouver les produits alternatifs des 6 grandeurs *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*. Je multiplie *a* par *b* ; & chacune des deux *a* & *b*, & leur plan *ab*, par *c* ; & chacune des trois *a*, *b*, *c*, & chacun des produits *ab*, *ac*, *bc*, *abc*, par *d* ; & chacune des quatre *a*, *b*, *c*, *d*, & chacun des produits *ab*, *ac*, *bc*, *abc*, *ad*, *bd*, *cd*, *abd*, *acd*, *bcd*, *abcd*, par *e*. Et ainſi du reſte. Et je trouve à

Digitized by Google

la fin tous les 57 produits alternatifs comme dans l'autre manière.

$$\left\{\begin{array}{l} a.\ b.\ c.\ d.\ e.\ f. \ (ab.\ ac.\ bc.\ abc. \ (ad.\ bd.\ cd.\ abd.\ acd.\ bcd.\ abcd. \\ ae.\ be.\ ce.\ de.\ abe.\ ace.\ bce.\ abce.\ ade.\ bde.\ cde.\ abde.\ acde.\ bcde.\ abcde. \\ af.\ bf.\ cf.\ df.\ ef.\ abf.\ acf.\ bcf.\ abcf.\ adf.\ bdf.\ cdf.\ abdf.\ acdf.\ bcdf.\ abcdf. \\ aef.\ bef.\ cef.\ def.\ abef.\ acef.\ bcef.\ abcef.\ adef.\ bdef.\ cdef.\ abdef.\ acdef.\ bcdef.\ abcdef. \end{array}\right.$$

## II PROBLEME.

4. *Et si l'on veut sçavoir seulement le nombre de tous ces produits alternatifs de diverses grandeurs.*

On prendra le rang[b] paralléle, où la seconde cellule enferme le nombre des grandeurs: & on trouvera dans la suivante ou troisiéme cellule de ce même rang, le nombre des plans alternatifs; & celuy des solides alternatifs dans la quatriéme; & dans la cinquiéme celuy des sursolides alternatifs; & dans la sixiéme, ou septiéme, ou huitiéme, &c. le nombre des produits alternatifs de 5 degrez, ou de 6, ou de 7, &c.

b. 2e *Table.*

### Premier exemple.

Si on propose les 6 grandeurs précédentes *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*. Pour sçavoir le nombre de tous leurs divers produits alternatifs; on prendra le 6e des rangs paralléles, où 6 est dans la 2de cellule. Et la 3e 15 marquera le nombre des 15 plans alternatifs de ces mêmes grandeurs; & la 4e 20 du même rang paralléle, le nombre des 20 solides alternatifs; & la 5e celuy des 15 sursolides alternatifs; & la 6e celuy des 6 produits alternatifs de 5 degrez chacun; & la 7e 1 qu'il n'y a qu'un seul produit *abcdef* de 6 degrez.

### Second exemple.

Si on proposoit les 10 grandeurs différentes *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, *g*, *h*, *i*, *k*. On prendroit le 10e des rangs paralléles, où 10 est dans la seconde cellule, ou dans la penultiéme. Et la troisiéme de ce même rang marqueroit le nombre des 45 plans alternatifs de ces 10 grandeurs; & la 4e, celuy de leurs 120 solides alternatifs; & la 5e des 210 sursolides alternatifs; & la 6e des 252 produits alternatifs de 5 degrez chacun; & la 7e des 210 alternatifs de 6 degrez chacun; & la 8e des 120 alternatifs des 7 degrez chacun; & la 9e des 45 alternatifs de 8 degrez chacun; & la 10e des 10 alternatifs de 9 degrez chacun; & la derniére 1 du produit unique de 10 degrez *abcdefghik*.

## III PROBLEME.

5. Si les grandeurs sont toutes égales, comme si on propose les six *a*, *a*, *a*, *a*, *a*, *a*; tous leurs plans alternatifs ne sont qu'un seul & même quarré *aa*. Et tous leurs solides alternatifs qu'un même cube *a³*. Et leurs sursolides alternatifs qu'un même quarré de quarré *a⁴*. Et leurs produits alternatifs de 5 degrez chacun, ou de six, ou de sept, &c. qu'une même puissance 5e $a^5$, ou qu'une 6e $a^6$, ou qu'une 7e $a^7$, &c.



Digitized by Google

6. Et ſi les grandeurs propoſées ſont en partie égales, & en partie inégales ; pour trouver aiſément tous les divers produits alternatifs, comme ceux des grandeurs $a$, $a$, $b$, $b$, $b$, $c$, $c$, $d$. J'ai multiplié la première $a$ par la ſeconde $a$ ; & la grandeur $a$, & le quarré $aa$, par $b$ qui ſuit $a$ ; & enſuitte $b$, & chacun des produits $ab$, $aab$, par $b$ ; il ſeroit inutile de multiplier de nouveau $a$, & $aa$, par $b$ : puiſque cela fourniroit les mêmes $aa$, $aab$, que l'on a déja. Enſuitte comme $b$ ſe trouve une troiſiéme fois, je multiplie les derniers produits $bb$, $abb$, $aabb$, par $b$. Il ſeroit inutile de multiplier auſſi les grandeurs précédentes par $b$. Mais je multiplie par $c$ chacune des grandeurs $a$ & $b$, & chacun des 9 produits que j'ai déja trouvé ; & encore par $c$ la grandeur $c$, & chacun des 11 derniers produits ; & enfin par $d$ chacune des grandeurs $a$, $b$, $c$, & chacun des 32 produits déja découverts : Et cela fournit 35 produits nouveaux. Et raſſemblant tous ces divers produits, j'ai auſſi tous les divers alternatifs des grandeurs propoſées, ou les 67 qui ſuivent ; en ſuppoſant toûjours que chaque grandeur n'ait point une puiſſance plus élevée que le nombre qui marque combien elle eſt priſe de fois. Que le quarré $aa$ par exemple ſoit la puiſſance la plus haute de la grandeur $a$ ; & le cube $b^3$ la plus haute de $b$ ; & le quarré $cc$ la plus haute de $c$ ; & la grandeur linéaire $d$ la plus haute de $d$.

| | | | |
|---|---|---|---|
| | $a$. | $a$. ($aa$. | 1. |
| | $b$. | ($ab$. $aab$.) | |
| | $b$. | ($bb$. $abb$. $aabb$.) | 8 |
| | $b$. | ($b^3$. $ab^3$. $aab^3$.) | |
| | $c$. | ($ac$. $bc$. $aac$. $abc$. $aabc$. $bbc$. $abbc$. $aabbc$. $b^3c$. $ab^3c$. $aab^3c$.) | |
| $c$. | $c$. | ($cc$. $acc$. $bcc$. $aacc$. $abcc$. $aabcc$. $bbcc$. $abbcc$. $aabbcc$. $b^3cc$. $ab^3cc$. $aab^3cc$.) | 23. |
| $d$. | $d$. | ($ad$. $bd$. $cd$. $aad$. $abd$. $aabd$. $bbd$. $abbd$. $aabbd$. $b^3d$. $ab^3d$. $aab^3d$. $acd$. $bcd$. $aacd$. $abcd$. $aabcd$. $bbcd$. $abbcd$. $aabbcd$. $b^3cd$. $ab^3cd$. $aab^3cd$. $ccd$. $accd$. $bccd$. $aaccd$. $abccd$. $aabccd$. $bbccd$. $abbccd$. $aabbccd$. $b^3ccd$. $ab^3ccd$. $aab^3ccd$.) | 35 |

## COROLLAIRE ET IV PROBLEME.

7. *Et pour trouver le nombre ſeul de ces divers produits alternatifs.* J'ajoûte 1 au nombre 2 des grandeurs égales $a$ & $a$. Et j'ai 3, que je prens 3 fois pour les 3 égales $b$, $b$, $b$. Et raſſemblant ces nombres 3 & 9, je trouve 12 ; que je prens 2 fois pour les égales $c$ & $c$. Et raſſemblant encore ces trois nombres 3, 9, 24 ; j'ai 36, que je prens ſeulement 1 fois pour $d$ qui eſt ſeule. Et raſſemblant alors tous les quatre 3, 9, 24, 36 ; b. 6. je trouve 72, dont je retranche 4 plus 1, ou 5, c'eſt à dire le nombre des diverſes grandeurs, qui eſt 4, & une fois l'unité. Et le reſte 67 eſt au juſte [b] le nombre de tous les divers produits alternatifs des grandeurs propoſées.

### AUTRE EXEMPLE.

Et pour trouver le nombre de tous ceux des 14 grandeurs $a$, $a$, $a$, $a$, $b$, $b$, $b$, $b$, $c$, $c$, $c$, $d$, $d$. J'ajoûte 1 au nombre 5 des égales $a$, $a$, $a$, $a$, $a$ ; & j'ai 6, que je prens 4 fois pour les 4 égales $b$, $b$, $b$, $b$. Et raſſemblant 6 & 24 ; j'ai 30, que je prens 3 fois pour les égales $c$, $c$, $c$. Et raſſemblant de la même ſorte 6, 24, 90 ; j'ai 120, que je prens 2

Digitized by Google

[illegible] j'ai 260. dont j'ôte 4 plus 1, ou 5, c'eſt à dire le nombre 4 de toutes les diverſes grandeurs *a*, *b*, *c*, *d*, & une fois l'unité. Et le reſte 355 eſt le nombre de tous les produits alternatifs des grandeurs propoſées.

## Definitions.

J'appellerai *combinaiſons* tous les différens aſſemblages, ou tous les divers choix, que l'on peut faire de certaines choſes, en les prenant en diverſes maniéres une à une, & deux à deux, & trois à trois, & quatre à quatre. Et ainſi du reſte, pourvû que l'ordre n'y ſoit point obſervé.

Mais ſi l'ordre y eſt obſervé, comme dans les tranſpoſitions des lettres ou des chiffres, on donnera à tous leurs divers choix le nom de *permutations*.

## V PROBLEME.

8. *Pour trouver toutes les combinaiſons de diverſes choſes.*

On déſignera chacune par une lettre. Et prenant enſuitte chaque lettre, & chacun de leurs divers [b] produits alternatifs, on aura auſſi toutes les combinaiſons des choſes propoſées. b. 3.

Comme ſi je veux ſçavoir toutes les rencontres ou conjonctions poſſibles des Planétes. Je nomme *a* le Soleil qui eſt la premiére, & *b* la Lune, & *c* Mercure, & *d* Venus, *e* Mars, *f* Jupiter, *g* Saturne. Et cherchant enſuitte les divers produits alternatifs de ces 7 lettres, leurs 21 plans alternatifs marquent les diverſes rencontres des Planétes conjointes deux à deux, comme *ab*, ou *ba*, du Soleil avec la Lune, ou de la Lune avec le Soleil. Et ainſi du reſte. Et les 35 ſurſolides alternatifs, toutes les diverſes conjonctions de quatre des 7 Planétes. Et les 21 produits alternatifs du 5[e] degré, toutes les conjonctions de cinq d'entr'elles. Et les 7 produits de 6 degrez chacun toutes celles de ſix. Et le produit unique de 7 degrez la conjonction des ſept.

*Les 7 Planétes. Le Soleil. La Lune. Mercure. Venus. Mars. Jupiter. Saturne*

*7 priſes une à une* — *a. b. c. d. e. f. g.*

*21 conjonctions deux à deux.*

*ab. ac. ad. ae. af. ag. bc. bd. be. bf. bg. cd. ce. cf. cg. de. df. dg. ef. eg. fg.*

*35 conjonctions trois à trois* — *abc. abd. abe. abf. abg. acd. ace. acf. acg. ade. adf. adg. aef. aeg. afg. bcd. bce. bcf. bcg. bde. bdf. bdg. bef. beg. bfg. cde. cdf. cdg. cef. ceg. cfg. def. deg. dfg. efg.*

*35 quatre à quatre* — *abcd. abce. abcf. abcg. abde. abdf. abdg. abef. abeg. abfg. acde. acdf. acdg. acef. aceg. acfg. adef. adeg. adfg. aefg. bcde. bcdf. bcdg. bcef. bceg. bcfg. bdef. bdeg. bdfg. befg. cdef. cdeg. cdfg. cefg. dfg.*

*21 cinq à cinq* — *abcde. abcdf. abcdg. abcef. abceg. abcfg. abdef. abdeg. abdfg. abefg. acdef. acdeg. acdfg. acefg. adefg. bcdef. bcdeg. bcdfg. bcefg. bdefg.*

*7 ſix à ſix* — *abcdef. abcdeg. abcdfg. abcefg. abdefg. acdefg. bcdefg.*

*1 ſept à ſept* — *abcdefg.*

Digitized by Google

## VI. PROBLEME.

9. *ET pour trouver le nombre ſeul des combinaiſons ou des choix différens de diverſes choſes.*

On prendra le rang paralléle, où la ſeconde cellule renferme le nombre de ces choſes. Et la même cellule ou le même nombre marquera combien on peut faire de choix différens, en les prenant ſeulement une à une; & la troiſiéme, combien il y aura de combinaiſons de ces mêmes choſes priſes deux à deux; & la quatriéme; combien il y en aura étant priſes trois à trois; & la cinquiéme, combien étant priſes quatre à quatre. Et ainſi du reſte. Et ôtant 1 de l'aſſemblage entier de toutes les cellules du rang paralléle, on aura le nombre [b] au juſte des combinaiſons ou des divers choix qu'on peut faire des choſes propoſées.

EXEMPLE.

Pour ſçavoir combien on peut faire de différens choix, ou de combinaiſons de 12 choſes propoſées. La 2[e] cellule du 12[e] rang paralléle ſera le nombre des 12 choix différens, que l'on en peut faire, en les prenant une à une; & la 3[e], le nombre des 66 combinaiſons qu'elles peuvent recevoir étant priſes à deux; & la 4[e], des 220 étant priſes trois à trois; & la 5[e], des 495 étant priſes quatre à quatre; & la 6[e], des 792 étant priſes cinq à cinq; & la 7[e], des 924 étant priſes ſix à ſix; & la 8[e], des 792 étant priſes ſept à ſept; & la 9[e], encore des 495 étant priſes huit à huit; & la 10[e], des 220 étant priſes neuf à neuf; & la 11[e], des 66 étant priſes dix à dix; & la 12[e], des 12 étant priſes onze à onze; & la derniére ou 13[e], du ſeul choix des 12 choſes priſes douze à douze, ou toutes enſemble. Et ôtant 1 du nombre 4096, que comprend tout le rang paralléle; le reſte 4095 eſt le nombre de tous les divers choix des 12 choſes différentes.

| | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 12 *choſes priſes* | 1 à 1. | 2 à 2. | 3 à 3. | 4 à 4. | 5 à 5. | 6 à 6. | 7 à 7. | 8 à 8. | 9 à 9. | 10 à 10. | 11 à 11. | 12 à 12. |
| *cellules* | 1. | 12. | 66. | 220. | 495. | 792. | 924. | 792. | 495. | 220. | 66. | 12. | 1. |

## I COROLLAIRE.

10. Si on prend ſucceſſivement & par ordre les diverſes puiſſances du nombre 2, & qu'on ôte 1 de chacune; les reſtes marqueront [b] ſucceſſivement & par ordre, le premier 1, le choix unique qu'on peut faire d'une choſe, s'il m'eſt permis de m'expliquer ainſi; & le ſecond 3, tous les choix différens de deux diverſes choſes; & le 3[e] 7, tous les choix différens de trois; & le 4[e] 15, tous ceux de 4 choſes. Et ainſi du reſte. Comme le 12[e] 4095 tous les choix différens de 12 diverſes choſes. b. 3. 4.

| | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *Nombres des choſes* | 1. | 2. | 3. | 4. | 5. | 6. | 7. | 8. | 9. | 10. | 11. | 12. |
| | 1. | 2. | 4. | 8. | 16. | 32. | 64. | 128. | 256. | 512. | 1024. | 2048. | 4096. |
| *Combinaiſons* | 1. | 3. | 7. | 15. | 31. | 63. | 127. | 255. | 511. | 1023. | 2047. | 4095. | |



Digitized by Google

## II COROLLAIRE.

11. LEs nombres naturels ou du premier ordre, ſont ceux des choix que l'on peut faire; le premier 1, d'une ſeule choſe; & le ſecond 2, celuy des choix de 2 diverſes choſes priſes une à une; & le troiſiéme 3, celuy des choix de trois diverſes choſes. Et ainſi du reſte, juſques à l'infini.

Et les nombres du 3e rang ou perpendiculaire ou oblique, ou ceux du ſecond ordre, ſont auſſi les nombres des combinaiſons qui ſe peuvent faire deux à deux; le premier 1, de deux diverſes choſes; & le ſecond 3, de 3 diverſes choſes; & le troiſiéme 6, de 4 diverſes choſes; & le quatriéme 10, de 5 diverſes choſes. Et ainſi de ſuitte, juſques à l'infini.

Et les nombres du 4e rang ou perpendiculaire ou oblique, ou ceux du troiſiéme ordre, ſont auſſi les nombres des combinaiſons qui ſe peuvent faire trois à trois; le premier 1, de 3 diverſes choſes; & le ſecond 4, de 4 diverſes choſes; & le troiſiéme 10, de 5 diverſes choſes; & le quatriéme 20, de 6 diverſes choſes. Et ainſi du reſte juſques à l'infini.

Et les nombres du 5e rang, ou du 4e ordre, ſont de la même ſorte ceux des combinaiſons qui ſe peuvent faire quatre à quatre des diverſes choſes.

Et ceux du 6e rang, ou du 5e ordre, le ſont auſſi des combinaiſons qui ſe peuvent faire cinq à cinq. Et ainſi de tous les autres rangs ou des ordres qui ſuivent.

*Nombres des choſes priſes une à une.* 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.
2d *ordre des combinaiſons deux à deux.* 1. 3. 6. 10. 15. 21. 28. 36. 45.
3e *ordre des combinaiſons trois à trois* 1. 4. 10. 20. 35. 56. 84. 120.
4e *ordre des combinaiſons quatre à quatre.* 1. 5. 15. 35. 70. 126. 210.
5e *ordre des combinaiſons cinq à cinq.* 1. 6. 21. 56. 126. 252.
6e *ordre des combinaiſons ſix à ſix.* 1. 7. 28. 84. 210.
7e *ordre des combinaiſons ſept à ſept.* 1. 8. 36. 120.
8e *ordre des combinaiſons huit à huit.* 1. 9. 45.
9e *ordre des combinaiſons neuf à neuf.* 1. 10.
10e *ordre des combinaiſons dix à dix.* 1.

## III THEOREME.

12. DEux choſes différentes *a* & *b* reçoivent au juſte 2 permutations étant priſes deux à deux; & 3 choſes étant priſes trois à trois en reçoivent 3 fois autant, ou 6. Et 4 priſes quatre à quatre en reçoivent 4 fois autant que trois, ou 24. Et 5 priſes auſſi cinq à cinq en reçoivent 5 fois autant que 4, ou 120. Et 6 pareillement étant priſes ſix à ſix en reçoivent 6 fois autant que cinq, ou 720. Et ainſi du reſte juſques à l'infini.

### DEMONSTRATION.

Si on écrit *b* une fois avant *a*, & une fois aprés *a*; on trouve les permutations *ab* & *ba* des deux diverſes choſes *a* & *b*. Et ſi on écrit une fois *c* aprés chaque lettre, & une fois avant la premiére dans chacune des deux permutations *ab* & *ba*; on trouve les 6 permutations *abc*, *acb*, *bac*, *bca*, *cab*,

*cba*, des 3 diverſes choſes *a*, *b*, *c*, priſes toutes enſemble. Et écrivant *d* de la même ſorte aprés chaque lettre, & avant la premiére dans chacune des 6 permutations précédentes, on trouve les 24 permutations *abcd*, *abdc*, *adbc*, *acbd*, *acdb*, *adcb*, *bacd*, *badc*, *bdac*, *bcad*, *bcda*, *bdca*, *cabd*, *cadb*, *cdab*, *cbad*, *cbda*, *cdba*, *dabc*, *dacb*, *dbac*, *dbca*, *dcab*, *dcba*, qui ſont celles des 4 choſes différentes *a*, *b*, *c*, *d*, priſes quatre à quatre. Et on trouveroit de la même ſorte les 120 permutations des 5 diverſes choſes, *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, priſes cinq à cinq, ou toutes enſemble. Et ainſi du reſte juſques à l'infini.

Ou pour prouver la même choſe d'une autre maniére. Chacune des 2 diverſes choſes *a* & *b* occupant une fois la premiére place, l'autre occupe une fois la ſeconde; ce qui donne les deux permutations *ab* & *ba*. Et chacune des trois *a*, *b*, *c*, occupant une fois la premiére place, les deux autres peuvent être permutées 2 fois; ce qui fournit les 6 permutations *abc*, *acb*, *bac*, *bca*, *cab*, *cba*. Et chacune des quatre *a*, *b*, *c*, *d*, occupant auſſi une fois la premiére place, les trois autres ſont permutées 6 fois; ce qui fournit 4 fois 6, ou 24 permutations des 4 choſes priſes quatre à quatre ou toutes enſemble. Et ainſi du reſte juſques à l'infini.

*Toutes enſemble.* 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.
*permutations.* 1. 2. 6. 24. 120. 720. 5040. 40320. 362880. 3628800.

## I COROLLAIRE.

13. Diverſes choſes étant priſes deux à deux, reçoivent 2 fois autant de permutations, que de combinaiſons; & 6 fois autant, étant priſes trois à trois; & 24 fois autant, étant priſes quatre à quatre; & 120 fois autant, étant priſes cinq à cinq; & 720 fois autant, l'étant ſix à ſix.

b. 12. Et ainſi du reſte. Parce qu'on trouve 2 permutations [b] pour chaque combinaiſon de deux de ces diverſes choſes; & 6 permutations pour chaque combinaiſon de trois; & 24 pour chacune de quatre. Et ainſi du reſte.

## II COROLLAIRE.

14. Si on multiplie ſucceſſivement par 2 chacun des nombres du ſecond ordre 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, &c. les produits 2, 6, 12, 20, 30,

b. 13 & 11. 42, 56, &c. ſeront les divers nombres des [b] permutations de 2, ou de 3 diverſes choſes, ou de quatre, ou de cinq, ou de ſix, ou de ſept, ou de huit, &c, priſes toûjours deux à deux.

*Nombres des choſes.* 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13. 14.
*Nombres du 2d ordre.* 1. 3. 6. 10. 15. 21. 28. 36. 45. 55. 66. 78. 91.
*pris chacun 2 fois.* 2. 6. 12. 20. 30. 42. 56. 72. 90. 110. 132. 156. 182.

Et ſi on multiplie ſucceſſivement par 6 chacun des nombres 1, 4, 10, 20, 35, 56, &c, du troiſiéme ordre; les produits 6, 24, 60, 120, 210, 336,

b. 13 & 11. &c, ſont les divers [b] nombres des permutations de trois, ou de quatre diverſes choſes, ou de cinq, ou de ſix, ou de ſept, ou de huit, &c; priſes toûjours trois à trois,

*Nombres des choſes.* 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12.
*Nombres du 3e ordre.* 1. 4. 10. 20. 35. 56. 84. 120. 165. 220.
*pris chacun 6 fois.* 6. 24. 60. 120. 210. 336. 504. 720. 990. 1320.

Et pareillement les nombres des permutations des choſes différentes priſes quatre à quatre, ſeront [b] les produits des nombres du 4e ordre par 24. Et les nombres de leurs permutations étant priſes cinq à cinq, les [b] produits des nombres du 5e ordre par 120. Et ainſi du reſte juſques à l'infini. [b] 13 & 11.

Ou ſi les nombres de telles des permutations qu'on voudra des diverſes choſes ſont multipliez; le ſecond par 1, le 3e par 2, le 4e par 3, le 5e par 4, & ainſi du reſte; les nouveaux produits ſeront les nombres des permutations, qui ſuivent celles-là immédiatement. Comme ſi on multiplie les nombres des choix ſimples, ou du premier ordre, ou les naturels; le ſecond 2 par 1, le troiſiéme 3 par 2, le quatriéme 4 par 3, le cinquiéme 5 par 4, & ainſi du reſte; les produits 2, 6, 12, 20, &c. ſeront les nombres des permutations des diverſes choſes priſes deux à deux. Et multipliant ceux-ci de la même ſorte; le ſecond 6 par 1, & le troiſiéme 12 par 2, & le quatriéme 20 par 3, & ainſi du reſte; les produits 6, 24, 60, &c. ſeront les nombres des permutations des diverſes choſes priſes trois à trois. Et ce ſera toûjours la même choſe des autres permutations.

| | | | | *Nombres des choſes* | | | *priſes* |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. 2. 3. 4. | 5. | 6. | 7. | 8. | 9. | 10. | *une à une* |
| 2. 6. 12. | 20. | 30. | 42. | 56. | 72. | 90. | *deux à deux* |
| 6. 24. | 60. | 120. | 210. | 336. | 504. | 720. | *trois à trois* |
| 24. | 120. | 360. | 840. | 1680. | 3024. | 5040. | *quatre à quatre* |
| | 120. | 720. | 2520. | 6720. | 15120. | 30240. | *cinq à cinq* |
| | | 720. | 5040. | 20160. | 60480. | 151200. | *ſix à ſix* |
| | | | 5040. | 40320. | 181440. | 604800. | *ſept à ſept* |
| | | | | 40320. | 362880. | 1814400. | *huit à huit* |
| | | | | | 362880. | 3628800. | *neuf à neuf* |
| | | | | | | 3628800. | *dix à dix* |

1. 4. 15. 64. 325. 1956. 13699. 109600. 986409. 9864100. *ſommes entiéres.*

## VII PROBLEME.

15. *ET pour trouver aiſément le nombre des permutations de diverſes choſes.*

On prendra dans la ſeconde Table le rang paralléle, où le nombre des choſes occupe la ſeconde cellule. Et multipliant cette cellule, ou ce nombre, par 1; & par 2 la ſuivante ou troiſiéme; & la quatriéme par 6; & la cinquiéme par 24, & la ſixiéme par 120; & ainſi du reſte. Ou prenant, s'il eſt plus commode, le nombre des choſes, & le multipliant par le même nombre diminué d'une ſeule unité, & le produit encore par le même nombre diminué de 2 unitez, & le nouveau produit auſſi par le même diminué



Digitized by Google

de 3 unitez, & celuy-ci pareillement par le même diminué des 4 unitez, & ainſi de ſuitte juſques à ce qu'il ne reſte aucune unité. Et ſelon l'une ou l'autre méthode, le premier produit, ou le nombre des diverſes choſes ſera déja celuy de leurs choix ſimples; & le ſecond produit, le nombre de leurs permutations étant priſes deux à deux; & le troiſiéme produit, le nombre de leurs permutations étant priſes trois à trois; & le quatriéme, ou cinquiéme, ou ſixiéme, ou ſeptiéme, &c; de leurs permutations étant priſes quatre à quatre, ou cinq à cinq, ou ſix à ſix, &c. Et la ſomme entiére de tous ces divers nombres ſera celuy des choix & des permutations poſſibles des diverſes choſes.

### Exemple de la 1ere maniere.

Pour ſçavoir combien on peut exprimer de différens nombres avec les 9 chiffres 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, en ſuppoſant que nulle de leurs permutations n'en puiſſe recevoir un même 2 fois. Je prens le 9e des rangs paralléles, où 9 occupe la ſeconde cellule. Et prenant 1 fois cette cellule 9; & 2 fois la ſuivante ou 3e 36; & 6 fois la 4e 84; & 24 fois la 5e 126; & 120 fois la 6e 126, & 720 fois la 7e 84; & 5040 fois la 8e 36; & 40320 fois la 9e 9; & 362880 fois la 10e qui eſt 1: les produits marquent, le premier 9, le nombre des choix ſimples des chiffres, ou qu'on peut exprimer 9 divers nombres d'un ſeul chiffre chacun; & le ſecond 72 différens de deux chiffres chacun; & le troiſiéme 504 de trois; & le quatriéme 3024 de quatre; & le cinquiéme 15120 de cinq; & le ſixiéme 60480 de ſix; & le ſeptiéme 181440 de ſept; & le huitiéme 362880 de huit; & le neuviéme encore 362880 de neuf.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *Cellules* 1. | 9. | 36. | 84. | 126. | 126. | 84. | 36. | 9. | 1. |
| *par* | 1. | 2. | 6. | 24. | 120. | 720. | 5040. | 40320. | 362880. |
| *Produits* | 9. | 72. | 504. | 3024. | 15120. | 60480. | 181440. | 362880. | 362880. *ſomme* 986409. |

### Exemple de la 2e maniere.

Ou s'il eſt plus commode. On prendra 1 fois 9; & 8 fois 9, ou 72; & 7 fois 72, ou 504; & 6 fois 504, ou 3024; & 5 fois 3024, ou 15120; & 4 fois 15120, ou 60480; & 3 fois 60480, ou 181440; & 2 fois 181440, ou 362880; & enfin 1 fois 362880. Et la queſtion ſera réſoluë comme auparavant. Et ſi on veut raſſembler tous ces divers produits, leur ſomme entiére marque que les 9 chiffres peuvent exprimer au juſte juſques à 986409 nombres tous différens entr'eux, & où nul des chiffres ne pourra ſe

1
*par* 9
1er *produit* 9 *une à une*
*par* 8
2d *produit* 72 *deux à deux*
*par* 7
3e *produit* 504 *trois à trois*
*par* 6
4e *produit* 3024 *quatre à quatre*
*par* 5
5e *produit* 15120 *cinq à cinq*

trouver qu'une seule fois. Et on trouvera toûjours de la même sorte tous les divers nombres des permutations, qu'on voudra découvrir, & où nulle des choses ne sera répétée ou prise plusieurs fois.

5^e produit 15120 *cinq à cinq*
par 4
6^e produit 60480 *six à six*
par 3
7^e produit 181440 *sept à sept*
par 2
8^e produit 362880 *huit à huit*
par 1
9^e produit 362880 *neuf à neuf*

## I COROLLAIRE ET PROBLEME VIII.

16. *SI on vouloit seulement sçavoir le nombre des choix simples des choses, & de leurs permutations étant prises deux à deux.*

Le quarré même du nombre des choses résoudra la question. Comme pour sçavoir combien de divers nombres peuvent exprimer les 9 premiers chiffres étant pris seulement un à un, & deux à deux, & nul n'éta ntrépété 2 fois. Le nombre 9 fois 9, ou 81, est celuy de tous ces divers nombres.

Et en effet parmi tous les 99 premiers nombres, qui sont tous ceux qu'on peut exprimer par un ou par deux chiffres, il y en 9 au juste où zéro se rencontre, & encore 9 au juste exprimez chacun par un même chiffre répété deux fois. De sorte qu'ôtant ces 18 nombres 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99, des 99 premiers nombres, il en reste au juste 81, qui sont tels qu'on suppose, ou qu'on les demande.

*Nombres des choses* 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13. 14.
*prises deux à deux* 2. 6. 12. 20. 30. 42. 56. 72. 90. 110. 132. 156. 182.
*Sommes ou quarrez* 4. 9. 16. 25. 36. 49. 64. 81. 100. 121. 144. 169. 196.

## II COROLLAIRE ET PROBLEME IX.

17. *ET si on vouloit seulement sçavoir le nombre des seules permutations des choses prises toutes ensemble.*

On ne prendroit que le dernier des produits qu'on auroit trouvé. Comme 362880, s'il y avoit 9 choses. Ou bien on prendroit dans la suitte des nombres qu'on expose ici de nouveau, & dont la formation a déja été expliquée [b] au 3^e théorême, celuy qui répond au nombre des choses, comme 362880 qui répond au nombre des 9 choses. [b. 12.]

*Nombres des choses.* 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.
*Permutations.* 1. 2. 6. 24. 120. 720. 5040. 40320. 362880. 3628800.

## III COROLLAIRE.

18. *ET si on vouloit avoir les nombres des choix simples & de toutes les permutations possibles de diverses choses.*

On prendroit [b] aussi dans la suitte des nombres, qu'on expose ici, ce- [b. 14.]



Digitized by Google

luy qui répond au nombre des choſes. Et pour former & continuer aiſément cette ſuitte de nombres juſques où l'on voudra. On prendra 1 pour la commencer ; & luy ajoûtant 1, on aura 2 que l'on prendra 2 fois, & 4 ſera le ſecond des nombres ou la ſeconde ſomme. Et ajoûtant pareillement 1 à 4, & prenant 3 fois 5, on aura la 3^e^ ſomme 15 ; à qui ajoûtant encore 1, & prenant 4 fois 16, on aura la 4^e^ 64 Et pareillement 5 fois 65, ou 325, ſera la 6^e^. Et 7 fois 1957, ou 13699, ſera la 7^e^. Et ainſi de ſuitte juſques à l'infini.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *Nombres des choſes.* | 1. | 2. | 3. | 4. | 5. | 6. | 7. | 8. | 9. 10. |
| *Toutes les permutations poſſibles.* | 1. | 4. | 15. | 64. | 325. | 1956. | 13699. | 109600. | 986409. 9864100. |

## IV COROLLAIRE ET PROBLEME X.

19. ET *pour trouver par ordre toutes les permutations poſſibles de diverſes choſes.*

On écrira une fois chaque lettre aprés, & une fois avant chacune de celles qui la précédent ; ce qui formera déja toutes les permutations poſſibles des choſes priſes ſeulement deux à deux. Et on écrira enſuitte une fois chaque lettre aprés chacune, & une fois avant la premiére, dans chacune de ces permutations, dont toutes les lettres la précédent. Et reïterant toûjours juſques à la fin de ſemblables opétations, on trouvera toutes les permutations des choſes qu'on propoſe. Les éxemples pourront fixer & éclaircir ces régles.

### PREMIER EXEMPLE.

Pour trouver toutes les permutations poſſibles des quatre choſes *a*, *b*, *c*, *d*. J'écris une fois *b* aprés, & une fois avant *a* ; & *c* une fois aprés, & une fois avant chacune des deux *a* & *b* ; & *d* une fois aprés, & une fois avant chacune des trois *a*, *b*, *c*. Ce qui me donne déja les permutations *ab*, *ba*, *ac*, *ca*, *bc*, *cb*, *ad*, *da*, *bd*, *db*, *cd*, *dc*. Et écrivant enſuitte une fois *c* aprés chaque lettre en rétrogradant, & une fois avant la premiére, dans chacune des deux premiéres de ces permutations, où chaque lettre eſt une de celles qui précédent *c* ; & pareillement une fois *d* aprés chaque lettre, & une fois avant la premiére, dans chacune des 6 premiéres permutations, où chaque lettre eſt une de celles qui précédent *d* ; je trouve les 24 permutations nouvelles *abc*, *acb*, *cab*, *bac*, *bca*, *cba*, *abd*, *adb*, *dab*, *bad*, *bda*, *dba*, *acd*, *adc*, *dac*, *cad*, *cda*, *dca*, *bcd*, *bdc*, *dbc*, *cbd*, *cdb*, *dcb*. Et écrivant enfin une fois *d* aprés, & une fois *d* avant chaque lettre, dans chacune des 6 premiéres de ces permutations, où chaque lettre eſt une de celles qui précédent *d* ; je trouve les 24 autres permutations *abcd*, *abdc*, *adbc*, *dabc*, *acbd*, *acdb*, *adcb*, *dacb*, *cabd*, *cadb*, *cdab*, *dcab*, *bacd*, *badc*, *bdac*, *dbac*, *bcad*, *bcda*, *bdca*, *dbca*, *cbad*, *cbda*, *cdba*, *dcba*.

## COROLLAIRE ET II EXEMPLE.

### POUR LES ANAGRAMMES.

20. ET ſi toutes les permutations ne ſont pas néceſſaires ; comme dans les Anagrammes & dans certains éxemples : On aura ſoin de retran-

cher adroittement & par ordre toutes celles que l'on juge inutiles.

Pour trouver, par éxemple, les permutations des 8 mots latins de ce vers fait à la loüange de la tres-sainte Vierge Mere de Dieu, où l'on pourra toûjours conserver les mesures d'un vers hexametre; il faudroit écrire, & avec beaucoup d'embarras, plus de quatre cent trois pages d'écriture de cent vers chacune, pour avoir les 40320 permutations de ces mots pris tous ensemble, ou huit à huit; au lieu qu'on peut assez facilement résoudre en cette sorte une question aussi épineuse qu'elle le paroît d'abord.

*Cet éxemple suppose qu'on sçache les régles communes de la Poësie Latine pour un vers hexametre.*

*Tot tibi sunt dotes VIRGO, quot sydera cœlo.*

Premierement comme le cinquiéme pied du vers doit être un dactyle, & le 6e un spondée; les seuls mots *sydera* & *tibi* serviront au cinquiéme. Supposant donc que *sydera* le forme; ce même mot *sydera* occupera la 7e place, en mettant à la 8e un mot de deux syllabes différent de *tibi*, qui ne peut s'y trouver. Ou il occupera la 6e place, en mettant aux deux qui la suivent deux des mono-syllabes. Et *sydera* occupant ainsi la 7e, ou 8e place; le terme *tibi* parcourera successivement toutes celles qu'il peut occuper. Et parce qu'il ne peut occuper la premiére, on le mettra d'abord à la seconde. Et supposant alors que *sydera cœlo* occupent les deux derniéres; si *tot* mono-syllabe occupe la premiére, les quatre mots *sunt dotes VIRGO quot* recevront 24 permutations. Et si l'on met *sunt* pour *tot* à la 1ere place, les quatre *tot dotes VIRGO quot* seront aussi permutez 24 fois. Et si l'on y met *quot*, les 4 *sunt dotes VIRGO tot* seront encore permutez 24 fois. Et si l'on y met *VIRGO*, les 4 *sunt dotes tot quot* recevront 24 permutations nouvelles. De sorte que l'on aura déja 4 fois 24, ou 96 permutations utiles, en laissant *tibi* à la seconde place, & *sydera cœlo* dans les deux derniéres. Et si l'on met à la 8e *dotes* pour *cœlo* il y en aura autant. Et si l'on y met *VIRGO*, il y en aura encore autant, excepté 24 qu'il faut retrancher, parce que *tibi* occupant la seconde, nul mot de deux syllabes excepté *VIRGO*, ne peut occuper la premiére. Ainsi *tibi* occupant la seconde, & *sydera* la 7e, il y aura déja 3 fois 96 moins 24, ou 264 permutations, qui formeront chacune un vers héxamétre. On suppose que la mesure ou la juste cadence du vers ne sera pas rompuë, lorsqu'il n'y aura point de césure aprés le second pied, ou aprés le premier & aprés le troisiéme, ainsi que l'éxactitude rigoureuse des régles le prescrit ordinairement.

1 2 3 4 5 6 7 8.
*Tot tibi sunt dotes VIRGO, quot sydera cœlo.* 264.

Et si on laisse *tibi* à la seconde place, & que *sydera* soit mis à la 6e; on ne peut mettre à la 1ere que *VIRGO*, ou un mono-syllabe, ni qu'un mono-syllabe dans chacune des derniéres. Supposant donc *VIRGO* à la 1ere, & *tot sunt* aux deux derniéres; les 3 mots *dotes cœlo quot* recevront 6 permutations. Et si on écrit à la 1ere *quot* pour *VIRGO*, les 3 *dotes cœlo VIRGO* recevront 6 autres permutations. Et si pour *tot sunt* on écrit *sunt tot*, on aura pareillement 2 fois 6, ou 12 permutations. Et si on écrit *quot* pour *tot*, il y en aura encore autant que toutes les précédentes, c'est à dire 2 fois 12, ou 24. Et pa-

Digitized by Google

reillement 24, écrivant *quot* pour *sunt*. De sorte que *tibi* occupant la seconde place, & *sydera* la 6^e^, on aura 9 fois 24, ou 72 permutations utiles. Et *tibi* ne pourra plus occuper la 2^e^ place.

72. 1 2 3 4 5 6 7 8.
*VIRGO tibi dotes, cælo quot sydera, tot sunt.*

Si on avance donc *tibi* à la 3^e^, & qu'on remette aux deux derniéres *sydera cælo*: on aura 6 permutations pour les trois mots *sunt dotes quot*; & encore 6, écrivant *tot* pour *VIRGO*. Et pareillement 2 fois 6, ou 12, si l'on met *sunt* pour *tot*; & 12 nouvelles, si l'on y met *quot*. Ce qui fait en tout 36 permutations. Et si l'on écrit *dotes* pour *VIRGO*, il y en aura 36 autres. Et encore autant que toutes les précédentes, c'eſt à dire 2 fois 36, ou 72, écrivant *VIRGO* pour *cælo*; & autant, ou 72, si l'on y met *dotes*.

Et si l'on met aux deux premiéres deux mots chacun de deux syllabes; les trois mono-syllabes recevront 6 permutations; & encore 6, écrivant *dotes* pour *cælo*: & *VIRGO* occupera néceſſairement alors la 2^de^. Et cela étant fait, on trouvera en tout 228 permutations utiles. Et *tibi* ne pourra plus occuper la 3^e^, que *sydera* ne retourne à la 6^e^, & que deux mono-syllabes n'occupent les deux derniéres.

228. 1 2 3 4 5 6 7 8.
*VIRGO tot tibi sunt dotes, quot sydera cælo.*

Ecrivant donc *sydera quot sunt* dans les trois derniéres; on aura 2 permutations pour les mots *VIRGO tot*; & 2 pour les deux *dotes cælo*; ce qui fait déja 2 fois 2, ou 4; & encore 4 écrivant *sunt* pour *quot*. Ce qui fait 8 en tout; & 8 nouvelles, écrivant *quot* pour *tot*; & encore 8, si l'on y écrit *sunt*. Ce qui fait en tout 3 fois 24, ou 72.

Et si on écrit aux deux premiéres deux mots chacun de deux syllabes; *Virgo* occupera néceſſairement la ſeconde. Si donc *dotes VIRGO* ſont aux deux premiéres, & *quot ſunt* dans les deux derniéres; *tot cælo* donneront 2 permutations; & il y en aura deux autres, écrivant *ſunt* pour *quot*; Ce qui fait déja 4. Et encore 4, écrivant *quot* pour *tot*; & 4 autres nouvelles, ſi l'on y met *ſunt*. Ce qui fait 12 en tout. Et 12 autres, écrivant *cælo* pour *dotes*. Ce qui fait 2 fois 12, ou 24. De ſorte que *tibi* occupant la 3^e^ place, & *ſydera* la 6^e^; il y aura 72 & 24, ou 96 permutations utiles. Et *tibi* ne pourra plus occuper la 3^e^ place.

96. 1 2 3 4 5 6 7 8.
*VIRGO tot tibi dotes, cælo ſydera quot ſunt.*

Si on avance donc *tibi* à la quatriéme, & que remettant aux deux derniéres les deux mots *ſydera cælo*, les trois *tot VIRGO dotes* occupent les trois premiéres; on aura 6 permutations pour ces trois *tot VIRGO dotes*; & 6 autres, écrivant *quot* pour *ſunt*. Ce qui fait déja 12. Et 12 autres, écrivant *ſunt* pour *tot*. Et encore 12, ſi l'on y écrit *quot*. Ce qui fait en tout 36. Et 36 nouvelles, écrivant *VIRGO* pour *cælo*; & encore 36, ſi l'on y met *dotes*. Ce qui fait en tout 3 fois 36, ou 108.

Et ſi *VIRGO* eſt à la 3^e^, & *tot ſunt* aux deux premiéres; on aura pour

*tot*

*tot ſunt* deux permutations, *dotes & quot* occupant la 5^e^ & 6^e^ place. Et tranſpoſant *dotes* aprés *quot*, on aura 2 autres permutations. Ce qui fait déja 4. Et 4 autres, écrivant *tot* pour *quot*. Ce qui fait 12 en tout. Et encore 12, écrivant *cælo* pour *dotes*. Ce qui fait en tout 2 fois 12, ou 24. Ainſi *tibi* occupant la 4^e^ place, & *ſydera* la 7^e^; il y aura 108 & 24, ou 132 permutations utiles. Et *tibi* ne pourra plus occuper la 4^e^, que *ſydera* ne retourne à la 6^e^, & que deux mono-ſyllabes n'occupent les deux derniéres.

1 2 3 4 5 6 7 8. 132.

*Tot VIRGO dotes tibi ſunt, quot ſydera cælo.*

Ecrivant donc *ſydera quot ſunt* dans les trois derniéres, & *tot VIRGO dotes* aux trois premiéres. On aura 6 permutations pour les trois mots *tot VIRGO dotes*; & 6 autres, écrivant *ſunt* pour *quot*. Ce qui fait déja 12. Et 12 autres, écrivant *VIRGO* pour *cælo*. Et encore 12, ſi l'on y met *dotes*. Ce qui fait 36 en tout. Et encore 36, écrivant *quot* pour *tot*. Et 36 nouvelles, ſi l'on y met *ſunt*. Ce qui fait en tout 108 permutations utiles.

Et ſi *VIRGO* occupe la 3^e^, & *cælo dotes* les deux premiéres; on aura deux permutations pour *cælo dotes*. Et 2 autres, écrivant *ſunt* pour *quot*. Ce qui fait déja 4. Et 4 autres, écrivant *quot* pour *tot*; & encore 4, ſi l'on y met *ſunt*. Ce qui fait 12 en tout. Ainſi *tibi* occupant la 4^e^ place, & *ſydera* la 6^e^, il y aura 108 & 12, ou 120 permutations utiles. Et *tibi* ne pourra plus occuper la 4^e^ place. 120.

1 2 3 4 5 6 7 8

*Tot VIRGO dotes tibi, cælo ſydera quot ſunt.*

Si on avance donc *tibi* à la cinquiéme, & que remettant aux derniéres *ſydera cælo*, on écrive *dotes* à la 6^e^; les 4 premiers mots recevront 24 permutations. Et il y en aura encore 24, écrivant *VIRGO* pour *dotes*. Ce qui fait 48. Et encore 48, écrivant *VIRGO* pour *cælo*. Et 48 nouvelles, ſi l'on y met *dotes*. Ce qui fait 144 en tout.

Et ſi *VIRGO* occupe la 4^e^, & *tot* la 6^e^; les 3 premiers mots recevront 6 permutations. Et il y en aura 6 autres, écrivant *quot* pour *tot*. Et encore 6, ſi l'on y met *ſunt*. Ce qui fait déja 18. Et encore 18, écrivant *cælo* pour *dotes*. Ce qui fait en tout 36. Ainſi *tibi* occupant la 5^e^ place, & *ſydera* la 7^e^, il y aura 144 & 36, ou 180 permutations utiles. Et *tibi* ne pourra plus occuper la 5^e^ place, que *ſydera* ne retourne à la 6^e^, & deux mono-ſyllabes dans les deux derniéres. 180.

1 2 3 4 5 6 7 8

*Quot ſunt, VIRGO tot tibi dotes, ſydera cælo.*

Ecrivant donc *tibi, ſydera quot ſunt* pour la fin du vers; les quatre premiers mots recevront 24 permutations. Et il y en aura encore 24, écrivant *quot* pour *ſunt*. Ce qui fait déja 48. Et encore 48, écrivant *quot* pour *tot*. Et 48 nouvelles, ſi l'on y met *ſunt*. Ce qui fait 144 en tout. Et *tibi* ne peut plus occuper la 5^e^ place. 144.

1 2 3 4 5 6 7 8

*Tot VIRGO dotes cælo tibi, ſydera quot ſunt.*



Digitized by Google

Ecrivant donc *tibi* à la 6^e^, & remettant aux deux derniéres *ſydera cœlo*, on aura 120 permutations pour les 5 premiers mots. Et encore 120, écrivant *dotes* pour *cœlo*. Et 120 nouvelles, ſi l'on y met *VIRGO*. Ainſi *tibi* occupant la 6^e^, & *ſydera* la 7^e^, il y aura 360 permutations utiles. Et *tibi* ne pourra plus occuper la 6^e^, que *ſydera* ne quitte la 7^e^, & que deux mono-ſyllabes n'occupent les deux derniéres, & encore un autre que le mot *ſydera* la 5^e^ place. Ce qui oblige, laiſſant *tibi* à la 6^e^, de faire parcourir à *ſydera* ſucceſſivement chacune des 4 premiéres. Mais on ne peut l'écrire à la 4^e^, & *tibi* à la 6^e^, qu'un mono-ſyllabe n'occupe la 5^e^.

360. 1 2 3 4 5 6 7 8
*Quot, VIRGO dotes tot ſunt tibi, ſydera cœlo.*

Ecrivant donc pour la fin du vers *ſydera quot, tibi ſunt tot*; on aura 6 permutations pour les 3 premiers mots; & 6 nouvelles écrivant *ſunt* pour *tot*. Ce qui fait déja 12. Et encore 12, écrivant *tot* pour *quot*. Et 12 autres, ſi l'on y met *ſunt*. Ce qui fait 36 en tout. Et *ſydera* ne peut plus occuper la 4^e^ place, que *tibi* n'avance à la 7^e^.

36. 1 2 3 4 5 6 7 8
*Dotes VIRGO, cœlo ſydera quot, tibi ſunt tot.*

Ecrivant donc *ſydera* à la 3^e^, & dans la 4^e^ & 5^e^ un mono-ſyllabe & un mot de deux ſyllabes, comme *quot cœlo*; on aura 2 permutations pour les 2 premiers mots. Et 2 autres, écrivant *quot* pour *cœlo*. Ce qui fait déja 4. Et encore 4, écrivant *ſunt* pour *tot*, ce qui fait 8. Et 8 nouvelles, écrivant *dotes* pour *cœlo*. Et encore 8, ſi l'on y met *VIRGO*. Ce qui fait 24 en tout. Et encore 24, écrivant *tot* pour *quot*. Et 24 autres ſi l'on y met *ſunt*. Ce qui fait en tout 3 fois 24, ou 72. Et *tibi* demeurant à la 6^e^ place, *ſydera* ne peut plus occuper la 3^e^. Et il ne peut auſſi occuper la 2^de^, qu'un mot de deux ſyllabes n'occupe la premiére.

72. 1 2 3 4 5 6 7 8
*Dotes VIRGO, ſydera quot cœlo, tibi ſunt tot.*

Ecrivant donc *dotes ſydera* au commencement, & *tibi ſunt tot* à la fin du vers; les 3 mots qui reſtent recevront 6 permutations. Et il y en aura 6 autres, écrivant *ſunt* pour *tot*. Ce qui fait déja 12. Et encore 12, écrivant *cœlo* pour *dotes*. Et 12 autres, ſi l'on y met *VIRGO*. Ce qui fait 3 fois 12, ou 36. Et 36 nouvelles, écrivant *tot* pour *quot*; & encore 36, ſi l'on y met *ſunt*. Ce qui fait en tout 3 fois 36, ou 108. Et *tibi* demeurant encore à la 6^e^ place, *ſydera* ne peut plus occuper que la premiére.

108. 1 2 3 4 5 6 7 8
*Dotes, ſydera quot cœlo, VIRGO tibi ſunt tot.*

Ecrivant donc *ſydera* à la 1^ere^ place, & *tibi ſunt tot* à la fin du vers; on aura 24 permutations pour les 4 mots qui reſtent. Et 24 autres, écrivant *ſunt* pour *tot*. Ce qui fait déja 48. Et 48 nouvelles, écrivant *tot* pour *quot*. Et encore 48, ſi l'on y met *ſunt*. Ce qui fait en tout 3 fois 48, ou 144. Et *ſydera* ne peut plus occuper aucune place, que *tibi* n'avance à la 7^e^.

144. 1 2 3 4 5 6 7 8
*Sydera quot cœlo, VIRGO dotes tibi ſunt tot.*

Digitized by Google

Ecrivant donc *ſydera* à la 1ere place, & *tibi VIRGO* dans les deux derniéres ; on aura 120 permutations pour les 5 mots qui reſtent. Et 120 autres, écrivant *cælo* pour *VIRGO*. Et encore 120, ſi l'on y met *dotes*. Ce qui fait en tout 3 fois 120, ou 360. Et *ſydera* ne peut plus occuper la premiére place, qu'un mono-ſyllabe n'occupe la 8e, & *VIRGO* la 6e.

1 2 3 4 5 6 7 8 360.
*Sydera quot cælo, dotes tot ſunt tibi VIRGO.*

Ecrivant donc encore *ſydera* à la premiére place, & *VIRGO tibi ſunt* à la fin du vers ; on aura 24 permutations pour les 4 mots qui reſtent. Et 24 nouvelles, écrivant *tot* pour *ſunt*. Et encore 24, ſi l'on y met *quot*. Ce qui fait en tout 72. Et *ſydera* ne peut plus occuper la premiére place. Et il ne peut plus occuper auſſi la ſeconde, qu'en mettant à la premiére un mot de deux ſyllabes.

1 2 3 4 5 6 7 8 72.
*Sydera quot cælo, dotes tot VIRGO tibi ſunt.*

Ecrivant donc *cælo ſydera* au commencement, & *VIRGO tibi ſunt* à la fin du vers ; on aura 6 permutations pour les 3 mots qui reſtent. Et encore 6, écrivant *dotes* pour *cælo*. Ce qui fait déja 12. Et 12 nouvelles, écrivant *tot* pour *ſunt*. Et encore 12, ſi l'on y met *quot*. Ce qui fait 3 fois 12, ou 36 en tout.

1 2 3 4 5 6 7 8 36.
*Cælo ſydera quot, dotes tot VIRGO tibi ſunt.*

Et écrivant encore *cælo ſydera* au commencement, & *tibi VIRGO* à la fin du vers ; on aura 24 permutations pour les 4 mots qui reſtent. Et encore 24, écrivant *dotes* pour *cælo*. Ce qui fait déja 48. Et 48 nouvelles, écrivant *cælo* pour *VIRGO*. Et 48 autres, ſi l'on y met *dotes*. Ce qui fait en tout 3 fois 48, ou 144. Et *ſydera* ne peut plus occuper la ſeconde place. Et il ne peut auſſi occuper la 3e, qu'en mettant un mono-ſyllabe dans chacune des deux premiéres, ou dans chacune un mot de deux ſyllabes.

1 2 3 4 5 6 7 8 144.
*Cælo ſydera quot, dotes ſunt tot tibi VIRGO.*

Ecrivant donc *quot ſunt ſydera* au commencement, & *tibi VIRGO* à la fin du vers ; on aura 6 permutations pour les 3 mots qui reſtent. Et encore 6, écrivant *quot* pour *ſunt*. Ce qui fait déja 12. Et encore 12, écrivant *quot* pour *tot*. Et 12 nouvelles, ſi l'on y met *ſunt*. Ce qui fait 36 en tout. Et 36 autres, écrivant *dotes* pour *VIRGO*. Et encore 36, ſi l'on y met *cælo*. Ce qui fait 3 fois 36, ou 108 en tout.

Et ſi l'on écrit *cælo dotes* pour *quot ſunt*, on aura 6 permutations pour les 3 mots *quot ſunt tot*. Et encore 6, écrivant *dotes* pour *cælo*. Ce qui fait déja 12. Et 12 nouvelles, écrivant *cælo* pour *VIRGO*. Et encore 12, ſi l'on y met *dotes*. De ſorte qu'il y aura en tout 108 & 3 fois 12, ou 144 permutations utiles. Et *ſydera* ne pourra plus occuper la 3e place, qu'un mono-ſyllabe n'occupe la derniére, & *VIRGO* la 6e.

1 2 3 4 5 6 7 8 144.
*Quot ſunt ſydera cælo, tot dotes tibi VIRGO.*



Digitized by Google

Ecrivant donc *tot*, *quot ſydera* au commencement, & *VIRGO tibi ſunt* à la fin du vers; on aura 2 permutations pour les 2 mots qui reſtent. Et 2 autres, écrivant *tot* pour *quot*. Ce qui fait déja 4. Et 4 autres, écrivant *tot* pour *ſunt*. Et encore 4, ſi l'on y met *quot*. Ce qui fait 12 en tout. Et encore 12, écrivant *cœlo dotes* pour *tot quot*. Et ainſi il y aura 2 fois 12, ou 24 permutations utiles. Et *ſydera* ne pourra plus occuper la 3^e^ place. Et il ne pourra pas occuper auſſi la 4^e^ place, & un mono-ſyllabe la 8^e^, que Virgo n'occupe la 6^e^, & un mot de deux ſyllabes la 5^e^ place.

24. 1 2 3 4 5 6 7 8
*Tot, quot ſydera cœlo, dotes VIRGO tibi ſunt.*

Ecrivant donc *ſydera*, *dotes VIRGO tibi ſunt* à la fin du vers; on aura 6 permutations pour les 3 mots qui reſtent. Et 6 autres, écrivant *cœlo* pour *dotes*. Ce qui fait déja 12. Et encore 12, écrivant *tot* pour *ſunt*. Et 12 nouvelles, ſi l'on y met *quot*. Ce qui fait 36 en tout.

36. 1 2 3 4 5 6 7 8
*Tot, cœlo quot ſydera, dotes VIRGO tibi ſunt.*

Et écrivant *tibi VIRGO* à la fin du vers, & *ſydera* à la 4^e^ place; un monoſyllabe comme *tot*, & un mot de deux ſyllabes comme *dotes*, occupent néceſſairement la 5^e^ & 6^e^ place. Ce qui donne 2 permutations. Et il y en a 2 autres, écrivant *quot* pour *tot*. Et 2 nouvelles, ſi l'on y met *ſunt*. Ce qui fait déja 6. Et encore 6, écrivant *VIRGO* pour *cœlo*. Et 6 nouvelles, ſi l'on y met *dotes*. Ce qui fait en tout 3 fois 6, ou 18. Et 18 autres, écrivant *dotes* pour *VIRGO*. Ce qui fait 36. Et encore 36, écrivant *quot* pour *ſunt*. Et 36 nouvelles, ſi l'on y met *cœlo*. Ce qui fait 3 fois 36, ou 108. Et encore 108, écrivant *quot* pour *cœlo*. Et ainſi il y a 2 fois 108, ou 216 permutations. Et *ſydera* ne peut plus occuper la 4^e^ place.

216. 1 2 3 4 5 6 7 8
*Quot cœlo ſunt ſydera, tot dotes tibi VIRGO.*

Si on avance donc *ſydera* à la 5^e^, & qu'un mot de deux ſyllabes occupe la 8^e^, comme *VIRGO*; un mono-ſyllabe comme *ſunt* occupe la 6^e^. Et alors on reçoit 24 permutations pour les 4 premiers mots. Et 24 autres, écrivant *quot* pour *ſunt*. Et encore 24, ſi l'on y met *tot*. Ce qui fait déja 72. Et 72 nouvelles, écrivant *dotes* pour *VIRGO*. Et encore 72, ſi l'on y met *cœlo*. Ce qui fait en tout 3 fois 72, ou 216.

216. 1 2 3 4 5 6 7 8
*Tot dotes, quot cœlo ſydera, ſunt tibi VIRGO.*

Enfin écrivant *ſydera*, *VIRGO tibi ſunt* à la fin du vers; on aura pour les 4 premiers mots 24 permutations. Et encore 24, écrivant *tot* pour *ſunt*. Et 24 autres, ſi l'on y met *quot*. Ce qui fait en tout 72 permutations. Et parce que *ſydera* & *tibi* ont parcouru toutes les places en toutes les maniéres poſſibles, ou autant que les régles du vers héxamétre ont pû le permettre, ſans avoir pourtant égard aux céſures; il eſt viſible que l'on a découvert toutes les permutations utiles: & que ſi l'on raſſemble tous les nombres qu'on a découverts, leur ſomme entiére 3276 apprendra que parmi toutes les 40320 permutations poſſibles des 8 mots pris tous enſemble ou

Digitized by Google

huit à huit, il s'en trouve au juſte 3276, dont chacune eſt un vers héxamétre. Et il en reſte 37044, dont aucune ne peut former de ces ſortes de vers.

Une partie conſidérable de la méthode obſervée pour ces vers peut être employée, pour éviter la pluſpart des permutations inutiles, lorſqu'on veut chercher des anagrammes.

1 2 3 4 5 6 7 8 *ſomme entiére* 3276

*Tot dotes, cœlo quot ſydera, VIRGO tibi ſunt.*

## XI PROBLEME.

21. *POur trouver toutes les combinaiſons poſſibles de certaines choſes, dont quelques-unes ſont égales, ou les mêmes.*

On déſignera les mêmes par les mêmes lettres, & les autres par diverſes autres lettres; & prenant [b] tous les produits alternatifs de ces mêmes lettres; ou leur [c] nombre, ſi l'on n'en veut ſçavoir que le nombre; la queſtion ſera reſoluë. Et ſi l'on y veut ajoûter le nombre des diverſes choſes, on aura la ſomme entiére de tous les choix, & de toutes les combinaiſons poſſibles qu'elles peuvent fournir; en ſuppoſant toûjours que nulle ne puiſſe être plus de fois dans une combinaiſon qu'elle n'eſt propoſée. b. 6. c. 7.

### Premier exemple.

Pour trouver le nombre de tous les choix & des combinaiſons de 8 choſes *a, a, b, b, b, c, c, d*, j'ajoûte 1 au nombre 2 des égales *a* & *a*. Et j'ai 3, que je prens 3 fois pour les trois égales *b, b, b*; & raſſemblant 3 & 9, j'auray 12, que je prendray 2 fois pour les égales *c* & *c*. Et raſſemblant encore 3, 9, 24, j'auray, 36 que je prendray ſeulement 1 fois pour la ſeule choſe *d*. Et tous ces nombres enſemble 3, 9, 24, 36, formeront le nombre 70; & 70 moins 1, ou 69, ſera le nombre des choix & des combinaiſons des 8 choſes propoſées.

### Second exemple.

Et pour trouver celuy des choix & des combinaiſons des 14 choſes, *a, a, a, a, a, b, b, b, b, c, c, d, d, d*, aiant ajoûté 1 au nombre 5 des égales *a, a, a, a, a*, on aura 6; & prenant ce nombre 4 fois pour les 4 égales *b, b, b, b*, on aura 24. Et raſſemblant 6 & 24, on aura 30, que l'on prendra 2 fois pour les deux égales *c* & *c*. Et raſſemblant 6, 24, 60, on aura 90, que l'on prendra 3 fois pour les 3 égales *d, d, d*. Et tous ces nombres enſemble, 6, 24, 60, 270, donneront 360. Et 360 moins 1, ou 359, eſt le nombre des choix & des combinaiſons des 14 choſes.

## XII PROBLEME.

22. *ET pour trouver toutes les permutations de ces mêmes choſes dont certaines ſont égales ou les mêmes.*

On en cherchera toutes les [b] combinaiſons. Et chacune en particulier ſera [c] permutée autant de fois qu'on le pourra. b. 21. c. 12.



Digitized by Google

## XIII PROBLEME.

23. *ET pour trouver le nombre seul des permutations de ces mêmes choses prises toutes ensemble, comme lorsqu'on veut former des anagrammes.*

b. 17. On prendra chaque nombre des [b] permutations que recevroient les choses semblables prises toutes ensemble, si elles étoient toutes différentes; & ensuitte le produit de tous ces nombres. Et cherchant aussi le nombre des permutations [b] des choses proposées, si elles étoient toutes différentes & prises toutes ensemble; on divisera ce nombre par le produit qu'on aura trouvé. Et l'exposant résoudra la question. Les exemples pourront éclaircir & fixer ces régles.

### PREMIER EXEMPLE.

Pour sçavoir combien de divers nombres on peut exprimer avec les chiffres 5, 5, 8, 8, 8, pris tous ensemble. Je prens 2 pour les permutations que recevroient 5 & 5, s'ils étoient différens; & 6 pour celles que recevroient 8, 8, 8, s'ils étoient aussi tous différens; & le plan 12 des nombres 2 & 6, ou qui vaut 2 fois 6. Et prenant ensuitte 120, ou le nombre des permutations que recevroient 5, 5, 8, 8, 8, s'ils étoient différens; je divise 120 par 12, & l'exposant 10 est le nombre de tous ceux que peuvent exprimer les 5 chiffres ensemble qu'on propose. Et ces 10 nombres différens sont ceux-ci 55888, 58885, 88855 58858, 58588, 85885, 88585, 85858, 85588, 88558.

### SECOND EXEMPLE.

Et pour sçavoir combien de divers nombres on peut exprimer avec les 6 chiffres 4, 4, 5, 5, 8, 8, pris aussi tous ensemble. Je prens 2 pour les permutations que recevroient 4 & 4, s'ils étoient différens. Et pareillement 2 pour les deux 5 & 5; & encore 2 pour les deux 8 & 8. Et le solide 8 de ces trois nombres 2, 2, 2. Et prenant ensuitte le nombre 720 des permutations de 6 diverses choses prises toutes ensemble, à cause des 6 chiffres; je divise 720 par le solide 8. Et l'exposant 90 marque combien on peut exprimer de nombres différens avec les 6 chiffres qu'on propose pris tous ensemble, ou 6 à 6. Et il y en aura 30 qui commenceront par 8; & 30 qui commenceront par 5; & 30 autres qui commencent par 4, & qui sont ceux qu'on expose ici.

445588. 445858. 445885. 448558. 448585. 448855. 454588. 454858. 454885. 455488. 455848. 455884. 458458. 458485. 458548. 458584. 458845. 458854. 484558. 484585. 484855. 485458. 485485. 485548. 485584. 485845. 485854. 488455. 488545. 488554.

### TROISIEME EXEMPLE.

Le Pére Taquet Jésuite propose une régle en ces termes pour les permutations.

» Si dans le nombre déterminé des choses quelques-unes sont les mê-
» mes, comme si l'on donne ce terme *Ignatius* composé de 8 lettres, dont

deux *i* & *i* ſont les mêmes, le nombre des permutations ſera découvert par « cette régle du Pére Kircher. «

Que le nombre des permutations du tout ſoit diviſé par le nombre des « permutations qui peuvent recevoir les choſes ſemblables, & l'expoſant « donnera ce qu'on cherche. «

Les lettres, par exemple, de ce terme *Ignatius* recevroient juſques à « 40380 diverſes permutations, ſi elles étoient toutes différentes. Mais par- « ceque deux *i* & *i* ſont les mêmes, & que 2 choſes différentes peuvent re- « cevoir deux permutations; on diviſera 40320 par 2, & l'expoſant 20160 « ſera le nombre de toutes les permutations poſſibles des 8 lettres, qui com- « poſent le nom *Ignatius*. «

Cette régle me paroît défectueuſe. Car ayant propoſé les ſix lettres *a*, *a*, *b*, *b*, *c*, *c*, Elles recevroient 720 permutations, ſi elles étoient toutes différentes. Et comme les deux *a* & *a* ſont les mêmes, & encore les deux *b* & *b* les mêmes, & les deux *c* & *c* pareillement les mêmes; ſi on veut que le nombre des permutations des lettres ſemblables, ou des mêmes lettres, ſoit 6 qui comprend 2 plus 2 plus 2: Ayant diviſé 720 par 6, l'expoſant ſera 120. Et ſi on veut que le nombre des permutations des lettres ſemblables ſoit 9, parceque les trois *a*, *b*, *c*, reçoivent les 9 permutations *aa*, *ab*, *ac*, *ba*, *bb*, *bc*, *ca*, *cb*, *cc*. Ayant diviſé 720 par le nombre 9, l'expoſant ſera 80. Et cependant ni 120 ni 80 ne peut être le nombre qui réſout la queſtion. De ſorte que la régle de ces deux Auteurs ne peut ſervir qu'en certaines rencontres, comme lorſqu'une ſeule des lettres eſt priſe pluſieurs fois. Mais celle du Problême ſert généralement pour toutes ces ſortes de permutations.

## XIV PROBLEME.

24. *Pour trouver toutes les combinaiſons de diverſes choſes, lorſque chacune peut revenir ou être priſe autant de fois qu'on voudra.*

On déſignera par une lettre chacune des choſes, & on multipliera la premiére par elle-même, & par chacune de celles qui la ſuivent, & la ſeconde par elle-même & par chacune de celles qui la ſuivent, & la 3^e par elle-même & par chacune de celles qui la ſuivent. Et ainſi du reſte. Ce qui donnera déja toutes les combinaiſons des choſes priſes deux à deux. Et enſuitte on multipliera tous ces divers plans par la premiére *a*. Et tous ceux, où n'eſt point la premiére par la ſeconde *b*. Et tous ceux, où n'eſt aucune des deux premiéres, par la 3^e *c*. Et ceux, où n'eſt aucune des trois premiéres, par la 4^e *d*. Et ainſi du reſte. Ce qui donnera toutes les combinaiſons des choſes priſes trois à trois. Et on multipliera pareillement tous ces divers ſolides par la premiére *a*. Et tous ceux, où n'eſt point la premiére, par la ſeconde *b*. Et tous ceux, où n'eſt aucune des deux premiéres par la 3^e *c*. Et ainſi du reſte. Ce qui donnera toutes les combinaiſons poſſibles des choſes priſes quatre à quatre; qui ſerviront à leur tour de la même ſorte pour trouver celles de ces mêmes choſes priſes cinq à cinq. Et ainſi de ſuitte juſques à l'infini.

Digitized by Google

EXEMPLE.

Pour trouver tous les divers mélanges que l'on pourroit faire avec divers grains ; comme de froment, de ſeigle, d'orge, d'avoine, en prenant de chaque eſpece tant & ſi peu qu'on voudra. Je nomme *a* chaque grain de froment, & *b* chacun des grains de ſeigle, & *c* chaque grain d'orge, & *d* chacun d'avoine. Et je multiplie *a* par *a*, & par *b*, & par *c*, & par *d* ; & *b* par *b*, & par *c*, & par *d* ; & *c* par *c*, & par *d* ; & *d* par *d*. Et chacun des 10 plans *aa*, *ab*, *ac*, *ad*, *bb*, *bc*, *bd*, *cc*, *cd*, *dd*, par *a* ; & chacun des 6, où n'eſt point *a*, par *b* ; & par *c* chacun des trois, où n'eſt point *a*, ni *b* ; & par *d* le ſeul *dd*, où n'eſt point *a*, ni *b*, ni *c*. Et chacune des 20 nouvelles combinaiſons par *a* ; & par *b* les 10, où n'eſt point *a* ; & par *c* les 6, où n'eſt point *a*, ni *b* ; & par *d* les 3, où n'eſt point *a*, ni *b*, ni *c* ; & $d^3$ par *d*. Ce qui fournit 35 nouvelles combinaiſons, qui ſervent à leur tour pour en trouver 56 nouvelles. Et ainſi de ſuitte juſqu'à l'infini. De ſorte qu'il y a 10 mélanges poſſibles de ces ſortes de grains pris ſeulement deux à deux. Et 20 poſſibles étant pris trois à trois. Et 35 quatre à quatre, &c.

4 choſes ( *a. b. c. d.* 10 *mélanges deux à deux* ( *aa. ab. ac. ad. bb. bc. bd. cc. cd. dd.*
20 *mélanges trois à trois* { $a^3$ *aab. aac. aad. abb. abc. abd. acc. acd. add.* $b^3$. *bbc. bbd. bcc. bcd. bdd.* $c^3$. *ccd. cdd.* $d^3$.

35 *mélanges quatre à quatre* { $a^4$. $a^3b$. $a^3c$. $a^3d$. *aabb. aabc. aabd. aacc. aacd. aadd.* $ab^3$. *abbc. abbd. abcc. abcd. abdd.* $ac^3$. *accd. acdd.* $ad^3$. $b^4$. $bc^3$. $bd^3$. *bbcc. bbcd. bbdd.* $bc^3$. *bccd. bcdd.* $bd^3$. $c^4$. $c^3d$. *ccdd.* $cd^3$ $d^4$.

## COROLLAIRE ET PROBLEME XV.

25. *ET pour connoître les nombres ſeuls de ces ſortes de combinaiſons, où chaque choſe peut être priſe ou revenir pluſieurs fois.*

On choiſira dans la ſeconde Table le rang perpendiculaire, ou l'ordre des nombres, dont la ſeconde cellule renferme le nombre des choſes propoſées. Et la même cellule ou le même nombre ſera celuy des choix ſimples des choſes ; & la ſuivante ou troiſiéme du même ordre, ou du même rang perpendiculaire, ſera celuy de leurs combinaiſons étant priſes deux à deux. Et la $4^e$, de leurs combinaiſons étant priſes à trois. Et la $5^e$, de leurs combinaiſons étant priſes quatre à quatre. Et ainſi de ſuitte juſques à l'infini.

EXEMPLE.

Pour ſçavoir le nombre des combinaiſons des 4 choſes *a*, *b*, *c*, *d*, répétées comme dans les mélanges autant de fois qu'on voudra. Je prens le $4^e$ rang perpendiculaire, où 4 eſt dans la ſeconde cellule. Et ce nombre 4, qui eſt le ſecond des nombres du $3^e$ ordre, eſt celuy des choix ſimples des choſes propoſées. Et le ſuivant ou $3^e$ 10 du même ordre, celuy de leurs 10 mélanges étant priſes deux à deux, en répetant les mêmes ſi l'on veut. Et le $4^e$ 20, de leurs mélanges ſemblables étant priſes trois à trois. Et le $5^e$ 35, de leurs

Digitized by Google

leurs mélanges quatre à quatre, & le 6^e 56, étant prises cinq à cinq. Et le 7^e 84, étant prises six à six. Et ainsi de suitte jusques à l'infini.

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *4 choses mélangées* | 1 à 1. | 2 à 2. | 3 à 3. | 4 à 4. | 5 à 5. | 6 à 6. | 7 à 7. | 8 à 8. | 9 à 9. | 10. à 10. |
| *Nombres des combinaisons* | 1. | 4. | 10. | 20. | 35. | 56. | 84. | 120. | 165. | 220. 286. |

Et s'il y avoit 5 choses, on prendroit de la même sorte les nombres du 4^e ordre dont 5 est le second. Et comme on peut augmenter jusqu'à l'infini tous les divers mélanges de ces mêmes choses, les divers nombres de combinaisons peuvent être aussi continuez jusques à l'infini.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *5 choses mélangées* | 1 à 1. | 2 à 2. | 3 à 3. | 4 à 4. | 5 à 5. | 6 à 6. | 7 à 7. | 8 à 8. &c. |
| *Nombres des combinaisons* | 1. | 5. | 15. | 35. | 70. | 126. | 210. | 330. 495. &c. |

## XVI PROBLEME.

26. *Et pour trouver enfin toutes les permutations possibles de ces sortes de choses, dont chacune peut estre prise ou revenir autant de fois qu'on voudra.*

On désignera aussi chacune par une lettre, & on appliquera successivement chaque lettre avant chacune: Ce qui donnera déja toutes les permutations des choses prises deux à deux. Et ensuitte on appliquera successivement chaque lettre avant chacune de ces permutations: Ce qui donnera aussi toutes les permutations des choses prises trois à trois. Et on appliquera en même sorte chaque lettre avant chacune de ces permutations: Ce qui fournira toutes celles des choses prises quatre à quatre; qui serviront à leur tour de la même sorte, pour trouver toutes celles de ces mêmes choses prises cinq à cinq. Et ainsi du suitte jusques à l'infini. L'exemple qu'on propose pourra fixer & éclaircir ces régles.

### Exemple.

Pour trouver toutes les permutations possibles des cinq voyelles, *a*, *e*, *i*, *o* *v*, répétées ou prises chacune autant de fois qu'on voudra. J'écris avant chacune la premiére *a*, & ensuitte la seconde *e*, & pareillement la troisiéme *i*, & aussi la quatriéme *o*, & à son tour la cinquiéme *v*. D'où je tire 5 fois 5, ou 25 permutations de ces voyelles prises seulement deux à deux. Et écrivant *a* de de la même sorte avant chacune de ces permutations, & ensuitte *e*, & à son tour la troisiéme *i*, & pareillement *o*, & aussi la cinquiéme ou la derniere *v*; je trouve 5 fois 25, ou 125 permutations des 5 voyelles prises trois à trois, qui en fourniſſent à leur tour & de la même sorte 5 fois 125, ou 625 des mêmes voyelles prises quatre à quatre. Et ainsi de suitte jusques à l'infini.

*voyez la page suivante.*



Digitized by Google

5 voyelles (*a*, *e*, *i*, *o*, *v*.

25 permutations deux à deux.

*aa. ae. ai. ao. av. ea. ee. ei. eo. ev. ia. ie. ii.*
*io. iv. oa. oe. oi. oo. ov. va. ve. vi. vo. vv.*

125 permutations trois à trois.

*a³. aae. aai. aao. aav. aea. aee. aei. aeo. aev. aia. aie. aii.*
*aio. aiv. aoa. aoe. aoi. aoo. aov. ava. ave. avi. avo. avv.*
*eaa. eae. eai. eao. eav. eea. e³. eei. eeo. eev. eia. eie. eii.*
*eio. eiv. eoa. eoe. eoi. eoo. eov. eva. eve. evi. evo. evv.*
*iaa. iae. iai. iao. iav. iea. iee. iei. ieo. iev. iia. iie. i³.*
*iio. iiv. ioa. ioe. ioi. ioo. iov. iva. ive. ivi. ivo. ivv.*
*oaa. oae. oai. oao. oav. oea. oee. oei. oeo. oev. oia. oie. oii.*
*oio. oiv. ooa. ooe. ooi. o³. oov. ova. ove. ovi. ovo. ovv.*
*vaa. vae. vai. vao. vav. vea. vee. vei. veo. vev. via. vie. vii.*
*vio. viv. voa. voe. voi. voo. vov. vva. vve. vvi. vvo. v³.*

&c.

## COROLLAIRE ET PROBLEME XVII.

27 ET pour trouver les nombres ſeuls de ces permutations de diverſes choſes, dont chacune peut être priſe ou répétée autant de fois qu'on voudra. Celuy des choſes ſera le nombre des choix ſimples que l'on en peut faire. Et la ſeconde puiſſance, ou le quarré de ce même nombre, ſera celuy de toutes les permutations des choſes priſes ſeulement deux à deux. Et la 3ᵉ puiſſance, ou le cube de ce nombre des choſes, celuy de leurs permutations étant priſes trois à trois. Et ſa 4ᵉ, ou 5ᵉ, ou 6ᵉ, ou 7ᵉ puiſſance; de leurs permutations étant priſes quatre à quatre, ou cinq à cinq, ou ſix à ſix, ou ſept à ſept; & ainſi de ſuitte juſques à l'infini.

### PREMIER EXEMPLE.

Pour ſçavoir combien les 10 chiffres pris un à un, deux à deux, trois à trois, & ainſi de ſuitte juſques à dix à dix, peuvent exprimer de différens nombres, chacun d'eux étant répété. Le nombre 10 ſera celuy des choix ſimples des 10 chiffres. Et ſon quarré 100 de leurs permutations deux à deux. Et le cube 1000 de leurs permutations étant pris trois à trois. Et 10000 quatre à quatre. Et 100000 cinq à cinq. Et 1000000 ſix à ſix. Et 10000000 ſept à ſept. Et 100000000 huit à huit Et 1000000000 neuf à neuf. Et 10000000000 dix à dix. Et raſſemblant tous ces divers nombres, leur ſomme entiére 11111111110 eſt le nombre des choix ſimples & des permutations des chiffres pris un à un, & deux à deux, & trois à trois, & ainſi de ſuitte juſques à dix à dix. Mais comme entre dix, ou de dix en dix, il s'en trouve un qui commence par o; ſi on diviſe ce nombre par 10. & que l'expoſant 11111111111 en ſoit retranché, le reſte 9999999999 ſera le nombre de tous les divers nombres que peuvent exprimer les 10 chiffres étant pris comme on le ſuppoſe. Et en effet depuis 1 juſques au nombre 10000000000,

Digitized by Google

qui eſt le moindre de tous les nombres exprimez par onze caractéres, il y en a au juſte juſques à 99999999999, qui ne peuvent être exprimez par plus de dix caractéres.

### Second exemple.

Pour trouver toutes les permutations des 24 lettres répétées & priſes deux à deux, & trois à trois, & quatre à quatre, & ainſi de ſuitte juſques à 24 à 24. On prendra premiérement 24, & enſuitte ſon quarré 576, & ſon cube 13824, & ſes puiſſances $4^e$, $5^e$, $6^e$, $7^e$, & autres conſecutives, juſques à la $24^e$. Et raſſemblant tous ces divers nombres, leur ſomme entiére 139172428888725299942512849340220 0 marquera le nombre des choix ſimples & des permutations des 24 lettres priſes & répétées ainſi qu'on le ſuppoſe. Et ce nombre eſt ſi vaſte, quoi qu'il ne rempliſſe pas une ligne entiére, que ſi toutes les minutes du temps compris depuis la Création du Monde juſques à plus de cent mille ans d'ici, étoient changées chacune en mille millions de fois cent mille millions de ſiécles; il y auroit encore moins de ſiécles dans toute cette affreuſe durée, qu'il n'y auroit de permutations des 24 lettres dans la ſuppoſition. Car tout le nombre des ſiécles immenſes dont je parle, en ſuppoſant même déja 10 mille ans écoulez juſqu'à nous depuis la Création du Monde, quoi qu'il n'y en ait pas encore 6000, monteroit à un nombre B, que le nombre ou la ſomme entiére des permutations ſurpaſſe encore du grand nombre C.

| | |
|---|---|
| *choix ſimples* | 24 |
| *deux à deux* | 576 |
| *trois à trois* | 13824 |
| *quatre à quatre* | 331776 |
| *cinq à cinq* | 7962624 |
| *ſix à ſix* | 191102976 |
| *ſept à ſept* | 4586471424 |
| *huit à huit* | 110075314176 |
| *neuf à neuf* | 2641807540224 |
| *dix à dix* | 63403380965376 |
| *onze à onze* | 1521681143169024 |
| *douze à douze* | 36520347436056576 |
| *treize à treize* | 876488338465357824 |
| *quatorze à quatorze* | 21035721012368587776 |
| *quinze à quinze* | 504857282956046106624 |
| *ſeize à ſeize* | 12116574790945106558976 |
| *dix-ſept à dix-ſept* | 290797794981682557415424 |
| *dix-huit à dix-huit* | 6979147079584381377970176 |
| *dix-neuf à dix-neuf* | 167499529910025153071284224 |
| *ving à ving* | 4019988717840603673710821376 |
| *ving-un à ving-un* | 96479729228174488169059713024 |
| *ving-deux à ving-deux* | 2315513501476187716057433112576 |
| *ving-trois à ving-trois* | 55572324035428505185378394701824 |
| *ving-quatre à ving-quatre* | 1333735776850284124449081472843776 |
| *ſomme entiére* | 139172428888725299942512849340220 0 A |
| *ôter* | 57816000000000000000000000000000 B |
| *reſte* | 81356428888725299942512849340220 0 C |

# NOUVEAUX ELEMENS DES MATHEMATIQUES.

## *LIVRE SIXIEME.*

### DE LA DIVISION GENERALE *DES GRANDEURS.*

#### Definitions.

JE nomme *grandeur entiére* toute grandeur où l'on ne conçoit aucun partage, & même chacun des nombres entiers.

Et j'appelle *diviſeur entier*, ou ſimplement *diviſeur* ou *meſure* d'un nombre ou d'une grandeur entiére, chaque nombre entier qui peut diviſer au juſte le nombre, ou chaque grandeur entiére qui peut diviſer la grandeur éxactement & ſans reſte, & même l'unité. Ainſi 1 & 2 & 3 & 6 ſeront chacun un diviſeur ou une meſure du nombre 6; parce qu'il y a 6 fois 1 au juſte dans 6, & auſſi 2 fois 3, & encore 1 fois 6. Et pareillement 1, *a*, *b*, *ab*, ſont chacune un diviſeur ou une meſure de la grandeur *ab*; parceque diviſant *ab* par 1, l'expoſant eſt *ab*; & le diviſant par *b*, l'expoſant eſt *a*; & le diviſant par *ab*, l'expoſant eſt 1. Et pareillement 1, $a+b$, $a-b$, $aa-bb$, ſont chacune un diviſeur ou une meſure de la grandeur $aa-bb$; puiſque diviſant $aa-bb$ par 1, & par $a+b$, & par $a-b$, & par $aa-bb$; le premier expoſant eſt $aa-bb$, & le ſecond $a-b$, & le troiſiéme $a+b$, & le quatriéme 1.

Digitized by Google

Et je nommerai auſſi *diviſeur commun* ou *meſure commune* de divers nombres, ou de diverſes grandeurs entiéres, tout nombre entier qui pourra diviſer chacun des divers nombres, ou toute grandeur entiére qui pourra diviſer chacune des diverſes grandeurs éxactement & ſans aucun reſte. Ainſi 1, 2, 3, 6, ſont chacun un diviſeur commun, ou une meſure commune des deux nombres 18 & 24; parce qu'on trouve en 18 qu'il y a au juſte 18 fois 1, & 9 fois 2, & 6 fois 3, & 3 fois 6; & dans 24 qu'il y a pareillement au juſte 24 fois 1, & 12 fois 2, & 8 fois 3, & 4 fois 6. Et par la même raiſon 1 & 5 ſont chacun une meſure commune, ou un diviſeur commun des trois nombres 10, 15, 25. Et pareillement 1 & *a* ſont chacune un diviſeur commun, ou une meſure commune des grandeurs *ab* & *ac*. Et 1, *a*, *b*, *ab*, chacune un diviſeur commun, ou une meſure commune des grandeurs *ab* & *ac*. Et 1, *a*, *b*, *ab*, chacune un diviſeur commun, ou une meſure commune des trois diverſes grandeurs *abc*, *abd*, *abe*. Et 1 & $a+b$ des diviſeurs communs des grandeurs $aa+2ab+bb$ & $aa-bb$ & $aa+2ab+bb+ac+bc$.

Je nommerai *nombres ſimples* ou *premiers*, ceux qu'on ne peut diviſer au juſte ou ſans reſte par aucun autre entier que par eux-mêmes ou par l'unité; comme chacun des dix 1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23.

Et tous les autres, ou ceux qui peuvent être diviſez ſans reſte par un autre entier que par eux-mêmes ou par l'unité, ſeront nommez *des nombres compoſez*; comme chacun des douze 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20.

Et on dit auſſi que ces nombres compoſez ſont *multiples* de leurs diviſeurs. Et qu'ils ſont *doubles*, s'ils les contiennent au juſte 2 fois. Et *quadruples*, ou *quintuples*, ou *ſextuples*, ou *ſeptuples*, ou *décuples*; ſi c'eſt 4 fois, ou 5 fois, ou 6 fois, ou 7 fois, ou 10 fois.

Et les diviſeurs ſont auſſi nommez *ſoûmultiples* de ceux qu'ils diviſent ſans reſte. *Soûdoubles* ou leurs *moitiez*, s'ils s'y trouvent au juſte 2 fois. Et *ſoûtriples* ou *tiers*, ſi c'eſt 3 fois au juſte. Et *ſoûquadruples* ou *quarts*, ſi c'eſt 4 fois. Et *ſouſquintuples*, *ſouſſextuples*, *ſouſſeptuples*, *ſoudécuples*; ſi c'eſt 5 fois, ou 6 fois, ou ſept fois, ou 10 fois, &c. Ou plus ſimplement *cinquiémes*, *ſixiémes*, *ſeptiémes*, *dixiémes*. Et pour les autres pareillement *huitiémes*, *neuviémes*, *onziémes*, *douziémes*, & ainſi du reſte juſques à l'infini.

On nomme *nombres pairs* tous ceux que 2 peut diviſer ſans reſte. Et *pairement pairs* ceux que 2 fois 2, ou 4, diviſe auſſi ſans reſte. Et tous ceux, que 2 ne peut diviſer ſans reſte, ſont nommez *nombres impairs*. Et on nomme encore *nombres pairement impairs*, tous ceux qui peuvent être au juſte diviſez par 2, & ne le peuvent être au juſte ou ſans reſte par 4.

| | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *Nombres pairs* | 2. | 4. | 6. | 8. | 10. | 12. | 14. | 16. | 18. | 20. | 22. | 24. 26. |
| *pairement pairs* | | 4. | | 8. | | 12. | | 16. | | 20. | | 24. |
| *Nombres impairs* | 1. | 3. | 5. | 7. | 9. | 11. | 13. | 15. | 17. | 19. | 21. | 23. 25. 27. |
| *pairement impairs* | | 2. | | 6. | | 10. | | 14. | | 18. | | 22. 26. |



Digitized by Google

Je nommerai encore en général *grandeur ſimple* toute grandeur littérale & linéaire. Et grandeur *compoſée* toute autre, ou plane, ou ſolide, ou de divers degrez. Ainſi les grandeurs $a, b, a+b, a-b$, ſeront nommées ſimples, & les grandeurs $ab$, $ab+ad$, $ab+cd$, $a^3-b^3$ ſeront appellées compoſées.

Si divers nombres n'ont point de diviſeur commun autre que l'unité, on dit qu'ils ſont *premiers entr'eux*, quoi qu'ils ſoient ſouvent compoſez en eux-mêmes. Ainſi les nombres 2 & 9 ſont premiers entr'eux, quoique 9 ſoit compoſé. Et pareillement les deux 6 & 13 ſont premiers entr'eux. Et auſſi les trois 2, 6, 25, quoique 2 & 6 aient un diviſeur commun 2. Et les quatre 8, 15, 35, 49, ſont premiers entr'eux.

Mais ſi deux nombres ont un diviſeur commun ou une meſure commune autre que l'unité; on dit qu'ils ſont *compoſez entr'eux*, quoique ſouvent l'un d'entr'eux ſoit un nombre ſimple. Ainſi les nombres 3 & 6 ſont compoſez entr'eux, quoique 3 ſoit un nombre ſimple. Et pareillement les deux 5 & 10 ſont compoſez entr'eux. Et auſſi les trois 2, 12, 18. Et les quatre 6, 18, 9, 15.

Et je dirai pareillement que les grandeurs ſont *premières entr'elles*, ſi elles n'ont aucun diviſeur commun excepté l'unité. Et qu'elles ſont *compoſées entr'elles*, ſi elles en ont quelque autre. Ainſi les grandeurs $ab$ & $cd$ ſont premiéres entr'elles; & les deux $a$ & $ab$ ſont compoſées entr'elles.

Un nombre eſt appellé *parfait*, lorſqu'il eſt parfaitement égal à tous ſes diviſeurs enſemble, qui ſont moindres que luy. Comme 6 qui eſt parfaitement égal à tous ſes diviſeurs enſemble 1, 2, 3.

## I COROLLAIRE.

1. TOute grandeur peut être diviſée ſans reſte par elle-même; puis qu'elle eſt toûjours au juſte une fois dans elle-même.

## II COROLLAIRE.

2. LE plus grand diviſeur entier de chaque grandeur eſt la grandeur même; puis qu'elle n'en peut [b] jamais contenir au juſte une autre plus grande.

b. 6. 1.

## III COROLLAIRE.

3. LE moindre diviſeur d'un nombre eſt toûjours l'unité; puis que tout autre diviſeur entier eſt toûjours un nombre, qui contient [b] au juſte pluſieurs unitez.

b. *définition.*

## IV COROLLAIRE.

4. LE plus grand diviſeur commun de deux ou de pluſieurs nombres ne ſurpaſſe jamais le [b] moindre de ces nombres, ni l'unité le plus petit [c] de leurs diviſeurs communs.

b. 2.
c. 3.

Digitized by Google

## V COROLLAIRE.

5. SI un nombre *a* meſure ou diviſe ſans reſte un autre nombre ζ, il eſt le plus grand diviſeur commun des deux *a* & ζ; parce qu'il eſt diviſeur [b] de luy-même, & qu'il n'en peut point [c] avoir un plus grand.

*a.* ζ. b. 1.
3. 12. c. 2.

## VI COROLLAIRE.

6. SI deux nombres *a* & ζ ſont compoſez entr'eux, & *a* un nombre ſimple; il eſt luy-même un [c] diviſeur de ζ. Puiſque le nombre ſimple *a*, par la [b] ſuppoſition, ne peut avoir aucun diviſeur que luy-même ou l'unité; ni par conſéquent les deux *a* & ζ aucun diviſeur commun que le nombre *a* ou 1.

*a.* ζ. b. *définition.*
3. 12. c. 5.

## VII COROLLAIRE.

7. SI deux nombres *a* & ζ ſont premiers entr'eux, & qu'un nombre *g* meſure l'un ſans reſte; ce même *g* eſt [b] premier à l'égard de l'autre. Puis qu'aucun nombre, autre que l'unité, n'en peut [b] meſurer deux qui ſont premiers entr'eux.

b. *définition.*

*a.* ζ. *g.* *a.* ζ. *g.*
6. 25. 3. 6. 25. 5.

## VIII COROLLAIRE.

8. SI un nombre ſimple *a* ne peut diviſer un nombre *y* ſans reſte; ces deux nombres *a* & ζ ſont premiers entr'eux. Puiſque le nombre *a* n'a point [b] de diviſeur que luy-même ou l'unité, ni les deux *a* & ζ par conſéquent que l'unité ſeule pour meſure commune.

b. *définition.*

*a.* ζ.
3. 16.

## IX COROLLAIRE.

9. SI une grandeur *a* meſure ou diviſe ſans reſte une autre grandeur ζ, & que la grandeur ζ en meſure auſſi ſans reſte une troiſiéme *y*; la premiére *a* meſure enſuitte la troiſiéme *y*.

Car nommant *b* l'expoſant entier de la diviſion de ζ par *a*; le produit *ab* du diviſeur *a* par l'expoſant *b* eſt [b] égal à la grandeur ζ, & peut auſſi diviſer au juſte la grandeur *y*. Si donc *c* eſt l'expoſant de la diviſion de la grandeur *y* par *ab*, ou par ζ; le produit *abc* du diviſeur *ab* par l'expoſant *c* eſt [b] égal à la grandeur *y*. Comme donc *a* meſure *abc* ſans reſte, ou que l'expoſant *bc*, qui eſt un produit des grandeurs entiéres *b* & *c*, eſt une grandeur entiére, la 1ere grandeur *a* meſure auſſi la 3e *y* au juſte ou ſans reſte.

3. 6. 30. 2. 5. 10. b. 18. 2.
*a.* ζ. *y. b. c. bc.*
*ab. abc.*

## X COROLLAIRE.

10. SI un nombre *a* diviſe au juſte un nombre ζ, & qu'un nombre *b* diviſe encore au juſte l'expoſant *y*, & un nouveau *c* l'expoſant *x*, & un quatriéme *d* l'expoſant *v*, & que le dernier expoſant *e* ſoit auſſi diviſé par luy-même; le nombre ζ eſt égal au produit *abcde* des diviſeurs ſucceſ-

Digitized by Google

ſiſs, $a, b, c, d, e$, & peut avoir pour diverſeur chacun de ces mêmes nombres, & chacun de leurs divers produits alternatifs.

b. 18. 2. Car le produit $de$ du diviſeur $d$ par le dernier expoſant $e$, eſt égal [b] au pénultiéme $v$. Et pareillement le produit $cv$, ou $cde$, du diviſeur $c$ par $v$, ou par $de$, égal [b] au pénultiéme expoſant $x$. Et le produit $bx$, ou $bcde$, eſt [b] égal à l'expoſant $y$. Et le produit $ay$, ou $abcde$, du diviſeur $a$ par $y$, ou par $bcde$, eſt égal [b] au nombre même $z$. Et les cinq diviſeurs ſucceſſifs $a, b, c, d, e$, & leurs 10 plans alternatifs $ab, ac, ad, ae, bc, bd, be, cd, ce, de$; & leurs 10 ſolides alternatifs $abc, abd, abe, acd, ace, ade, bcd, bce, bde, cde$; & leurs cinq ſurſolides alternatifs $abcd, abce, abde, acde, bcde$; & le

c. 9. produit même entier $abcde$; ſont chacun un diviſeur [c] éxact du nombre $abcde$, ou de $z$ qui eſt le même.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $abcde.$ | $bcde.$ | $cde.$ | $de.$ | $e.$ | 1. |
| $z.$ | $y.$ | $x.$ | $v.$ | $t.$ | |
| 2310. | 770. | 154. | 77. | 11. | 1. |
| 3. | 5. | 2. | 7. | 11. | |
| $a.$ | $b.$ | $c.$ | $d.$ | $e.$ | |

$ab.$ $ac.$ $ad.$ $ae.$ $bc.$ $bd.$ $be.$ $cd.$ $ce.$ $de.$
15. 6. 21. 33. 10. 35. 55. 14. 22. 77.

$abc.$ $abd.$ $abe.$ $acd.$ $ace.$ $ade.$ $bcd.$ $bce.$ $bde.$ $cde.$
30. 105. 165. 42. 66. 231. 70. 110. 385. 154.

$abcd.$ $abce.$ $abde.$ $acde.$ $bcde.$ $abcde.$
210. 330. 1155. 462. 770. 2310.

## XI COROLLAIRE.

11. TOut nombre entier $z$ eſt diviſible par un nombre ſimple.

b. 1. Car s'il eſt ſimple, il ſe peut diviſer luy-même [b] au juſte & ſans reſte. Et s'il eſt compoſé; un de ſes diviſeurs, comme $y$, eſt ſimple ou compoſé; ſi ce diviſeur eſt ſimple, c'eſt ce que l'on prétend. Et s'il eſt compoſé, un de ſes diviſeurs, comme $y$, qui eſt moindre que luy, eſt ſimple ou compoſé. Et s'il eſt encore compoſé; un des ſiens, comme $x$, moindre encore que luy eſt pareillement ou ſimple ou compoſé. Et comme on ne peut pas reïtérer de ſemblables raiſonnemens plus de fois qu'il y a d'unitez dans $y$ ou dans $x$, il en faudra venir enfin à un dernier diviſeur comme $t$ moindre que chacun de ceux qui l'auront précédé, & qui n'aura point d'autre diviſeur que luy-même ou l'unité, ou qui ſera ſimple. Mais ce nombre $t$ étant un diviſeur du diviſeur $v$,

c. 9. eſt auſſi un [c] diviſeur du précédent $x$ que le pénultiéme $v$ meſure. Et comme $x$ meſure encore le diviſeur $y$, & $y$ le premier nombre $z$, le nombre ſimple $t$ meſure [c] au juſte $y$, & [c] l'autre $z$ enſuitte que l'on a propoſé.

| $z.$ | $y.$ | $x.$ | $v.$ | $t.$ | 1. |
|---|---|---|---|---|---|
| 2310. | 770. | 154. | 77. | 11. | 1. |

## XII COROLLAIRE.

12. SI deux nombres $a$ & $z$ ſont compoſez entr'eux; quelque nombre ſimple en peut être un diviſeur commun. Parce que tout diviſeur commun $g$ des nombres $a$ & $z$ aura pour meſure

a 11. quelque [a] nombre ſimple $e$ ou $t$, qui meſure auſſi

b. 9. chacun [b] de ces mêmes $a$ & $z$.

| $a.$ | $z.$ | $g.$ | $e.$ | $t.$ |
|---|---|---|---|---|
| 12. | 30. | 6. | 2. | 3. |

## XIII COROLLAIRE.

13. SI deux nombres n'ont aucun diviſeur commun qui ſoit ſimple, ils ſont premiers entr'eux. Puiſque tous ceux qui ne ſont point premiers

Digitized by Google

miers entr'eux, ou qui ſont compoſez entr'eux, peuvent avoir [b] quelque nombre ſimple pour diviſeur commun. b. 12.

## XIV COROLLAIRE.

14. Si un nombre *a* meſure chacune des parties *z* & *y* d'un nombre; il meſure auſſi ce même nombre entier *z* + *y*. Car ſi *b* eſt l'expoſant entier de la partie *z* diviſée ſans reſte par *a*, & *c* l'expoſant entier de l'autre partie *y* auſſi diviſée par *a*; le produit *ab* eſt [b] égal à la partie *z*, & le produit *ac* à la [b] partie *y*, & tout le nombre *ab* + *ac* égal [c] au nombre entier *z* & *y*. Mais le diviſeur *a* meſure au juſte *ab* + *ac*, puiſque l'expoſant *b* + *c* eſt un nombre entier. b. 18. 2. c. 9. 1.

Et par conſéquent le même diviſeur *a* meſure auſſi *z* + *y* ſans reſte.

*ab* + *ac*.
*a*. *b*. *z* + *y*. *c*. *b* + *c*.
3. 5. 15 + 6. 2. 5 + 2 ou 7

## XV COROLLAIRE.

15. Si un nombre *a* meſure une partie *z* d'un certain nombre *x*, & qu'il n'en puiſſe meſurer l'autre partie *x* — *z* qui reſte; il ne [a] peut meſurer au juſte ce même nombre *x*. Puiſque s'il le pouvoit, il meſureroit [b] auſſi la partie *x* — *z* qui reſte. Ce qui repugne à la ſuppoſition. a. 16. 1. b. 14.

*a*. *z*. *x*. *x* — *z*
3. 21. 31. 31 — 21 *ou* 10.

## XVI COROLLAIRE.

16. Si un nombre *a* meſure un nombre *x* & ſa partie *y*; il meſure auſſi la partie *x* — *y* qui reſte. Car ſi *d* eſt l'expoſant du nombre *x* diviſé par *a*, & *b* l'expoſant de la partie *y* auſſi diviſée par *a*; le produit *ad* eſt égal [b] au nombre *x*, & le produit *ab* égal à la [b] partie *y*. Et *ad* — *ab* égale à la [c] partie *x* — *y* qui reſte. Et par conſéquent *a*, qui meſure au juſte *ad* — *ab*, puiſque l'expoſant *d* — *b* eſt un nombre entier, doit auſſi meſurer ſans reſte la partie *x* — *y*. b. 18. 2. c. 10. 1.

*a*. *x*. *y*. *x* — *y*. *d* — *b*.
3. 21. 15. 21 — 15. 7 — 5.
*ad* — *ab*.

## XVII COROLLAIRE.

17. Si deux nombres *b* & *c* ſont premiers entr'eux; chacun eſt premier à l'égard de la ſomme *b* + *c* des deux. Car nul diviſeur de *b* ne pouvant [b] eſtre un diviſeur de *c*, ſi ce n'eſt l'unité, nul auſſi que l'unité ſeule ne peut meſurer au juſte [c] la ſomme *b* + *c*, ou être un diviſeur commun des deux nombres *b* & *b* + *c*. Et nul nombre par la même raiſon ne peut être un diviſeur commun des [c] deux *c* & *b* + *c*, ſi ce n'eſt l'unité. b. *ſuppoſition*. c. 14.

*b*. *c*. *b* + *c*.
31. 7. 31 + 7 *ou* 39.

## XVIII COROLLAIRE.

18. Si deux nombres *b* & *c* ſont premiers entr'eux, & qu'on ôte une ou pluſieurs fois le moindre *c* de *b*, autant de fois, par exemple, qu'il



Digitized by Google

y a d'unitez dans *a*; le nombre *c* & le reſte *d* ſont premiers entr'eux. Car s'ils étoient compoſez entr'eux, ou qu'un nombre *e* pût être leur diviſeur com-
b. 9. mun; ce même diviſeur *e* meſureroit auſſi [b] tous les nombres *c* exprimez par
c. 14. *ac*, qu'on auroit pris dans *b*: & par une ſuitte néceſſaire [c] il meſureroit tout le nombre *b*, ou chacun des deux *b* & *c* qui ſont premiers entr'eux. Ce qui répugne à la ſuppoſition. Et par conſéquent *c* & *d*
d. 16. 1. ſont [d] premiers entr'eux.

*b. c. a. b — ac. e*
31. 7. 3. 31 — 21 ou 10. 1.
*d.*

## I THEOREME.

19. SI deux nombres *b* & *c* ſont premiers entr'eux; leur produit *bc* eſt le plus petit nombre que l'un & l'autre puiſſe diviſer au juſte ou ſans reſte.

DEMONSTRATION.

Soit *z* le plus petit des nombres que *b* & *c* meſurent l'un & l'autre ſans reſte, & *c* le moindre des deux *b* & *c*. Afin que *c* meſure les nombres *b* tous enſemble que *z* comprend au juſte, il faut que *c* étant pris dans chacun de ces nombres *b* autant de fois qu'il s'y peut trouver, les reſtes *d* puiſſent
b. 9 & 15. encore être tous enſemble [b] meſurez par *c*, ou que *c* & *d* meſurent l'un & l'autre la ſomme *y* de tous ces reſtes *d*. Et chaque *b* qui eſt dans *z* fourniſſant une fois *d* pour *y*, il eſt clair que *b* eſt au juſte autant de fois dans
c. 18. *z* que *d* dans *y*. Mais *c* & *d*, qui peuvent chacun meſurer *y*, ſont [c] premiers entr'eux. Et *d* qui meſure au juſte les nombres *c* tous enſemble que comprend *y*, étant pris dans chacun de ces nombres *c* autant de fois qu'il s'y peut trouver, meſure [b] encore la ſomme *x* de tous les reſtes *e*. Et chaque *c* qui eſt dans *y* fourniſſant auſſi une fois *e* pour *x*, il eſt clair que *c* eſt au juſte autant de fois dans *y* que le nombre *e* dans *x*. Et continuant de la même ſorte juſqu'au dernier reſte qui eſt toûjours 1, comme ici juſqu'au dernier reſte *f*; le nombre *e* qui meſure au juſte les nombres *d* tous enſemble que comprend *x* au juſte, meſure [c] encore la ſomme *v* de tous les reſtes *f*. Et *d* eſt dans *x* autant de fois au juſte que le nombre *f* dans *v*.

Mais il eſt évident que l'unité *f* n'eſt pas moins de fois dans *v* que dans *e* qui meſure *v* au juſte. Et ainſi *d* qui eſt dans *x* autant de fois au juſte que le nombre *f* dans *v*, n'eſt pas moins de fois dans *x* que l'unité dans *e*, ou
d. 8. 1. que *d* même dans le produit *de*, puiſque *d* eſt dans *de* autant de fois [d] au juſte qu'il y a d'unitez *f* dans *e*. Donc *x* n'eſt pas moindre que *de*, ni *e* par conſéquent moins de fois dans *x* que dans le produit *de*, ou qu'il y a [d] d'unitez dans *d*; le nombre *e* étant au juſte autant de fois dans *de*, qu'il y a d'unitez dans *d*. Et on prouvera en remontant de la même ſorte que *c* n'eſt pas moins de fois dans *y* que dans le produit *cd*, ou qu'il y [d] a d'unitez dans *d*. Et pareillement que *b* n'eſt pas moins de fois dans *z* que dans *bc*, ou qu'il y a [d] d'unitez dans *c*; ou ce qui revient au même, il ſera clair, que le moindre nombre *z*, que *b* & *c* puiſſent chacun meſurer au juſte, n'eſt pas moindre que leur produit *bc*, ou que *z* & *bc* ne ſont qu'un même nombre, & le plus petit que *b* & *c* puiſſent meſurer au juſte.

*b. c. bc. d. cd. e. de. f. ef.*
12. 7. 84. 5. 35. 2. 10. 1. 2.
*z. y. x. v.*

Digitized by Google

## I COROLLAIRE.

20. SI deux divers nombres *b* & *c* ſont ſimples ; leur produit *bc* eſt le plus petit nombre [b] que l'un & l'autre puiſſe meſurer au juſte. Puiſque ces deux nombres [c] ſont premiers entr'eux.

*b. c. bc.*
11. 7. 77.

b. 19. c. *définition.*

## II COROLLAIRE.

21. SI deux nombres [b] *b* & *c* meſurent au juſte l'un & l'autre un même nombre *a* ; le moindre comme *z* que chacun des deux *b* & *c* puiſſe meſurer au juſte, peut auſſi meſurer cet autre *a* ſans reſte. Car *z* ne peut ſurpaſſer *a* par la ſuppoſition. Et ſi *z* & *a* ſont égaux ; le nombre *z* ou *a* ſe meſure [b] luy-même. Et ſi *z* eſt moindre que le nombre *a* ; les deux *b* & *c*, qui meſurent *a* l'un & l'autre au juſte, meſurent auſſi tous les nombres *z* enſemble [c] qu'on pourra prendre en *a*, & encore le [d] reſte *e* s'il s'en peut trouver un. Et ainſi le nombre *z*, plus grand que le reſte *e*, n'eſt pas le moindre que chacun des deux *b* & *c* puiſſe meſurer au juſte. Ce qui repugne à la ſuppoſition. Le reſte *e* eſt donc [c] nul, & *z* meſure [c] au juſte le nombre *a*.

*b. z. a. c. e.*
12. 84. 168. 7. 0.

b. 1. c. 9. d. 15. c. 16. 1.

## III COROLLAIRE.

22. SI un nombre *d* meſure au juſte un produit *bc* de deux nombres *b* & *e*, & que *c* & *d* ſoient premiers entr'eux ; le nombre *d* eſt un diviſeur de l'autre nombre *b*. Car *c* & *d* étant premiers entr'eux, & chacun meſurant au juſte le produit *bc* ; leur produit *cd*, qui eſt le moindre nombre [b] que l'un & l'autre puiſſe meſurer au juſte, eſt [c] un diviſeur de *bc*. Si donc *e* eſt l'expoſant entier de la diviſion de *bc* par *cd* ; le nombre *bc* eſt égal [d] au produit *cde* du diviſeur *cd* par l'expoſant *e*. Et ſi on diviſe l'un & l'autre par *c* ; les expoſans *b* & *de* ſont [c] égaux, ou ne ſont qu'un même nombre. Mais ſi on diviſe *de* par *d*, on aura l'expoſant entier *e*. Et ainſi *d* eſt un diviſeur du nombre *de* ou *b*.

*d. bc. b. c. cd. e.*
4. 84. 12. 7. 28. 3.
*cde. de*

b. 19. c. 21. d. 18. 2. c. 27. 3.

## IV COROLLAIRE.

23. SI deux divers nombres *a* & *b* ſont ſimples ; tout diviſeur de leur plan, ou produit *ab*, eſt 1, ou *a*, ou *b*, ou *ab*. Car nommant *z* tel diviſeur qu'on voudra du nombre plan *ab*. Si les nombres *a* & *z* ſont premiers entr'eux, le nombre *z* ſera un diviſeur [b] du nombre ſimple *b*, c'eſt à dire 1 ou *b*, qui ſont eux ſeuls [c] les diviſeurs du nombre ſimple *b*.

1. 2. 3. 6. 1. 2. 3. 6.
1. *a*. *b*. *ab*. 1. *a*. *b*. *ab*.
*z*. *z*.

b. 22. c. *définition.*

Et ſi les nombres *a* & *z* ſont compoſez entr'eux ; le ſimple *a* ſera un [d] diviſeur de *z*. Et nommant *y* l'expoſant entier de la diviſion de *z* par *a*, le produit *ay* eſt égal [e] au nombre *z*, & peut auſſi meſurer *ab*, dont *z* eſt diviſeur. Et nommant encore *x* l'expoſant entier de la diviſion du nombre

d. 6. e. 18. 2.



Digitized by Google

c. 18. 2. *ab* par *ay* ou *z*, le produit *ayx* eſt égal [c] au nombre *ab*. Et diviſant *ayx* &
f. 27. 3. *ab* par *a*, les expoſans *yx* & *b* ſont [f] égaux, ou ne ſont qu'un même nombre. Et par conſequent 1 & *b*, qui ſont les diviſeurs de *b*, ſont auſſi les ſeuls diviſeurs du nombre *yx*. Et ainſi le diviſeur *y*, qui eſt entier, eſt néceſſairement 1 ou *b*; & *ay*, ou *z* ſon égal, eſt le nombre ſimple 1*a*, ou le nombre plan *ab*. Si donc deux nombres *a* & *b* ſont ſimples, tout diviſeur *z* de leur plan *ab* eſt un ſeul des quatre 1, *a*, *b*, *ab*.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. | 2. | 3. | 6. | 1. | 2. | 3. | 6. |
| 1. | *a.* | *b.* | *ab.* | 1. | *a.* | *b.* | *ab.* |
| *y.* | *z.* | *x.* | *ayx.* | | *x.* | *y.* | *z.* |
| | | *yx.* | | | | *yx.* | |
| | | | | | | | *ayx.* |

## V COROLLAIRE.

24. Si trois divers nombres *a*, *b*, *c*, ſont ſimples; tout diviſeur de leur ſolide *abc* eſt un des quatre du nombre *ab*, ou un des produits de ces quatre par *c*, c'eſt à dire un des huit 1, *a*, *b*, *ab*, *c*, *ac*, *bc*, *abc*.

Car nommant *z* tel diviſeur qu'on voudra du ſolide *abc*. Si les nombres *c* & *z* ſont premiers entr'eux, le nombre *z* ſera un diviſeur du nombre
b. 22. plan [b] *ab*, ou l'un des [c] quatre 1, *a*, *b*, *ab*.
c. 23.

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. | 2. | 3. | 6. | 5. | 30. | 1. | 2. | 3. | 6. | 5. | 30. | 1. | 2. | 3. | 6. | 5. | 30. | 1. | 2. | 3. | 6. | 5. | 30. |
| 1. | *a.* | *b.* | *ab.* | *c.* | *abc.* | 1. | *a.* | *b.* | *ab.* | *c.* | *abc.* | 1. | *a.* | *b.* | *ab.* | *c.* | *abc.* | 1. | *a.* | *b.* | *ab.* | *c.* | *abc.* |
| *z.* | | | | | | *z.* | | | | | | *z.* | | | | | | *z.* | | | | | |

d. 6. Et ſi les nombres *c* & *z* ſont compoſez entr'eux; le nombre *c* ſera [d] un diviſeur de *z*. Et nommant *y* l'expoſant de la diviſion du nombre *z* par *c*, le
c. 18. 2. produit *cy* [c] eſt égal à *z*, & peut auſſi diviſer au juſte *abc*, dont *z* eſt diviſeur. Et nommant encore *x* l'expoſant de la diviſion du nombre *abc* par *cy*, le produit *cyx* eſt égal [c] au nombre *abc*. Et diviſant *cyx* & *abc* par *c*, les exf. 27. 3. poſans *yx* & *ab* ſont [f] égaux, ou ne ſont qu'un même nombre. Et par conſéquent 1, *a*, *b*, *ab*, qui ſont les ſeuls diviſeurs du nombre plan *ab*, ſont
g. 23. auſſi les ſeuls du plan *yx*, & le diviſeur *y* du nombre *yx* eſt [g] néceſſairement ou 1, ou *a*, ou *b*, ou *ab*; & le nombre *cy*, ou *z* qui luy eſt égal, un produit de *c* par 1, ou par *a*, ou par *b*, ou par le plan *ab*; c'eſt à dire un des nombres 1*c*, *ac*, *bc*, *abc*. Si donc trois divers nombres *a*, *b*, *c*, ſont ſimples, tout diviſeur de leur ſolide *abc* eſt un des huit 1, *a*, *b*, *ab*, *c*, *ac*, *bc*, *abc*, qui ſont auſſi les mêmes que les quatre ſimples 1, *a*, *b*, *c*, & leurs 3 plans alternatifs *ab*, *ac*, *bc*, & leur ſolide unique *abc*.

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. | 2. | 3. | 6. | 5. | 30. | 1. | 2. | 3. | 6. | 5. | 10. | 30. | | | | | | | |
| 1. | *a.* | *b.* | *ab.* | *c.* | *abc.* | 1. | *a.* | *b.* | *ab.* | *c.* | *ac.* | *abc.* | | | | | | | |
| *y.* | | | *x.* | *z.* | | | *y.* | *x.* | | | *z.* | | | | | | | | |
| | | | *yx.* | *cy.* | *cyx.* | | | | *yx.* | | *cy.* | *cyx.* | | | | | | | |

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. | 2. | 3. | 6. | 5. | 15. | 30. | 1. | 2. | 3. | 6. | 5. | 30. | | | | | | | |
| 1. | *a.* | *b.* | *ab.* | *c.* | *bc.* | *abc.* | 1. | *a.* | *b.* | *ab.* | *c.* | *abc.* | | | | | | | |
| | *x.* | *y.* | | | *z.* | | *x.* | | | *y.* | | *z.* | | | | | | | |
| | | | *yx.* | | *cy.* | *cyx.* | | | | | | *cy.* | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | *cyx.* | | | | | | | |

Digitized by Google

## VI COROLLAIRE.

25. ON pourra démontrer en ſuivant le même ordre, que ſi quatre nombres *a*, *b*, *c*, *d*, ſont ſimples; leur ſurſolide *abcd* ne peut avoir aucun diviſeur que l'un des huit du ſolide *abc*, ou l'un des produits de ces huit par *d*, ou qu'un des ſeize 1, *a*, *b*, *ab*, *c*, *ac*, *bc*, *abc*, *d*, *ad*, *bd*, *abd*, *cd*, *acd*, *bcd*, *abcd*, qui ſont les ſimples même 1, *a*, *b*, *c*, *d*, & leurs 6 plans alternatifs, & leurs 4 ſolides alternatifs, & leur ſurſolide unique *abcd*.

Et pareillement le produit *abcde* des cinq nombres ſimples *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, ne peut avoir que les 16 précédens, & les produits de ces 16 par *e*; c'eſt à dire que 2 fois 16, ou 32 diviſeurs, qui ſeront les 6 ſimples 1, *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, & leurs 10 plans alternatifs, & leurs 10 ſolides alternatifs, & leurs 5 ſurſolides alternatifs, & leur produit unique des 5 degrez *abcde*.

Et le produit *abcdef* n'auroit pareillement que 2 fois 32, ou 64 diviſeurs, qui ſeroient les ſimples 1, *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, & leurs 15 plans alternatifs, & leurs 20 ſolides alternatifs, & leurs 15 ſurſolides alternatifs, & leurs 6 produits alternatifs de 5 degrez, & leur produit unique de 5 degrez *abcdef*. Et on peut continuer de la même ſorte juſques à l'infini.

## VII COROLLAIRE.

26. LE plan de deux nombres ſimples, ou le ſolide de trois, ou le ſurſolide de quatre, ou le produit de pluſieurs, ne peut avoir aucun diviſeur ſimple que [b] l'unité, ou l'un des deux, ou des trois, ou des quatre ſimples, &c, dont on ſuppoſe qu'il eſt un produit; comme le produit *abcdefgh* des ſimples *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, *g*, *h*, aucun diviſeur ſimple que l'un de ces huit mêmes, ou l'unité. b. 23. 24. 25.

## VIII COROLLAIRE.

27. SI le nombre *a* eſt ſimple; tout diviſeur de ſon quarré *aa* eſt un ſeul des trois 1, *a*, *aa*. Et tout diviſeur de ſon cube $a^3$, un ſeul des quatre 1, *a*, *aa*, $a^3$. Et de ſon quarré de quarré $a^4$, un ſeul des cinq 1, *a*, *aa*, $a^3$, $a^4$. Et de la 5[e] puiſſance $a^5$, un ſeul des ſix 1, *a*, *aa*, $a^3$, $a^4$, $a^5$. Et ainſi des autres juſques à l'infini. Parce que tous les diviſeurs ſimples de ces diverſes puiſſances ne ſont que l'unité, & le ſeul nombre ſimple *a*; & tous leurs plans alternatifs qu'un même quarré *aa*; & tous leurs ſurſolides qu'un même cube $a^3$. Et ainſi du reſte.

*Puiſſances* 1. *a*. *aa*. $a^3$. $a^4$. $a^5$. $a^6$. $a^7$. $a^8$. $a^9$. $a^{10}$. $a^{11}$. $a^{12}$. &c.
*Nombres des diviſeurs* 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13. &c.

## IX COROLLAIRE.

28. SI les nombres *a* & *b* ſont ſimples; tout diviſeur *aab* des trois *a*, *a*, *b*, eſt un des trois 1, *a*, *aa*, ou l'un des divers produits de ces trois par *b*; c'eſt à dire, un des ſix 1, *a*, *aa*, 1*b*, *ab*, *aab*. Parceque tous les plans alternatifs des ſimples *a*, *a*, *b*, ſont *aa* & *ab*.



Digitized by Google

Et tout diviſeur du ſurſolide *aabb* des quatre *a*, *a*, *b*, *b*, eſt un des 6 précédens, ou l'un des produits des 3 derniers par *b*; c'eſt à dire un des 9 diviſeurs 1, *a*, *aa*, 1*b*, *ab*, *aab*, 1*bb*, *abb*, *aabb*. Parceque tous les plans alternatifs des quatre nombres ſimples *a*, *a*, *b*, *b*, ſont *aa*, *ab*, *bb*; & tous leurs ſolides alternatifs, les deux *aab*, *abb*; Ou parceque les 6 produits alternatifs *aa*, *ab*, *aab*, *bb*, *abb*, *aabb*, ſont tous ceux des 4 nombres ſimples *a*, *a*, *b*, *b*.

Et pareillement tout diviſeur du produit *aabbb* des cinq nombres ſimples *a*, *a*, *b*, *b*, *b*, eſt un des 9 précédens, ou un des trois produits des trois derniers de ces 9 par *b*. Mais tout diviſeur du produit *aab*$^{1}$*c* auroit un des 12 précédens, ou un de leurs produits par *c*. Et tout produit du nouveau *aab*$^{1}$*cc* des ſept nombres ſimples *a*, *a*, *b*, *b*, *b*, *c*, *c*, auroit l'un de ces 24 diviſeurs, ou l'un des produits des 12 derniers 1. *a*. *aa*. 3. *b*. *ab*. *aab*. 3. 1*bb*. *abb*. *aabb*. 3. 1*b*$^{3}$. *ab*$^{3}$. *aab*$^{3}$. 3. } 12 par *c*. Et *aab*$^{1}$*cc* auroit ces 36, & les produits de ces 36 par *d*, ou 72 diviſeurs. Et ainſi des autres.

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1*c*. | *ac*. | *aac*. | 1*bc*. | *abc*. | *aabc*. | 1*bbc*. | *abbc*. | *aabbc*. | 1*b*$^{3}$*c*. | *ab*$^{3}$*c*. | *aab*$^{3}$*c*. 12 |
| 1*cc*. | *acc*. | *aacc*. | 1*bcc*. | *abcc*. | *aabcc*. | 1*bbcc*. | *abbcc*. | *aabbcc*. | 1*b*$^{3}$*cc*. | *ab*$^{3}$*cc*. | *aab*$^{3}$*cc*. 12 |
| 1*d*. | *ad*. | *aad*. | 1*bd*. | *abd*. | *aabd*. | 1*bbd*. | *abbd*. | *aabbd*. | 1*b*$^{3}$*d*. | *ab*$^{3}$*d*. | *aab*$^{3}$*d*. } 36 |
| 1*cd*. | *acd*. | *aacd*. | 1*bcd*. | 1*abcd*. | *aabcd*. | 1*bbcd*. | *abbcd*. | *aabbcd*.. | 1*b*$^{3}$*cd*. | *ab*$^{3}$*cd*. | *aab*$^{3}$*cd*. } 36 |
| *ccd*. | *accd*. | *aaccd*. | 1*bccd*. | *abccd*. | *aabccd*. | 1*bbccd*. | *abbccd*. | *aabbccd*. | 1*b*$^{3}$*ccd*. | *ab*$^{3}$*ccd*. | *aab*$^{3}$*ccd*. } |

## I PROBLEME.

29. *Pour trouver tous les diviſeurs ſimples égaux ou inégaux d'un certain nombre Z.*

On le diviſera par 2, s'il eſt pair; & l'expoſant pareillement par 2, s'il eſt encore pair; & auſſi l'expoſant nouveau par 2, s'il eſt pair. Et ainſi de ſuitte juſqu'au premier expoſant impair. Et on diviſera pareillement par 3, s'il eſt poſſible, l'expoſant impair; & par 3 encore, s'il eſt poſſible, l'expoſant qu'on aura trouvé. Et ainſi de ſuitte juſques au premier expoſant, que 3 ne pourra plus diviſer au juſte. Et on tentera par ordre de ſemblables diviſions par 5; & enſuitte par 7; & aprés cela par 11; & par chacun des ſimples qui les ſuivent, juſques à un dernier expoſant qui ſoit ſimple. Et le problême alors ſera [b] réſolu.

[b] 26 & 28.

### PREMIER EXEMPLE.

Pour trouver tous les diviſeurs ſimples de 462. Je diviſe ce nombre premierement par 2; & enſuitte par 3 l'expoſant impair 231; & par 7 l'expoſant 77, que 3 & 5 ne peuvent diviſer au juſte. Et comme l'expoſant 11 eſt un nombre ſimple; l'opération eſt faite, & donne à connoître que tous les diviſeurs 2, 3, 7, 11, 1, ſont tous les ſimples de 462.

*Diviſer* 462(231(77(11(1
*par* 2 3 7 11

### SECOND EXEMPLE.

Pour trouver tous les diviſeurs ſimples de 180. Je le diviſe par 2; & l'ex-

Digitized by Google

posant 90, qui est un nombre pair, encore par 2; & de nouveau l'exposant impair 45 par 3; & l'exposant 15 aussi par 3. Et comme le dernier exposant 5 est simple; je trouve enfin que tous les diviseurs simples égaux ou inégaux de 180 sont 1,2,2,3,3,5.

*Diviser* 180(90(45(15(5(1
*par* 2 2 3 3 5

Et on trouvera de la même sorte que tous les diviseurs simples égaux ou inégaux de 540 sont 1, 2, 2, 3, 3, 3, 5. Et que tous ceux de 144 sont 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3.

*Diviser* 540(270(135(45(15(5(1. *Diviser* 144(72(36(18(9(3(1.
*par* 2 2 3 3 3 5 *par* 2 2 2 2 3 3

### Demonstration.

Si quelques puissances de divers nombres simples *a* & *b*, comme le quarré *aa*, & le cube $b^3$, peuvent l'un & l'autre diviser *z* sans reste; & que l'exposant de la division de *z* par *aa* soit *y*: le produit *aay* est égal [b] au nombre *z*, & on peut diviser l'un & l'autre par *a*; & l'exposant *ay* encore par *a*. Et comme *a* & *b* sont premiers [c] entr'eux, puisque l'un & l'autre est simple; le cube $b^3$ qui mesure au juste le nombre *z*, ou *aay*, divise aussi sans reste l'exposant *ay*, & ensuite l'exposant *y* par la même raison. Et nommant *x* l'exposant entier de la division du nombre *y* par le cube $b^3$, le produit $b^3x$ est égal [b] au nombre *y*, & l'autre $aab^3x$ au [d] nombre *z* ou *aay*. Et on peut diviser $b^3x$ ou *y* par *b*; & l'exposant *bbx* par *b*; & encore l'exposant *bx* par *b*. Et on démontreroit de la même sorte que tout diviseur simple du nombre $aab^3x$ ou *z*, & qui est différent des deux *a* & *b*, peut encore diviser *x* au juste. Et ainsi du reste.

b. 18. 2.
c. *définition.*
d. 20. 3.

2. 3. 540. 4. 135. 27. 5.
*z.* *y.* *x.*
*a. b.* *aay. aa.* $b^3x$. $b^3$.
$aab^3x$.

540(270(135(45(15(5(1.
*Diviser z* (*aay*( *ay* (*y*($b^3x$ ($bbx$($bx$($x$(1.
*par a* *a* *b* *b* *b* *x*
2 2 3 3 3 5

*Et z*($aab^3x$($ab^3x$($b^3x$($bbx$($bx$($x$(1.
*par a* *a* *b* *b* *b* *x*

## II PROBLEME.

30. *Pour trouver tous les diviseurs d'un certain nombre entier.*

On en prendra [b] tous les diviseurs simples égaux ou inégaux, & tous les divers produits [c] alternatifs de ces diviseurs simples. Et le problême sera [d] résolu.

b. 29.
c. 3. 5. 6. *du Livre 5.*
d. 23. 24. 25.

### Premier exemple.

Pour trouver tous les diviseurs de 462. J'en cherche tous les simples 2, 3, 7, 11, négligeant l'unité qui ne change point les produits. Et je multiplie le premier 2 par le second 3; & l'un & l'autre, & leur plan 6, par le troisiéme 7. Et chacun des trois 2, 3, 7, & des quatre produits 6, 14, 21, 42, par le quatriéme 7. Et prenant encore 1, je connois que tous les diviseurs de 462 sont les 16 qu'on expose ici.

Digitized by Google

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1er | 2 | | *Diviſer* 462(231(77(11(1 |
| 2d | 3 | 6 | *par* 2 3 7 11 |
| 3e | 7 | 14. 21. 42. | |
| 4e | 11 | 22. 33. 77. 66. 154. 231. 462. | |
| | 1 | | |

SECOND EXEMPLE.

Pour trouver tous les diviſeurs de 144. J'en cherche tous les ſimples, 2, 2, 2, 2, 3, 3. Et je multiplie le premier 2 par le ſecond qui eſt encore 2. Et le quarré 4 par le troiſiéme 2. Et le cube 8 par le quatriéme 2. Et le premier 2, & chacun des produits 4, 8, 16, par le cinquiéme 3. Et chacun des cinq nombres 3, 6, 12, 24, 48, par le ſixiéme 3. Et prenant encore 1, je connois que tous les diviſeurs de 144 ſont les 15 qu'on expoſe ici.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1er | 2 | | *Diviſer* 144(72(36(18(9(3(1 |
| 2e | 2 | 4 | *par* 2 2 2 2 3 3 |
| 3e | 2 | 8 | |
| 4e | 2 | 16 | |
| 5e | 3 | 6. 12. 24. 48. | |
| 6e | 3 | 9. 18. 36. 72. 144. | |
| 7e | 1 | | |

Et on trouvera de la même ſorte les 24 diviſeurs du nombre compoſé 540. Et pareillement les 24 du compoſé 360.

| *Diviſer* 360(180(90(45(15(5(1 | | | *Diviſer* 540(270(135(45(15(5(1 | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1er | 2 | | 1er | 2 | |
| 2d | 2 | 4. | 2d | 2 | 4. |
| 3e | 2 | 8. | 3e | 3 | 6. 12. |
| 4e | 3 | 6. 12. 24. | 4e | 3 | 9. 18. 36. |
| 5e | 3 | 9. 18. 36. 72. | 5e | 3 | 27. 54. 108. |
| 6e | 5 | 10. 15. 20. 40. 30. 60. | 6e | 5 | 10. 15. 20. 30. 60. 45. 90. |
| 7e | 1 | 120. 45. 90. 180. 360. | 7e | 1 | 180. 135. 270. 540. |

## III PROBLEME.

31. *Pour connoître combien un nombre compoſé peut avoir de divers diviſeurs.*

b. 29. 4 & 1 du Livre 5. On en cherchera [b] tous les ſimples, & on prendra [c] le nombre de tous les divers produits alternatifs.

EXEMPLE.

Comme pour ſçavoir combien 15876000 peut avoir de divers diviſeurs. On cherchera tous les ſimples égaux ou inégaux 1, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 5, 5, 5, 7, 7. Et on prendra 6, pour 1 & pour les 5 égaux 2, 2, 2, 2, 2; & 4 fois 6, pour les 4 égaux 3, 3, 3, 3. Et raſſemblant 6 & 24, la ſomme 30 ſera priſe 3 fois, pour les 3 égaux 5, 5, 5. Et raſſemblant

Digitized by Google

blant encore 6, 24, 90, la ſomme 120 ſera priſe encore 2 fois, pour les 2 égaux 7 & 7. Et enfin les nombres enſemble 6, 24, 90, 240, formeront la ſomme ou le nombre 360 de tous les diviſeurs du nombre propoſé, qui ſont 1, & les 4 ſimples 2, 3, 5, 7; & tous les 355 produits alternatifs des 14 ſimples égaux ou inégaux 2, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 5, 5, 5, 7, 7. Et ſi on prend $a$ pour 2, & $b$ pour 3, & $c$ pour 5, & $d$ pour 7. le nombre propoſé 1587600 répond au produit $a^4b^2c^2dd$, & on le peut encore exprimer ainſi $2^5 4^2 5^2 7^2$.

*Diviſer* 1587600 ( 793800 ( 396900 ( 198450 ( 99225 ( 49612 ( 7
*par* 2 2 2 2 2 2

*Et* 49612 ( 12403 ( 3101 ( 775 ( 155 ( 31 ( 1
*par* 4 4 4 5 5 31

## LV PROBLEME.

32. *Pour trouver tous les diviſeurs d'une grandeur littérale.*

On la diviſera par une linéaire ou ſimple, ou par une qui n'ait point d'autre diviſeur qu'elle-même ou l'unité. Et on diviſera l'expoſant de la même ſorte. Et ainſi du reſte. Et on cherchera enſuitte tous [b] les divers produits alternatifs de tous les diviſeurs égaux ou inégaux qu'on aura découverts. Et le problême ſera réſolu. Les exemples éclairciront ces régles.

[b] 3 & 6 du Livre 5.

### Premier exemple.

Pour trouver tous les diviſeurs de la grandeur $a^3b+aabb$. Je la diviſe premiérement par $a$; & l'expoſant $aab+abb$ encore par $a$; & l'expoſant nouveau $ab+bb$ par $b$. Et comme le dernier expoſant $a+b$ eſt ſimple ou linéaire: je multiplie le premier diviſeur $a$ par le ſecond $a$, & les deux grandeurs $a$ & $aa$ par le troiſiéme $b$; & les deux $a$ & $b$, & les produits $aa$, $ab$, $aab$, par le quatriéme $a+b$. Et je trouve enfin que tous les diviſeurs de la grandeur propoſée ſont les 18 qu'on expoſe ici, ſans conter l'unité.

| | | |
|---|---|---|
| 1er | $a$ | *Diviſer* $a^3b+aabb$ ( $aab+abb$ ( $ab+bb$ ( $a+b$ ( 1 |
| 2e | $a$ | $aa$ *par* $a$ $a$ $b$ $a+b$ |
| 3e | $b$ | $ab$. $aab$. |
| 4e | $a+b$ | $aa+ab$. $ab+bb$. $a^3+aab$. $aab+abb$. $a^3b+aabb$. |
| 5e | 1 | |

### Second exemple.

Pour trouver tous les diviſeurs de la grandeur $a^6+2a^4cc+aac^4$. Je la diviſe premiérement par $a$; & l'expoſant $a^5+2a^3cc+ac^4$ pareillement par $a$; & l'expoſant nouveau $a^4+2aacc+c^4$ ne pouvant être diviſé ni par $a$, ni par $c$, ni par $a+c$, ni par $a-c$; je le diviſe par $aa+cc$. Et comme l'expoſant eſt encore cette même grandeur $aa+cc$, qui n'a point d'autre diviſeur qu'elle-même ou l'unité: je multiplie le premier diviſeur $a$ par le ſecond $a$; & le premier $a$, & le produit $aa$, par le troiſiéme $aa+cc$; & ce troiſiéme

$aa+cc$, & chacun des deux derniers produits $a^3+acc$, & $a^4+aacc$, par le quatriéme $aa+cc$. Et je trouve enfin que tous les diviſeurs de la grandeur $a^6+2a^4cc+aac^4$ ſont les dix qu'on expoſe ici.

| | | |
|---|---|---|
| 1ere | $a$. | *Diviſer* $a^6+2a^4cc+aac^4$ ( $a^5+2a^3cc+ac^4$ ( $a^4+2a^2cc+c^4$ ( $aa+cc$ ( 1 |
| 2e | $a$ | *aa. par* $a$ $a$ $aa+cc$ $aa+cc$ |
| 3e | $aa+cc$ | $a^3+acc$. $a^4+aacc$. |
| 4e | $aa+cc$ | $a^4+2aacc+c^4$. $a^5+2a^3cc+ac^4$. $a^6+2a^4cc+aac^4$. |
| 5e | 1 | |

## I COROLLAIRE.

33. SI on prend par ordre 1, & 2, & les puiſſances ſucceſſives de 2, juſques à ce qu'on ait une ſomme qui ſoit un nombre ſimple; le produit de ce nombre ſimple par la derniére des puiſſances ſucceſſives de 2, que l'on aura priſes, eſt un nombre parfait.

DEMONSTRATION.

Si le nombre 2 eſt dénommé par $a$, & que la ſomme, par exemple, $1+a+aa+a^3+a^4$ ſoit un nombre ſimple, ſon produit par la puiſſance $a^4$, qui eſt la derniére des ſucceſſives $1, a, aa, a^3, a^4$, que la ſomme comprend, eſt $1a^4+a^5+a^6+a^7+a^8$, dont tous les diviſeurs, qui ſont moindres que luy, ſont [b] les neuf $1, a, aa, a^3, a^4, 1+a+aa+a^3+a^4, 1a+aa+a^3+a^4+a^5, 1aa+a^3+a^4+a^5+a^6, 1a^3+a^4+a^5+a^6+a^7$. Mais le ſixiéme de tous ces diviſeurs eſt égal aux 5 premiers enſemble $1, a, aa, a^3, a^4$, puiſqu'il en eſt la ſomme. Et le ſeptiéme eſt double du ſixiéme $1+a+aa+a^3+a^4$, puiſqu'il eſt un produit de ce ſixiéme même par $a$ ou par 2. Et ainſi le ſeptiéme eſt égal luy ſeul au ſixiéme & aux 5 premiers enſemble; puiſque le ſixiéme & les 5 premiers ſont auſſi tous enſemble le double du ſixiéme. Et par la même raiſon; le huitiéme, qui eſt encore le double du ſeptiéme $1a+aa+a^3+a^4+a^5$, eſt égal aux 7 premiers enſemble. Et le neuviéme pareillement égal aux 8 qui le précédent. Et enfin le produit $1a^4+a^5+a^6+a^7+a^8$, qui eſt le double du neuviéme diviſeur $1a^3+a^4+a^5+a^6+a^7$, eſt égal à tous les neuf diviſeurs enſemble $1, a, aa, a^3, a^4, 1+a+aa+a^3+a^4, 1a+aa+a^3+a^4+a^5, 1aa+a^3+a^4+a^5+a^6, 1a^3+a^4+a^5+a^6+a^7$. Et comme il ne peut avoir aucun diviſeur que l'un de [b] ces 9 ou luy-même; il eſt clair que ce nombre eſt [c] parfait. Et c'eſt la même choſe de tous les autres ſemblables juſques à l'infini.

b. 32.

c. *définition.*

Le nombre 6 eſt le premier des nombres parfaits. Et 28, qui eſt égal à tous ſes diviſeurs 1, 2, 4, 7, 14, eſt le ſecond de ces mêmes nombres.

| | 1. | 2. | 4. | 8. | 16 | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1. | $a$. | $aa$. | $a^3$. | $a^4$. | 31 |
| 6e | $1+a+aa+a^3+a^4$ | | | | | 31 |
| 7e | $1a+aa+a^3+a^4+a^5$ | | | | | 62. |
| 8e | $1aa+a^3+a^4+a^5+a^6$ | | | | | 124 |
| 9e | $1a^3+a^4+a^5+a^6+a^7$ | | | | | 248 |
| *Produit* | $1a^4+a^5+a^6+a^7+a^8$ | | | | | 496 |

*Diviſer* $a^4+a^5+a^6+a^7+a^8$ ( $a^3+a^4+a^5+a^6+a^7$ ( $aa+a^3+a^4+a^5+a^6$

*par* $2a$ $2a$

*Et* $aa+a^3+a^4+a^5+a^6$ ( $a+aa+a^3+a^4+a^5$ ( $1+a+aa+a^3+a^4$ ( 1

*par* $2a$ $2a$ $2+2a+2aa+2a^3+a^4$

Et le troiſiéme eſt 496 égal à tous ſes diviſeurs 1, 2, 4, 8, 16, 31, 62, 124, 248. Et le quatriéme eſt 8128. Et le cinquiéme 33550336. Et le ſixiéme 8589869056. Et le ſeptiéme 137438691328. Et le huitiéme 2305843008139512128. Et la lettre $a$ dénommant toûjours 2, le neuviéme des nombres parfaits eſt $a^{512}-a^{256}$, c'eſt à dire la puiſſance $513^{e}$ du nombre 2 moins ſa puiſſance $256^{e}$. La longueur du calcul n'a pas permis d'en trouver encore d'autres.

## II COROLLAIRE.

34. Tout diviſeur ſimple du produit $bc$ de deux nombres $b$ & $c$ eſt un diviſeur ſimple de l'un ou de l'autre. Car tout diviſeur ſimple $d$ du produit $bc$, qui ne peut diviſer ſans reſte l'un des deux $b$ & $c$, eſt premier à [b] l'égard de ce même nombre qu'il ne peut diviſer, & par conſéquent il eſt un [c] diviſeur de l'autre.

| | | |
|---|---|---|
| $b.$ | 12. | |
| $c.$ | 7. | b. 8. c. 22. |
| *Produit* $bc.$ | 84. ( 21 | |
| *Diviſeur* $d.$ | 4 | |

## III COROLLAIRE.

35. Tout diviſeur ſimple $d$ d'un nombre quarré $bb$, ou d'un cubique $b^3$, ou d'une autre puiſſance de $b$, eſt auſſi un diviſeur [b] ſimple du même nombre $b$; Puiſque le quarré $bb$ eſt un produit ou un plan des deux $b$ & $b$. Et le cube $b^3$ un ſolide de $b$ par le quarré $bb$. Et la puiſſance $b^4$ un ſurſolide du cube $b^3$ par le même côté $b$. Et ainſi du reſte. b. 34.

| | | |
|---|---|---|
| *côté* $b.$ | 12. | |
| *Quarré* $bb.$ | 144. ( 36 | |
| *Diviſeur* $d.$ | 4 | |

## IV COROLLAIRE.

36. Si deux nombres $a$ & $z$ ſont premiers entr'eux, & les deux $b$ & $z$ auſſi premiers entr'eux; le produit $ab$ des deux $a$ & $b$ & le nombre $z$ ſont premiers entr'eux. Car tout diviſeur ſimple du produit $ab$ eſt auſſi l'un des ſimples [b] du nombre $a$ ou $b$. Mais parmi tous les diviſeurs de chacun des nombres $a$ & $b$ & du nombre $z$, il ne s'en trouve aucun que l'unité qui puiſſe être commun [c] aux deux $a$ & $z$, ou aux [c] deux $b$ & $z$. Donc auſſi parmi tous les ſimples du produit $ab$ & du nombre $z$, il ne s'en trouve aucun qui leur ſoit commun. Et par conſéquent le produit $ab$ & le nombre $z$ ſont [d] premiers entr'eux. b. 34. c. *ſuppoſition.* d. 26. & *définition*

| | | |
|---|---|---|
| $a.$ | 5. | |
| $b.$ | 12. | $z.$ 7. |
| $ab.$ | 60. | |

## V COROLLAIRE.

37. Si deux nombres $a$ & $b$ ſont premiers l'un & l'autre à l'égard de chacun des deux $z$ & $y$; les produits ou les nombres $ab$ & $zy$ ſont premiers entr'eux. Car le produit $ab$ & le nombre $z$ ſont premiers [b] entr'eux. Et le produit $ab$ & le nombre $y$ auſſi premiers [b] entr'eux. Et par conſéquent le produit $ab$ & l'autre $zy$ ſont [b] premiers entr'eux. b. 36.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 5. | $a.$ | $z.$ | 7. |
| 12. | $b.$ | $y.$ | 11. |
| 60. | $ab.$ | $zy.$ | 77. |

## VI COROLLAIRE.

38. SI deux nombres *a* & ζ ſont premiers entr'eux; chaque puiſſance de l'un de ces deux nombres eſt premiére à l'égard de chacune des puiſſances de l'autre. Car tout diviſeur ſimple de telle puiſſance du nombre *a* qu'on voudra eſt un diviſeur [b] ſimple de ce même nombre *a*. Et tout ſimple de telle qu'on voudra de ζ, un ſimple [b] auſſi de ζ. Comme donc parmi tous les diviſeurs des nombres *a* & ζ, il ne s'en trouve aucun qui leur ſoit [c] commun, ſi ce n'eſt l'unité; deux telles puiſſances qu'on voudra, l'une du nombre *a*, & l'autre du nombre ζ, n'ont [d] aucun diviſeur qui leur ſoit commun, ou ſont [e] premiéres entr'elles.

b. 35. c. *ſuppoſition.* d. 37. e. *définit. 10.*

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ζ. | 3. | 9. | 27. | 81. | 243. | 729. 2187. |
| *a.* | *aa.* | $a^3$. | $a^4$. | $a^5$. | $a^6$. | $a^7$. |
| ζ. | ζζ. | ζ³. | ζ⁴. | ζ⁵. | ζ⁶. | ζ⁷. |
| 2. | 4. | 8. | 16. | 32. | 64. | 128. |

## VII COROLLAIRE.

39. LE ſolide *bcd* de trois divers nombres ſimples *b*, *c*, *d*, eſt le moindre que chacun de ces ſimples puiſſe meſurer au juſte. Car le moindre, que chacun des divers nombres ſimples *b*, *c*, *d*, puiſſe meſurer au juſte, peut être luy-même meſuré par le moindre *bc*, que chacun [b] des deux *b* & *c* peut meſurer ſans reſte; & il peut être encore diviſé par *d*. Mais *bc* & *d* ſont [c] premiers entr'eux. Et par conſéquent *bcd* eſt le plus [b] petit nombre que les deux *bc* & *d* puiſſent chacun meſurer au juſte. Et ce même produit *bcd* des divers ſimples *b*, *c*, *d*, eſt le plus petit nombre qu'ils puiſſent chacun meſurer au juſte.

b. 19. c. 36.

| *b.* | *c.* | *d.* | *bcd.* | *bc.* |
|---|---|---|---|---|
| 2. | 3. | 5. | 30. | 6. |

## VIII COROLLAIRE.

40. ET on démontrera en ſuivant le même ordre que le ſurſolide de quatre, ou le produit de divers nombres ſimples, eſt toûjours le moindre que chacun d'eux puiſſe meſurer au juſte.

## IX COROLLAIRE.

41. SI un nombre ζ eſt le plus petit que divers ſimples *a*, *b*, *c*, *d*, puiſſent chacun meſurer au juſte; nul autre ſimple n'eſt diviſeur de ζ. Parceque le nombre ζ eſt le produit [b] même *abcd* de tous ces divers ſimples, qui ne peut avoir aucun diviſeur [c] ſimple que l'un d'entr'eux, ou 1.

b 40. c. 26.

| ζ. | *a.* | *b.* | *c.* | *d.* |
|---|---|---|---|---|
| 210. | 7. | 2. | 3. | 5. |
| *abcd.* | | | | |

## V PROBLEME.

42. *POur trouver la meſure commune la plus grande de deux grandeurs.*

On ôtera la moindre *c* de la plus grande *b* autant de fois qu'on le pourra; & le reſte *d* pareillement autant de fois qu'on le pourra de la moindre *c*; & le nouveau reſte *e* de la même ſorte du premier reſte *d*; & l'autre reſte *f* du ſecond reſte *e*. Et ainſi de ſuitte juſques à celuy des re-

Digitized by Google

ſtes, comme *g*, qui n'en laiſſe aucun. Et ce reſte *g* ſatisfait enfin au problême.

DEMONSTRATION.

La meſure commune la plus grande des grandeurs *b* & *c* diviſant *b* ſans reſte, & toutes les grandeurs *c* que l'on peut prendre en *b*, meſure encore au juſte [b] le premier reſte *d*. Et par conſéquent elle eſt encore une meſure commune des deux grandeurs *c* & *d*. Et pareillement la plus grande commune des deux *c* & *d* eſt encore commune [b] aux deux *d* & *e*. Et enſuitte aux reſtes *e* & *f*. Et auſſi [b] aux deux *f* & *g*. Et ainſi de ſuitte juſqu'au dernier *g*, qui diviſe ou meſure au juſte le pénultiéme *f*. Mais le dernier reſte *g* ne peut avoir une meſure juſte plus [c] grande qu'il n'eſt luy-même; ni par conſéquent les deux reſtes *f* & *g* une commune qui ſurpaſſe *g*; ni pareillement les deux *e* & *f*; ni enſuitte les deux *d* & *e*; ni encore les grandeurs *c* & *d*; ni enfin les deux *b* & *c*. b. 16. c. 2.

Mais *g* meſurant *f*, & ſe meſurant [c] luy-même, meſure auſſi au juſte [d] tous les reſtes *f* qui ſont dans *e*, & le [e] reſte *g*, ou [f] le reſte entier *e*. Et par la même raiſon, il meſure encore tous les reſtes *e* qui ſont en *d*, & le reſte *f*, ou le reſte entier *d*; Et pareillement tous les reſtes *d* qui ſont compris dans *c*, & le reſte *e*, ou la grandeur *c*; & enfin toutes les grandeurs *c* qui ſont compriſes en *b*, & le reſte *d*, ou la grandeur *b*. De ſorte que le reſte *g*, qui eſt le dernier, étant un diviſeur commun des grandeurs *b* & *c*; & ces deux grandeurs *b* & *c* ne pouvant en avoir un commun qui ſurpaſſe *g*; il eſt évident que ce dernier reſte *g* eſt la meſure commune la plus grande des grandeurs *b* & *c*. Et qu'ainſi le problême a preſcrit ce qu'il falloit faire. d. 9. c. 1. f. 14.

| | | |
|---|---|---|
| *La grande b.* | 86 | ( 2 1er *expoſant* |
| *la petite c.* | 36 | ( 2 2d *expoſant* |
| 1er *reſte d.* | 14 | ( 1 3e *expoſant* |
| 2d *reſte e.* | 8 | ( 1 4e *expoſant* |
| 3e *reſte f.* | 6 | ( 3 5e *expoſant juſte* |
| 4e *reſte g.* | 2 | *plus grand diviſeur commun.* |

PREMIER EXEMPLE.

Pour trouver la meſure commune la plus grande, ou le plus grand diviſeur commun, des deux nombres 32 & 64 je diviſe 64 par 32. Et parceque la diviſion eſt juſte ou ſans reſte; je connois que le diviſeur 32 eſt luy-même le plus grand diviſeur commun des deux nombres 32 & 64.

*Diviſer* 64 ( 2 *expoſant juſte*
*par* 32 *plus grand diviſeur commun.*

SECOND EXEMPLE.

Pour trouver le plus grand diviſeur commun des deux nombres 25 & 30. Je diviſe 30 par 25, & 25 par le reſte 5, qui fait la diviſion ſans reſte, & qui eſt le plus grand diviſeur commun de 25 & de 30.

*Diviſer* 30 ( 1 *expoſant*
*par* 25 ( 5 *expoſant juſte*
*par* 5 *plus grand diviſeur commun.*



Digitized by Google

TROISIEME EXEMPLE.

Et pour trouver le plus grand diviſeur commun des deux nombres 27 & 21. Je diviſe 27 par 21 ; & 21 par le reſte 6 ; & ce reſte 6 par l'autre reſte 3, qui fait la diviſion ſans reſte, & qui eſt auſſi le plus grand diviſeur commun des nombres 27 & 21.

*Diviſer* 27 ( 1 *expoſant*
*par* 21 ( 3 *expoſant*
*par* 6 ( 2 *expoſant juſte*
*par* 3 *plus grand diviſeur commun.*

QUATRIEME EXEMPLE.

Et on trouve de la même ſorte que 2 eſt le plus grand diviſeur commun des nombres 86 & 36. Et pareillement que le dernier reſte, ou l'unité ſeule, eſt le plus grand diviſeur commun des deux nombres 98 & 47, qui ſont premiers entr'eux.

*Diviſer* 98 ( 2 *expoſant*
*par* 47 ( 11 *expoſant*
*par* 4 ( 1 *expoſant*
*par* 3 ( 3 *expoſant*
*par* 1 *plus grand diviſeur commun.*

## VI PROBLEME.

43. *POur trouver la meſure commune la plus grande, ou le plus grand diviſeur commun, des grandeurs littérales.*

On cherchera auſſi tous les diviſeurs ſimples égaux ou inégaux de l'une & de l'autre. Et prenant enſuitte le produit de tous ceux qu'on trouve également diſtribuez de part & d'autre ; on aura [b] le diviſeur qu'on cherche. b. 32.

PREMIER EXEMPLE.

Pour trouver le plus grand diviſeur commun des grandeurs *abc*, *acd*. Je prens tous les ſimples *a*, *b*, *c*, de l'une, & tous les ſimples *a*, *c*, *d*, de l'autre. Et le produit *ac* des deux *a* & *c*, qui ſont une fois chacune de part & d'autre, eſt le plus grand diviſeur commun des deux grandeurs *abc* & *acd*.

*abc.* *acd.*
*a. b. c.* *a. c. d.*
*ac.*

Et pour trouver le plus grand diviſeur commun des grandeurs $a^5bbcd$ & $a^3b^3dde$. Je prens le produit $a^3bbd$ des 6 ſimples *a*, *a*, *a*, *b*, *b*, *d*, qui ſe trouvent également de part & d'autre. Et ce produit réſout la queſtion.

$a^5bbcd$. $a^3b^3dde$.
*a. a. a. a. a. b. b. c. d.* *a. a. a. b. b. b. d. d. e.*

SECOND EXEMPLE.

Pour trouver le plus grand diviſeur commun des grandeurs $4a^6ccm^3p + a^6ccoomm$ & $oopp\zeta^4 - 4mp^3\zeta^4$. Je prens tous les diviſeurs ſimples *a*, *a*, *a*, *a*, *a*, *c*, *c*, *m*, *m*, $oo + 4mp$, de l'une, & tous les ſimples *p*, *p*, ζ, ζ, ζ, ζ, $oo + 4mp$ de l'autre Et parceque le ſeul $oo + 4mp$ eſt une fois de part & d'autre, & que nul autre ne s'y trouve ; il eſt le ſeul commun, &

Digitized by Google

par conſéquent le plus grand des grandeurs propoſées. Pour abbréger, on peut diviſer d'abord la première grandeur par $a^6ccmm$, & la ſeconde par $ppz4$. On donnera une régle plus méthodique ailleurs pour trouver facilement ces plus grands diviſeurs communs, ſans être obligé d'en chercher tous les ſimples.

*Diviſer* $a^6ccoomm + 4a^6ccm^3p$ (oo + 4mp *expoſant* (1
*par* $2a^6ccmm$ 2oo + 4mp

*Diviſer* $oppz4 + 4mp^3z4$ (oo + 4mp *expoſant* (1
*par* $2ppz4$ 2oo + 4mp

## COROLLAIRE.

44. TOute meſure commune de deux grandeurs diviſe ou meſure auſſi leur plus grande au juſte.

Comme ſi $z$ eſt une meſure commune des grandeurs $b$ & $c$, & $g$ la plus grande qui leur eſt commune; il eſt viſible que $z$ meſure au juſte [b] toutes les grandeurs $c$ qu'on pourra prendre en $b$, & le reſte $d$; & pareillement tous [b] les reſtes $d$ qu'on pourra prendre en $c$, & encore le reſte $e$; & auſſi tous les [b] reſtes $e$ qu'on pourra prendre en $d$, & le nouveau reſte $f$; & enfin tous [b] les reſtes $f$ qu'on pourra prendre en $e$, & le reſte ou la meſure commune la plus grande $g$ des grandeurs $b$ & $c$.

| | | |
|---|---|---|
| $b.$ | 104 | (1 |
| $c.$ | 76 | (2 |
| $d.$ | 28 | (1 |
| $e.$ | 20 | (2 |
| $f.$ | 8 | (2 |
| $g.$ | 4 | (2 |
| $z.$ | 2 | |

b. 12.

## VII PROBLEME.

45. *POur trouver le plus grand diviſeur commun, ou la meſure commune la plus grande, de trois grandeurs.*

Comme pour trouver la plus grande des trois $b$, $c$, $d$, on cherchera premiérement [b] la plus grande $g$ des grandeurs $b$ & $c$. Et enſuitte [b] la plus grande $h$ des grandeurs $d$ & $g$. Et la meſure $h$ ſera la plus grande commune des grandeurs $b$, $c$, $d$.

b. 42 & 43.

Car la plus grande, qui leur eſt commune, étant commune [c] aux deux $b$ & $c$, eſt auſſi [d] un diviſeur de $g$; & par conſéquent un diviſeur commun des deux $d$ & $g$. Comme donc $h$ eſt le plus grand de ces deux $d$ & $g$; il eſt auſſi le plus grand des trois $b$, $c$, $d$. Et ainſi on a preſcrit ce qu'il falloit faire.

c. *ſuppoſition.*
d. 44.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 72. | $b.$ | | |
| 48. | $c.$ | $g.$ | 24. |
| 64. | $d.$ | $h.$ | 8. |

Et on trouvera en ſuivant le même ordre le plus grand diviſeur commun, ou la meſure commune la plus grande, de quatre grandeurs; & pareillement de trois, ou de quatre divers nombres; ou d'autant de grandeurs, ou de nombres qu'on voudra.

## I COROLLAIRE.

46. SI deux nombres $z$ & $y$ ſont l'un & l'autre diviſez par leur plus grand diviſeur commun $g$; les expoſans $f$ & $e$ ſont premiers entr'eux.

Car ſi on diviſe premiérement $z$ & $y$ par un diviſeur ſimple $a$, qui leur

Digitized by Google

roit commun ; & les deux expoſans $x$ & $v$ par un ſimple $b$, qui leur ſoit paſſeillement commun ; & encore les nouveaux expoſans $t$ & $ſ$ par un ſimple $c$ ; & ainſi de ſuitte juſques aux derniers expoſans, comme les deux $p$ & $n$, qui ſoient premiers entr'eux, ou qui n'ayent plus aucun diviſeur ſimple qui leur ſoit commun. Il eſt viſible que ces diviſeurs ſimples & ſucceſſifs égaux ou inégaux ſont [b] tous ceux qui peuvent être également diſtribuez de part & d'autre ; & que les deux nombres $z$ & $y$ ne peuvent avoir [c] aucun diviſeur commun, qu'un des divers produits alternatifs des ſimples même $a, b, c, d$, ou l'un des ſimples $1, a, b, c, d$. Mais $abcd$ eſt le plus grand de tous ces divers produits alternatifs. Et $abcd$ meſure $g$ au [d] juſte. Et par conſéquent $g$, qui eſt le plus [e] grand des diviſeurs communs des nombres $z$ & $y$, & qui ne peut ſurpaſſer le produit $abcd$, eſt un même nombre que ce produit.

b. 19.
c. 26.
d. 44.
e. *ſuppoſition.*

Comme donc en diviſant chacun des nombres $z$ & $y$ par $abcd$, on a pour expoſans [f] deux nombres $p$ & $n$, qui ſont premiers entr'eux ; ſi on diviſe chacun des mêmes $z$ & $y$ par $g$, on trouve [f] auſſi les mêmes expoſans $p$ & $n$, ou $f$ & $e$, qui ſont premiers entr'eux.

f. 10.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| *f.* | *z.* | *y.* | *e.* | *z.a. x.b. t.c. r.d. p.* | |
| 2. | 120. | 180. | 3. | 120. 2. 60. 2. 30. 3. 10. 5. 2. | |
| *p.* | 60. | *n.* | | 180. 2. 90. 2. 45. 3. 15. 5. 3. | |
| | *g.* | | | *y.a. v.b. ſ.c. q.d. n.* | |
| | *abcd.* | | | | |

AUTRE DEMONSTRATION.

Ou pour démontrer encore par une autre voie la même propoſition. Si $g$ eſt le plus grand diviſeur commun des deux nombres $fg$ & $eg$ ; les expoſans $f$ & $e$ ſont premiers entr'eux. Car ſi un nombre $d$ pouvoit être un diviſeur commun ; & que l'expoſant du nombre $f$ diviſé par $d$ fuſt $c$, & $b$ celuy du nombre $e$ diviſé par $d$ : le produit $cd$ ſeroit égal [b] au nombre $f$ ; & le produit $bd$ à [b] l'autre nombre $e$. Et multipliant $f$ & $cd$ par $g$, & encore $e$ & $bd$ par $g$ ; les produits $fg$ & $cdg$ ne ſeroient [c] qu'un même nombre. Et les produits $eg$ & $bdg$ pareillement qu'un [e] même. Mais $dg$ qui eſt un diviſeur entier & commun des deux nombres $bdg$ & $cdg$, ou des deux $eg$ & $fg$ qui ne ſont que les mêmes ; ne peut ſurpaſſer leur plus grand diviſeur commun qui eſt $g$. Et $d$ par conſéquent diviſeur commun des nombres $e$ & $f$, ou $bd$ & $cd$, ne peut ſurpaſſer 1. Et ainſi les deux expoſans $e$ & $f$ ſont premiers [d] entr'eux.

b. 18. 2.
c. 20. 3.
d. *définition.*

| | | | |
|---|---|---|---|
| *cdg.fg.* | 130. | 180. *eg. bdg.* | |
| *dg. g.* | 60. | 60. *g. dg.* | |
| *cd. f.* | 2. | 3. *e. bd.* | |
| *d.* | 1. | 1. *d.* | |
| *c.* | 2. | 3. *b.* | |

## II. COROLLAIRE.

47. ET on démontrera dans un ordre ſemblable, que ſi pluſieurs nombres ſont chacun diviſez par leur plus grand diviſeur commun ; les expoſans ſont premiers entr'eux.

VIII

## VIII PROBLEME.

48. POur trouver le plus petit nombre, que deux $z$ & $y$ puiſſent l'un & l'autre diviſer ſans reſte.

Si $z$ & $y$ ſont premiers entr'eux; leur produit $zy$ ſatisfait [b] au probleme. b. 19.

Mais ſi les nombres $z$ & $y$ ſont compoſez entr'eux; on cherchera [c] leur plus grand diviſeur commun $g$; & diviſant par $g$ l'un des deux $z$ & $y$, on multipliera le premier expoſant $a$ par le nombre $y$, ou le ſecond expoſant $b$ par l'autre nombre $\zeta$. Et le produit $a y$ ou $b z$ reſoudra le problême. c. 42.

Demonstration.

Le nombre $a$ étant l'expoſant de $z$ diviſé par $g$, & $b$ de l'autre $y$ auſſi diviſé par $g$; le produit $ag$ & le nombre $z$ ſont [b] égaux, ou ne ſont qu'un même nombre. Et le produit $bg$ & le nombre $y$ pareillement [b] qu'un même. Et ſi on nomme $p$ le moindre nombre, que chacun des deux $\zeta$ & $y$ peut diviſer au juſte; ce nombre $p$ eſt auſſi le moindre que chacun des deux $ag$ & $bg$ puiſſe diviſer au juſte. Et ſi $p$ eſt diviſé par $g$; l'expoſant $x$ peut [b] encore être diviſé ſans reſte par chacun des nombres $a$ & $b$. Et ainſi le nombre $x$ n'eſt pas moindre que le nombre ou le produit $ab$, qui eſt [c] le plus petit que chacun des deux $a$ & $b$ peut meſurer au juſte, puiſque ces deux $a$ & $b$ ſont premiers [d] entr'eux. Le nombre $gx$ ou [e] $p$ n'eſt donc pas moindre que le produit $a y$ ou $b\zeta$, ou [d] $abg$, du nombre $y$ ou $bg$ par $a$, ou de l'autre $z$ ou $ag$ par $b$. Mais $ag$ ou $\zeta$, & $bg$ ou $y$, meſurent chacun au juſte le nombre $abg$. Et ainſi le nombre $abg$ ou $a y$ ou $bz$, qui ne [f] peut ſurpaſſer le nombre $gx$ ou $p$, convient parfaitement avec luy. Et il eſt au juſte le plus petit des nombres que les deux $z$ & $y$ puiſſent chacun diviſer ſans reſte. b. 18. 2. b. 9. c. 19. d. 46. d. 18. 2. e. 18. 2. f démonſtration.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $ag.$ | $z.$ | $72.$ | | $60.$ | $y.$ | $bg.$ | |
| | $g.$ | $12.$ | | $12.$ | $g.$ | | |
| | $a.$ | $6.$ | | $5.$ | $b.$ | | |
| $abg.$ | $gx.$ | $p.$ $ay.$ | $360.$ | $360.$ | $bz.$ | $p.$ $gx.$ | $abg.$ |
| | $g.$ | | $12.$ | $12.$ | | $g.$ | |
| $ab.$ | $x.$ | | $30.$ | $30.$ | | $x.$ | $ab.$ |

## I COROLLAIRE ET PROBLEME IX.

49. POur trouver le plus petit nombre que les trois $z$, $y$, $x$, puiſſent chacun diviſer ſans reſte.

On cherchera [b] le moindre $v$ que les deux $z$ & $y$ puiſſent déja diviſer ſans reſte. Et enſuitte [b] le moindre $t$ que les deux $x$ & $v$ puiſſent auſſi chacun diviſer ſans reſte. Et on ſuivroit un ordre ſemblable, ſi l'on en propoſoit pluſieurs. b. 48.

Premier exemple.

Pour trouver le plus petit nombre, que les deux 7 & 11 puiſſent diviſer ſans reſte. Je prends leur produit 77, parce qu'ils ſont premiers entr'eux. 7 & 11. *Produit* 77



Digitized by Google

Et pour trouver le moindre que 72 & 60 puiſſent diviſer ſans reſte. Je prens leur plus grand diviſeur commun qui eſt 12, & je diviſe 72 par 12; & enſuitte je multiplie par l'expoſant 6 l'autre nombre 60. Ou, ce qui revient au même, je diviſe 60 par 12; & par l'expoſant 5 je multiplie le nombre 72. Et de part & d'autre le produit 360 réſout la queſtion.

| | | |
|---|---|---|
| *Multiplier* 72. | 60. | 12. |
| *par* 5. | | 6. |
| *Produit* 360. | 360 | *Produit* |

SECOND EXEMPLE.

Pour trouver le plus petit nombre que 72 & 60 & 25 puiſſent diviſer au juſte. Je cherche le moindre 360, que les deux 72 & 60 puiſſent diviſer ſans reſte. Et enſuitte le plus petit 1800, que 360 & 25 puiſſent diviſer au juſte, & qui ſatisfait au problême.

| | | |
|---|---|---|
| *Multiplier* 360. | 25. | 5. |
| *par* 5. | 72. | |
| *Produit* 1800. | 1800 | *Produis* |

## II COROLLAIRE.

50. *Les nombres ſimples vont juſqu'à l'infini.*

Car, ſoit donnée telle multitude qu'on voudra de ces nombres ſimples, comme les cinq *a*, *b*, *c*, *d*, *e*. Si on cherche [b] le moindre nombre Z que chacun d'eux peut diviſer ſans reſte, & qu'on luy ajoûte 1; nul [c] de tous les divers nombres ſimples qu'on aura propoſé ne pourra [c] diviſer au juſte le nouveau nombre Z+1: puiſque chacun d'eux diviſe la partie Z [d] au juſte, & ne peut diviſer [d] au juſte l'autre partie 1 qui reſte. D'où il eſt [e] évident que chacun des divers ſimples, qui diviſeront ſans [e] reſte le nombre Z+1, ſera différent de chacun des ſimples qu'on aura propoſé. Et on en pourra toûjours trouver de la même ſorte tant d'autres qu'on voudra juſqu'à l'infini.

b. 49. c. 15. d. 6. 1. e. 11.

*a. b. c. d. e.* Z. Z+1.
2. 3. 5. 7. 11. 2310. 2311.

## III THEOREME.

51. TOus les nombres entiers peuvent être chacun meſurez au juſte par 1. Puiſque l'unité ſe meſure toûjours elle-même, & qu'elle meſure auſſi la différence 1, qui eſt entre 1 & 2; & par conſequent [c] le nombre même 2; & enſuitte 3 par [c] la même raiſon; & [c] pareillement 4; & chacun des naturels ou conſécutifs 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, & autres juſques à l'infini.

c. 14.

1+1 *ou* 2+1 *ou* 3+1 *ou* 4 &c. *Révolution.*

52. Et parmi ces mêmes nombres naturels, il y en a toûjours de deux un ſeul qui eſt un nombre impair. Car 2 ne [b] peut diviſer la différence 1 qui eſt entre 2 & 3, ni 3 par [c] conſéquent. Mais il peut diviſer les différences enſemble 1 & 1, qui ſont entre 2 & 3, & entre 3 & 4; ou la ſeule différence 2, qui eſt entre 2 & 4. Et par conſéquent 2 qui ſuit l'unité, me ſure [d] ou diviſe 4. Et comme la révolution des différences 1 & 1 revient toûjours de deux en deux; il y aura toûjours de deux en deux nombres, un impair & un autre pair.

b. 6. 1. c. 15. d. 14.

Digitized by Google

*Révolution* 1+1 *ou* 2, +1+1 *ou* 4, +1+1 *ou* 6, &c.
*Nombres naturels* 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13. 14. 15. 16.
*Nombres impairs* 1. 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15.
*Nombres pairs* 2. 4. 6. 8. 10. 12. 14. 16.

53. Et parmi tous les nombres impairs, il y en a toûjours un ſeul de trois en trois, que 3 meſure au juſte, en commençant par 3.

Car 3 ne peut diviſer au juſte [b] la différence 2, qui eſt entre le premier impair 1 & le ſecond 3; ni la différence 2, qui eſt entre le ſecond impair 3 & le troiſiéme 5; ni les deux enſemble 2 & 2, qui ſont entre 3 & 5, & entre 5 & 7. Et par conſéquent 3, qui ſe diviſe ou meſure au juſte, ne peut diviſer ou meſurer au juſte ni 5 ni 7. Mais comme il peut meſurer au juſte les différences enſemble 2 & 2 & 2, qui ſont entre 3 & 5, & entre 5 & 7, & entre 7 & 9; ou la ſeule différence 6 qui eſt entre 3 & 9: il meſure [c] auſſi 9. Et parceque la même révolution des différences 2, 2, 2, revient toûjours de trois en trois; il y aura toûjours de trois en trois parmi les nombres impairs, en commençant par 3, deux impairs que le ſimple 3 ne pourra diviſer, & un ſeul dont il ſera diviſeur. b. 6. 1. c. 14.

*Nombres impairs* 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. 17. 19. 21. 23. 25. 27.
*diviſibles par* 3. 3. 9. 15. 21. 27.
*Révolution* 2+2+2. 2+2+2. 2+2+2. 2+2+2.

## III THEOREME.

54. Si on ôte de tous les nombres impairs tous ceux qui ſont diviſibles par 5; il y aura préciſément de dix en dix parmi tous ceux qui reſtent, deux ſeuls diviſibles par 5.

Car 5 ne peut diviſer la différence 2, qui eſt entre 5 & 7; ni les deux enſemble 2 & 4, qui ſont entre 5 & 7, & entre 7 & 11; ni les trois enſemble 2, 4, 2, qui ſont entre 5 & 7, & entre 7 & 11, & entre 11 & 13; ni les quatre enſemble 2, 4, 2, 4; ni les cinq enſemble 2, 4, 2, 4, 2; ni les ſix enſemble 2, 4, 2, 4, 2, 4; ni [b] par conſéquent aucun des 6 nombres 7, 11, 13, 17, 19, 23. Mais comme il peut meſurer les ſept enſemble 2, 4, 2, 4, 2, 4, 2, ou la ſeule 20, qui eſt entre 5 & 25; il peut [c] auſſi meſurer 25. Et parce que 5 ne peut encore meſurer la différence 4, qui eſt entre 25 & 29; ni les deux enſemble 4 & 2, qui ſont entre 25 & 29, & entre 29 & 31; il ne peut auſſi meſurer ni 29 ni 31. Mais comme il peut meſurer les trois enſemble 4, 2, 4, qui ſont entre 25 & 29, & entre 29 & 31, & entre 31 & 35; il peut encore [c] meſurer 35. Et comme la même révolution de ſept différences 2, 4, 2, 4, 2, 4, 2, & des trois 4, 2, 4, ou la révolution des dix 2, 4, 2, 4, 2, 4, 2, 4, 2, 4, revient toûjours de dix en dix; il y aura toûjours de dix en dix de ces nombres qu'on ſuppoſe, huit que 5 ne pourra diviſer ſans reſte, & deux dont il ſera diviſeur; c'eſt à dire alternativement un de ſept, & enſuitte un de trois; & un autre de ſept, & apres un de trois. Et ainſi du reſte juſques à l'infini. b. 15. c. 14.

*Révolution* 2+4+2+4+2+4+2. *Et* 4+2+4.



Digitized by Google

## IV THEOREME.

55. ET ſi on ôte encore tous ces nombres diviſibles par 5 ; il y en aura huit au juſte parmi tous ceux du reſte, de cinquante-ſix en cinquante-ſix, diviſibles par 7, en commençant par 7.

Car 7 pourra ſeulement diviſer les 12 différences enſemble 4, 2, 4, 2, 4, 6, 2, 6, 4, 2, 4, 2 ; & enſuitte les 7 enſemble 4, 6, 2, 6, 4, 2, 4 ; & encore enſuitte les quatre enſemble 2, 4, 6, 2. Et les 7 autres enſemble 6, 4, 2, 4, 2, 4, 6. Et de nouveau les 4 enſemble 2, 6, 4, 2. Et aprés cela les ſept autres enſemble 4, 2, 4, 6, 2, 6, 4. Et encore tous les 12 enſemble 2, 4, 2, 4, 6, 2, 6, 4, 2, 4, 2, 4. Et enfin les trois enſemble 6, 2, 6. De ſorte que parmi les 56 nombres, entre leſquels on trouve ſucceſſivement toutes ces différences, il y aura ſeulement 8 nombres, que 7 pourra diviſer ſans reſte. Et comme la même révolution des 56 différences revient toûjours de 56 en 56 nombres ; il y en aura auſſi toûjours 48 au juſte de 56 en 56, que 7 ne pourra pas diviſer ſans reſte, & 8 dont il ſera diviſeur ; c'eſt à dire, un de douze, & un de ſept, & un de quatre, & enſuitte encore un de ſept, & un de quatre, & de nouveau un de ſept, & un de douze, & un de trois.

*Révolution.*

4+2+4+2+4+6+2+6+4+2+4+2. (4+6+2+6+4+2+4.
(2+4+6+2.(6+4+2+4+2+4+6.(2+6+4+2.(4+2+4+6+2+6+4.
(2+4+2+4+6+2+6+4+2+4+2+4.(6+2+6.

## V THEOREME.

56. ET ſi on ôte auſſi tous ces nombres diviſibles par 7 ; il y aura 38 des nombres au juſte parmi tous ceux du reſte, de 432 en 432, diviſibles par 11, en commençant par 11.

Car on trovera toûjours une même révolution des 48 différences qu'on expoſe ici. Et une autre révolution auſſi toûjours la même de toutes ces 48 différences diſpoſées ſelon le même ordre ; & réitérées juſques à 9 fois. Et chacune de ces grandes & nouvelles révolutions, qui comprendra toûjours 432 différences, fournira au juſte 38 de leurs divers aſſemblages, dont chacun ſera diviſible par 11. De ſorte que de 432 en 432 des nombres ſuppoſez, il y en aura toûjours 394 au juſte, que le nombre ſimple 11 ne pourra pas diviſer ſans reſte, & 38 dont il ſera diviſeur ; c'eſt à dire un premiérement de 26, & enſuitte un de 5, & encore un de 10, & un de 5, & un de 11, & pareillement un, & de 15, & de 4, & de 16, & de 10, & de 5, & de 9, & de 15, & de 16, & de 5, & de 15, & de 10, & de 5, & de 15, & de 11, & de 14, & de 20, & de 11, & de 5, & de 9, & de 5, & de 11, & de 20, & de 14, & de 11, & de 15, & de 5, & de 10, & de 23, & de 7, & de 10, & de 5, & de 17, & de 12. Et comme cette révolution reviendra toûjours la même ; il y aura toûjours au juſte de 432 en 432 des nombres que l'on a ſuppoſé, 38 diviſibles par 11, en commençant par 11. Et on pourra éxaminer de la même ſorte les révo-

Digitized by Google

lutions pour les autres nombres diviſibles par 13 ; & enſuite par 17 ; & par 19 ; & par 23 ; & par 29 ; & par les autres qui les ſuivent, & qui ſont premiers entr'eux. Et s'il y avoit quelque ſuitte uniforme, que l'on puſt obſerver dans ces révolutions ; on en pourroit tirer ſans doute un grand jour, pour découvrir d'abord ſi un nombre propoſé eſt compoſé ou ſimple.

*Révolution des 48 différences priſes 9 fois.*

2. 4. 2. 4. 6. 2. 6. 4. 2. 4. 6. 6. 2. 6. 4. 2. 6. 4. 6. 8. 4. 2. 4. 2.
4. 8. 6. 4. 6. 2. 4. 6. 2. 6. 6. 4. 2. 4. 6. 2. 6. 4. 2. 4. 2. 10. 2. 10.

*Révolution des nombres des différences qui fourniſſent chacun 1.*

26. 5. 10. 5. 11. 15. 4. 16. 10. 5. 9. 15. 16. 5. 15. 10. 5. 15. 11. 14.
20. 11. 5. 9. 5. 11. 20. 14. 11. 15. 5. 10. 23. 7. 10. 5. 17. 12.

## I COROLLAIRE.

57. L'Aſſemblage z de pluſieurs nombres pairs $a$, $b$, $c$, $d$, eſt un nombre pair. Car ſi 2 diviſe chaque nombre, il diviſe [b] au juſte la ſomme de deux, & enſuitte [b] la ſomme de trois, & celle de quatre [b] par la même raiſon, & ainſi du reſte. [b. 14.]

$\begin{cases} a+b+c+d. & z. \\ 1+4+8+6. & 20. \end{cases}$

## II COROLLAIRE.

58. Toute multitude paire de pluſieurs nombres impairs $a$, $b$, $c$, $d$, donne un nombre pair z. Car ayant ôté l'unité de chacun, tous les reſtes $y$, $x$, $v$, $t$, ſont [b] pairs. De ſorte que raſſemblant tous ces reſtes & la ſomme paire $f$ de toutes les unitez retranchées, l'aſſemblage entier z ou $r+f$ eſt un [c] nombre pair. [b. 58.] [c. 14.]

$\begin{cases} 3. a. \\ 7. b. \\ 5. c. \\ 11. d. \\ \hline 26. z. \end{cases}$ $\begin{cases} a-1. & y & 2 \\ b-1. & x & 6 \\ c-1. & v & 4 \\ d-1. & t & 10 \\ \hline z-4. & r & 22 \end{cases}$ $f$

## III COROLLAIRE.

59. Et toute multitude impaire de pluſieurs nombres impairs $a$, $b$, $c$, eſt un nombre impair z. Car ôtant l'un des nombres, comme $c$, l'aſſemblage $a+b$ de tous ceux qui reſtent eſt un nombre [b] pair ; auquel ayant ajoûté l'impair $c$, qu'on avoit mis à part, tout l'aſſemblage z eſt un nombre [c] impair. [b. 58.] [c. 15.]

$\begin{cases} 3. a. \\ 7. b. \\ \underline{5. c.} \\ 15. z. \end{cases}$ $\begin{cases} a+b. & 10. \\ \underline{c.} & \underline{5.} \\ z. & 15. \end{cases}$

## IV COROLLAIRE.

60. Si d'un nombre pair on ôte un nombre pair ; le reſte eſt un nombre pair. Parce que ſi 2 diviſe un nombre $a$ ſans reſte, & l'une de ſes parties $b$ ; il diviſe auſſi l'autre [b] partie $a-b$ au juſte. [b. 16.]

$a-b$ $10-4.$

## V COROLLAIRE.

61. Et ſi on ôte un nombre impair $b$ d'un nombre pair $a$ ; le reſte $a-b$ eſt un nombre pair. Car ôtant 1 du nombre impair $b$, le reſte



Digitized by Google

b. 51. $b-1$ eſt [b] pair. Et ce reſte étant retranché du nombre pair $a$, donne un nouveau reſte $a-b+1$ qui [c] eſt
c. 60. pair. Et ſi on luy ôte 1, le reſte $a-b$ eſt [b] impair.

$a-b$. 10—3.
$a-b+1$. 10—2.

## VI COROLLAIRE.

62. ET ſi on ôte un pair $b$ d'un impair $a$; le reſte $a-b$ eſt impair. Car
b. 52. ôtant 1 du nombre impair $a$, le reſte $a-1$ ſera [b] pair. Et ſi on luy
c. 60. ôte $b$; le nouveau reſte $a-1-b$ ſera [c] encore pair. Et ajoûtant 1 à ce nouveau reſte, on trouvera le [b] nombre impair $a-b$.

$a-b$. 7 — 2.
$a-1-b$. 7—1—2.

## VII COROLLAIRE.

63. ET ſi on ôte un impair $b$ d'un autre impair $a$; le reſte $a-b$ eſt [b] pair.
b. 52. Car ôtant 1 de la partie impaire $b$, ſon reſte $b-1$ eſt [b] pair. Et ſi on
c. 61. ôte ce reſte $b-1$ du nombre impair $a$, le reſte $a-b+1$ eſt [c] impair. Et ſi on luy ôte 1; le reſte $a-b$ ſera [b] pair.

$a-b$. 1—2.
$a-b+1$. 7—2.

## VIII COROLLAIRE.

64. TOut produit $ab$ d'un impair $b$ par un pair $a$ eſt [b] pair. Puis qu'en
b. 58. prenant le produit de ces nombres, on ne fait autre choſe que prendre une multitude paire, exprimée par $a$, du nombre impair $b$.

$a$. 6
$b$. 3
$ab$. 18.

## IX COROLLAIRE.

65. ET tout produit $ab$ d'un impair $b$ par un impair $a$ eſt [b] impair. Puis
b. 59. qu'en prenant le produit de ces nombres, on ne fait autre choſe que prendre une multitude impaire, exprimée par $a$, du nombre impair $b$.

$a$. 7.
$b$. 3.
$ab$. 21.

## X COROLLAIRE.

66. SI un nombre impair $b$ diviſe au juſte un nombre pair $2a$; il di-
b. 22. viſe [b] auſſi ſa moitié $a$ ſans reſte.

18. $2a$. $a$. 9.
3. $b$. $b$. 3.

## XI COROLLAIRE.

67. ET ſi un nombre impair $b$ eſt premier à l'égard d'un nombre $a$; il
b. 36. l'eſt encore à l'égard [b] du double $2a$ de ce même nombre $a$.

$a$. $b$. $2a$.
7. 5. 14.

## XII COROLLAIRE.

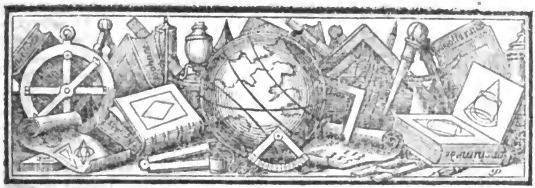
68. LEs puiſſances ſucceſſives du nombre ſimple 2 n'ont aucun diviſeur
b. 27. que l'une de ſes [b] puiſſances.

2. 4. 8. 16. 32. 64.

DEFINITION.

Quoique les nombres diviſibles par 4 ſoient pairement pairs; s'ils ſont encore diviſibles par un nombre impair, on dit qu'ils ſont *pairement impairs*.

Digitized by Google



# NOUVEAUX ELEMENS DES MATHEMATIQUES.

## *LIVRE SEPTIEME.*

### DES RAPPORTS ET DES PROPORTIONS.

#### Definitions.

TOute comparaiſon de deux grandeurs, où l'on conſidére ſimplement de combien l'une eſt moindre ou plus grande que l'autre, ſera nommée *rapport arithmétique.*

Et ſi l'on conſidére combien de fois l'une eſt contenuë dans l'autre, ou la peut contenir, ou quelles & combien des parties de l'une ſont contenuës dans l'autre; on dira que leur comparaiſon eſt un rapport *géométrique*, ou ſimplément que c'eſt un *rapport.* On luy donne ordinairement le nom de *raiſon*, & ſur tout parmi les Latins, par une imitation trop affectée des Grecs, chez qui un même terme λόγος ſignifie également la raiſon qui juge des choſes, & le rapport des unes aux autres.

La premiére des grandeurs comparées eſt appellée *le premier terme* ou *l'antécédent* du rapport arithmétique ou géométrique, & la ſeconde *le ſecond terme* ou *le conſequent.*

On dit que deux grandeurs ſont *commenſurables*, ou *comme nombre à nombre*; ou que *leur raiſon* ou *rapport eſt de nombre à nombre*, ou *commenſurable*; lorſqu'elles ont quelque meſure commune. Comme ſi une gran-

Digitized by Google

b. *Figure 28.* deur G peut mesurer [b] au juste chacune des grandeurs A & B, ou se trouver autant de fois au juste dans l'une qu'il y a d'unitez dans un certain nombre *a*, & aussi dans l'autre autant de fois au juste qu'il y a d'unitez dans un nombre *b*; les grandeurs A & B sont commensurables. ou leur rapport celuy des nombres *a* & *b*. La grandeur de 2 pieds & celle de 3 pieds sont commensurables, ou leur rapport le même que celuy des nombres 2 & 3.

| A. | B. | *a.* *b.* |
|---|---|---|
| *2 pieds.* | *3 pieds.* | 2. 3. |

Mais si deux grandeurs ne peuvent point avoir de mesure commune, ou que nulle grandeur ne puisse mesurer au juste l'une & l'autre; on dira qu'elles sont *incommensurables*, ou *non comme nombre à nombre*; ou que leur raison ou rapport n'est pas *de nombre à nombre*, ou qu'elles ont entr'elles une *raison sourde*, ou un *rapport incommensurable* ou *sourd*.

Chaque partie d'un tout, qui le mesure, ou s'y trouve plusieurs fois au juste, en est encore appellée *aliquote*; comme sa moitié ou son tiers, ou son quart, ou si 5^e^, ou 6^e^, ou 7^e^, ou autre partie telle qu'on la suppose. Et chaque partie d'un tout, qui ne peut s'y trouver plusieurs fois au juste ou sans reste, en est simplement appellée *portion*, ou *partie*; comme ses deux tiers, ses trois quarts, & ainsi du reste.

Si une grandeur en contient une autre plusieurs fois au juste, & qu'une troisiéme en contienne au juste autant de fois une quatriéme; la premiére & la troisiéme sont nommées *équimultiples*, ou plus proprement *multiples pareilles* ou *semblables* des deux autres. Comme les nombres 6 & 8, qui sont multiples pareils ou semblables des nombres 3 & 4; parce que 6 & 8 contiennent 2 fois au juste, l'un 3, & l'autre 4.

Et si la premiére grandeur est plusieurs fois dans la seconde au juste, & la troisiéme au juste autant de fois dans la quatriéme; la premiére & la troisiéme sont nommées *soimultiples pareilles* ou *semblables* des deux autres. Comme 3 & 4 des nombres 6 & 8; parceque 3 & 4 sont au juste 2 fois, l'un dans 6, & l'autre dans 8.

Ou autrement, si deux aliquotes de deux divers touts sont l'une autant de fois au juste dans son tout que l'autre dans le sien; ces deux aliquotes
b. *Figure 29.* sont nommées *pareilles* ou *semblables*. Comme un [b] tiers de la grandeur A, & un tiers de la grandeur B; qui sont aliquotes pareilles ou semblables des grandeurs A & B. Et les parties de deux divers touts exprimées de la même sorte seront aussi nommées *pareilles* ou *semblables*. Comme les 2 tiers de la grandeur A, & les 2 tiers de la grandeur B; qui sont des portions ou parties pareilles ou semblables des grandeurs A & B.

Si l'on compare deux rapports arithmétiques ou géométriques; le premier de leurs quatre termes est appellé *premier antécédent*, & le second *premier consequent*; le troisiéme *second antécédent*, & la quatriéme *second consequent*. Et l'on dit aussi que le premier & le quatriéme sont les deux *extrêmes*, & les deux autres ceux *du milieu* ou les deux *moyens*.

1. Si le premier terme surpasse le second d'autant que le troisiéme surpasse le quatriéme, ou si le second surpasse le premier d'autant que le quatriéme surpasse

ſurpaſſe le troiſiéme ; on dit que le premier eſt *arithmétiquement* au ſecond, comme le troiſiéme au quatriéme ; ou que le rapport arithmétique du premier au ſecond eſt égal à celuy du troiſiéme au quatriéme ; ou ſimplement qu'il y a une même différence, ou un même rapport arithmétique entre le premier & le ſecond, qu'entre le troiſiéme & le quatriéme. Un même, par exemple, entre 6 & 3, qu'entre 8 & 5. Et un même entre 3 & 6, qu'entre 5 & 8.

$$6\overset{-3.}{\frown}3. \qquad 8\overset{-5.}{\frown}5. \qquad\qquad \frown\!\!3\overset{+6.}{\frown}6. \qquad \frown\!\!5\overset{+8.}{\frown}8.$$

2. On dira dans la ſuitte, que le premier terme eſt *géométriquement* au ſecond, comme le troiſiéme au quatriéme ; ou ſimplement que le premier eſt au ſecond, comme le troiſiéme au quatriéme ; ou que le premier & le ſecond ſont entr'eux, comme le troiſiéme & le quatriéme ; ou que le rapport géométrique du premier au ſecond eſt égal à celuy du troiſiéme au quatriéme : ſi le premier A contient le ſecond B autant de fois, que le troiſiéme *a* le quatriéme *b* ; & le ſecond B autant de fois le reſte C du premier, que le quatriéme *b* le reſte *c* du troiſiéme ; & le reſte C autant de fois le nouveau reſte D du ſecond terme B, que le reſte *c* le nouveau reſte *d* du quatriéme terme *b* ; & le reſte D autant de fois un autre reſte E du premier reſte C, que le reſte *d* un autre reſte *e* du premier reſte *c*. Et ainſi de ſuitte juſques à ce qu'il ne reſte rien en même temps ni d'une part ni d'autre. Ou ſi le ſecond terme B contient le premier A autant de fois, que le quatriéme *b* le troiſiéme terme *a* ; & le premier A le reſte C du ſecond terme B, autant de fois que le troiſiéme *a* le reſte *c* du quatriéme *b* ; & le reſte C autant de fois le nouveau reſte D du premier terme A, que le reſte *c* le nouveau reſte *d* du troiſiéme terme *a* ; & le reſte D autant de fois un autre E du premier reſte C, que le reſte *d* un autre *e* du premier reſte *c*. Et ainſi de ſuitte, juſques à ce qu'il n'y ait plus en même temps de reſte ni d'une part ni d'autre, ou juſques à l'infini, ſi l'on trouve toûjours de nouveaux reſtes.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1er *terme* A. 72. | 3e *terme a.* 36. | 3e *reſte* E. 4. | 3e *reſte e.* 2. |
| 2d *terme* B. 28. | 4e *terme b.* 14. | 2d *reſte* D. 12. | 2d *reſte d.* 6. |
| 1er *reſte* C. 16. | 1er *reſte c.* 8. | 1er *reſte* C. 16. | 1er *reſte c.* 8. |
| 2d *reſte* D. 12. | 2d *reſte d.* 6. | 1er *terme* A. 28. | 3e *terme a.* 14. |
| 3e *reſte* E. 4. | 3e *reſte e.* 2. | 2d *terme* B. 72. | 4e *terme b.* 36. |

Ainſi on dira que 6 eſt à 3, comme 8 eſt à 4 ; parceque 6 & 8 contiennent 2 fois au juſte, l'un 3, & l'autre 4 ; ou parceque 6 eſt le double de 3, comme 8 eſt le double de 4. Et 6 & 9 ſont pareillement entr'eux, comme 10 & 15 ; parceque 6 & 10 étant une fois ſeulement, l'un dans 9, & l'autre dans 15 ; les reſtes 3 & 5 ſont au juſte 2 fois, l'un dans 6, & l'autre dans 10. Et les nombres 32 & 12 ont auſſi un même rapport que 24. & 9 ; parceque 12 & 9 étant 2 fois ſeulement, l'un dans 32, & l'autre dans 24 ; & les reſtes 8 & 6 une fois ſeulement, l'un dans 12, & l'autre dans 9 ; les nouveaux reſtes 4 & 3 ſont au juſte 2 fois, l'un dans le reſte 8, & l'autre dans le reſte 6. Et on verra de la même ſorte que 72 & 28 ont un même rapport que 36 & 14, par-

*Voyez la page ſuivante.*



Digitized by Google

ceque 28 & 14 étant 2 fois seulement, l'un dans 72, & l'autre dans 36; & les restes 16 & 8 une fois seulement, l'un dans 28, & l'autre dans 14; & les nouveaux restes 12 & 6 encore une fois seulement, l'un dans le reste 16, & l'autre dans le reste 8; les derniers restes 4 & 2 sont 3 fois au juste, l'un dans 12, & l'autre dans 6. Et pareillement 82 & 60 sont entr'eux comme 123 & 90.

$\left\{\begin{matrix}6.3.\\8.4.\end{matrix}\right.\left\{\begin{matrix}3.\ 6.\ 9.\\5.10.15.\end{matrix}\right.\left\{\begin{matrix}32.12.8.4.\\24.\ 9.6.3.\end{matrix}\right.\left\{\begin{matrix}72.28.16.12.4.\\36.14.\ 8.\ 6.2.\end{matrix}\right.\left\{\begin{matrix}82.60.22.16.6.4.2.\\123.90.33.24.9.6.3.\end{matrix}\right.$

3. L'égalité de deux rapports arithmétiques ou géométriques est encore nommée *proportion*; *arithmétique*, si les rapports sont arithmétiques; & *géométrique*, ou simplement *proportion*, s'ils sont géométriques. Et les 4 termes disposez par ordre sont nommez *proportionels*; *arithmétiquement*, ou *géométriquement*: ou simplement *proportionels*, si c'est géométriquement. Et l'on exprime & dispose ainsi ces quatre termes.

*Proportion Arithmétique* $\left\{\begin{matrix}7.\ 5:12.\ 10.\\5.\ 7:10.\ 12.\end{matrix}\right.$ *c'est à dire* ; 7 *surpasse* 5 *d'autant, que* 12 *surpasse* 10. *c'est à dire* ; 5 *est surpassé par* 7 *d'autant, que* 10 *est surpassé par* 12.

*Proportion géométrique* $\left\{\begin{matrix}6.3::8.4.\\3.6::4.8.\end{matrix}\right.$ *c'est à dire* ; 6 *est à* 3, *comme* 8 *est à* 4. *c'est à dire* ; 3 *est à* 6, *comme* 4 *est à* 8.

4. Si les deux termes du milieu sont égaux; la proportion arithmétique, ou géométrique, s'appelle continuë; & chacun des moyens est nommé moyen proportionel. Cette proportion s'exprimera ainsi.

*Proportion arithmétique continuë* $\left\{\begin{matrix}\div 7.\ 5.\ 3.\\ \div 3.\ 5.\ 7.\end{matrix}\right.$ *c'est à dire* 7. 5 : 5. 3. *c'est à dire* 3. 5 : 5. 7.

*Proportion géométrique continuë* $\left\{\begin{matrix}:: 12.6.\ 3.\\ :: 3.6.12.\end{matrix}\right.$ *c'est à dire* ; 12. 6 :: 6. 3. *c'est à dire* ; 3. 6 :: 6. 12.

5. Si la proportion s'étend au delà de trois termes, ou que le premier soit au second arithmétiquement, ou géométriquement, comme le second est au troisiéme; & le second pareillement au troisiéme, comme le troisiéme est au quatriéme; & ainsi de suitte jusques où l'on voudra; on nomme *progression* toutes ces proportions suivies prises ensemble. Et la progression est *arithmétique*, si les rapports continus sont arithmétiques. Et on la nomme *géométrique*, ou simplement *progression*, s'ils sont géométriques. Ce qui s'exprime ainsi.

*Progression arithmétique* $\left\{\begin{matrix}\div 13.11.\ 9.\ 7.\\ :- 5.\ 7.\ 9.\ 11.\end{matrix}\right.$ *c'est à dire* ; 13. 11 :: 11. 9. *Et* 11. 9 :: 9. 7. *c'est à dire* ; 5. 7 :: 7. 9. *Et* 7. 9 :: 9. 11.

*Progression géométrique* $\left\{\begin{matrix}:: 32.16.8.4.\\ :: 2.4.8.16.\end{matrix}\right.$ *c'est à dire* ; 32. 16 :: 16. 8. *Et* 16. 8 :: 8. 4. *c'est à dire* ; 2. 4 :: 4. 8. *Et* 4. 8 :: 8. 16.

La progression géométrique sera nommée *multiple*, si le premier terme est multiple du second. *Double* s'il en est double. Et *triple*, s'il en est triple.

Digitized by Google

Et *quadruple*, s'il en eſt quadruple. Et *quintuple*, ou *ſextuple*, ou *ſeptuple*, ou *décuple*, ou *centuple*; s'il en eſt quintuple, ou ſextuple, ou ſeptuple, ou décuple, ou centuple.

*Progreſſion double* ∴ 1024. 512. 256. 128. 64. 32. 16. 8. 4. 2. 1.
*Progreſſion triple* ∴ 6561. 2187. 729. 243. 81. 27. 9. 3. 1.
*Progreſſion quintuple* ∴ 78125. 15625. 3125. 625. 125. 25. 5. 1.
*Progreſſion décuple* ∴ 1000000. 100000. 10000. 1000. 100. 10. 1.

La progreſſion géométrique ſera nommée *ſoûmultiple*, ſi le premier terme eſt ſoûmultiple du ſecond. *Soûdouble*, s'il en eſt ſoûdouble. Et *ſoûtriple*, ou *ſoûquadruple*, ou *ſoûquintuple*, ou *ſouſſextuple*, ou *ſouſſeptuple*, ou *ſoûdécuple*, ou *ſouſcentuple*; s'il en eſt ſoûtriple, ou ſoûquadruple, ou ſouſquintuple, ou ſouſſextuple, ou ſouſſeptuple, ou ſoûdécuple, ou ſouſcentuple.

*Progreſſion ſoûdouble* ∴ 1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. 128. 256. 512. 1024.
*Progreſſion ſoûtriple* ∴ 1. 3. 9. 27. 81. 243. 729. 2187. 6561.
*Progreſſion ſoûquintuple* ∴ 1. 5. 25. 125. 625. 3125. 15625. 78125.
*Progreſſion ſoûdécuple* ∴ 1. 10. 100. 1000. 10000. 100000. 1000000.

6. La proportion géométrique ſera nommée *droitte*, lorſque ſes termes ſeront diſpoſez par ordre & chacun dans ſon rang.

7. Et ſi le premier terme eſt au ſecond, comme dans un ordre renverſé le quatriéme au troiſiéme. Ou ſi on tranſpoſe les deux premiers termes d'une proportion droitte, ou ſes deux derniers, à la place l'un de l'autre; la proportion, qui eſt *renverſée*, eſt alors nommée *réciproque*; & on dit que les deux premiers termes ſont *réciproques* aux deux autres. Comme ſi la proportion droitte eſt 6. 3 :: 8. 4. on dira que 6 & 3 ſont réciproques aux termes 4 & 8; ou 3 & 6 aux termes 8 & 4; ou que les termes 6. 3. 4. 8. ſont en proportion réciproque, comme auſſi les termes 3. 6. 8. 4.

*Proportion droitte* 6. 3 :: 8. 4. *Proportion réciproque* 6. 3. 4. 8. *ou* 3. 6. 8. 4.

8. Si les termes d'une proportion droitte ſont tranſpoſez, pour comparer le ſecond au premier, & le quatriéme au troiſiéme; on dira que c'eſt en *permutant*, ou *par permutation*, ou *par un changement inverſe* ou *de permutation*.

*Proportion droitte* 6. 3 :: 8. 4. *Et par permutation* 3. 6. 4. 8.

9. Et ſi c'eſt pour comparer le premier terme au troiſiéme, & le ſecond au quatriéme; on dira que c'eſt *par un changement alterne*.

*Proportion droitte* 6. 3 :: 8. 4. *Et par un changement alterne* 6. 8. 3. 4.

10. Et ſi on compare le premier & le ſecond enſemble au ſecond, & le troiſiéme & le quatriéme enſemble au quatriéme; on dira que c'eſt *en compoſant*, ou *par compoſition*.

*Proportion droitte* 6. 3 :: 8. 4. *Et par compoſition*, 6+3. 3. 8+4. 4.

11. Et ſi on compare le premier moins le ſecond au ſecond, & le troiſiéme moins le quatriéme au quatriéme; on dira que c'eſt *en diviſant*, ou *par diviſion*.

*Proportion droitte* { 6. 2 :: 12. 4. / 6. 3 :: 8. 4. } *Et par diviſion* { 6—2. 2 :: 12—4. 4. / 6—3. 3. 8—4. 4. }

Et ſi on compare le premier au premier même moins le ſecond, & le troiſiéme au troiſiéme même moins le quatriéme; on dira que c'eſt *par converſion*, ou *par un changement de converſion*.

*Proportion droitte* $\begin{cases} 6.2::12.4. \\ 6.3::8.4. \end{cases}$ *Et par converſion* $\begin{cases} 6.6-2.12.12-4. \\ 6.6-3.8.8-4. \end{cases}$

## I THEOREME.

13. SI deux rapports arithmétiques ſont égaux l'un & l'autre à un même rapport; ils ſont égaux entr'eux. Car ſi A ſurpaſſe B d'autant, que z ſurpaſſe *y*; & que la grandeur *a* ſurpaſſe auſſi *b* d'autant, que *z* ſurpaſſe *y*; il eſt viſible, & c'eſt comme un axiome, que l'excez dont A ſurpaſſe B, eſt [b] égal à celuy dont *a* ſurpaſſe *b*. Ou ſi l'excez dont B ſurpaſſe A, eſt égal à l'excez dont *y* ſurpaſſe *z*; & auſſi l'excez dont *b* ſurpaſſe *a*, égal à l'excez dont *y* ſurpaſſe *z*; le premier dont B ſurpaſſe A, eſt égal [b] au troiſiéme dont *b* ſurpaſſe *a*. b. 14. 1.

*Proportions arithmétiques* $\begin{cases} A.B:z.y. \\ 7.5:12.10. \end{cases}$ *Et* $\begin{cases} a.b:z.y. \\ 6.4:12.10. \end{cases}$ *Donc* $\begin{cases} A.B:a.b. \\ 7.5:6.4. \end{cases}$

*Proportions arithmétiques* $\begin{cases} A.B:z.y. \\ 5.7:10.12. \end{cases}$ *Et* $\begin{cases} a.b:z.y. \\ 4.6:10.12. \end{cases}$ *Donc* $\begin{cases} A.B:a.b. \\ 5.7.4.6. \end{cases}$

## II THEOREME.

14. EN toute proportion arithmétique la ſomme des extrêmes eſt égale à celle des moyens. Car ſi le ſecond terme eſt *b*, & le quatriéme *y*, & *d* la différence dont le premier ſurpaſſe le ſecond *b*, ou dont le troiſiéme ſurpaſſe le quatriéme *y*; le premier terme eſt $b+d$, & le troiſiéme eſt $y+d$. Et la proportion diſpoſée par ordre eſt $b+d.b:y+d.y.$ Et les extrêmes enſemble $b+d$ & *y* ſont une même ſomme, que les moyens enſemble *b* & $y+d$. Et ſi le ſecond terme *b* ſurpaſſe le premier, & que *d* ſoit l'excez; le premier eſt $b-d$, & le troiſiéme eſt $y-d$. Et la proportion eſt $b-d.b:y-d.y.$ Et les extrêmes $b-d$ & *y* ſont enſemble une même ſomme que les deux moyens *b* & $y-d$.

*Proportion arithmétique* $\begin{cases} b+d.b:y+d.y. \\ 5+2.5:10+2.10. \end{cases}$ $\begin{cases} b-d.b:y-d.y. \\ 7-2.7:12-2.12. \end{cases}$

## I COROLLAIRE.

15. EN toute proportion arithmétique continuë, la ſomme des extrêmes eſt égale [b] au double du moyen proportionel; parceque ce terme tient la place de chacun des moyens. Comme ſi les termes ſont 7. 5. 3. on aura un même nombre 10, en prenant 2 fois le terme moyen 5, ou les extrêmes enſemble 7 & 3. b. 14.

$\begin{cases} \div b.b+d.b+2d. \\ \div 7.5.3. \end{cases}$

Digitized by Google

## II COROLLAIRE.

16. ET ſi la ſomme $a+y$ des extrêmes $a$ & $y$ eſt égale à la ſomme $b+z$ des moyens $b$ & $z$; les quatre termes $a$, $b$, $z$, $y$, ſont proportionels arithmétiquement. Car ôtant $b+y$, ou $a+z$, de chacune des deux ſommes égales $a+y$ & $b+z$. Les reſtes ou les différences $a-b$ & $z-y$, ou $-a+b$ & $-z+y$, ſont [b] égales entr'elles, ou les termes, $a$, $b$, $z$, $y$, proportionels [c] arithmétiquement.

$\left\{\begin{matrix} a.\ b : z.\ y. \\ 7.\ 5 : 12.\ 10. \end{matrix}\right.$ b. 10. 1. c. 3.

## III COROLLAIRE.

17. LEs quatre termes d'une proportion arithmétique ſont [b] toûjours proportionels arithmétiquement, quelque tranſpoſition qu'on en faſſe, pourvû que les extrêmes ſoient toûjours extrêmes, ou tous deux moyens; puis qu'alors la ſomme des extrêmes [c] eſt égale à celle des moyens. De ſorte que ſi la proportion arithmétique eſt $a.\ b : z.\ y.$ On aura chacune des ſept autres $a.\ z : b.\ y.$ Et $b.\ a : y.\ z.$ Et $b.\ y : a.\ z.$ Et $z.\ a : y.\ b.$ Et $z.\ y : a.\ b.$ Et $y.\ b : z.\ a.$ Et $y.\ z : b.\ a.$ b. 16. c. 15.

$\left\{\begin{matrix} a.\ b : z.\ y. \\ 7.\ 5 : 12.\ 10. \end{matrix}\right.$ Et $\left\{\begin{matrix} a.\ z : b.\ y. \\ 7.\ 12 : 5.\ 10. \end{matrix}\right.$ Et $\left\{\begin{matrix} b.\ a : y.\ z. \\ 5.\ 7 : 10.\ 12. \end{matrix}\right.$ Et $\left\{\begin{matrix} b.\ y : a.\ z. \\ 5.\ 10 : 7.\ 12. \end{matrix}\right.$

Et $\left\{\begin{matrix} z.\ a : y.\ b. \\ 12.\ 7 : 10.\ 5. \end{matrix}\right.$ Et $\left\{\begin{matrix} z.\ y : a.\ b. \\ 12.\ 10 : 7.\ 5. \end{matrix}\right.$ Et $\left\{\begin{matrix} y.\ b : z.\ a. \\ 10.\ 5 : 12.\ 7. \end{matrix}\right.$ Et $\left\{\begin{matrix} y.\ z : b.\ a. \\ 10.\ 12 : 5.\ 7. \end{matrix}\right.$

## I PROBLEME.

18. *POur trouver le quatriéme terme d'une proportion arithmétique, dont les trois premiers ſont déja connus.*

On prendra la ſomme des deux moyens, & on ôtera le premier de la ſomme. Et la queſtion ſera [b] reſoluë. Parceque ce reſte & le premier terme ſeront égaux enſemble à la ſomme des moyens. De ſorte que ſi les trois premiers diſpoſez par ordre ſont $a$, $b$, $z$, le quatriéme eſt $b+z-a$. b. 16.

### Premier exemple.

Pour trouver un nombre qui ſoit arithmétiquement proportionel aux trois 15, 10, 18. Je prends la ſomme 28 des deux moyens 10 & 18, & j'en ôte le premier terme 15; & le reſte 13 eſt le quatriéme terme.

15. 10 : 18. 13.

### Second exemple.

Pour trouver un nombre proportionel arithmétiquement aux trois 13, 18, 10. Je puis faire comme dans l'exemple précédent. Ou s'il eſt plus commode, j'ôte le premier 13 du ſecond 18, & j'ajoûte la différence 5 au troiſiéme 10. Et je trouve le terme 15 qui réſout la queſtion.

13. 18 : 10. 15.

Et pareillement dans le premier exemple, pour trouver le quatriéme terme proportionel arithmétiquement aux trois nombres 15, 10, 18. J'au-



Digitized by Google

rois pû ôter le ſecond terme 10 du premier 15, & ôter auſſi la différence 5 du troiſiéme 18; ce qui m'auroit laiſſé le quatriéme terme 13. 15. 10: 18. 13.

## II PROBLEME.

19. *Pour continuer une progreſſion, dont on connoît déja les deux premiers termes.*

On double le ſecond, & de ce double on ôte le premier. Et le [b] reſte eſt le troiſiéme terme, qui fournit le quatriéme à ſon tour de la [b] même ſorte. Et ainſi du reſte. b. 15.

Ou ſi on connoît ſeulement le premier, & la différence qui eſt entre les deux premiers; le premier *a* plus ou moins la différence *d* fournit [c] le ſecond; & le ſecond plus ou moins la même différence donne [c] auſſi le troiſiéme, qui ſert à ſon tour de la même ſorte pour trouver le quatriéme. Et ainſi du reſte juſques où l'on voudra. c. 5.

*Progreſſion arithmétique* { ÷ *a. a+d. a+2d. a+3d. a+4d. a+5d.*
÷ 3. 5. 7. 9. 11. 13.

*Progreſſion arithmétique* { ÷ *a. a−d. a−2d. a−3d. a−4d. a−5d.*
÷ 21. 19. 17. 15. 13. 11.

## I COROLLAIRE.

20. En toute progreſſion arithmétique, chaque terme renferme une fois le premier plus ou moins autant de fois la différence qu'il y a de termes avant luy. Car [b] le ſecond n'eſt que le premier même plus ou moins une fois la différence, & le troiſiéme [b] auſſi que le premier plus ou moins 2 fois la différence. Et ainſi du reſte. b. 19.

## II COROLLAIRE.

21. Si l'intervalle de deux termes d'une progreſſion arithmétique eſt égal à celuy de deux autres termes; ils ſont tous quatre en progreſſion arithmétique. Parce que la différence de deux termes, qui en ont un interpoſé, eſt la différence [b] ſimple de la progreſſion; ou le double [b] de la même différence, s'il y en a deux interpoſez; ou le [b] triple, s'il y en a trois. Et ainſi du reſte. De ſorte que ſi la diſtance de deux termes eſt égale à celle de deux autres; la différence des deux d'une part eſt égale à celle des deux autres, ou les quatre termes proportionels arithmétiquement, comme les quatre *a+d. a+4d. a+5d. a+8d.* b. 20.

{ ÷ *a. a+d. a+2d. a+3d. a+4d. a+5d. a+6d. a+7d. a+8d.*
÷ 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. 17. 19.

## III COROLLAIRE.

22. Chaque terme d'une progreſſion arithmétique eſt moyen proportionel [b] arithmétiquement entre deux autres, qui en ſont également éloignez. Parceque la différence du premier de ces deux au moyen b. 19.

Digitized by Google

est [c] égale à celle du moyen à l'autre des deux termes. Le terme $a+4d$, par exemple, est moyen proportionel entre les deux $a+d$ & $a+7d$; ou les trois $a+d$, $a+4d$, $a+7d$ en proportion arithmétique continuë. c. 21.

## IV COROLLAIRE.

23. En toute progreſſion arithmétique, la ſomme des extrêmes ou du premier & du dernier des termes, eſt égale [a] à celle du ſecond & du penultiéme; ou du troiſiéme & de l'antépénultiéme; ou de deux également diſtans des extrêmes; ou au double du terme du milieu, ſi le nombre des termes eſt impair. Puiſque ſi deux termes ſont également éloignez de deux autres interceptez entr'eux, ou également éloignez d'un ſeul; tous les quatre diſpoſez par ordre ſont en proportion [b] arithmétique, ou les trois en proportion [c] arithmétique continuë. C'eſt ainſi dans la progreſſion précédente que $2a+8d$ eſt également la ſomme du premier & du neuviéme terme; ou celle du ſecond & du huitiéme; ou du troiſiéme & du ſeptiéme; ou du quatriéme & du ſixiéme; ou le double du cinquiéme a. 14 & 15. b. 21. c. 22.

## V COROLLAIRE.

24. Le premier, troiſiéme, cinquiéme, ſeptiéme, neuviéme, & autres termes d'une progreſſion arithmétique, pris ainſi de deux en deux, ſont pareillement en progreſſion arithmétique. Parceque le premier eſt arithmétiquement [b] au ſecond, comme le ſecond au troiſiéme; & le ſecond au troiſiéme, comme [b] le troiſiéme au quatriéme; & ainſi du reſte. Ou le premier au troiſiéme, comme le troiſiéme [c] au cinquiéme; & ainſi du reſte. b. 5. c. 21.

Et par la même raiſon; le premier, quatriéme, ſeptiéme, dixiéme, treiziéme, ſeiziéme, & les autres termes, pris ainſi de trois en trois conſécutivement, ſont encore en progreſſion.

Et le premier, cinquiéme, neuviéme, treiziéme, dix-ſeptiéme, & les autres conſécutifs, & pris de quatre en quatre, le ſont pareillement. Et tous ceux en général, qui conſervent la même diſtance entr'eux, & qui ſont pris par ordre.

## III THEOREME.

25. En toute progreſſion arithmétique des nombres naturels; le quarré du terme, qui ſuit de plus prés le dernier ou plus grand, moins le quarré du premier, moins encore le nombre des termes, vaut au juſte 2 fois la ſomme des termes.

### Demonstration.

Si le premier terme eſt $a$, & qu'il y ait 4 termes; ces termes ſont $a$, $a+1$, $a+2$, $a+3$. Et [a] celuy, qui ſuit le dernier de plus prés, eſt $a+4$; dont le quarré $aa+8a+16$ contient déja une fois le quarré $aa$ du premier terme $a$; plus encore 8 fois $a$, ou 2 fois autant qu'il y a d'unitez dans 4, ou qu'il y a de termes, ou que le terme $a$ eſt réïtéré dans la progreſſion. Et ce même quarré contient auſſi le quarré 16 du nombre des ter- a. 19.

Digitized by Google

b. 17. 4. mes, ou les nombres 1, 3, 5, 7, qui [b] le forment. Mais il eſt égal d'ôter 4 ou le nombre des termes de ſon quarré 16, ou d'ôter 1 de chacun de ces nombres 1, 3, 5, 7, qui forment [b] enſemble ce quarré; ce qui laiſſe pour reſtes le nombre 12 d'une part, & de l'autre les nombres 0, 2, 4, 6, qui contiennent au juſte 2 fois les excez 1, 2, 3, de la progreſſion. De ſorte que le quarré $aa+8a+16$ du terme $a+4$, moins le quarré $aa$ du premier $a$, moins le nombre 4 des termes, vaut $8a+12$, ou 2 fois au juſte la ſomme $4a+6$ des quatre termes $a$, $a+1$, $a+2$, $a+3$.

## IV THEOREME.

26. EN toute progreſſion arithmétique des nombres naturels; le cube du terme qui ſuit le dernier ou le plus grand de plus prés, moins le cube du premier, moins le nombre des termes, moins 3 fois la ſomme des termes, vaut au juſte 3 fois la ſomme des quarrez.

DEMONSTRATION.

Si le premier terme eſt $a$, & qu'il y ait 4 termes; ces termes [a] ſont $a$, $a+1$, $a+2$, $a+3$. Et [a] celuy qui ſuit le dernier de plus prés, eſt $a+4$; a. 19. dont le cube $a^3+12aa+48a+64$ contient déja le cube $a^3$ du premier terme $a$; & 12 fois ſon quarré $aa$, ou 3 fois autant qu'il y a d'unitez dans le nombre des termes, ou que le même quarré $aa$ ſe doit trouver de fois b. 10. 4. dans [b] la ſomme de tous les quarrez des termes. Et il contient encore $48a$, ou $3a$ autant de fois qu'il y a d'unitez dans le quarré 16 du nombre des c. 17. 4. termes, ou dans [c] les nombres 1, 3, 5, 7. Et ſi on ôte $3a$ des $48a$ autant de fois que le terme $a$ eſt dans la ſomme des termes, ou qu'il y a d'unitez dans le nombre de ces mêmes termes: on aura encore autant de fois $3a$ qu'il y a d'unitez dans les nombres 0, 2, 4, 6; c'eſt à dire, autant de fois $3a$, que le terme $a$ peut être diſtribué de fois dans tous les quarrez $aa$, $aa+2a+1$, $aa+4a+4$, $aa+6a+9$. Et le cube contient enfin d. 20. 4. 64, ou le cube du nombre des termes; c'eſt [d] à dire, 1 fois le nombre 4 des termes, plus 6 fois le 3[e] nombre 10 de ceux du 3[e] ordre. Mais les différences 1, 2, 3, & leurs quarrez 1, 4, 9, étant raſſemblez; & leurs ſommes 2, 6, 12, étant priſes enſemble 3 fois, ou les moitiez 1, 3, 6, de ces mêmes ſommes étant priſes 6 fois, valent pareillement 6 fois le nom- c. 2[e] *Table*. bre 10, qui eſt le troiſiéme [c] de ceux du 3[e] ordre, ou qui eſt égal [f] aux trois f. 7. 4. premiers enſemble 1, 3, 6; du ſecond. Et ſi de ce reſte 60 on ôte encore la ſomme 6 des différences 1, 2, 3, ou 3 fois le ſecond nombre 6 du 3[e] ordre; le reſte 42 vaudra 3 fois la ſomme 14 des quarrez 1, 4, 9, des trois différences. Et ainſi le cube $a^3+12aa+48a+64$, moins le cube $a^3$ du premier terme, moins le nombre des termes, moins encore 3 fois la ſomme des termes, vaut au juſte 3 fois la ſomme $4aa+12a+14$ de tous les quarrez des 4 termes de la progreſſion.

## V THEOREME.

b. 2[e] *Table*. 27. ET prenant pareillement le [b] rang paralléle des quatriémes puiſſances, les cellules 1, 4, 6, 4, 1, marqueront qu'en toute progreſſion arithmétique

Digitized by Google

tique des nombres naturels; le quarré du quarré du terme, qui ſuit le dernier de plus prés, moins un quarré du quarré du premier, moins le nombre des termes, moins 4 fois leur ſomme, moins encore 6 fois celle de leurs quarrez, vaut 4 fois au juſte la ſomme de leurs cubes. Et ainſi de ſuitte juſques à l'infini.

## THEOREME VI ET GENERAL.

28. Et généralement en toute progreſſion arithmétique $a, a+d, a+2d, a+3d$; telle puiſſance qu'on voudra du terme $a+4d$, qui ſuit le dernier de plus prés, comme la quatriéme $a^4+16a^3d+96aadd+256ad^3+256d^4$, moins une ſemblable $a^4$ du premier terme $a$, & moins encore une ſemblable $d^4$ de la différence $d$ priſe 4 fois, c'eſt à dire, moins $4d^4$; & moins encore un produit $16ad^3+24d^4$ de la ſomme des termes par $4d^3$, qui répond à la cellule, où eſt $4b^3$; moins auſſi un autre produit $24aadd+72ad^3+84d^4$ de la ſomme entiére des quarrez par $6dd$, qui répond à la cellule, où eſt $6bb$; doit enfin avoir pour juſte valeur un produit $16a^3d+72aadd+168ad^3+144d^4$ de la ſomme entiére des cubes par $4d$, qui répond à la cellule, où eſt $4b$. Et c'eſt toûjours la même choſe des autres puiſſances de telle progreſſion arithmétique qu'on voudra propoſer.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| *Progreſſion arithmétique* | $a^4$ | * | * | * |
| $a. a+d. a+2d. a+3d.$ | | * | * | $+4d^4$ |
| *nouveau terme* $a+4d$ *qui ſuit le dernier de plus prés.* | | * | $16ad^3$ | $+24d^4$ |
| *Sa* 4^e *Puiſſ.* $a^4+16a^3d+96aadd+256ad^3+256d^4$ | | | $24aadd+72ad^3$ | $+84d^4$ |
| $-a^4$ | * | $-24aadd-88ad^3-112d^4.$ | $a^4+24aadd+88ad^3+112d^4$ | |
| *Reſte* * | $16a^3d+72aadd+168ad^3+144d^4$ | | *Expoſant & ſomme des cubes* | $4a^3+18aad+42add+36d^4.$ |
| *Diviſé par* $4d$ | | | | |

*Cubes de tous les termes*

$a^3. a^3+3aad+3add+d^3. a^3+6aad+12add+8d^3. a^3+9aad+27add+27d^3.$

## III PROBLEME.

29. *Connoiſſant le premier & le dernier terme d'une progreſſion arithmétique, & le nombre de ſes termes; pour trouver la différence qui regne dans tout le cours de la progreſſion.*

On ôtera le moindre des extrêmes $a$ & $z$ du plus grand des deux, & 1 du nombre $n$ des termes. Et le premier reſte $a-z$ ou $z-a$ ſera diviſé enſuitte par l'autre reſte $n-1$. Et l'expoſant $d$ ſera la différence de la progreſſion. Car le plus grand des extrêmes $a$ & $z$ contient une fois l'autre, plus [b] encore autant de fois la différence qu'il y a de termes moins un, ou b. 20.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1^er *& grand terme* | 1a. 26. | *Diviſer* | $1a-1z.$ 21. $\S d.$ 3. *expoſant* |
| *le dernier & moindre* | 1z. 5. | *par* | $1n-1.$ 7. *& différence?* |
| *nombre des termes* | 1n. 8. | *Termes* | 26. 23. 20. 17. 14. 11. 8. 5. |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1^er *& moindre terme* | 1a. 5. | *Diviſer* | $1z-1a.$ 21. $\S d.$ 3. *expoſant* |
| *le dernier & plus grand* | 1z. 26. | *par* | $1n-1.$ 7. *& différence?* |
| *nombre des termes* | 1n. 8. | *Termes* | 5. 8. 11. 14. 17. 20. 23. 26. |



Digitized by Google

b. 20. qu'il y a d'unitez dans $n-1$. Et par[b] conſéquent, ſi on diviſe la différence $z-a$ ou $a-z$ des extrêmes par $n-1$; l'expoſant $d$ réſoudra la queſtion.

EXEMPLE.

Pour trouver la différence d'une progreſſion arithmétique de 257 termes, & dont les extrêmes ſont 1843 & 51. J'ôte 51 de 1843, & 1 de 257. Et je diviſe le premier reſte 1792 par l'autre 256. Et l'expoſant 7 eſt la différence, dont le premier ou le dernier terme 1843 ſurpaſſe le ſecond ou le penultiéme 1836.

*De l'extrême* 1843 — *ôter 1 de* 257
*ôter l'extrême* 51 — *Reſte* 256
*Diviſer le reſte* 1792 ⟨ 7 *expoſant*
*par le reſte* 256 ⟩ *différence de la progreſſion.*

## IV PROBLEME.

30. *Connoiſſant la différence qui regne dans la progreſſion, & les deux extrêmes; pour trouver le nombre de ſes termes.*

On ôtera le moindre des extrêmes $a$ & $z$ du plus grand des deux. Et le reſte $a-z$ ou $z-a$ ſera diviſé enſuitte par la différence $d$ de la progreſſion. Et l'expoſant $e$ recevant l'unité donnera le nombre $n$ des termes. Car le plus
b. 20. grand des extrêmes $a$ & $z$ contient une fois l'autre, [b] plus encore autant de fois la différence $d$ de la progreſſion, qu'il y a de termes moins un, ou qu'il y a d'unitez dans le nombre $n-1$ ou dans $e$. De ſorte que le problême $a$ preſcrit ce qu'il falloit faire.

*1er & grand terme* 1a. 26. *Diviſer* 1a−1z. 21. ⟨ e. 7. *expoſant*
*le dernier & moindre* 1z. 5. *par* 1d 3. ⟨ e+1. 8. *nombre* 1n.
*différence* 1d. 3. (*Termes* ÷ 26. 23. 20. 17. 14. 11. 8. 5.

*1er & moindre terme* 1z. 5. *Diviſer* 1z−1a. 21. ⟨ e. 7. *expoſant*
*le dernier & plus grand* 1z. 26. *par* 1d. 3. ⟨ e+1. 8. *nombre* 1n.
*différence* 1d. 3. (*Termes* ÷ 5. 8. 11. 14. 17. 20. 23. 26.

EXEMPLE.

Pour trouver le nombre des termes d'une progreſſion arithmétique, où la différence eſt 7, & les extrêmes 1843 & 58. J'ôte 58 de 1843. Et je diviſe le reſte 1785 par l'excez ou par le nombre 7 dont les termes ſe ſurpaſſent conſécutivement. Et l'expoſant 255 recevant l'unité, donne le nombre 256 des termes.

*De l'extrême* 1843
*ôter l'extrême* 58
*Diviſer le reſte* 1785 ⟨ 255 *expoſant*
*par la différence* 7 ⟩ 256 *nombre des termes.*

## V PROBLEME.

31. *Connoiſſant la différence qui regne dans la progreſſion, & le nombre des termes, & l'un des deux extrêmes; pour trouver l'autre extrême.*

Digitized by Google

On ôtera 1 du nombre $n$ des termes, & le reſte $n-1$ ſera multiplié par la différence $d$. Et on ôtera le produit $nd-1d$ de l'extrême connû $a$ ou $z$, ſi cet extrême eſt le plus grand des deux. Et ſi c'eſt le moindre, on luy ajoûtera le produit $nd-1d$. Et le reſte $1a-1nd+1d$ ou $1z-1nd+1d$, ou la ſomme $1a+1nd-1d$ ou $1z+1nd-1d$ ſera l'extrême qu'on demande. Car chacun des extrêmes $a$ & $z$ contient une fois l'autre, [b] plus ou moins autant de fois la différence $d$ qu'il y a de termes moins un, ou d'unitez dans le nombre $n-1$. Les modéles qu'on expoſe ici pour le terme $a$ ſerviront pour $z$ en mettant $z$ pour $a$, & tranſpoſant les mots premier & dernier chacun à la place de l'autre. b. 20.

*différence* $\begin{cases} d. & \textit{nombre} \\ 3. & \textit{des termes} \end{cases}$ $\begin{cases} n. & \textit{premier} \\ 8. & \textit{terme} \end{cases}$ $\begin{cases} a. & \textit{dernier} \\ 26. & \textit{terme} \end{cases}$ $\begin{cases} 1a-1nd+1d. \\ 5 \textit{ petit extrême.} \end{cases}$

*différence* $\begin{cases} d. & \textit{nombre} \\ 3. & \textit{des termes} \end{cases}$ $\begin{cases} n. & \textit{premier} \\ 8. & \textit{terme} \end{cases}$ $\begin{cases} a. & \textit{dernier} \\ 5. & \textit{terme} \end{cases}$ $\begin{cases} 1a+1nd-1d \\ 26 \textit{ grand extrême.} \end{cases}$

Exemple.

Pour trouver le dernier terme d'une progreſſion de 249 termes, dont le premier terme & le moindre des extrêmes eſt 58, & 7 la différence de deux conſécutifs. J'ôte 1 de 249, & je multiplie le reſte 248 par la différence 7. Et parce le dernier terme ſurpaſſe le premier, j'ajoûte le produit 1736 au premier terme 58, & la ſomme 1794 eſt le dernier des termes.

*Multiplier* 248 *ou* 249—1
*par la différence* 7
*Au produit* 1736
*ajoûter* 58 *premier terme*
*ſomme* 1794 *dernier terme.*

## VI PROBLEME.

32. *Connoiſſant la différence, & le nombre des termes, & l'un des extrêmes; pour trouver la ſomme entiére de la progreſſion.*

On cherche l'autre [b] extrême, & on ajoûte enſemble les deux extrêmes $a$ & $z$. Et enſuite on multiplie leur ſomme $a+z$ par la moitié $l$ du nombre $n$ des termes, ou la ſeule moitié de la ſomme $a+z$ par le nombre entier $n$ des termes. Et le produit $al+lz$, ou la moitié du produit $an+nz$, eſt la ſomme entiére des termes que l'on cherche. b. 31.

Car la ſomme des extrêmes égale [c] celle du ſecond & du penultiéme, ou du troiſiéme & de l'antépénultiéme, ou de deux autres tels qu'on voudra également éloignez des extrêmes, & même le double du milieu, ſi le nombre des termes eſt impair. De ſorte que la ſomme entiére des termes de la progreſſion vaut celle des extrêmes priſe autant de fois que tous les termes peuvent être ainſi raſſemblez deux à deux, ou qu'il y a d'unitez dans la moitié du nombre $n$ des termes. c. 23.

*différence* $\begin{cases} d. & \textit{nombre} \\ 12. & \textit{des termes} \end{cases}$ $1n \begin{cases} 2l. & \textit{premier} \\ 60. & \textit{terme} \end{cases}$ $\begin{cases} a. & \textit{des termes} \\ 50. & \textit{terme} \end{cases}$ $\begin{cases} \textit{ſomme} \\ 24240 \end{cases}$ $\begin{cases} 2al+2dll-dl \\ \end{cases}$

*différence* $\begin{cases} d. & \textit{nombre} \\ 12. & \textit{des termes} \end{cases}$ $1n \begin{cases} 2l. & \textit{dernier} \\ 60. & \textit{terme} \end{cases}$ $\begin{cases} z. & \textit{des termes} \\ 758. & \textit{terme} \end{cases}$ $\begin{cases} \textit{ſomme} \\ 24240 \end{cases}$ $\begin{cases} 2zl-2dll+dl \\ \end{cases}$



Digitized by Google

EXEMPLE.

Pour trouver la ſomme entiére des 249 termes d'une progreſſion arithmétique, dont le premier eſt 58, & 7 la différence de deux conſécutifs. Je
b. 31. prens [b] ſon dernier terme 1794. Et luy ajoûtant 58, je prens la moitié de la ſomme 1852, ou 926. Et je multiplie cette moitié par le nombre 249 des termes. Et le produit 230574 eſt la ſomme entiére des 249 termes de la progreſſion.

*Les extrêmes* 58 *&* 1794. *Leur ſomme* 1852.
*Multiplier leur moitié* 926.
*par le nombre des termes* 249.
*Produit* 230574.
*ſomme entiére.*

## *VII PROBLEME.*

33. *CONnoiſſant la différence, & le premier terme, & la ſomme entiére de la progreſſion; pour trouver le nombre des termes, & le dernier.*

On pourra continuer la progreſſion, juſques à ce qu'un certain aſſemblage de termes égale la ſomme *ſ*. Et alors on aura le dernier *z*, & le nombre des termes. On propoſera une autre régle ailleurs plus méthodique & plus abbrégée. Et par conſéquent celle-cy ne merite pas que l'on s'y arrête.

1er *terme* 1*a*. 2. *différence* 1*d*. 2. *ſomme* 1*ſ*. 342.
*Progreſſion* ∴ 2. 4. 6. 8. 10. 12. 14. 16. 18. 20. 22. 24. 26. 28. 30. 32. 34. 36.

## VIII PROBLEME.

34. *CONnoiſſant la différence, & le nombre des termes, & la ſomme entiére de la progreſſion; pour trouver chaque terme.*

On diviſera la ſomme entiére *ſ* par la moitié *l* du nombre 2*l* des termes.
b. 23. Et l'expoſant *e* ſera déja la ſomme [b] des extrêmes. Et ſi on en retranche un produit 2*dl*—1*d* de la différence *d* par le nombre 2*l*—1 des termes diminué de l'unité, c'eſt à dire autant de fois la différence *d* qu'il y a de ter-
c. 20. mes moins un; la moitié du reſte *e*—2*dl*—+1*d* ſera [c] l'un des extrêmes, qui
d. 33. pourra ſervir à ſon tour à découvrir [d] l'autre & chacun [e] des interpoſez.
e. 19.

*Multiplier* 2*l*—1. 2.
*Différence* 1*d*. *nombre* 2*l*. *par* 1*d*
2. *des termes* 10. *Produit* 2*dl*—1*d*. 18.

*Diviſer la ſomme* 1*ſ*. 100. (1*e*. 20. *expoſant & ſomme des extrêmes.*
*par la moitié* 1*l*. 5. 1*e*—2*dl*—+1*d*. 2. *vaut* 2 *fois un extrême.*
*Termes* ∴ 1. 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. 17. 19.

EXEMPLE.

Pour trouver tous les termes d'une progreſſion arithmétique de 249 termes, dont la ſomme eſt 230574, & où la différence de deux conſécutifs eſt 7. Je diviſe la ſomme 230574 par la moitié du nombre 249. Ou ce

Digitized by Google

qui reviendra au même, je diviſe la ſomme entiére 230574 par le nombre entier 249, & je prens le double 1852 de l'expoſant 926, pour expoſant de la ſomme entiére diviſée par la moitié du nombre des termes. J'ôte enſuitte 1 du nombre 249 des termes, & je multiplie le reſte 248 par la différence 7. Et j'ôte le produit 1736 de l'expoſant 1852. Et la moitié 58 du reſte 116 eſt un des extrêmes. Et les autres termes ſeront facilement découverts enſuitte.

*Somme* 230574. *nombre des termes* 249. *différence* 7. ( 1^er^ *terme* 58 ?
*Progreſſion* ÷ 58. 65. 72. 79. 86. 93. 100. 107. 114. 121. 128. 135. &c.

## VII THEOREME.

35. EN toute proportion géométrique, la meſure commune la plus grande du premier & du ſecond terme eſt contenuë dans le premier au juſte autant de fois, que la plus grande du troiſiéme & quatriéme l'eſt dans le troiſiéme; & pareillement autant de fois dans le ſecond au juſte, que cette autre l'eſt dans le quatriéme.

### Demonstration.

Soit A le premier terme, & B le ſecond; & *a* le troiſiéme, & *b* le quatriéme. Et que B ſoit dans A autant de fois, qu'il y a d'unitez dans un certain nombre *v* avec un reſte C; & C autant de fois dans B, qu'il y a d'unitez dans un certain nombre *x* avec un reſte D; & D dans C autant de fois qu'il y a d'unitez dans un nombre *y* avec un nouveau reſte E; & enfin le reſte E autant de fois au juſte dans D qu'il y a d'unitez dans un nombre *z*. Le terme *b* eſt[b] donc auſſi autant de fois dans *a*, qu'il y a d'unitez dans *v* avec un reſte *c*; & *c* autant de[b] fois dans *b*, qu'il y a d'unitez dans *x* avec un reſte *d*; & *d* autant de fois[b] dans *c*, qu'il y a d'unitez dans *y* avec un nouveau reſte *e*; & enfin le reſte *e* autant de fois[b] au juſte dans *d* qu'il y a d'unitez dans *z*. Et ainſi le reſte D eſt égal[c] au produit zE du nombre *z* par E; & le reſte *d* égal au[c] produit *z e* du nombre *z* par *e*. Et pareillement le reſte C eſt[d] égal à la ſomme *y*D + E ou *yz*E + E du produit de D ou zE par *y*, & du reſte E; & le reſte *c* égal[d] pareillement à la ſomme *yd* + *e* ou *yze* + *e* du produit de *d* ou *ze* par *y*, & du reſte *e*. Mais ces deux ſommes *yz*E + E & *yze* + *e* ſont les produits des reſtes E & *e* par un même nombre *yz* + 1. Et par conſéquent E & *e*, qui ſont les meſures communes les plus grandes, l'une des deux termes A & B, & l'autre des autres *a* & *b*; ſont au juſte autant de fois, l'une dans C ou *yz*E + E, & l'autre dans *c* ou *yze* + *e*, qu'il y a d'unitez dans un même nombre *yz* + 1. Et on conclurra par un raiſonnement ſemblable, que ces mêmes meſures E & *e* ſont au

b. 2.

c. 18. 2.

d. 9. 2. & 10. 5.

E + *yz*E + *vz*E + *vx*E + *vxyz*E. A. 72. 36. *a. vxyze* + *vxe* + *vze* + *yze* + *e*.
zE + *x*E + *xyz*E. B. 28. 2.*v*.2. 14. *b. xyze* + *xe* + *ze*
E + *yz*E. C. 16. 1.*x*.1. 8. *c. yze* + *e*
zE. D. 12. 1.*y*.1. 6. *d. ze*.
1E. E. 4. 3.2.3. 2. *e.* 1*e*.



Digitized by Google

juſte autant de fois, l'une dans B, & l'autre dans *b*; qu'il y a d'unitez dans un même nombre $xyz+x+z$, qui eſt une ſomme du produit du nombre $yz+1$ par $x$, & du nombre $z$. Et encore enſuitte, que les mêmes E & *e* ſont au juſte autant de fois, l'une dans A, & l'autre dans *a*; qu'il y a d'unitez dans un même nombre $vxyz+vx+vz+yz+1$, qui eſt une ſomme du produit du nombre précedent $xyz+x+z$ par $v$, & du nombre $yz+1$.

Et s'il falloit remonter plus haut; on ſuivroit le même ordre, multipliant le nombre nouvellement trouvé par celuy qui remonte, & ajoûtant au produit le pénultiéme de ceux qu'on auroit trouvé. Comme ici, multipliant le nombre $vxyz+vx+vz+yz+1$ par le nombre $t$ qui remonteroit, & ajoûtant $xyz+x+z$ au produit, pour avoir un nouveau nombre, dont le produit par $s$ avec ſon précédent en fournit un autre. Et ainſi du reſte s'il falloit remonter plus haut.

$$\begin{array}{l} stvxyz+stvx+stvz+styz+st+sxyz+sx+sz+vxyz+vx+vz+yz+1. \\ tvxyz+tvx+tvz+tyz+t, +xyz+x+z \\ vxyz+vx+vz+yz+1. \\ xyz+x, +z \\ yz+1. \\ z \\ 1. \end{array}$$

Et ſi le ſecond terme B ſurpaſſe le premier terme A; on n'aura qu'à mettre A pour B, & B pour A; & encore *a* pour *b*, & *b* pour *a*, dans tout le cours de la démonſtration: afin de démontrer, que la meſure commune la plus grande des termes A & B eſt au juſte dans B autant de fois, que la plus grande des deux *a* & *b* eſt au juſte dans *b*; & pareillement dans A autant de fois au juſte, que cette autre l'eſt au juſte dans *a*.

## I. COROLLAIRE.

36. EN toûte proportion géométrique; le premier terme A contient le ſecond B, comme le troiſiéme *a* contient le quatriéme *b*. Ou le premier A eſt dans le ſecond B, comme le troiſiéme *a* dans le quatriéme *b*.

Car ſi les rapports ſont commenſurables; les meſures communes les plus grandes, comme les deux E & *e*, l'une des termes A & B, & l'autre des autres *a* & *b*, ſont des aliquotes pareilles [a] des termes A & *a*; & elles le ſont [b] auſſi des termes B & *b*. Et par conſéquent le terme A contient l'aliquote E de B autant de fois au juſte, [b] que le terme *a* contient la pareille *e* de *b*. Ou B autant de fois [b] au juſte l'aliquote E du premier terme A, que *b* la pareille *e* du troiſiéme terme *a*. De ſorte que toutes les parties de B que contient le terme A, ſont enſemble ſemblables [c] à toutes les parties de *b* que contient le terme *a*; ou ce qui revient au même, le terme *a* contient

a. 2. & 35.
b. 35.
c. définition.

$$\left\{\begin{array}{l} A.\ B::\ a.\ b. \\ 72.24::45.15. \end{array}\right. \left\{\begin{array}{l} A.\ B::\ a.\ b. \\ 24.72::15.45. \end{array}\right. \left\{\begin{array}{l} A.\ B::\ a.\ b. \\ 72.28::36.14. \end{array}\right. \left\{\begin{array}{l} A.\ B::\ a.\ b. \\ 28.72::14.36. \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{ll} E. & e. \\ 24. & 15. \end{array}\right. \left\{\begin{array}{ll} E. & e. \\ 24. & 15. \end{array}\right. \left\{\begin{array}{ll} E. & e. \\ 4. & 2. \end{array}\right. \left\{\begin{array}{ll} E. & e. \\ 4. & 2. \end{array}\right.$$

Digitized by Google

les mêmes parties de B, que le terme *a* de *b*; ou ce qui ſignifie encore la même choſe; le premier A contient le ſecond B, comme le troiſiéme *a* contient le quatriéme *b*. Ou le premier A eſt dans le ſecond B, comme le troiſiéme *a* dans le quatriéme *b*.

Et ſi les rapports ſont incommenſurables, & qu'on deſcende juſqu'à des reſtes Z & *z* également abbaiſſez; le reſte Z étant ôté du premier terme A, ſi A ſurpaſſe B; & l'autre Z du troiſiéme terme *a*. Ou ſi B ſurpaſſe A; le reſte Z étant ôté de B, & l'autre *z* de *b*: le reſte A—Z contiendra le [b] ſecond terme B, comme l'autre *c*—*z* le quatriéme *b*. Ou le premier terme A ſera [b] dans B—Z, comme le troiſiéme *a* ſera dans *b*—*z*. Et comme on pourra toûjours raiſonner de la même ſorte en prenant pour Z & *z* ſucceſſivement & juſques à l'infini de nouveaux reſtes toûjours plus petits; on peut auſſi [b] conclurre avec aſſûrance, que le premier terme A, dont A—Z approchera toûjours, contient le ſecond B; comme le troiſiéme *a*, dont *a*—*z* approchera toûjours, contient le quatriéme *b*. Ou que le premier A eſt dans le ſecond B, dont B—Z approchera toûjours; comme le troiſiéme *a* eſt dans le quatriéme *b*, dont *b*—*z* approchera toûjours. De ſorte que le théorême eſt généralement démontré.

b. *demonſtration précédente.*

## II COROLLAIRE.

37. SI le premier terme A contient le ſecond B, comme le troiſiéme *a* le quatriéme *b*. Ou ſi le premier A eſt dans le ſecond B, comme le troiſiéme *a* dans le quatriéme *b*, les quatre termes ſont en proportion.

Car afin que le premier A contienne le ſecond B, comme le troiſiéme *a* le quatriéme *b*; il faut que B ſoit déja dans A autant de fois, que *b* dans *a*; & avec un reſte C, s'il y a un reſte *c*. Et que le reſte C ſoit encore une même portion de B, que *c* de *b*; ou que B contienne C, comme *b* contient *c*. Et ainſi de ſuitte juſques même à l'infini; s'il y a toûjours des reſtes. Et c'eſt la même choſe, ſi A vaut moins que B. D'où il eſt clair [b] que les quatre termes ſont proportionels géométriquement. b. 1.

| | |
|---|---|
| 1er *terme* A. 72. 3e *terme a.* 36. | 3e *reſte* E. 4. 3e *reſte e.* 2. |
| 2d *terme* B. 28. 4e *terme b.* 14. | 2d *reſte* D. 12. 2d *reſte d.* 6. |
| 1er *reſte* C. 16. 1er *reſte c.* 8. | 1er *reſte* C. 16. 1er *reſte c.* 8. |
| 2d *reſte* D. 12. 2d *reſte d.* 6. | 1er *terme* A. 28. 3e *terme a.* 14. |
| 3e *reſte* E. 4. 3e *reſte e.* 2. | 2d *terme* B. 72. 4e *terme b.* 36. |

## VIII THEOREME.

38. EN toute proportion géométrique le produit des extrêmes eſt égal au produit des moyens.

Si les rapports ſont commenſurables; les meſures communes les plus grandes, comme *f* & *g*, l'une des deux premiers termes A & B, & l'autre des deux autres *a* & *b*, ſont au juſte [b] autant de fois, la premiere *f* dans le premier terme A, & la ſeconde *g* dans le troiſiéme terme *a*, qu'il y a d'unitez dans un nombre *c*; & encore autant de fois [b] au juſte, *f* dans le ſe- b. 35.

Digitized by Google

cond B, & $g$ dans le quatriéme $b$, qu'il y a d'unitez dans un nombre $d$. Et par conſéquent le premier terme A eſt égal [c] au produit $cf$ du nombre $c$ par $f$, & le troiſiéme terme $a$ eſt égal [c] au produit $cg$ du nombre $c$ par $g$. Et
c. 18. 2. pareillement le ſecond terme B eſt égal [c] au produit $df$ du nombre $d$ par $f$, & le quatriéme $b$ au produit $dg$ du même $d$ par $g$. Et ainſi le produit $Ab$ ou
d 20. 3. & 17. 2. $cfdg$ des extrêmes A & $b$, ou $cf$ & $dg$, eſt égal [d] au produit $Ba$ ou $dfeg$ des moyens B & $a$, ou $df$ & $cg$. Et c'eſt ce que j'avois à démontrer.

$$\left\{\begin{matrix} A.\ B :: a.\ b. \\ 6.\ 3 :: 8.\ 4. \\ cf.\ df :: cg.\ dg. \end{matrix}\right. \left\{\begin{matrix} f.\ g.\ c.\ d. \\ 3.4.2.1. \end{matrix}\right. \text{Produits égaux} \left\{\begin{matrix} cfdg \text{ des extrêmes}, & dfeg \text{ des moyens}. \\ 24 \text{ ou } 6 \text{ fois } 4, & 24 \text{ ou } 3 \text{ fois } 8. \\ Ab & Ba \end{matrix}\right.$$

Et ſi les rapports ſont incommenſurables, & qu'on deſcende juſqu'à des reſtes Z & $z$ également abbaiſſez; le reſte Z étant ôté du premier terme A, ſi A ſurpaſſe B; & l'autre $z$ du troiſiéme terme $a$. Ou ſi B ſurpaſſe A; le reſte Z étant ôté de B, & l'autre $z$ de $b$. Le rapport du reſte A—Z & du
b. 2. ſecond terme B ſera commenſurable, & égal [b] au rapport du reſte $a$—$z$ & du quatriéme $b$. Ou le rapport du premier terme A & du reſte B—Z ſera commenſurable, & égal [b] au rapport du terme $a$ & du reſte $b$—$z$. Et
a *démonſtration précedente.* par conſéquent le produit des extrêmes A—Z & $b$ ſera égal [c] au produit des moyens B & $a$—$z$. Ou le produit des extrêmes A & $b$—$z$ au [c] produit des moyens B—Z & $a$, comme il paroît clairement par la demonſtration précédente. Et parce qu'on pourra toûjours former le même raiſonnement, en prenant pour Z & $z$ ſucceſſivement & juſqu'à l'infini de nouveaux reſtes toûjours plus petits; on peut auſſi conclurre avec aſſurance que le produit du premier terme A, dont A—Z approchera toûjours, par le quatriéme $b$, eſt égal au produit du ſecond B par le troiſiéme $a$, dont $a$—$z$ approchera toûjours. Ou que le produit du premier A par le quatriéme $b$, dont $b$—$z$ approchera toûjours, eſt égal [c] au produit du ſecond B, dont B—Z approchera toûjours, par le troiſiéme $a$.

## I COROLLAIRE.

39. SI le premier terme $a$ contient plus le ſecond terme $b$, que le troiſiéme $z$ ne contient le quatriéme $y$; ou que le premier $a$ ſoit moins dans le ſecond $b$, que le troiſiéme $z$ dans le quatriéme $y$. Le produit $ay$ des extrêmes ſurpaſſe le produit $bz$ des deux moyens.

Car afin que le terme $a$ contienne $b$ ou ſoit dans $b$, comme $z$ contient $y$ ou eſt dans $y$; il en faut ôter ce qu'il y a de trop, parce qu'étant diminué il contiendra moins $b$ qu'auparavant, ou ſera plus dans $b$. Soit donc $g$ ce qu'il y a de trop dans le premier terme $a$, ou l'excez qui l'empêche de contenir $b$ ou d'être dans $b$, comme $z$ contient $y$ où ſe trouve dans $y$. Si l'on retranche l'excez $g$ du terme $a$; le reſte $a$—$g$ & le ſecond terme $b$
b. 37. auront un rapport [b] égal à celuy du troiſiéme terme $z$ & du quatriéme $y$.
c. 38. Et le produit $ay$—$gy$ des extrêmes $a$—$g$ & $y$ de la proportion ſera [c] égal au produit $bz$ des moyens $b$ & $z$. Mais le produit $ay$ des premiers extrê-
d. 6. 1. mes $a$ & $y$ ſurpaſſe [d] le produit $ay$—$gy$ des extrêmes $a$—$g$ & $y$ de la proportion

portion. Et par conſéquent il [c] ſurpaſſe auſſi le produit $bz$ des deux moyens $b$ & $z$. [c. 14. 5.]

$\left\{\begin{array}{l}7.3.8.4.\\a.b.z.y.\\5.6.4.8.\end{array}\right.\left\{\begin{array}{l}7-1.3::8.4.\\a-g.b::z.y.\\5-2.6::4.8.\end{array}\right.$ *Produits égaux* $\left\{\begin{array}{l}28-4.24.\\ay-gy.bz.\\40-16.24.\end{array}\right.\left\{\begin{array}{l}28.\\1ay\text{ ſurpaſſe }1bz.\\40.\end{array}\right.\begin{array}{l}24.\\\\24.\end{array}$

## II COROLLAIRE.

40. ET ſi le premier $a$ contient moins le ſecond $b$, que le troiſiéme $z$ le quatriéme $y$; ou que le premier $a$ ſoit plus dans le ſecond $b$, que le troiſiéme $z$ dans le quatriéme $y$; le produit $ay$ des extrêmes eſt moindre que le produit $bz$ des deux moyens.

Car ajoûtant $g$ qui manque [a] au terme $a$ pour contenir $b$ ou pour être dans $b$, comme $z$ contient $y$ ou eſt dans $y$; il eſt clair que toute la grandeur $a+g$ & le ſecond terme $b$ auront un rapport [b] égal à celuy du troiſiéme $z$ & du quatriéme $y$. Et qu'ainſi le produit $ay+gy$ des extrêmes $a+g$ & $y$ de la proportion ſera égal [c] au produit $bz$ des moyens $b$ & $z$. Et par conſéquent le produit $ay$ des deux premiers extrêmes $a$ & $y$, & qui [d] eſt moindre que le produit $ay+gy$ des deux extrêmes $a+g$ & $y$ de la proportion, eſt [e] moindre auſſi que le produit $bz$ des moyens $b$ & $z$. [a. *ſuppoſition.*] [b. 37.] [c. 38.] [d. 6. 1.] [e. 14. 1.]

$\left\{\begin{array}{l}5.3.8.4.\\a.b.z.y.\\2.6.4.8.\end{array}\right.\left\{\begin{array}{l}5+1.3::8.4.\\a+g.b::z.y.\\2+1.6::4.8.\end{array}\right.$ *Produits égaux* $\left\{\begin{array}{l}20+4.24.\\ay+gy.bz.\\16+8.24.\end{array}\right.\left\{\begin{array}{l}20\\1ay\text{ moindre que }1bz.\\16\end{array}\right.\begin{array}{l}24.\\\\24.\end{array}$

### Definition.

41. Si le premier terme $a$ contient plus le ſecond terme $b$, ou s'il eſt moins dans $b$; que le troiſiéme $z$ ne contient le quatriéme $y$, ou n'eſt dans $y$: je dirai que le premier rapport ſurpaſſe le ſecond. Mais je dirai qu'il eſt moindre; ſi $a$ contient moins $b$, ou eſt plus dans $b$; que $z$ ne contient $y$, ou n'eſt dans $y$. Je marque ainſi que le premier rapport eſt plus grand que l'autre $a.b\cdot\cdot z.y.$ c'eſt à dire, $a$ & $b$ ont un plus grand rapport que $z$ & $y$. Et au contraire cette expreſſion $a.b\cdot\cdot z.y.$ ſignifiera que le rapport eſt moindre entre $a$ & $b$, qu'entre $z$ & $y$. Les nombres 7 & 3 ont un plus grand rapport que 8 & 4. Et 5 & 6 un plus grand que 4 & 8. Ce que je marque ainſi $7.3\cdot\cdot 8.4.$ Et $5.6\cdot\cdot 4.8.$ Et au contraire $5.13\cdot\cdot 4.8.$ ſignifie que 5 & 13 ont un moindre rapport que 4 & 8. Et $2.6\cdot\cdot 4.8.$ que 2 & 6 en ont un moindre que 4 & 8.

## III COROLLAIRE.

42. SI le produit $ay$ des deux extrêmes $a$ & $y$ eſt égal au produit $bz$ des moyens $b$ & $z$; les quatre termes ſont en proportion. Car ſi le premier $a$ contenoit plus ou moins le ſecond terme $b$, que le troiſiéme $z$ le quatriéme $y$; le produit $ay$ des extrêmes ſeroit [b] plus grand ou [c] moindre que l'autre $bz$ des deux moyens. Ce qui détruiroit la ſuppoſition. De ſorte que les termes ſont [d] en proportion. [b. 19.] [c. 40.] [d. 16. 1.]

*Produits égaux* $1ay.\ 1bz.$ *6 fois 4 ou 24. 24 ou 3 fois 8.* *Proportion* $\left\{\begin{array}{l}a.b::z.y.\\6.3::8.4.\end{array}\right.$



Digitized by Google

## IV COROLLAIRE.

43. SI le produit *ay* des extrêmes ſurpaſſe le produit *bz* des deux moyens; le rapport du premier terme *a* au ſecond terme *b* ſurpaſſe le rapport du troiſiéme *z* au quatriéme *y*. Parceque ſi c'étoient deux rapports
b 38. égaux; il y auroit une [b] égalité entre les deux produits *ay* & *bz*. Ce qui répugne à la ſuppoſition. Et ſi le premier rapport étoit moindre que l'au-
c. 40. tre; le produit *ay* des extrêmes ſeroit [c] moindre que l'autre *bz* des deux
d. 16. 1. moyens. Ce qui répugne encore à la ſuppoſition. Et par conſéquent le premier rapport des termes *a* & *b* ſurpaſſe [d] le ſecond des deux *z* & *y*.

Et pareillement, ſi le produit *ay* des extrêmes eſt moindre que le produit *bz* des deux moyens; le premier rapport des termes *a* & *b* eſt moindre que l'autre des deux *z* & *y*.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 28. | 24. | | 7. 3 :: 8. 4. | 20. | 24. | | 5. 3 :: 8. 4. |
| *ay ſurpaſſe bz.* | | *Et* | *a. b :: z. y.* | *ay moindre que bz.* | | *Et* | *a. b :: z. y.* |
| 40. | 24. | | 5. 6 :: 4. 8. | 16. | 24. | | 2. 6 :: 4. 8. |

## V COROLLAIRE.

44. SI trois grandeurs *a*, *b*, *c*, ſont en proportion continuë; le plan *ac* des deux extrêmes eſt égal [b] au quarré *bb* de la moyenne. Et ſi
b. 38. le plan *ac* des extrêmes *a* & *c* eſt égal au quarré *bb* de la moyenne *b*; la
c. 42. grandeur *b* eſt [c] moyenne proportionelle entre les deux extrêmes *a* & *c*.
d. *ſuppoſition.* & 42. Car dans l'une & l'autre de ces ſuppoſitions, le terme moyen *b* eſt [d] le ſecond terme, & encore le troiſiéme d'une proportion, dont les autres *a* & *c* ſont les deux extrêmes.

| | | | |
|---|---|---|---|
| *a. b :: b. c.* | | *Produits égaux ac. bb.* | |
| 12. 6 :: 6. 3. | | 12 *fois* 3 *ou* 36. 36. *ou* 6 *fois* 6. | |
| *Produits égaux ac. bb.* | | | *Proportion* |
| 12 *fois* 3 *ou* 36. 36 *ou* 6 *fois* 6. | | | *a. b :: b. c.* |
| | | | 12. 6 :: 6. 3. |

## VI COROLLAIRE.

45. ET ſi les grandeurs *a* & *b* ont un plus grand rapport que les deux *b* & *c*; le plan *ac* des extrêmes *a* & *c* ſurpaſſe [b] le quarré *bb* du ter-
b. 39 & 41. me moyen *b*. Et ſi le plan *ac* des extrêmes *a* & *c* ſurpaſſe le quarré *bb* du
c. 43. terme moyen *b*; les deux termes *a* & *b* ont une [c] plus grand rapport que les deux *b* & *c*.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| *a. b :: b. c.* | | | *le plan* 1*ac ſurpaſſe le quarré* 1*bb.* | | |
| 12. 6 :: 6. 4. | *Et* | | 12 *fois* 4 *ou* 48. | 6 *fois* 6 *ou* 36. | |
| | | *Et* | *le plan* 1*ac ſurpaſſe le quarré* 1*bb.* | | *a. b :: b. c.* |
| | | | 12 *fois* 4 *ou* 48. | 6 *fois* 6 *ou* 36. | 12. 6 :: 6. 4. |

Et au contraire, ſi les grandeurs *a* & *b* ont un moindre rapport que les
d. 40 & 41. deux *b* & *c*; le plan *ac* des extrêmes eſt [d] moindre que le quarré *bb* du terme

Digitized by Google

moyen *b*. Et ſi le plan *ac* des extrêmes eſt moindre que le quarré *bb* du terme moyen *b*; les deux termes *a* & *b* ont [c] un moindre rapport que les deux *b* & *c*. c. 43.

$$\left\{\begin{matrix} a.\ b :: b.\ c. \\ 12.\ 6 :: 6.\ 2. \end{matrix}\right. Et \left\{\begin{matrix} \text{le plan } ac \text{ eſt moindre que le quarré } bb. \\ 12 \text{ fois } 2 \text{ ou } 24. \qquad 6 \text{ fois } 6 \text{ ou } 36. \end{matrix}\right.$$

$$\left\{\begin{matrix} \text{le plan } ac \text{ eſt moindre que le quarré } bb. \\ 12 \text{ fois } 2 \text{ ou } 24 \qquad 6 \text{ fois } 6 \text{ ou } 36. \end{matrix}\right. Et \left\{\begin{matrix} a.\ b :: b.\ c. \\ 12.\ 6 :: 6.\ 2. \end{matrix}\right.$$

## VII COROLLAIRE.

46. LEs quatre termes d'une proportion droitte ſont toûjours en [a] proportion, quelque tranſpoſition qu'on en faſſe, pourvû que les extrêmes ſoient tous deux extrêmes ou tous deux moyens. Parce qu'alors le produit des extrêmes eſt toûjours égal [b] au produit des moyens. Ainſi la proportion droitte A. B :: *a*. *b*. fournira chacune des ſept autres qu'on expoſe ici aprés elle. a. 42. b. 38.

1ere {A. B :: *a*. *b*. / 8. 6 :: 4. 3.} 2e {A. *a*. :: B. *b*. / 8. 4 :: 6. 3.} 3e {B. A :: *b*. *a*. / 6. 8 :: 3. 4.} 4e {B. *b* :: A. *a*. / 6. 3 :: 8. 4.}

5e {*a*. A :: *b*. B. / 4. 8 :: 3. 6.} 6e {*a*. *b* :: A. B. / 4. 3 :: 8. 6.} 7e {*b*. *a* :: B. A. / 3. 4 :: 6. 8.} 8e {*b*. B :: *a*. A. / 3. 6 :: 4. 8.}

## VIII COROLLAIRE.

47. SI quatre grandeurs ſont en proportion; elles le ſeront encore étant tranſpoſées ſelon le changement de permutation, & ſelon le changement alterne, & ſelon chacun des autres changemens de compoſition, de diviſion, & de converſion.

Car ſuppoſant la proportion droitte A. B :: *a*. *b*. on aura déja [b] par un changement de permutation B. A :: *b*. *a*. Et par un changement [b] alterne A. *a* :: B. *b*. b. 46.

*Proportion droite* {A. B :: *a*. *b*. / 8. 6 :: 4. 3.} *Et par permutation* {B. A :: *b*. *a*. / 6. 8 :: 3. 4.} *Et par un changement alterne* {A. *a* :: B. *b*. / 8. 4 :: 6. 3.}

Et on aura auſſi par un changement de compoſition A+B. B :: *a*+*b*. *b*. Car les produits A*b* & B*a* ſont [c] égaux, & ajoûtant le commun B*b* de part & d'autre; le produit A*b*+B*b* des extrêmes A+B & *b*, qu'on aura d'une part, eſt égal [d] au produit B*a*+B*b* des moyens B & *a*+*b*, qu'on trouvera de l'autre. Et par conſéquent il y a un même [e] rapport entre A+B & B, & entre *a*+*b* & *b*. c. 38. d. 9. 1. e. 42.

*Proportion droitte* {A. B :: *a*. *b*. / 8. 6 :: 4. 3.} *Et par compoſition* {A+B. B :: *a*+*b*. *b*. / 8+6. 6 :: 4+3. 3.}

Et on aura encore par un changement de diviſion A—B. B :: *a*—*b*. *b*. Car ôtant un même produit B*b* de chacun des [f] égaux A*b* & B*a*; le produit f. 38.



Digitized by Google

g. 10. 2. $Ab$—$Bb$ des extrêmes A—B & $b$ qui reſtera d'une part, ſera égal [g] au produit $Ba$—$Bb$ des moyens B & $a$—$b$ qui reſtera de l'autre.

*Proportion droitte* $\begin{cases} A.\ B :: a.\ b. \\ 8.\ 6 :: 4.\ 3. \end{cases}$ *Et par diviſion* $\begin{cases} A—B.\ B :: a—b.\ b. \\ 8—6.\ 6 :: 4—3.\ 3. \end{cases}$

h. 42. Et on aura [h] par un changement de converſion A. A—B :: $a$. $a$—$b$. Car
i. 38. ôtant d'un même produit $Aa$ premiérement le produit $Ab$, & enſuitte [i] ſon égal $Ba$; le produit $Aa$—$Ab$ des extrêmes A & $a$—$b$, qui reſte d'une part,
k. 10. 1. eſt [k] égal au produit $Aa$—$Ba$ des moyens A—B & $a$, qui reſte de l'autre.

*Proportion droitte* $\begin{cases} A.\ B :: a.\ b. \\ 8.\ 6 :: 4.\ 3. \end{cases}$ *Et par converſion* $\begin{cases} A.\ A—B :: a.\ a—b. \\ 8.\ 8—6 :: 4.\ 4—3. \end{cases}$

## DEFINITIONS.

Si la proportion droitte eſt A. B :: $a$. $b$. la premiére B. A :: $b$. $a$. ſera nommée *ſon inverſe* ou *ſa permutée*; & la ſeconde A. $a$ :: B. $b$. en ſera nommée *l'alterne*. Et la troiſiéme A—B. B :: $a$—$b$. $b$. en ſera *la compoſée*. Et l'autre A—B. B :: $a$—$b$. $b$. ſera *ſa diviſée*. Et la derniere A. A—B :: $a$. $a$—$b$. en ſera *la converſe*.

*Proportion droitte* $\begin{cases} A.\ B :: a.\ b. \\ 8.\ 6 :: 4.\ 3. \end{cases}$ *Inverſe ou permutée* $\begin{cases} B.\ A :: b.\ a. \\ 6.\ 8 :: 3.\ 4. \end{cases}$ *Alterne* $\begin{cases} A.\ a :: B.\ b. \\ 8.\ 4 :: 6.\ 3. \end{cases}$

*Compoſée* $\begin{cases} A—B.\ B :: a—b.\ b. \\ 14.\ 6 :: 7.\ 3. \end{cases}$ *Diviſée* $\begin{cases} A—b.\ B :: a—b.\ b. \\ 2.\ 6 :: 1.\ 3. \end{cases}$ *Converſe* $\begin{cases} A.\ A—B :: a.\ a—b. \\ 8.\ 2 :: 4.\ 1. \end{cases}$

## IX COROLLAIRE.

48. EN toute proportion réciproque, le produit du premier & du troiſiéme terme eſt égal [a] au produit du ſecond par le quatriéme. Puiſque le premier & le troiſiéme ſont ou les deux extrêmes, ou les deux
b. 7. moyens d'une proportion [b] droitte, dont les autres ſont les deux moyens ou les deux extrêmes.
a. 32.

*Proportion réciproque* $\begin{cases} A.\ B.\ b.\ a. \\ 8.\ 6.\ 3.\ 4. \end{cases}$ $\begin{cases} \textit{Produits égaux } Ab.\ Ba. \\ 8 \textit{ fois } 3 \textit{ ou } 24.\ 24 \textit{ ou } 6 \textit{ fois } 4. \end{cases}$

*Proportion réciproque* $\begin{cases} B.\ A.\ a.\ b. \\ 6.\ 8.\ 4.\ 3. \end{cases}$ $\begin{cases} \textit{Produits égaux } Ba.\ Ab. \\ 6 \textit{ fois } 4 \textit{ ou } 24.\ 24 \textit{ ou } 8 \textit{ fois } 3. \end{cases}$

## X COROLLAIRE.

49. SI le produit $Ab$ du premier & du troiſiéme terme eſt égal au produit $Ba$ des deux autres; les deux premiers ſont [a] réciproques aux deux autres. Parceque le premier & le troiſiéme ſont les extrêmes ou les moyens
a. 42.

$\begin{cases} \textit{Produits égaux } Ab.\ Ba. \\ 8 \textit{ fois } 3 \textit{ ou } 24.\ 24 \textit{ ou } 6 \textit{ fois } 4. \end{cases}$ *Proportion réciproque* $\begin{cases} A.\ B.\ b.\ a. \\ 8.\ 6.\ 3.\ 4. \end{cases}$

$\begin{cases} \textit{Produits égaux } Ba.\ Ab. \\ 6 \textit{ fois } 4 \textit{ ou } 24.\ 24 \textit{ ou } 8 \textit{ fois } 3. \end{cases}$ *Proportion réciproque* $\begin{cases} B.\ A.\ a.\ b. \\ 6.\ 8.\ 4.\ 3. \end{cases}$

Digitized by Google

d'une proportion [b] droitte, dont les deux autres ſont les deux moyens ou les deux extrêmes. b. 7.

## XI COROLLAIRE.

50. Les rapports de deux grandeurs égales *b* & *c* à une même *g* ſont des rapports égaux. Parceque la même *g* eſt également contenuë dans chacune, ou les contient également l'une & l'autre. Ou parceque le rapport des égales *b* & *c* eſt égal [b] au rapport des égales *g* & *g*. Et par un changement alterne, le rapport des deux *b* & *g* égal à [c] celuy des deux *c* & *g*. b. 2. c. 47.

*Egalité entre* 1*b*. 1*c*. 3 *pieds*. 36 *pouces*. *Proportion* 1*b*. 1*c*:: 1*g*. 1*g*. *Alterne* 1*b*. 1*g*:: 1*c*. 1*g*. 2 *pouces*

## XII COROLLAIRE.

51. Si une grandeur *g* eſt à une grandeur *b*, comme la même *g* eſt à une grandeur *c*; les deux grandeurs *b* & *c* ſont égales. Car les deux *g* & *b* étant [b] proportionelles aux deux *g* & *c*; les deux *g* & *g* ſont [c] entr'elles, par un changement alterne, comme les deux *b* & *c*. Comme donc le premier terme *g* contient une fois au juſte le ſecond terme *g*; le troiſiéme *b* contient une fois [d] au juſte le quatriéme *c*. Et par conſéquent les grandeurs *b* & *c* ſont égales. b. *ſuppoſition.* c. 47. d. 36.

*Proportion* 1*g*. 1*b*:: 1*g*. 1*c*. *Alterne* 1*g*. 1*g*:: 1*b*. 1*c*. *Egalité entre* 1*g*. 1*g*. *& entre* 1*b*. 1*c*.

## IX THEOREME.

52. Si deux rapports ſont égaux chacun à un certain rapport; ils ſont égaux entr'eux.

Car ſi A contient B ou ſe trouve dans B autant [b] de fois, que Z contient *y* ou ſe trouve dans *y*; & que B ou A contienne le reſte C autant [b] de fois, que la grandeur *y* ou Z contient le reſte *x*; & C autant de fois [b] le nouveau reſte D, que le reſte *x* un nouveau reſte *v*; & D enfin le dernier reſte E autant [b] de fois au juſte, que le reſte *v* le dernier reſte *t*. Et pareillement, ſi la grandeur *a* contient *b* ou ſe trouve dans *b* autant de [b] fois, que Z contient *y* ou ſe trouve dans *y*; & *b* ou *a* le reſte *c* autant de [b] fois, que la grandeur *y* ou Z contient le reſte *x*; & *c* autant de [b] fois le nouveau reſte *d*, que l'autre *x* le nouveau reſte *v*; & *d* enfin le dernier reſte *e* autant de [b] fois au juſte, que le reſte *v* le dernier reſte *t*: il eſt évident que la grandeur A contient pareillement la grandeur B ou ſe trouve dans B autant de [b] fois, que l'autre *a* con- b. *ſuppoſition.*

| | | | |
|---|---|---|---|
| *premier terme* A. 72. Z. 18. *a*: 36. | | *troiſiéme reſte* E. 4. *t*. 1. *e*. 2. | |
| *ſecond terme* B. 28. *y*. 7. *b*. 14. | | *ſecond reſte* D. 12. *v*. 3. *d*. 6. | |
| *premier reſte* C. 16. *x*. 4. *c*. 8. | | *premier reſte* C. 16. *x*. 4. *c*. 8. | |
| *ſecond reſte* D. 12. *v*. 3. *d*. 6. | | *premier terme* A. 28. Z. 7. *a*. 14. | |
| *troiſiéme reſte* E. 4. *t*. 1. *e*. 2. | | *ſecond terme* B. 72. *y*. 18. *b*. 36. | |
| 1ere *proportion* | 72. 28 :: 18. 7.<br>A. B :: Z. *y*. 2e<br>28. 72 :: 7. 18. | 36. 14 :: 18. 7.<br>*a*. *b* :: Z. *y*. 3e<br>14. 36 :: 7. 18. | 72. 28 :: 36. 14.<br>A. B :: *a*. *b*.<br>28. 72 :: 14. 36. |



Digitized by Google

tient *b* ou ſe trouve dans *b*; & B ou A le reſte C autant de fois, que *b* ou *a* l'autre reſte *c*; & C autant de fois le nouveau reſte D, que *c* le nouveau reſte *d*. Et D enfin le dernier reſte E autant de fois au juſte, que *d* le dernier reſte
c. 2. *e* au juſte. Et par conſéquent le rapport des grandeurs A & B eſt égal[c] au rapport des deux autres *a* & *b*.

DEFINITION.

Ayant conclû qu'un rapport eſt égal à un autre, & celuy-ci à un troiſiéme, ſi on compare le premier au troiſiéme; on dira que c'eſt *par égalité* ou *ſelon l'égalité*. Et on exprimera ainſi les égalitez de pluſieurs rapports.

*Proportions* { A. B:: C. D:: E. F:: G. H. / 72.28::18. 7::54.21::36. 14. } *c'eſt à dire* { A. B:: C. D. / 72.28::18. 7. }

*Et* { A. B:: E. F. / 72.28::54.21. } *Et* { A. B:: G.H. / 72.28::36.14. } *Et* { C.D:: E. F. / 18. 7::54.21. } *Et* { C.D:: G.H. / 18. 7::36.14. } &c.

## I COROLLAIRE.

53. SI on ôte les parties *a* & *b*, l'une de ſon tout A, & l'autre de ſon tout B; & que les parties A—*a* & B—*b*, qui reſtent, ſoient entr'elles, comme les parties *a* & *b*; les deux touts A & B ſont pareillement entr'eux, comme les parties *a* & *b*; & auſſi comme les deux autres A—*a* & B—*b* qui reſtent.

b. *ſuppoſition.* c. 47. Car les parties A—*a* & B—*b* ayant entr'elles un même rapport[b] que les deux *a* & *b*; il y en aura un même[c] par un changement alterne entre les deux A—*a* & *a*, & entre les deux B—*b* & *b*. Et par compoſition[c] un même entre A—*a*+*a* & *a*, & entre B—*b*+*b* & *b*; ou entre le tout A & ſa partie *a*, & entre le tout B & ſa partie *b*. Et par un changement alterne, encore un même[c] entre les touts A & B, & entre leurs parties *a* & *b*. Et parceque les parties[a] A—*a* & B—*b* en ont déja un même que les deux *a* & *b*, les deux
d. 52. touts A & B en ont auſſi un[d] même par égalité, que ces autres parties A—*a* & B—*b*.

{ *Proportion* A — *a*.B—*b*:: *a*. *b*. / 15—10.6—4::10. 4. } { *Alterne* A—*a*. *a*:: B—*b*. *b*. / 5. 10:: 2. 4. } { *Par compoſition* A—*a* + *a*. *a*:: A—*b*+*b*. *b*. / 5+10.10:: 2+4.4. }

*Ou* { A. *a*:: B. *b*. / 15. 10:: 6. 4. } *Alterne* { A. B:: *a*. *b*. / 15. 6::10. 4. } *Et par égalité* { A. B:: A—*a*. B—*b*. / 15. 6:: 5. 2. }

## II COROLLAIRE.

54. SI deux grandeurs A & B ſont entr'elles, comme leurs parties *a* & *b*; ou ſi la grandeur A & ſa partie *a* ont un même rapport, que la grandeur B & ſa partie *b*; 1°. les parties A—*a* & *a* de la premiére ſont auſſi entr'elles[b] comme les parties B—*b* & *b* de la ſeconde B. Car la proportion
b. 47. & 11. droitte A. *a*:: B. *b*. reçoit déja pour ſa converſe[b] la proportion droitte A—*a*. *a*:: B—*b*. *b*.

*Proportion* { A. *a*:: B. *b*. / 15. 10:: 6. 4. } *Sa converſe* { A—*a*. *a*:: B—*b*. *b*. / 15—10. 10:: 6—4. 4. }

Digitized by Google

2°. Et la grandeur A eſt encore à ſa partie A—*a* qui reſte, comme l'autre B eſt à ſa partie B—*b* qui reſte. Car il y a un [b] même rapport entre A & *a*, & entre B & *b*. Et par un changement alterne, un même [c] entre A & B, & entre *a* & *b*. Et il y a auſſi un même rapport [d] entre A—*a* & *a*, & entre B—*b* & *b*. Et par changement alterne, un même [c] entre A—*a* & B—*b*, & entre *a* & *b*. Et par égalité, un même [d] entre les grandeurs A & B, & entre leurs parties A—*a* & B—*b*. Ou par un changement alterne un même entre A & A—*a*, & entre B & B—*b*. [b. *ſuppoſition.* c. 47. d. *démonſtration précédente.* d. 52.]

| 1ere Proportion | L'alterne | La converſe |
|---|---|---|
| A. *a* :: B. *b.* | A. B :: *a. b.* | A—*a. a* :: B—*b. b.* |
| 15. 10 :: 6. 4. | 15. 6 :: 10. 4. | 5. 10 :: 2. 4. |

| Alterne | Par égalité | Alterne |
|---|---|---|
| A—*a*. B—*b* :: *a. b.* | A. B :: A—*a*. B—*b*. | A. A—*a* :: B. B—*b*. |
| 5. 2. :: 10. 4. | 15. 6 :: 5. 2. | 15. 5 :: 6. 2. |

## III COROLLAIRE.

55. Si deux grandeurs A & B ſont entr'elles, comme deux *z* & *y*; & les parties *a* & *b* des deux premiéres A & B pareillement entr'elles, comme les deux *z* & *y*; les deux parties A—*a* & B—*b* qui reſtent des deux premiéres ſont encore entr'elles, comme les deux grandeurs *z* & *y*.

Car il eſt déja clair par la ſuppoſition, qu'il y a par égalité un [b] même rapport entre les grandeurs A & B, & entre leurs parties *a* & *b*. Et par un changement alterne, il eſt encore le même [c] entre la grandeur A & ſa partie *a*, & entre la grandeur B & ſa partie *b*. Et le même auſſi par converſion [c] entre la grandeur A & ſon autre partie A—*a*, & entre la grandeur B & ſon autre partie B—*b*. Et par un changement alterne, on en trouve un [c] même entre les grandeurs A & B, & entre leurs parties A—*a* & B—*b*. Et comme le rapport eſt déja le même [d] entre les grandeurs A & B, & entre les deux *z* & *y*; il eſt auſſi le même [b] par égalité entre les parties A—*a* & B—*b* des premiéres grandeurs A & B, & entre les deux autres grandeurs *z* & *y*. [b. 52. c. 47. d. *ſuppoſition.*]

| 1ere proportion | 2de proportion | par égalité | Alterne |
|---|---|---|---|
| A. B :: *z y.* | *a. b* :: *z. y.* | A. B :: *a. b.* | A. *a* :: B. *b.* |
| 20. 15 :: 4. 3. | 8. 6 :: 4. 3. | 20. 15 :: 8. 6. | 20 8 :: 15. 6. |

| Par converſion | Alterne | Par égalité. |
|---|---|---|
| A. A—*a* :: B. B—*b*. | A. B :: A—*a*. B—*b*. | A—*a*. B—*b* :: *z. y.* |
| 20. 12 :: 15. 9. | 20. 15 :: 12. 9. | 12. 9 :: 4. 3. |

## IV COROLLAIRE.

56. Si deux grandeurs A & *z* ſont proportionelles aux deux B & *y*; & qu'une cinquiéme *a* & la ſeconde *z* ſoient encore entr'elles, comme une ſixiéme *b* & la quatriéme *y*; la premiére A & la cinquiéme *a* ſont enſemble à la ſeconde *z*, comme la troiſiéme B & la ſixiéme *b* ſont enſemble à la quatriéme *y*.

Digitized by Google

b. *ſuppoſition.* Car les grandeurs A & z ayant entr'elles un même [b] rapport que les deux
c. 47. B & *y*; il y en aura un même [c] par un changement alterne entre A & B, & entre z & *y*. Et les grandeurs *a* & z ayant pareillement un même [b] rapport que les deux *b* & *y*; il y aura auſſi par un changement alterne un même
d. 52. rapport [c] entre *a* & *b*, & entre z & *y*. Et par égalité un même [d] entre A & B, & entre *a* & *b*. Et par un changement alterne un même encore [c] entre A & *a*, & entre B & *b*. Et par compoſition un même [c] entre A+*a* & *a*, & entre B+*b* & *b*. Et par un changement alterne [c] entre A+*a* & B+*b*, & entre *a* & *b*. Et parcequ'il eſt déja le même entre *a* & *b*, & entre z & *y*; on en aura un même par égalité [d] entre A+*a* & B+*b*, & entre z & *y*. Et par un changement alterne [c] un même entre A+*a* & z, & entre B+*b* & *y*.

| 1ere *proportion.* | 2de *proportion* | 1ere *alterne.* | 2de *alterne.* | *Par égalité.* |
|---|---|---|---|---|
| A. z :: B. *y.* | *a.* z :: *b.* *y.* | A. B :: z. *y.* | *a.* *b* :: z. *y.* | A. B :: *a.* *b.* |
| 20. 4 :: 15. 3. | 12. 4 :: 9. 3. | 20. 15 :: 4. 3. | 12. 9 :: 4. 3. | 20. 15 :: 12. 9. |

| *Alterne.* | *Par compoſition.* | *Alterne.* | *Par égalité.* |
|---|---|---|---|
| A. *a* :: B. *b.* | A+*a.* *a* :: B+*b.* *b.* | A+*a.* B+*b* :: *a.* *b.* | A+*a.* B+*b* :: z. *y.* |
| 20. 12 :: 15. 9. | 32. 12 :: 24. 9. | 32. 24 :: 12. 9. | 32. 24 :: 24. 3. |

## V COROLLAIRE.

57. Si deux grandeurs *a* & z ſont proportionelles aux deux *b* & *y*, & qu'une cinquiéme A ſoit à la premiére *a*, comme une ſixiéme B à la troiſiéme *b*; la cinquiéme A & la ſeconde z ſont entr'elles, comme la ſixiéme B & la quatriéme *y*.

b. *ſuppoſition.* Car les deux *a* & z ayant un même [b] rapport que les deux *b* & *y*; le rap-
c. 47. port eſt auſſi le même [c] par un changement alterne entre les deux *a* & *b*, & entre les deux z & *y*. Et parcequ'il eſt le même entre A & *a*, & entre B & *b*;
d. 52. il l'eſt auſſi par un changement [c] alterne entre A & B, & entre *a* & *b*. Et par égalité [d] entre A & B, & entre z & *y*. Et par un changement alterne entre A & z, & entre B & *y*.

| 1ere *proportion* | 2e *proportion* | 1ere *alterne* |
|---|---|---|
| *a.* z :: *b.* *y.* | A. *a* :: B. *b.* | *a.* *b* :: z. *y.* |
| 12. 4 :: 9. 3. | 20. 12 :: 15. 9. | 12. 9 :: 4. 3. |

| 2e *alterne* | *Par égalité* | *Alterne.* |
|---|---|---|
| A. B :: *a.* *b.* | A. B :: z. *y.* | A. z :: B. *y.* |
| 20. 15 :: 12. 9. | 20. 15 :: 4. 3. | 20. 4 :: 15. 3. |

## VI COROLLAIRE.

58. Si deux grandeurs *a* & z ſont proportionelles à deux *b* & *y*, & qu'une cinquiéme A & la premiére *a* ſoient entr'elles, comme une ſixiéme B & la troiſiéme *b*; & une ſeptiéme Z & la ſeconde z pareillement entr'elles, comme une huitiéme Y & la quatriéme *y*: la cinquiéme A & la ſeptiéme Y ſont auſſi entr'elles, comme la ſixiéme B & la huitiéme Y; ou la cinquiéme A & la ſixiéme B, comme la ſeptiéme Z & la huitiéme Y.

Car

Digitized by Google

Car ſuppoſant un même rapport entre *a* & *z*, & entre *b* & *y*; il eſt le même par [b] un changement alterne entre *a* & *b*, & entre *z* & *y*. Et ſuppoſant auſſi un même rapport entre A & *a*, & entre B & *b*; il eſt le même [b] par un changement alterne entre A & B, & entre *a* & *b*. Et le même encore [c] par égalité entre *z* & *y*, & entre A & B. Et comme on ſuppoſe encore un même rapport entre Z & *z*, & entre Y & *y*: on en trouve auſſi par un changement alterne un même [b] entre Z & Y, & entre *z* & *y*. De ſorte qu'il eſt le même [c] par égalité entre A & B, & entre Z & Y. Ou par un changement alterne [b] entre A & Z, & entre B & Y. b. 47. c. 52.

| 1ere *proportion* | 2de *proportion* | 3e *proportion* | 1ere *alterne* |
|---|---|---|---|
| *a*. *z* :: *b*. *y*. | A. *a* :: B. *b*. | Z. *z* :: Y. *y*. | *a*. *b* :: *z*. *y*. |
| 12. 4 :: 9. 3. | 20. 12 :: 15. 9. | 28. 4 :: 21. 3. | 12. 9 :: 4. 3. |

| 2e *alterne* | 3e *alterne* | *Par égalité.* | *Alterne* |
|---|---|---|---|
| A. B :: *a*. *b*. | Z. Y :: *z*. *y*. | A. B :: Z. Y. | A. Z :: B. Y. |
| 20. 15 :: 12. 9. | 28. 21 :: 4. 3. | 20. 15 :: 28. 21. | 20. 28 :: 15. 21. |

## VII COROLLAIRE.

59. Si on propoſe pluſieurs grandeurs A, B, C, D, E, d'une part, & autant d'autres *a*, *b*, *c*, *d*, *e*; & que les deux A & B ſoient proportionelles aux deux *a* & *b*, & les deux B & C aux deux *b* & *c*, & les deux C & D aux *c* & *d*, & les deux D & E aux deux *d* & *e*; les deux A & C le ſont auſſi aux deux *a* & *c*, & les deux A & D aux deux *a* & *d*, & les deux B & D aux deux *b* & *d*, ou deux telles qu'on voudra d'une part aux deux qui leur répondent de l'autre priſes dans un même ordre.

Car la première proportion A. B :: *a*. *b*. aura pour ſon [b] alterne A. *a* :: B. *b*. Et la ſeconde B. C :: *b*. *c*. auſſi pour [b] ſon alterne B. *b* :: C. *c*. Et la troiſiéme C. D :: *c*. *d*. encore pour ſon [b] alterne C. *c* :: D. *d*. Et la quatriéme D. E :: *d*. *e*. pareillement pour [b] alterne D. *d* :: E. *e*. Et comparant la première & la ſeconde alterne, on aura [c] par égalité A. *a* :: C. *c*. Et comparant cette même proportion avec la troiſiéme alterne, on aura auſſi [c] par égalité b. 47. c. 52.

*Première Proportion* { A. B :: *a*. *b*. / 20. 15 :: 12. 9. } 2e { B. C :: *b*. *c*. / 15. 5 :: 9. 3. } 3e { C. D :: *c*. *d*. / 5. 10 :: 3. 6. } 4e { D. E :: *d*. *e*. / 10. 35 :: 6. 21. }

*Première Alterne* { A. *a* :: B. *b*. / 20. 12 :: 15. 9. } 2e { B. *b*. :: C. *c*. / 15. 9 :: 5. 3. } 3e { C. *c* :: D. *d*. / 5. 3 :: 10. 6. } 4e { D. *d* :: E. *e*. / 10. 6 :: 35. 21. }

*Par égalité, Première* { A. *a* :: C. *c*. / 20. 12 :: 5. 3. } 2e { A. *a* :: D. *d*. / 20. 12 :: 10. 6. } 3e { A. *a* :: E. *e*. / 20. 12 :: 35. 21. } 4e { B. *b*. :: D. *d*. / 15. 9 :: 10. 6. }

5e { B. *b*. :: E. *e*. / 15. 9 :: 35. 21. } 6e { C. *c* :: E. *e*. / 5. 3 :: 35. 21. } *Première alterne* { A. C :: *a*. *c*. / 20. 5 :: 12. 3. } 2e { A. D :: *a*. *d*. / 20. 10 :: 12. 6. }

3e { A. E :: *a*. *e*. / 20. 35 :: 12. 21. } 4e { B. D :: *b*. *d*. / 15. 10 :: 2. 6. } 5e { B. E :: *b*. *e*. / 15. 35 :: 9. 21. } 6e { C. E :: *c*. *e*. / 5. 35 :: 3. 21.



Digitized by Google

A. *a* :: D. *d*. dont la comparaiſon avec la quatriéme alterne donne à ſon
c. 52. tour par [c] égalité A. *a* :: E. *e*. Et comparant la ſeconde alterne avec la troiſiéme, on trouve par [c] égalité B. *b* :: D. *d*. laquelle étant comparée avec la quatriéme, donne auſſi par [c] égalité B. *b* : E. *e*. Et comparant à ſon tour la troiſiéme alterne avec la quatriéme, on reçoit encore [c] par égalité C. *c* :: E. *e*. Et enſuite prenant chaque alterne de ces nouvelles proportions ainſi dé-
b. 47. couvertes ou déduites par égalité, on trouvera [b] toutes ces proportions A. C :: *a. c*. Et A. D :: *a. d*. Et A. E :: *a. e*. Et B. D :: *b. d*. Et B. E :: *b. e*. Et C. E :: *c. e*.

### DEFINITION.

Ces ſortes de proportions A. C :: *a. c*. Et A. D :: *a. d*. &c. tirées des autres A. B : : *a. b*. Et B. C :: *b. c*. &c. ſont appellées *ordonnées ſelon l'égalité.*

## VIII COROLLAIRE.

60. SI on propoſe pluſieurs grandeurs A, B, C, D, E, & autant d'autres Z, Y, X, V, T; & que la premiére A & la ſeconde B ſoient d'une part entr'elles, comme la ſeconde Y & la troiſiéme X le ſont de l'autre part; & la ſeconde B & la troiſiéme C de la premiére part, comme la troiſiéme X & la quatriéme V de l'autre; & la troiſiéme C & la quatriéme D auſſi de la premiére, comme de l'autre la quatriéme V & la cinquiéme T; & enfin la quatriéme D & la cinquiéme E de la premiére part, comme de l'autre la premiére Z & la ſeconde Y; la premiére A & la derniere E ſeront d'une part entr'elles, comme la premiére Z & la derniére T de l'autre.

b. 47. Car la premiére proportion A. B :: Y. X. aura [b] pour ſon alterne A. Y :: B. X. Et la ſeconde B. C :: X. V. auſſi pour ſon [b] alterne B. X :: C. V. Et la troiſiéme C. D :: V. T. encore pour ſon [b] alterne C. V :: D. T. Et comparant la
c. 52. premiére & la ſeconde alterne, on aura [c] par égalité A. Y :: C. V. qui étant pareillement comparée avec la troiſiéme alterne [c] donne auſſi par égalité A. Y :: D. T. Mais le produit AT des extrêmes A & T de cette même pro-
d. 18. 2. portion eſt égal au [d] produit YD des moyens Y & D. Et dans la quatriéme proportion D. E :: Z. Y. le même produit DY des grandeurs D & Y, qui en ſont les extrêmes, eſt égal au [d] produit des moyens E & Z. Et par conſéquent
e. 14. 1. le produit des grandeurs A & T eſt [e] égal à celuy des grandeurs E & Z. D'où
f. 42. il eſt évident que les deux A & E ſont d'une part entr'elles, comme [f] de l'autre les deux Z & T.

*Premiére Proportion* { A. B :: Y. X. } 2e { B. C :: X. V. } 3e { C. D :: V. T. } 4e { D. E :: Z. Y.
{ 20. 15 :: 12. 9. } { 15. 5 :: 9. 3. } { 5. 10 :: 3. 6. } { 10. 30 :: 4. 12.

*Premiére Alterne* { A. Y :: B. X. } 2e { B. X :: C. V. } 3e { C. V :: D. T. } *Et* { A. Y :: C. V.
{ 20. 12 :: 15. 9. } { 15. 9 :: 5. 3. } { 5. 3 :: 10. 6. } { 20. 12 :: 5. 3.

*Et* { A. Y :: D. T. } *Plans égaux* { DY. EZ. AT. } *Donc* { A. E :: Z. T.
{ 20. 12 :: 10. 6. } { 120. 120. 120. } { 20. 30 :: 4. 6.

Digitized by Google

DEFINITION.

Ces ſortes de proportions A. E :: Z. T. tirées des autres A. B :: Y. X. Et B. C :: X. V. Et C. D :: V. T. Et D. E :: Z. Y. ſont appellées *troublées ſelon l'égalité.*

## IX COROLLAIRE.

61. SI pluſieurs rapports ſont égaux ; tous les antécédens ſont enſemble à tous les conſéquens, comme chaque antécédent eſt à ſon conſéquent.

Car ſuppoſant un même rapport entre A & *a*, & entre B & *b*, & entre C & *c*, & entre D & *d* ; on aura déja par un changement alterne un [b] même rapport entre A & B, & entre *a* & *b*. Et par compoſition [b], un même entre A+B & B, & entre *a*+*b* & *b*. Ou par un changement alterne, un même [b] entre A+*b* & *a*+B, & entre B & *b*. Et comme on ſuppoſe déja un même rapport entre B & B, & entre C & *c* ; il ſera par égalité le [c] même entre A+B & *a*+*b*, & entre C & *c*. Et par un changement alterne [b] entre A+B & C, & entre *a*+*b* & *c*. Et par [b] compoſition entre A+B+C & C, & entre *a*+*b*+*c* & *c*. Et par un changement alterne [b] un même entre A+B+C & *a*+*b*+*c*, & entre C & *c*. Et de nouveau par égalité un même [c] entre A+B+C & *a*+*b*+*c*, & entre D & *d*. Et par un changement alterne [b] entre A+B+C & D, & entre *a*+*b*+*c* & *d*. Et par [b] compoſition entre A+B+C+D & D, & entre *a*+*b*+*c*+*d* & *d*. Ou par un changement [b] alterne & par [c] égalité, un même entre A+B+C+D & *a*+*b*+*c*+*d*, & entre D & *d*, & entre C & *c*, & entre B & *b*, & entre A & *a*.

b. 47.

c. 52.

*Proportions* { A. *a* :: B. *b* :: C. *c* :: D. *d*. / 20. 12 :: 15. 9 :: 5. 3 :: 10. 6. } *Alterne* { A. B :: *a*. *b*. / 20. 15 :: 12. 9.

*Compoſée* { A+B. B :: *a*+*b*. *b*. *Alterne, &* A+B. *a*+*b* :: B. *b* :: C. *c*. / 35. 15 :: 21. 9. *par égalité* 35. 21 :: 15. 9 :: 5. 3.

*Compoſée* { A+B+C. C :: *a*+*b*+*c*. *c*. *Alterne, &* A+B+C. *a*+*b*+*c* :: C. *c* :: D. *d*. / 40. 5 :: 24. 3. *par égalité* 40. 24 :: 5. 3 :: 10. 6.

*Compoſée* { A+B+C+D. D :: *a*+*b*+*c*+*d*. *d*. / 50. 10 :: 30. 6.

*Alterne, & par égalité* { A+B+C+D. *a*+*b*+*c*+*d* :: D. *d* :: C. *c* :: B. *b* :: A. *a*. / 50. 30 :: 10. 6 :: 5. 3 :: 15. 9 :: 20. 12.

## X COROLLAIRE.

62. SI l'intervalle de deux termes d'une progreſſion géométrique eſt égal à celuy de deux autres termes ; ces quatre termes diſpoſez par ordre ſont en proportion.

Car ſi les termes A, B, C, D, E, F, G, H, I, K, ſont en progreſſion ; les deux termes B & E, entre leſquels ſont interpoſez deux termes C & D, ſont proportionels aux deux G & K, entre leſquels deux H & I



Digitized by Google

b. 5 ſont interpoſez. Parcequ'il y a un même rapport [b] entre B & C, & entre G & H; & un même [b] entre C & D, & entre H & I; & un même [b] entre D & E, & entre I & K. Ou par conſéquent un même [c] entre B & E, & entre
c. 59. G & K.

*Progreſſion* ⎧:: A. B. C. D. E. F. G. H. I. K.
⎩:: 3. 6. 12. 24. 48. 96. 192. 384. 768. 1536.

*Et par égalité* ⎧B. C :: G. H. ⎧C. D :: H. I. ⎧D. E :: I. K.
⎩6. 12 :: 192. 384. ⎩12. 24 :: 384. 768. ⎩24. 48 :: 768. 1536.

*ordonnée ſelon l'égalité* ⎧B. E :: G. K.
⎩6. 48 :: 192. 1536.

## XI COROLLAIRE.

63. CHaque terme d'une progreſſion eſt moyen proportionel entre deux qui en ſont également éloignez; comme D entre les deux B & F.
b. 5. Puiſqu'il y a un même rapport [b] entre B & C, & entre D & E. Et un même [b] entre C & D, & entre E & F. Ou ordonnant ſelon l'égalité, un même [c] entre B & D, & entre D & F.
c. 59.

*Progreſſion* ⎧:: A. B. C. D. E. F. G. H. I. K.
⎩:: 3. 6. 12. 24. 48. 96. 192. 384. 768. 1536.

*Et par égalité* ⎧B. C :: D. E. ⎧C. D :: E. F. *ordonnée ſelon l'égalité* ⎧B. D :: D. F.
⎩6. 12 :: 24. 48. ⎩12. 24 :: 48. 96. ⎩6. 24 :: 24. 96.

## XII COROLLAIRE.

64. EN toute progreſſion géométrique le produit des extrêmes, ou du premier & du dernier terme, eſt égal à celuy du ſecond & du pénultiéme, ou du troiſiéme & de l'antépénultiéme, ou de deux qui ſont également éloignez des deux extrêmes, ou au quarré du milieu, ſi leur nombre eſt impair. Puiſque ſi deux termes ſont également éloignez de deux
b. 62. autres interpoſez entr'eux, ou d'un ſeul; les quatre termes ſont en [b] pro-
c. 63. portion, ou les trois en proportion [c] continuë.

## XIII COROLLAIRE.

65. LE premier, troiſiéme, cinquiéme, ſeptiéme, neuviéme, onziéme, & les autres termes d'une progreſſion, pris ainſi conſécutivement
b. 62. & de deux en deux, ſont pareillement en progreſſion. Puiſque le premier eſt au [b] troiſiéme, comme le troiſiéme au cinquiéme. Et le troiſiéme [b] au cinquiéme, comme le cinquiéme au ſeptiéme. Et ainſi du reſte.

## XIV COROLLAIRE.

66. ET par la même raiſon; le premier, quatriéme, ſeptiéme, dixiéme, treiziéme, & les autres termes, pris ainſi de trois en trois, ſont encore en progreſſion.

Digitized by Google

Et pareillement le premier, cinquiéme, neuviéme, treiziéme, dix-ſeptiéme, & les autres termes, pris ainſi de quatre en quatre, ſeront en progreſſion. Et généralement tous ceux qui conſervent un même intervalle, & qui ſont diſpoſez par ordre, le ſeront de la même ſorte.

## XV COROLLAIRE.

67. EN toute progreſſion de pluſieurs termes A, B, C, D, E, où le premier terme ſurpaſſe le ſecond, la différence ou l'excez A—B, dont le premier ſurpaſſe le ſecond, eſt au ſecond B; comme la différence ou l'excez A—E, dont le premier ſurpaſſe le dernier, eſt à la ſomme entiére B+C+D+E de tous ceux qui ſuivent le premier.

Car le premier A étant au ſecond B par la ſuppoſition, comme le ſecond B eſt au troiſiéme C; & ainſi du reſte: il faut par diviſion [b] que la différence A—B & B ſoient entr'elles, comme B—C & C, & comme C—D & D, & comme D—E & E. Et par conſéquent le premier de ces antécédens qui eſt A—B eſt à ſon conſéquent B, comme [c] la ſomme entiére A—E de tous les antécédens A—B & B—C & C—D & D—E eſt à la ſomme entiére B+C+D+E de tous les conſéquens B, C, D, E. Et on prouvera de la même ſorte, ſi le dernier terme ſurpaſſe le premier, que la différence ou l'excez, dont le dernier ſurpaſſe le penultiéme, eſt au pénultiéme; comme la différence ou l'excez, dont le dernier ſurpaſſe le premier, eſt à la ſomme entiére de tous ceux qui précédent le premier.

b. 47.

c. 61.

*Progreſſion ou proportions continuës* { A. B :: B. C :: C. D :: D. E.
486. 162 :: 162. 54 :: 54. 18 :: 18. 6.

*Leurs diviſées* { A—B. B :: B—C. C :: C—D. D :: D—E. E.
324. 162 :: 108. 54 :: 36. 18 :: 12. 6.

*Donc* { A—B. B :: A—B+B—C+C—D+D—E. B + C + D + E
324. 162 :: 324 + 108 + 36 + 12. 162 + 54 + 18 + 6.

*Ou* { A—B. B :: A—E. B+C+D+E.
324. 162 :: 480. 240.

## X THEOREME.

68. DE deux grandeurs inégales B & D, la plus grande B à un plus grand [b] rapport à une grandeur G, que la moindre D à la même G. Parceque la grande B contient plus G ou eſt moins dans G, que la petite D ne contient la même grandeur G ou qu'elle n'eſt dans G. Et la même G à un moindre [b] rapport à la grande B qu'à la petite B. Parceque G contient moins B que D, ou qu'elle eſt plus dans B que dans D.

b. 41.

{ B *ſurpaſſe* D. 10. 6. *Donc* { B. G :: D. G. 10. 4 :: 6. 4. *Et* { G. B :: G. D. 4. 10 :: 4. 6.



Digitized by Google

## XI THEOREME.

69. ET s'il y a un plus grand rapport entre une grandeur B & une grandeur G, qu'entre une autre D & la ſeconde G; la premiére B ſurpaſſe [b] la troiſiéme D. Puiſqu'elle contient plus G ou qu'elle eſt moins dans G, que D ne contient G ou n'eſt contenuë dans G. b. 41.

Ou ſi G & B ont un moindre rapport que G & B; la ſeconde B ſurpaſſe la [b] troiſiéme D. Parceque G contient moins B que D, ou qu'elle eſt plus dans B que dans D.

$$\begin{cases} B.\,G :: D.\,G. \\ 10.\,4 :: 6.\,4. \end{cases} \textit{Ou} \begin{cases} G.\,B :: G.\,D. \\ 4.\,10 :: 4.\,6. \end{cases} \textit{Donc} \begin{cases} B \textit{ ſurpaſſe } D. \\ 10. \qquad 6. \end{cases}$$

### I COROLLAIRE.

70. SI le rapport de deux grandeurs A & B eſt égal au rapport de deux Z & Y, & celuy des deux Z & Y plus grand que le rapport de deux autres G & H; le premier rapport des grandeurs A & B ſurpaſſe auſſi le troiſiéme rapport des grandeurs G & H.

Car Z contient plus Y ou eſt plus dans Y par la ſuppoſition, que G ne contient H ou n'eſt dans H. Et c'eſt pourquoi ſi on ajoûte une grandeur L qui manque à la grandeur G, afin que la grandeur Z contienne l'autre Y ou ſe trouve dans Y, comme G + L contiendra H ou ſe trouvera dans H; il y aura un même rapport [b] entre Z & Y, & entre G + L & H. Ou par égalité un même [c] entre A & B, & entre G + L & H. Et le produit des extrêmes A & H de cette proportion étant égal [d] au produit des moyens B & G + L, ſurpaſſera le [e] produit ſeul des moyens B & G de ces quatre termes A, B, G, H, dont les deux A & H ſont auſſi les extrêmes. D'où il eſt clair [f] que les grandeurs A & B ont un plus grand rapport que les deux G & H. b. 37. c. 52. d 38. e. 6. 1. f. 43.

$$\begin{cases} A.\,B :: Z.\,Y. \\ 63.\,27 :: 7.\,3. \end{cases} \textit{Et} \begin{cases} Z.\,Y :: G.\,H. \\ 7.\,3 :: 12.\,6. \end{cases} \textit{Et} \begin{cases} Z.\,Y :: G+L.\,H :: A.\,B. \\ 7.\,3 :: 12+2.\,6 :: 63.\,27. \end{cases}$$

$$\textit{Plans égaux} \begin{cases} BG + BL. & AH \textit{ ſurpaſſe } BG. \\ 324 + 54. & 378. \qquad 324. \end{cases} \textit{Donc} \begin{cases} A.\,B :: G.\,H. \\ 63.\,27 :: 12.\,6. \end{cases}$$

### II COROLLAIRE.

71. SI deux grandeurs A & Z ont un plus grand rapport que les deux B & Y, & ces deux B & Y un plus grand que deux grandeurs C & X. Le premier rapport des grandeurs A & Z eſt plus grand que le troiſiéme des grandeurs C & X.

Car ſi on ajoûte une grandeur G qui manque à la grandeur B, afin que la grandeur A contienne Z ou ſe trouve dans Z, comme B + G contiendra Y ou ſera dans Y, on aura la proportion [b] droitte A. Z :: B + G. Y. Mais B contient plus Y ou eſt [c] moins dans Y, que C ne contient X ou n'eſt dans X. Et à plus forte raiſon B + G contient plus Y ou eſt moins dans Y, que b. 37. c. ſuppoſition.

Digitized by Google

C ne [d] contient X ou n'eſt dans X. Ou ce qui revient au même, B+G & Y ont un plus grand rapport [c] que C & X. Et ainſi puiſqu'on a déja un même rapport entre A & Z, & [b] entre B+G & Y; il eſt viſible que le rapport des grandeurs A & Z ſurpaſſe [d] le rapport des grandeurs C & X. d. 14. 5. c. 41.

$\left\{\begin{matrix}A.Z \\ 6.3\end{matrix}\right.\!\!::\!\!\left.\begin{matrix}B.Y \\ 8.5\end{matrix}\right\}$ *Et* $\left\{\begin{matrix}B.Y \\ 8.5\end{matrix}\right.\!\!::\!\!\left.\begin{matrix}C.X \\ 30.20.\end{matrix}\right\}$ $\left\{\begin{matrix}A.Z \\ 6.3\end{matrix}\right.\!\!::\!\!\left.\begin{matrix}B+G.Y \\ 8+2.5.\end{matrix}\right\}$ *Et* $\left\{\begin{matrix}BX \textit{ ſurpaſſe } YC. \\ 160. \qquad 150.\end{matrix}\right.$

*Et* $\left\{\begin{matrix}BX+GX \textit{ ſurpaſſe } YC. \\ 160+40. \qquad 150.\end{matrix}\right.$ *Et* $\left\{\begin{matrix}B+G.Y \\ 10.5\end{matrix}\right.\!\!::\!\!\left.\begin{matrix}C.X. \\ 30.20.\end{matrix}\right\}$ *Et* $\left\{\begin{matrix}A.Z \\ 6.3\end{matrix}\right.\!\!::\!\!\left.\begin{matrix}C.X. \\ 30.20.\end{matrix}\right\}$

## III COROLLAIRE.

72. Si le rapport des grandeurs A & B ſurpaſſe le rapport des deux Z & Y; il y aura un moindre rapport par permutation [b] entre B & A qu'entre Y & Z. Parceque le produit des extrêmes B & Z eſt moindre [c] que celuy des moyennes A & Y. b. 43. c. 39.

$\left\{\begin{matrix}A.B \\ 7.3\end{matrix}\right.\!\!::\!\!\left.\begin{matrix}Z.Y. \\ 8.4.\end{matrix}\right\}$ $\left\{\begin{matrix}BZ \textit{ moindre que } AY. \\ 24. \qquad 28.\end{matrix}\right.$ *Par permutation* $\left\{\begin{matrix}B.A \\ 3.7\end{matrix}\right.\!\!::\!\!\left.\begin{matrix}Y.Z. \\ 4.8.\end{matrix}\right\}$

## IV COROLLAIRE.

73. Si le rapport des grandeurs A & B ſurpaſſe le rapport des deux Z & Y; il y aura par un changement alterne un plus grand rapport entre [b] les deux A & Z qu'entre les deux B & Y; parceque le produit des extrêmes A & Y ſurpaſſe [c] le produit des moyennes B & Z. b. 43. c. 39.

$\left\{\begin{matrix}A.B \\ 7.3\end{matrix}\right.\!\!::\!\!\left.\begin{matrix}Z.Y. \\ 8.4.\end{matrix}\right\}$ $\left\{\begin{matrix}AY \textit{ ſurpaſſe } BZ. \\ 28. \qquad 24.\end{matrix}\right.$ *Changement alterne* $\left\{\begin{matrix}A.Z \\ 7.8\end{matrix}\right.\!\!::\!\!\left.\begin{matrix}B.Y. \\ 3.4.\end{matrix}\right\}$

## V COROLLAIRE.

74. Si deux grandeurs A & B ont un plus grand rapport que deux grandeurs Z & Y; les deux premiéres enſemble A & B & la ſeconde B en ont un plus grand [b] par compoſition, que les deux Z & Y enſemble & la quatriéme Y. Car le produit des extrêmes A & Y ſurpaſſe [c] le produit des moyennes B & Z. Et ajoûtant de part & d'autre un même produit des deux B & Y, on aura d'une part le produit des nouvelles extrêmes A+B & Y, qui ſurpaſſera [d] celuy des moyennes B & Z+Y, qu'on trouvera de l'autre. b. 43. c 39. d. 11.

$\left\{\begin{matrix}A.B \\ 7.3\end{matrix}\right.\!\!::\!\!\left.\begin{matrix}Z.Y. \\ 8.4.\end{matrix}\right\}$ $\left\{\begin{matrix}AY \textit{ ſurpaſſe } BZ. \\ 28. \qquad 24.\end{matrix}\right.$ *Et* $\left\{\begin{matrix}AY+BY \textit{ ſurpaſſe } BZ+BY. \\ 28+12. \qquad 24+12.\end{matrix}\right.$

*Par compoſition* $\left\{\begin{matrix}A+B.B \\ 10.3\end{matrix}\right.\!\!::\!\!\left.\begin{matrix}Z+Y.Y. \\ 12.4.\end{matrix}\right\}$

## VI COROLLAIRE.

75. Si deux grandeurs A & B ont un plus grand rapport que deux Z & Y; il y aura auſſi par un changement [a] de diviſion un plus grand rapport entre la premiere A moins la ſeconde B & la ſeconde B, qu'entre la troiſiéme Z moins la quatriéme Y & la quatriéme Y. Car le pro- a 41.

Digitized by Google

b. 39. duit des extrêmes A & Y ſurpaſſe [b] le produit des moyennes B & Z. Et ôtant
i le produit des deux B & Y de chacun de ces deux produits inégaux; le
c. 12. produit des extrêmes A—B & Y eſt [c] moindre que le produit des nouvelles moyennes B & Z—Y.

$$\left\{\begin{matrix}A.\ B\ \cdot\!\cdot\ Z.\ Y.\\ 7\cdot 3\ \cdot\!\cdot\ 8.\ 4.\end{matrix}\right.\quad\left\{\begin{matrix}AY\ \textit{ſurpaſſe}\ BZ.\\ 28. \qquad 24.\end{matrix}\right.\quad \textit{Et}\quad\left\{\begin{matrix}AY—BY\ \textit{ſurpaſſe}\ BZ—BY.\\ 28—12. \qquad 24—12.\end{matrix}\right.$$

$$\textit{Par diviſion}\ \left\{\begin{matrix}A—B.\ B\ \cdot\!\cdot\ Z—Y.\ Y.\\ 4\cdot\ 3\ \cdot\!\cdot\ 4\cdot\ 4.\end{matrix}\right.$$

## VII COROLLAIRE.

76. SI deux grandeurs A & B ont un plus grand rapport que deux Z & Y;
a. 41. il y aura par un changement de converſion un [a] moindre rapport entre la premiére A & la premiére A moins la ſeconde B, qu'entre la troiſiéme Z & la troiſiéme Z moins la quatriéme Y. Car le produit des extrêmes
b. 39. A & Y ſurpaſſe [b] celuy des moyennes B & Z. Et ôtant chacun de ces deux
c. 12. produits du même AZ des grandeurs A & Z; le premier reſte ou le produit des extrêmes A & Z—Y eſt moindre [c] que le ſecond reſte, qui eſt un produit des moyennes A—B & Z.

$$\left\{\begin{matrix}A.\ B\ \cdot\!\cdot\ Z.\ Y.\\ 7\cdot 3\ \cdot\!\cdot\ 8.\ 4.\end{matrix}\right.\quad\left\{\begin{matrix}AY\ \textit{ſurpaſſe}\ BZ.\\ 28. \qquad 24.\end{matrix}\right.\quad \textit{Et}\quad\left\{\begin{matrix}—AY+AZ\ \textit{moindre que}—BZ+AZ\\ —28+56. \qquad —24+56.\end{matrix}\right.$$

$$\textit{Par converſion}\ \left\{\begin{matrix}A.\ A—B\ \cdot\!\cdot\ Z.\ Z—Y.\\ 7\cdot 7—3\ \cdot\!\cdot\ 8.\ 8—4.\end{matrix}\right.$$

## VIII COROLLAIRE.

77. SI deux grandeurs A & B ont un plus grand rapport que leurs parties Z & Y; ils en auront un moindre que leurs parties A—Z &
b. 75. B—Y qui reſtent. Car le tout A & ſa partie Z en ont un plus [b] grand que le tout B & ſa partie Y. Et par converſion, le tout A & ſa partie A—Z
c. 76. qui reſte en ont un moindre [c] que le tout B & ſa partie B—Y qui reſte. Ou les touts A & B un moindre [b] que ces deux parties A—Z & B—Y.

$$\left\{\begin{matrix}A.B\ \cdot\!\cdot\ Z.Y.\\ 9\cdot 5\ \cdot\!\cdot\ 7\cdot 4.\end{matrix}\right.\quad\left\{\begin{matrix}A.Z\ \cdot\!\cdot\ B.Y.\\ 9\cdot 7\ \cdot\!\cdot\ 5\cdot 4.\end{matrix}\right.\quad\left\{\begin{matrix}A.A—Z\ \cdot\!\cdot\ B.B—Y.\\ 9\cdot 9—7\ \cdot\!\cdot\ 5\cdot 5—4.\end{matrix}\right.\quad\left\{\begin{matrix}A.B\ \cdot\!\cdot\ A—Z.B—Y.\\ 9\cdot 5\ \cdot\!\cdot\ 2\cdot \qquad 1\cdot\end{matrix}\right.$$

## IX COROLLAIRE.

78. ET ſi A & B ont un moindre rapport que leurs parties Z & Y; ils en ont un plus grand que les parties A—Z & B—Y qui reſtent.

$$\left\{\begin{matrix}A\ B\ \cdot\!\cdot\ Z\ Y.\\ 9\cdot 5\ \cdot\!\cdot\ 8.\ 4.\end{matrix}\right.\quad\left\{\begin{matrix}A.Z\ \cdot\!\cdot\ B.Y.\\ 9\cdot 8\ \cdot\!\cdot\ 5\cdot 4.\end{matrix}\right.\quad\left\{\begin{matrix}A\ A—Z\ \cdot\!\cdot\ B\ B—Y.\\ 9\cdot 9—8\ \cdot\!\cdot\ 5\cdot 5—4.\end{matrix}\right.\quad\left\{\begin{matrix}A.B\ \cdot\!\cdot\ A—Z.B—Y.\\ 9\cdot 5\ \cdot\!\cdot\ 9—8.\ 5—4.\end{matrix}\right.$$

## X COROLLAIRE.

79. SI on propoſe pluſieurs grandeurs A, B, C, D, & autant d'autres Z, Y, X, V; & qu'il y ait un plus grand rapport entre A & B qu'entre

Digitized by Google

qu'entre Z & Y, & entre B & C qu'entre Y & X, & entre C & D qu'entre X & V; il y en aura auſſi un plus grand entre A & C qu'entre Z & X, & entre A & D qu'entre Z & V. Et ainſi du reſte.

Car on trouvera par des changemens alternes un plus grand [b] rapport entre A & Z qu'entre B & Y. Et entre B & Y qu'entre C & X. Et entre C & X qu'entre D & V. Et un plus grand à plus forte raiſon [c] entre A & Z qu'entre C & X. Et entre A & Z qu'entre D & V. Et entre A & Z qu'entre E & T. &c. Et entre B & Y qu'entre D & V. Et entre B & Y qu'entre E & T. Et entre C & X qu'entre E & T. Et ainſi on verra par des changemens alternes [b] qu'il y a un plus grand rapport entre A & C qu'entre Z & X. Et entre A & D qu'entre Z & V. Et entre A & E qu'entre Z & T. Et entre B & D qu'entre Y & V. Et entre B & E qu'entre Y & T. Et entre C & E qu'entre X & T. b. 73. c. 71.

*Suppoſitions* { A. B :: Z. Y. { 7. 3 :: 8. 4. ; B. C :: Y. X. { 3. 2 :: 4. 5. ; C. D :: X. V. { 2. 6 :: 5. 20. ; D. E :: V. T. { 6. 9 :: 20. 32.

*Alternes* { A. Z :: B. Y. { 7. 8 :: 3. 4. ; B. Y :: C. X. { 3. 4 :: 2. 5. ; C. X :: D. V. { 2. 5 :: 6. 20. ; D. V :: E. T. { 6. 20 :: 9. 32.

*Et* { A. Z :: C. X. { 7. 8 :: 2. 5. ; A. Z :: D. V. { 7. 8 :: 6. 20. ; A. Z :: E. T. { 7. 8 :: 9. 32. ; B. Y :: D. V. { 3. 4 :: 6. 20.

{ B. Y :: E. T. { 3. 4 :: 9. 32. ; C. X :: E. T. { 2. 5 :: 9. 32. *Alternes* { A. C :: Z. X. { 7. 2 :: 8. 5. ; A. D :: Z. V. { 7. 6 :: 8. 20.

{ A. E :: Z. T. { 7. 9 :: 8. 32. ; B. D :: Y. V. { 3. 6 :: 4. 20. ; B. E :: Y. T. { 3. 9 :: 4. 32. ; C. E :: X. T. { 2. 9 :: 5. 32.

## XI COROLLAIRE.

80. Et s'il y a un plus grand rapport entre la premiére A d'une part & la ſeconde B qu'entre la ſeconde Y & la troiſiéme X, & entre B & C qu'entre X & V, & entre C & D qu'entre V & T, Et entre D & E qu'entre la premiére Z & la ſeconde Y; il y aura un plus grand rapport entre la premiére A & la derniére E qu'entre la premiére Z & la derniére T.

Car on trouvera par des changemens [b] alternes un plus grand rapport entre A & Y qu'entre B & X. Et entre B & X qu'entre C & V. Et entre C & V qu'entre D & T. Et un plus grand à plus forte raiſon [c] entre A & Y qu'entre C & V. Et entre A & Y qu'entre D & T. Et ainſi le produit des extrêmes A & T ſurpaſſera [d] le produit des moyennes Y & D, qui [d] ſurpaſſe déja le produit des grandeurs E & Z; puiſqu'il y a un plus grand rapport b. 73. c. 71. d. 39.

*Suppoſitions* { A. B :: Y. X. { 7. 3 :: 4. 5. ; B. C :: X. V. { 3. 2 :: 5. 20. ; C. D :: V. T. { 2. 6 :: 20. 64. ; D. E :: Z. Y. { 6. 9 :: 2. 4.

*Alternes* { A. Y :: B. X. { 7. 4 :: 3. 5. ; B. X :: C. V. { 3. 5 :: 2. 20. ; C. V :: D. T. { 2. 20 :: 6. 64. ; DY *ſurpaſſe* EZ. { 24. 18.

{ A. Y :: C. V. { 7. 4 :: 2. 20. ; A. Y :: D. T. { 7. 4 :: 6. 64. ; AT *ſurpaſſe* DY { 448. 24. ; A. E :: Z. T. { 7. 9 :: 2. 64.



Digitized by Google

entre D & E qu'entre Z & Y. De ſorte que le produit des extrêmes A & T
e. 6. 1. ſurpaſſe [c] le produit des moyennes nouvelles E & Z. Et il y a un plus grand
f. 43. rapport [f] entre A & E qu'entre Z & T.

## XII COROLLAIRE.

81. SI on propoſe pluſieurs grandeurs A, B, C, & autant d'autres Z, Y, X, & qu'il y ait un plus grand rapport entre la premiére A & la premiére Z, qu'entre la ſeconde B & la ſeconde Y; & un plus grand entre la ſeconde B & la ſeconde Y, qu'entre la troiſiéme C & la troiſiéme X. Et ainſi du reſte s'il y en a d'autres; toutes les grandeurs enſemble A, B, C, ont un plus grand rapport à toutes les autres Z, Y, X, que la derniére C à la derniére X, ou que les deux B & C aux deux Y & X enſemble, & un moindre que la premiére A à la premiére Z.

Car en ſuppoſant un plus grand rapport entre A & Z qu'entre B & Y, & entre B & Y qu'entre C & X; il y aura par un changement alterne un
b. 73. plus grand [b] rapport entre A & B qu'entre Z & Y. Et un plus grand par
c. 74. compoſition [c] entre A+B & B, qu'entre Z+Y & Y. Et par un changement alterne encore un plus grand [b] entre A+B & Z+Y, qu'entre B & Y.
d. 71. Et un plus grand à plus forte raiſon [d] entre A+B & Z+Y, qu'entre C & X. Ou par un changement alterne un plus [b] grand entre A+B & C qu'entre Z+Y & X. Et par compoſition [c] entre A+B+C & C qu'entre Z+Y+X & X. Et par un changement alterne [b] entre A+B+C & Z+Y+X qu'entre C & X. Ce que j'avois premiérement à démontrer.

$$1^{o}\ \begin{Bmatrix} A.\ Z :: B.\ Y :: C.\ X. \\ 7.\ 8 :: 3.\ 4 :: 2.\ 5. \end{Bmatrix}\ Et\ \begin{Bmatrix} A.\ B :: Z.\ Y. \\ 7.\ 3 :: 8.\ 4. \end{Bmatrix}\ Et\ \begin{Bmatrix} A+B.\ B :: Z+Y.\ Y. \\ 10.\ 3 :: 12.\ 4. \end{Bmatrix}$$

$$Et\ \begin{Bmatrix} A+B.\ Z+Y :: B.\ Y :: C.\ X. \\ 10.\ 12 :: 3.\ 4 :: 2.\ 5. \end{Bmatrix}\ Et\ \begin{Bmatrix} A+B.\ C :: Z+Y.\ X. \\ 10.\ 2 :: 12.\ 5. \end{Bmatrix}$$

$$Et\ \begin{Bmatrix} A+B+C.\ C :: Z+Y+X.\ X. \\ 12.\ 2 :: 17.\ 5. \end{Bmatrix}\ Donc\ \begin{Bmatrix} A+B+C.\ Z+Y+X :: C.\ X. \\ 12.\ 17 :: 2.\ 5. \end{Bmatrix}$$

Et pareillement B & Y ont un plus grand rapport que C & X. Et par un
b 73. changement alterne B & C en ont un plus grand [b] que Y & X. Et par com-
c. 74. poſition il y a encore un plus grand rapport [c] entre B+C & C, qu'entre
d 76. Y+X & X. Et par converſion [d] un moindre entre B+C & B, qu'entre Y+X & Y. Et par conſequent un moindre entre B+C & Y+X, qu'en-
e. 41. tre B & Y. Ou un plus grand [e] entre B & Y, qu'entre B+C & Y+X. Et
f. 71. un plus grand à plus [f] forte raiſon entre A & Z qu'entre B+C & Y+X. Et par un changement alterne un plus grand [b] entre A & B+C, qu'entre Z & Y+X. Et par compoſition un plus grand [c] entre A+B+C & B+C, qu'entre Z+Y+X & Y+X. Ce que j'avois encore à démontrer.

Et un plus petit enfin par converſion [d] entre A+B+C & A qu'entre Z+Y+X & Z. Et par un changement alterne un moindre [b] entre

Digitized by Google

A + B + C & Z + Y + X qu'entre A & Z. Ce qui reſtoit à démontrer.

2°. $\left\{\begin{matrix}\text{B. Y} \therefore \text{C. X.}\\ 3.4 \therefore 2.5.\end{matrix}\right.$ *Et* $\left\{\begin{matrix}\text{B. C} \therefore \text{Y. X.}\\ 3.2 \therefore 4.5.\end{matrix}\right.$ *Et* $\left\{\begin{matrix}\text{B+C. C} \therefore \text{Y+X. X.}\\ 5.2 \therefore 9.5.\end{matrix}\right.$

*Et* $\left\{\begin{matrix}\text{B+C. B} \therefore \text{Y+X. Y.}\\ 5.3 \therefore 9.4.\end{matrix}\right.$ *Et* $\left\{\begin{matrix}\text{B+C. Y+X} \therefore \text{B. Y.}\\ 5.9. \therefore 3.4.\end{matrix}\right.$ *Ou* $\left\{\begin{matrix}\text{B. Y} \therefore \text{B+C. Y+X.}\\ 3.4 \therefore 5.9.\end{matrix}\right.$

*Et* $\left\{\begin{matrix}\text{A. Z} \therefore \text{B. Y} \therefore \text{B+C. Y+X.}\\ 7.8 \therefore 3.4 \therefore 5.9.\end{matrix}\right.$ *Et* $\left\{\begin{matrix}\text{A. B+C} \therefore \text{Z. Y+X.}\\ 7.5 \therefore 8.9.\end{matrix}\right.$

*Donc* $\left\{\begin{matrix}\text{A+B+C. B+C} \therefore \text{Z+Y+X. Y+X.}\\ 12.5 \therefore 17.9.\end{matrix}\right.$

3°. *Et* $\left\{\begin{matrix}\text{A+B+C. A} \therefore \text{Z+Y+X. Z.}\\ 12.7 \therefore 17.8.\end{matrix}\right.$ *Donc* $\left\{\begin{matrix}\text{A+B+C. Z} \therefore \text{Y+X} \therefore \text{A. Z.}\\ 12.17 \therefore 7.8.\end{matrix}\right.$

## PROBLEME.

82. *POur trouver le quatriéme terme d'une proportion droitte, dont les trois premiers A, B, Z, ſont déterminez.*

On prendra le produit des deux moyens B & Z. Et on diviſera ce produit par le premier A qui reſte. Et l'expoſant Y ſera le quatriéme qu'on cherche. Car le produit du premier A par ce même expoſant Y eſt égal au produit[b] des moyens B & Z. Et par conſéquent les quatre termes A, B, Z, Y, ſont en[c] proportion, ou le terme Y le quatriéme[c] proportionel aux trois A, B, Z. [b. 18. 2. c. 42.]

1er. 2d. 3e. 4e $\left\{\begin{matrix}\text{A. B} :: \text{Z. Y?}\\ 4.6 :: 10.15?\end{matrix}\right.$ *Multiplier le ſecond terme* B. 6. *par le troiſiéme terme* Z. 10.

*Diviſer le produit* $\overline{\text{BZ}}$. $\overline{60}$. *par le premier terme* A. 4. $\left\{\begin{matrix}\text{Y. 15. Expoſant}\\ \text{\& 4e terme.}\end{matrix}\right.$

## II PROBLEME.

83. *POur trouver une progreſſion dont on connoît les deux premiers termes A & B.*

On multipliera le ſecond B par luy-même. Et diviſant le produit BB par le premier terme A, l'expoſant C ſera le troiſiéme. Parceque le plan AC eſt égal au quarré BB. Et multipliant auſſi par luy-même le troiſiéme C. Et diviſant le produit CC par le ſecond B, l'expoſant D ſera le quatriéme terme. Parceque le plan BD eſt égal au quarré CC, ou C moyen proportionel entre B & D.

*Multiplier le* 2d B. 6. *par le* 2d B. 6.

*Et diviſer* BB. 36. $\left\{\begin{matrix}\text{C. 12. expoſant}\\ \text{par le 1er A. 3.} \quad \text{\& 3e terme}\end{matrix}\right.$

*Multiplier le* 3e C. 12. *par le* 3e C. 12.

*Et diviſer* $\overline{\text{CC}}$. $\overline{144}$. *par le* 2d B. 6. $\left\{\begin{matrix}\text{D. 24. Expoſant}\\ \text{\& 4e terme.}\end{matrix}\right.$

*Multiplier le* 4e D. 24. *par le meme* D. 24.

*Et diviſer* $\overline{\text{DD}}$. $\overline{576}$. *par le* 3e C. 12. $\left\{\begin{matrix}\text{E. 48. Expoſant}\\ \text{\& 5e terme.}\end{matrix}\right.$

*Progreſſion.*
∴ A. B. C. D. E. &c.
∴ 2. 6. 12. 24. 48. &c.



Digitized by Google

tionel entre les deux B & D. Et le troiſiéme D fournit à ſon tour & de la même ſorte le cinquiéme terme E. Et ainſi du reſte.

## I COROLLAIRE.

84. SI le nombre A n'eſt pas au juſte un diviſeur du produit BC des nombres B & C ; le quatriéme terme Y n'eſt pas un nombre entier. Parce qu'on ne peut trouver aucun nombre [b] entier, dont le produit par A ſoit égal au produit BC des moyens B & C.

b. *Suppoſition.* & 18. 2.

Il ne faut point s'embarraſſer ici de ces diviſions qu'on ne peut faire au juſte & ſans reſte, ou dont les juſtes expoſans ne ſont pas des nombres entiers ou des grandeurs entiéres. Puiſqu'on en doit donner une parfaite explication dans la ſuitte.

$\begin{cases} A.B::C.Y \\ 4.6::9.13+x. \end{cases}$ *Diviſer* BC. 54 $\begin{cases} 13+x.\ Y. \\ \text{par A. } 4 \\ \quad 2 \text{ reſte} \end{cases}$ *expoſans*

$\begin{cases} \text{Produits égaux } AY. \quad BC. \\ 4 \text{ fois } 13+4x \text{ ou } 52+4x. \quad 54 \text{ ou } 6 \text{ fois } 9. \end{cases}$

## II COROLLAIRE.

85. SI le premier terme A ne peut diviſer au juſte le quarré BB du ſecond terme B ; le troiſiéme terme C de la proportion continuë n'eſt pas un nombre [b] entier. Et la même raiſon qu'on vient d'expoſer prouve encore que ſi les nombres A & B ſont premiers entr'eux ; le troiſiéme terme C de la progreſſion [b] n'eſt pas un nombre entier.

b. 84.

*Diviſer* BB. 81. $\begin{cases} C.13+x. \\ \text{par A. } 6. \\ \quad 3 \text{ reſte.} \end{cases}$ $\begin{cases} 6.9::9.13+x. \\ A.B::B.C. \\ 4.9::9.20+x. \end{cases}$ *Diviſer* BB. 81. $\begin{cases} C.20+x. \\ \text{par A. } 4. \\ \quad 1 \text{ Reſte.} \end{cases}$ *expoſans*

## III COROLLAIRE.

86. LE dernier des termes infinis d'une progreſſion, où le premier terme ſurpaſſe le ſecond, eſt entiérement inſenſible ou infiniment petit, ou le plus approchant du rien. Parceque tel de ſes termes, ſi petit qu'il puiſſe être, qu'on voudra concevoir, étant multiplié par luy-même ; & le produit diviſé par le premier terme en donnera un autre, qui ſera auſſi éloigné du petit [b] que le petit le ſera du premier. Et celuy-ci en fournira un autre ſemblable. Et ainſi de ſuitte juſques à l'infini. De ſorte que nul des termes de la progreſſion ne ſera le dernier, qui ne ſoit infiniment petit ou le plus approchant du zéro ; comme le point ſi c'eſt une progreſſion de lignes.

b. 83 & 84.

## IV COROLLAIRE.

87. LE premier des termes infinis d'une progreſſion double contient préciſément une fois tous ceux qui le ſuivent. Et 2 fois, ſi c'eſt d'u-

Digitized by Google

ne progreſſion triple. Et 3 fois, ſi elle eſt quadruple. Et 4 fois, ſi elle eſt quintuple. Et ainſi de ſuitte juſques à l'infini.

Car ſi du premier on ôte le ſecond, qui en eſt la moitié, ou le tiers, ou le quart, ou ſa cinquiéme partie; le reſte, qui en contient encore une moitié, ou 2 tiers, ou 3 quarts, ou 4 cinquiémes, &c. contient auſſi une fois, ou 2 fois, ou 3 fois, ou 4 fois le ſecond. Et le rien même ou zéro, qu'on peut prendre indifféremment[b] pour le dernier qui en approche plus, ou qui eſt infiniment petit, étant auſſi retranché du premier, le laiſſe en ſon entier. Mais la différence A—B du premier A & du ſecond B eſt au ſecond B, comme[c] la différence A moins rien du premier au dernier eſt à la ſomme des termes infinis qui ſuivent le premier. Comme donc la différence A—B du premier au ſecond contient au juſte une fois, ou 2 fois, ou 3 fois, ou 4 fois le ſecond terme B, &c; la différence A moins rien du premier au dernier, ou le premier ſeul A, contient pareillement au juſte une fois, ou 2 fois, ou 3 fois, ou 4 fois la ſomme entiére des termes infinis qui le ſuivent; une fois, ſi la progreſſion eſt double; 2 fois, ſi elle eſt triple; 3 fois, ſi elle eſt quadruple; 4 fois, ſi elle eſt quintuple. Et ainſi de ſuitte juſques à l'infini.

b. 86.

c. 67.

# NOUVEAUX ELEMENS DES MATHEMATIQUES.

## *LIVRE HUITIEME.*

### *DE LA COMPOSITION DES RAPPORTS.*

### I THEOREME.

1. SI deux grandeurs *a* & *b* ſont multipliées l'une & l'autre par une même grandeur *g*; les produits *ag* & *bg* ſont entr'eux [b] comme les grandeurs *a* & *b*. Parceque la grandeur *agb* ou *bga* eſt également le produit [c] des deux extrêmes *ag* & *b*, & des deux moyennes *bg* & *a*.

b. 42. 7.
c. 17. 3.

*Produits égaux* 1*agb*. 1*bga*.
10 *fois* 3 *ou* 30. 30 *ou* 15 *fois* 2. *Donc* { *ag*. *bg* :: *a*. *b*. / 10. 15 :: 2. 3. } { *g*. / 5. }

Ou autrement ſoit A le produit de la grandeur *a* par *g*, & B celuy de l'autre *b* par *g*; ſelon l'idée de la multiplication, l'unité arbitraire z doit être contenuë dans la grandeur *g*, comme [b] la grandeur *a* dans le produit A des deux *a* & *g*. Et ainſi z & *g* ſont entr'elles [c] comme *a* & A. Et par la même raiſon z & *g* ſont [b] encore [c] entr'elles, comme *b* & le produit B des grandeurs *b* & *g*. Et par égalité les grandeurs *a* & A ſont [d] proportio-

b. 9. 2.
c. 37. 7.
d. 52. 7.

{ 1ere *Proport.* 1*ag*. / z. *g* :: *a*. A. / 1. 5 :: 2. 10. } { 2e *Proport.* 1*bg*. / z. *g* :: *b*. B. / 1. 5 :: 13. 15. } { *Par égalité* / *a*. A :: *b*. B. / 2. 14 :: 3. 15. } { *Permutée* / A. *a* :: B. *b*. / 10. 2 :: 15. 3. } { *Alterne*. / A. B :: *a*. *b*. / 10. 15 :: 2. 3. }

Digitized by Google

nelles aux deux *b* & B. Ou par permutation les deux A & *a* aux [c] deux B & *b*. Et par un changement alterne, les produits A & B ſont [c] entr'eux comme les grandeurs *a* & *b*. c. 47. 7.

## II THEOREME.

2. Si deux grandeurs A & B ſont diviſées l'une & l'autre par une même grandeur *g*; le rapport des deux expoſans, que je nomme *a* & *b*, eſt égal au rapport des grandeurs A & B.

Car ſelon l'idée de la diviſion, la grandeur A contient ſon diviſeur *g*, comme [b] l'expoſant *a* de la diviſion l'unité arbitraire *z*. Et l'autre grandeur B auſſi ſon diviſeur *g*, comme [b] l'expoſant *b* de la diviſion la même unité *z*. Et ainſi A & *g* ſont entr'elles [c] comme *a* & *z*; & B & *g* pareillement entr'elles [c] comme *b* & *z*. Et par des changemens alternes A & *a* ſont entr'elles [d] comme *g* & *z*. Et B & *b* pareillement [d] entr'elles comme *g* & *z*. Et par égalité A & *a* ſont entr'elles [e] comme B & *b*. Et par [d] permutation *a* & A entr'elles comme *b* & B. Et par un changement alterne *a* & *b* ſont entr'elles comme [d] les grandeurs A & B. b. 15. 2. c. 37. 7. d. 47. 7. e. 52. 7.

| 1ere *Proportion* | 2e *Proportion* | 1ere *Alterne* | 2e *Alterne* |
|---|---|---|---|
| A. *g* :: *a*. *z*. | B. *g* :: *b*. *z*. | A. *a* :: *g*. *z*. | B. *b* :: *g*. *z*. |
| 10. 5 :: 2. 1. | 15. 5 :: 3. 1. | 10. 2 :: 5. 1. | 15. 3 :: 5. 1. |

| *Par égalité* | *Permutée.* | *Alterne* |
|---|---|---|
| A. *a* :: B. *b*. | *a*. A :: *b*. B. | *a*. *b* :: A. B. |
| 10. 2 :: 15. 3. | 2. 10 :: 3. 15. | 2. 3 :: 10. 15. |

## COROLLAIRE.

3. Si deux nombres *a* & *b* ſont premiers entr'eux; ils ſont eux ſeuls les plus ſimples ou les plus petits, dont le rapport puiſſe être égal au leur.

Car ſi on propoſe deux tels nombres A & B qu'on voudra, qui aient entr'eux un même rapport que les nombres *a* & *b*; la meſure commune la plus grande ou le plus grand diviſeur commun *g* des nombres A & B ſera au juſte autant de [b] fois dans A, que la meſure commune la plus grande ou le plus grand diviſeur commun 1 des deux *a* & *b* eſt au juſte dans *a*. Et *g* ſera encore au juſte autant de fois [b] dans B, qu'il y aura de fois 1 dans *b*. Comme donc 1 ne peut [c] ſurpaſſer *g*; le nombre *a* ne peut [d] auſſi jamais ſurpaſſer le nombre A: ni *b* pareillement ſurpaſſer [d] l'autre B. Et par conſéquent les deux *a* & *b* qui ſont premiers entr'eux, ſont eux ſeuls les plus ſimples ou les plus petits, dont le rapport puiſſe être égal au leur. b. 35. 7. c. *définition*. d 2. 7.

$$\left\{\begin{array}{l} a.\ b :: \text{A. B.} \\ 13.\ 8 :: 26.\ 16. \end{array}\right. \left\{\begin{array}{l} 1.\ a :: g.\ \text{A.} \\ 1.\ 13 :: 2.\ 26. \end{array}\right. \left\{\begin{array}{l} 1.\ b :: g.\ \text{B.} \\ 1.\ 8 :: 2.\ 16. \end{array}\right. \left\{\begin{array}{l} 1.\ g :: a.\ \text{A.} \\ 1.\ 2 :: 13.\ 26. \end{array}\right. \left\{\begin{array}{l} 1.\ g :: b.\ \text{B.} \\ 1.\ 2 :: 8.\ 16. \end{array}\right.$$

### Definition.

4. On nommera *expoſans* d'un rapport les nombres les plus ſimples ou les plus petits, qui peuvent avoir un même rapport que ſes termes. Ou

Digitized by Google

on dira ſimplement que deux nombres ou grandeurs ont pour expoſans les nombres les plus ſimples ou les plus petits, qui puiſſent leur être proportionels. Que les nombres 4 & 6, par éxemple, ont pour expoſans les nombres 2 & 3, qui leur ſont proportionels & premiers entr'eux. Et pareillement que les deux grandeurs, l'une de 15 pieds & l'autre de 21 pieds, ont pour expoſans les nombres 5 & 7, qui ſont premiers entr'eux, & proportionels aux deux nombres 15 & 21, ou aux deux grandeurs de 15 pieds & de 21 pieds. Car comme 1, qui eſt la meſure commune la plus grande des nombres 5 & 7, eſt 5 fois dans 5, & 7 fois dans 7; de même auſſi 3 pieds, qui ſont la plus grande commune des 15 pieds & des 21 pieds, eſt au juſte 5 fois dans 15 pieds, & 7 fois dans 21 pieds.

*Proportion* 2. 3 :: 4. 6. *Proportion* 5. 7 :: 15. 21 :: 15 *pieds.* 21 *pieds.*

*2 & 3 expoſans de 4 & 6. 5 & 7 expoſans de 15 & 21, ou de 15 pieds & 21 pieds.*

## I PROBLEME.

5. *Pour trouver les deux expoſans de deux nombres A & B.*

a. 42. 6. On prendra [a] leur plus grand diviſeur commun *g*. Et diviſant enſuitte l'un & l'autre par *g*; les deux expoſans *a* & *b* ſeront les [b] expoſans
b. 4. c 2. des nombres A & B. Parce qu'ils leur ſont [c] proportionels, & [d] premiers
d. 46. 6. entr'eux.

*Diviſer le* 1er A. 15. *5 expoſant. 5 Diviſer le* 2d B. 21. *5 expoſant. par le plus grand diviſeur* 1*g.* 3. *a.* 5. *par le diviſeur* 1*g.* 3. *b.* 7.

5 A. B :: *a. b. 5 a. b. expoſans des deux* A. B.
5 15. 21 :: 5. 7. 5. 7. 15. 21.

## II PROBLEME.

6. *Pour trouver les expoſans de deux grandeurs commenſurables A & B.*

b 42, 6. On cherchera [b] leur meſure commune la plus grande *g*. Et enc. 17. 2. ſuitte [c] les nombres *a* & *b*, qui expoſent, l'un combien de fois la meſure *g* eſt au juſte dans A, & l'autre combien elle eſt de fois dans B. Et les nombres *a* & *b* ſeront les expoſans du rapport des grandeurs A & B. Car les
d. 2, 7. nombres *a* & *b* étant [d] proportionels aux grandeurs A & B; leur plus grand
e. 35. 7. diviſeur commun eſt au juſte autant de fois dans *a* que la meſure *g* eſt au juſte dans A; & encore au juſte [e] autant de fois dans *b*, que la meſure *g* eſt au juſte dans B. Mais 1 eſt au juſte autant [f] de fois dans *a* que *g* dans A; & 1 eſt
f. 15. 2. encore au juſte autant [f] de fois dans *b* que *g* dans B. Et par conſéquent 1
g. 44. 6. eſt le plus grand diviſeur [g] commun des nombres *a* & *b*. Et ces deux nom-
h. *réſultat* bres ſont premiers [h] entr'eux, & les deux expoſans [k] du rapport des grank. 3. deurs A & B, ou les expoſans des grandeurs A & B.

5 A B. *a. b.* 5 *g plus grand diviſeur commun.*
5 15 *pieds.* 21 *pieds* :: 15. 21 :: 5. 7. 5 3 *pieds*

5 1. *a* :: *g.* A. 5 1. *b* :: *g.* B.
5 1. 5 :: 3 *pieds* 15. *pieds.* 5 1. 7 :: 3 *pieds.* 21 *pieds.*

1 COROLLAIRE.

## I COROLLAIRE.

7. Les rapports égaux ont les mêmes exposans.

Car si les grandeurs A & B sont entr'elles comme les grandeurs *a* & *b*; & que G & *g* soient les mesures communes les plus grandes, l'une des grandeurs A & B, & l'autre des grandeurs *a* & *b*. Un même nombre ζ exposé également combien de fois [b] au juste G est dans A, & *g* dans *a*. Et un même nombre *y* expose encore également [b] combien de fois G est dans B, & *g* dans *b* au juste. Et ainsi les nombres ζ & *y* sont proportionels [c] aux grandeurs A & B. Et ils le sont encore [c] aux grandeurs *a* & *b*. Et parcequ'ils sont premiers entr'eux, ils sont également les deux [d] exposans de chacun des rapports égaux qui sont proposez.

b. 35. 7.

c. 37 7.

d. 3.

$\left\{\begin{matrix} A.\ B :: a.\ b. \\ 15.\ 21 :: 10.\ 14. \end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix} G.\ g. \\ 3.\ 2. \end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix} A.\ B :: \zeta.\ y. \\ 15.\ 21 :: 5.\ 7. \end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix} a.\ b :: \zeta.\ y. \\ 10.\ 14 :: 5.\ 7. \end{matrix}\right.$

## II COROLLAIRE.

8. Les rapports, dont les exposans sont les mêmes, sont des rapports égaux.

Car si les mêmes nombres ζ & *y* sont également les deux exposans des grandeurs A & B, & des deux *a* & *b*; il y aura un même rapport entre les deux nombres ζ & *y*, & [b] entre les grandeurs A & B. Et pareillement un [b] même entre ces deux nombres ζ & *y*, & entre les deux grandeurs *a* & *b*. Et par égalité un [c] même entre les grandeurs A & B, & entre les deux *a* & *b*.

b. *suppositio.*

c. 52. 7.

$\left\{\begin{matrix} \zeta.\ y :: A.\ B. \\ 5.\ 7 :: 15.\ 21. \end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix} \zeta.\ y :: a.\ b. \\ 5.\ 7 :: 10.\ 14. \end{matrix}\right.$ *Par égalité* $\left\{\begin{matrix} A.\ B :: a.\ b. \\ 15.\ 21 :: 10.\ 14. \end{matrix}\right.$

## III COROLLAIRE.

9. Si deux nombres *a* & *b* sont les plus simples ou les plus petits, dont le rapport puisse être égal au leur; ils sont [b] premiers entr'eux. Parce qu'ils n'ont point d'autres [c] exposans qu'eux-mêmes.

b. 3.

c. *suppositio.*

## IV COROLLAIRE.

10. Deux grandeurs commensurables A & B sont toûjours les produits *ag* & *bg* de leurs exposans *a* & *b* par leur plus grand diviseur commun *g*.

Où si deux nombres *a* & *b* sont premiers entr'eux, & proportionels à deux autres A & B; les nombres A & B sont les produits mêmes *ag* & *bg* des nombres *a* & *b* par le plus grand diviseur commun *g* des deux A & B.

Car si on divise chacune des grandeurs, ou chacun des nombres A & B, par leur plus grand diviseur commun *g*; les exposans de ces deux divisions sont deux nombres qui sont premiers [b] entr'eux. Et par conséquent ces

b. 46. 6.

$\left\{\begin{matrix} A.\ B :: a.\ b. \\ 15.\ 21 :: 5.\ 7. \end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix} g. \\ 3. \end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix} A.\ B. \\ 15.\ 21. \\ ag.\ bg. \end{matrix}\right.$



Digitized by Google

c. 7. d. 18. 2. deux nombres ſont les [c] expoſans mêmes *a* & *b* des grandeurs, ou des nombres A & B qu'on propoſe. Et A eſt [d] un produit *ag* du premier *a* des deux expoſans par le plus grand diviſeur commun *g*; & B un [d] autre produit *bg* du ſecond *b* de ces mêmes expoſans par le plus grand diviſeur commun *g*.

DEFINITIONS.

11. On dira que divers nombres ou diverſes grandeurs ont pour *expoſans* les nombres les plus ſimples ou les plus petits, dont les rapports alternatifs ſont égaux aux leurs alternatifs. Et on nommera *rélatifs* les termes de part & d'autre qui ſe répondront chacun à chacun, & ſelon le même ordre.

## III PROBLEME.

12. *Pour trouver les expoſans de divers nombres* A, B, C, D.

b. 45. 6. c. 47. 6. d. 3. On cherchera leur plus grand [b] diviſeur commun *g*. Et diviſant enſuitte chacun d'eux par *g*, les divers expoſans *a*, *b*, *c*, *d*, ſont ceux des nombres propoſez A, B, C, D. Car les quatre *a*, *b*, *c*, *d*, ſont [c] premiers entr'eux, & par conſéquent deux au moins des quatre, comme les deux *a* & *d*, ſont premiers entr'eux, & les ſeuls [d] expoſans de leurs rélatifs A & D. Et les deux *a* & *d* étant déterminez, les autres *b* & *c* le ſont pareillement. Puiſque les deux *a* & *b* étant proportionels aux deux A & B, ou les deux *d* & *b* aux deux D & B, & *a* & *d* les moindres rélatifs des deux A & D; le nombre *b* eſt auſſi le moindre rélatif de B. Et *c* pareillement le moindre rélatif de C. Et par conſéquent les nombres *a*, *b*, *c*, *d*, ſont les expoſans des quatre A, B, C, D.

*Diviſer* A. 15. ⎧*a*. *Diviſer* B. 21. ⎧*b*. *Diviſer* C. 6. ⎧*c*. *Diviſer* D. 18. ⎧*d*.
*par* 1*g*. 3. ⎩5. *par* 1*g*. 3. ⎩7. *par* 1*g*. 3. ⎩2. *par* 1*g*. 3. ⎩6.

*Proportions Alternatives.* 1^ere ⎧A. B :: *a*. *b*. ⎩15. 21 :: 5. 7. 2^e ⎧A. C :: *a*. *c*. ⎩15. 6 :: 5. 2. ⎧A. D :: *a*. *d*. ⎩15. 18 :: 5. 6.

4^e ⎧B. C :: *b*. *c*. ⎩21. 6 :: 7. 2. 5^e ⎧B. D :: *b*. *d*. ⎩21. 18 :: 7. 6. 6^e ⎧C. D :: *c*. *d*. ⎩6. 18 :: 2. 6.

## IV PROBLEME.

13. *Et pour trouver les expoſans de diverſes grandeurs* A, B, C, D.

b. 45. 6. c. 3. d. 47. 6. On cherchera leur [b] meſure commune la plus grande *g*. Et on verra enſuitte combien de fois au juſte *g* eſt dans chaque grandeur. Et les nombres *a*, *b*, *c*, *d*, qui expoſent comment elle s'y trouve, ſont les [c] expoſans de ces mêmes grandeurs, parce qu'ils ſont premiers entr'eux, ou que leur meſure commune la plus grande [d] eſt 1.

⎧A. B. C. D. ⎧*g*. *Expoſans* ⎧*a*. *b*. *c*. *d*.
⎩15 *pieds*. 21 *pieds*. 6 *pieds*. 18 *pieds*. ⎩3 *pieds* ⎩5. 7. 8. 6.

Digitized by Google

## V PROBLEME.

14. *TEls & tant de rapports qu'on voudra étant proposez, trouver les nombres les plus simples dont le premier & le second aient un rapport égal au premier rapport qu'on propose. Et le second & troisiéme un rapport égal au second qu'on propose. Et ainsi du reste.*

Comme si l'on propose les trois rapports qui sont, le premier entre deux nombres A & Z, & le second entre les deux B & Y, & le troisiéme entre les deux C & X. On cherchera en premier lieu les[b] exposans *a* & ζ des deux termes A & Z. Et ensuite les deux [b] exposans *b* & *y* des termes B & Y, & les deux *c* & *x* des [b] termes C & X. Et aprés cela on prendra le moindre [c] nombre *g*, que les deux ζ & *b* peuvent chacun mesurer sans reste. Et on [d] cherchera deux quatriémes termes *f* & *h* proportionels, l'un aux trois ζ, *a*, *g*, & l'autre aux trois *b*, *y*, *g*. Ce qui résoudroit déja la question, si l'on n'avoit proposé que les deux rapports qui sont entre A & Z, & entre B & Y. b. 6. c. 48. 6. d. 22. 7.

Car les deux exposans *a* & ζ sont [f] toûjours diviseurs, le premier *a* du premier nombre, & le second ζ du [f] second des deux premiers qu'on cherche, & qui doivent être proportionels aux deux A & Z. Et les deux exposans *b* & *y* sont pareillement diviseurs, le premier *b* du [f] premier, & le second *y* du second des deux nombres qui doivent être proportionels aux deux B & Y. Et par conséquent le second des nombres que l'on cherche est divisible & par ζ & par *b*, & ne peut pas [g] être plus petit que *g*. Mais il y a un même rapport [h] entre A & Z, & entre *f* & *g*; ou [k] entre Z & A, & entre *g* & *f*. Et pareillement un même [k] entre B & Y, & entre *g* & *h*. Et par conséquent les nombres *f*, *g*, *h*, sont les trois plus simples, dont les deux premiers puissent être proportionels aux deux A & Z, & le second & troisiéme aux deux B & Y. f. 19. g. 48. 6. h. 47. 7. k. *suppositum.*

| | | |
|---|---|---|
| A. Z :: *a*. ζ. | B. Y :: *b*. *y*. | *g le moindre que* ζ *& b mesurent* |
| 15. 20 :: 3. 4. | 42. 35 :: 6. 5. | 12. 4. 6. |
| Z. A :: ζ. *a* :: *g*. *f*. | B. Y :: *b*. *y* :: *g*. *h*. | A. Z :: *f*. *g*. |
| 20. 15 :: 4. 3 :: 12 9. | 42. 35 :: 6. 5 :: 12. 10. | 15. 20 :: 9. 12. |

Et comme il reste encore un rapport des nombres C & X. On prendra de la même sorte le moindre [b] nombre H que les deux *b* & *c* mesurent chacun sans reste. Et on cherchera un quatriéme terme I proportionel [c] aux trois *c*, *x*, H. Et divisant encore H par *b*, on multipliera par l'exposant *e* chacun des nombres *f* & *g* qui précédent *h*. Et les produits F & G & les deux nouveaux termes H & I seront les quatre que l'on cherche. Car *b* & *e*, qui doivent mesurer [d] nécessairement [e] le troisiéme des nombres qu'on b. 48. 6. c. 22. 7. d. *démonstration précédente.* e. 10.

| | | | |
|---|---|---|---|
| C. X :: *c*. *z*. | H *le moindre que b & c.* | *c*. *x* :: H. I. | *e*. *f*. *g*. |
| 6. 21 :: 2. 7. | 10. 10. 2. | 2. 7 :: 10. 35. | 1. 9. 12. |

F. G :: *f*. *g* :: A. Z :: G. H :: *g*. *b* :: B. Y. H. I :: *c*. *x* :: C. X.
9. 12 :: 9. 12 :: 15. 20. 12. 10 :: 12. 10 :: 42. 35. 10. 35 :: 2. 7 :: 6. 21.

*e f. e g.* *e g.* H. I. *Les 4 cherchez.*



Digitized by Google

demande, n'en peuvent meſurer au juſte[f] un moindre que le terme H, qui eſt par conſéquent le troiſiéme de ceux qu'on déſire. De ſorte que le quatriéme[e] eſt I. Et comme G & H ſont auſſi entr'eux comme les deux *g* & *h*, ou comme[g] les deux B & Y; le terme G eſt le ſecond des quatre, & le premier eſt F par la même raiſon.

f 48. 6.
e. 32. 7.
g. 32. 7.

## I COROLLAIRE.

15. SI trois nombres A, B, C, ſont en proportion continuë, & deux nombres *a* & *b* les expoſans des deux A & B, ou des deux B & C; les nombres A, B, C, ſont les trois produits de leur plus grand diviſeur commun, l'un par le quarré *aa* du premier *a* des deux expoſans, l'autre par le plan *ab* des deux expoſans *a* & *b*, & le troiſiéme par le quarré *bb* du ſecond *b* des deux expoſans.

Car A & B ſont déja les[b] produits *az* & *bz* de leurs expoſans *a* & *b* par leur plus grand diviſeur commun *z*. Et B & C ayant auſſi les mêmes[c] expoſans *a* & *b*, le nombre *a* meſure B ou *bz* au juſte. Et comme *a* & *b* ſont premiers[d] entr'eux, le nombre *a* meſure *z* au[e] juſte. Et nommant *y* l'expoſant entier de la diviſion du nombre *z* par *a*; le nombre *z* eſt le même que[f] le produit *ay* du diviſeur *a* par l'expoſant *y*, & le terme A ou *az* le même[f] que le produit *aay* du nombre *z* ou *ay* par *a*, & le terme B ou *bz* pareillement le même[f] que le produit *aby* du nombre *z* ou *ay* par *b*. Mais *bby* eſt le troiſiéme proportionel[g] aux deux *aay* & *aby*, ou aux deux A & B. Et C eſt auſſi le troiſieme proportionel aux deux[h] mêmes A & B. Et par conſéquent les nombres entiers *bby* & C ne ſont qu'un[k] même nombre. Mais *y* eſt le plus grand diviſeur[l] commun des extrêmes *aay* & *bby*; puiſque chacun étant diviſé par *y*, les expoſans *aa* & *bb* ſont premiers[m] entr'eux, les deux *a* & *b* l'étant déja[d] entr'eux. Et ainſi *y* eſt le plus grand diviſeur[n] commun des termes A, B, C. Et ces termes ſont les trois produits de leur plus grand diviſeur commun *y*, l'un par *aa*, l'autre par *ab*, & le troiſiéme par *bb*.

b. 19.
c. 7.
d. 9.
e. 22. 6.
f. 18. 2.
& 20. 3.
g. 23. 7.
*h. ſuppoſition.*
k. 51. 7.
l. 10.
m. 38. 6.
n. 45. 6.

$$\left\{\begin{array}{l} \div\ A.\ B.\ C. \\ \div\ az.\ bz.\ C. \\ \div\ aay.aby.bby. \\ \div\ 16.\ 24.\ 36. \end{array}\right. \begin{array}{l} \\ \textit{plus grande meſure de} \\ \textit{A \& B} \\ \\ \end{array} \left\{\begin{array}{l} z. \\ 8. \\ ay. \end{array}\right. \textit{Plus grande de B \& C.} \left\{\begin{array}{l} y. \\ 4. \end{array}\right. \left\{\begin{array}{l} A.\ B :: a.\ b :: B.\ C, \\ 16.\ 24 :: 2.\ 3 :: 24.\ 36. \end{array}\right.$$

## II COROLLAIRE.

16. ET ſi quatre nombres A, B, C, D, ſont en progreſſion, & deux autres *a* & *b* les expoſans des deux A & B, ou B & C, ou C & D; les quatre A, B, C, D, ſont les quatre produits de leur plus grand diviſeur commun, l'un par le cube $a^3$, l'autre par le ſolide *aab*, le troiſiéme par le ſolide *abb*, & le quatriéme par le cube $b^3$.

Car les trois A, B, C, ſont déja trois produits *aay*, *aby*, *bby*, de leur plus grand diviſeur[b] commun *y*, l'un par *aa*, le ſecond par *ab*, & le troiſiéme par *bb*. Et le troiſiéme C ou *bby* & le quatriéme D ſont auſſi les produits[c] de leur plus grand diviſeur commun par[d] leurs expoſans *a* & *b*. Et ainſi *a* meſure C ou *bby* au juſte. Et comme *a* & *b* ſont premiers[e] entr'eux,

b. 15.
c 13.
d. 7.
e. 9.

Digitized by Google

& $a$ & $bb$ auſſi premiers [n] entr'eux; le nombre $a$ meſure $y$ au [f] juſte. Et nommant $x$ l'expoſant de la diviſion du nombre $y$ par $a$; le nombre $y$ eſt le même [g] que le produit $ax$, & le terme A ou $aay$ le même que le [h] produit $a^2x$ du nombre $y$ ou $ax$ par $aa$; & B ou $aby$ auſſi le même [h] que le produit $aabx$ du nombre $y$ ou $ax$ par $ab$. Et C ou $bby$ eſt encore un [h] produit $abbx$ de $bb$ par $y$ ou $ax$. Mais $b3x$ eſt le quatriéme [k] proportionel aux trois $a^2x$, $aabx$, $abbx$, ou aux trois A, B, C. Et par conſéquent D qui eſt auſſi le quatriéme proportionel aux mêmes A, B, C, eſt le nombre même [l] ou le produit $b^3x$. Mais $x$ eſt le plus grand diviſeur [m] commun des extrêmes $a^3x$ & $b^3x$; puiſque diviſant l'un & l'autre par $x$, les expoſans $a^3$ & $b^3$ ſont premiers [n] entr'eux, les deux $a$ & $b$ l'étant déja [e] entr'eux. Et par conſéquent $x$ eſt le plus grand diviſeur commun des quatre termes A, B, C, D. Et ces termes ſont les quatre produits de leur plus grand diviſeur commun $x$ par les nombres $a^3$, $aab$, $abb$, $b^3$.

f. 22. 8.
g. 18. 1.
h. 20. 3.
k. 23. 7.
l. 52. 7.
m. 10.
n. 38. 6.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A. | B :: | B. | C :: | C. | D :: | $a.b.$ | | $y$. *Plus grande meſure* |
| $aay.$ | $aby$ :: | $aby.$ | $bby$ :: | $bby.$ | D :: | $a.b.$ | | 10. *des trois* A. B. C. |
| $a^2x.$ | $aabx$ :: | $aabx.$ | $abbx$ :: | $abbx.$ | $b^3x$ :: | $a.b.$ | | $x$. *Plus grande meſure* |
| 40. | 60 :: | 60. | 90 :: | 90. | 135 :: | 2.3. | | 5. *des quatre* A.B.C.D. |

Et on démontrera de la même ſorte que ſi cinq nombres A, B, C, D, E, ſont en progreſſion, & les nombres $a$ & $b$ les expoſans des deux A & B, ou de deux conſécutifs; ces nombres ſont les cinq produits de leur plus grand diviſeur commun $v$; le premier par $a4$, le ſecond par $a^3b$, le troiſiéme par $aabb$, le quatriéme par $ab^3$, & le cinquiéme par $b4$.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A. | B :: | B. | C :: | C. | D :: | D. | E :: | $a.b.$ |
| $a^3x.$ | $aabx$ :: | $aabx.$ | $abbx$ :: | $abbx.$ | $b3x$ :: | D. | E :: | $a.b.$ |
| $a4v.$ | $a3bv$ :: | $a^2bv.$ | $aabbv$ :: | $aabbv.$ | $ab3v$ :: | $ab3v.$ | $b4v$ :: | $a.b.$ |
| 48. | 72 :: | 72. | 108 :: | 108. | 162 :: | 162. | 243 :: | 2. 3. |

*Plus grande meſure commune* 1$x$. *Plus grande commune* 1$v$.
*des quatre* A. B. C. D. 6. *des cinq* A. B. C. D. E. 3.

Et generalement ſi pluſieurs nombres ou grandeurs ſont en progreſſion, ce ſont les produits mêmes de leur plus grand diviſeur commun ou de leur meſure commune la plus grande; le premier par une puiſſance du nombre $a$, qui ait autant de degrez moins un qu'il y a de termes; & le ſecond par un produit d'une puiſſance du nombre $a$ moindre d'un degré que la précédente multipliée par le nombre $b$; & le troiſiéme par un produit d'une autre puiſſance du même nombre $a$ moindre encore d'un degré que la précédente multipliée par le quarré $bb$. Et ainſi du reſte.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *Progreſſion* | :: | A. | B. | C. | D. | E. | F. | $a.b.$ |
| | :: | $a5t.$ | $a4bt.$ | $a3bbt.$ | $aab3t.$ | $ab4t.$ | $b5t.$ | 2. 3. 2. |
| | :: | 64. | 96. | 144. | 216. | 324. | 486. | |

## III COROLLAIRE.

17. SI des grandeurs commenſurables ſont en progreſſion; toute meſure commune des extrêmes eſt auſſi une meſure juſte de chaque autre terme.



Digitized by Google

b 16. c. 38. 6. Car les extrêmes ſont deux [b] produits de la meſure commune la plus grande des termes par deux puiſſances également élevées, & [c] premières entr'elles, des expoſans $a$ & $b$ du premier & du ſecond terme, ou de deux conſécutifs. Et par conſéquent la meſure commune la plus grande des extrêmes eſt auſſi la plus grande des termes, & toute autre commune des extrêmes commune auſſi de tous [d] les autres termes. Comme s'il y a cinq termes A, B, C, D, E; les extrêmes A & E ſont deux [b] produits de la meſure commune la plus grande $v$ des termes; l'un par $a^4$, & l'autre par $b^4$. Et comme $a^4$ & $b^4$ ſont [c] premiers entr'eux, les expoſans $a$ & $b$ l'étant [c] déja entr'eux; les extrêmes A & E, ou $a^4v$ & $b^4v$, ont pour meſure commune la plus grande, la plus grande $v$ de tous les termes. Et toute autre meſure commune des extrêmes meſurant $v$ au juſte, meſure auſſi [d] chacun des autres termes.

d. 44 & 45 & 10. 6.

c. 9.

$$\left\{\begin{array}{l} :: A.\ B.\ C.\ D.\ E. \\ :: a^4v.\ a^3bv.\ aabbv.\ ab^3v.\ b^4v. \\ :: 48.\ 72.\ 108.\ 162.\ 243. \end{array}\right.$$

## IV COROLLAIRE.

18. SI le premier terme A d'une progreſſion meſure au juſte le ſecond terme B; chaque terme meſure au juſte chacun des termes qui le ſuivent.

b 5. 7. c. 9. 6. Car le premier A meſure le ſecond B au juſte, comme B au juſte [b] le troiſiéme C; & C le quatriéme D. Et ainſi du reſte. Et par conſéquent la meſure A du terme B diviſeur de C, meſure C au [c] juſte. Et [b] comme C meſure encore D; la premiére A meſure D au [c] juſte, & pareillement E, & enſuitte F, & chacun de tous les autres termes. Mais s'il y a un terme interpoſé, ou deux, ou trois, ou quatre, ou cinq, &c, entre deux termes de la progreſſion; le premier des deux eſt à l'autre, comme [d] le premier A de la progreſſion eſt au troiſiéme C, ou au quatriéme D, ou au cinquiéme E, ou au ſixiéme F, &c. Et c'eſt pourquoi comme le premier A meſure au juſte chacun des termes C, D, E, F; le premier des deux que l'on aura pris peut toûjours [d] meſurer l'autre au juſte. Ou ce qui revient au même, chaque terme de la progreſſion peut meſurer au juſte chacun des termes qui le ſuivent.

d. 62. 7.

*Progreſſion* $\left\{\begin{array}{l} :: A.\ B.\ C.\ D.\ E.\ F.\ G.\ H.\ I.\ K. \\ :: 6.\ 12.\ 24.\ 48.\ 96.\ 192.\ 384.\ 768.\ 1536.\ 3072. \end{array}\right.$

## V COROLLAIRE.

19. ET ſi le premier terme A d'une progreſſion ne meſure pas le ſecond au juſte; nul auſſi ne peut meſurer au juſte aucun des termes qui le ſuivent.

b. 17. Car deux termes d'une progreſſion n'ont point de meſure commune, qui ne meſure au juſte [b] chacun de ceux qui ſont interpoſez. Et ainſi comme A qui eſt ſa juſte meſure, ne meſure pas B; le terme A & tel autre des termes qu'on voudra ne peuvent avoir A pour meſure commune. Ou ce qui revient au même, le terme A ne peut meſurer aucun terme au juſte. Mais comme A ne meſure pas B; nul auſſi ne meſure le terme qui le ſuit immé-

Digitized by Google

diatement ; puiſque le premier A & le ſecond B ſont [c] entr'eux, comme deux conſécutifs. Mais s'il y a un terme interpoſé, ou deux, ou trois, ou quatre, ou cinq, &c, entre deux termes de la progreſſion ; le premier de ces deux eſt à l'autre, comme le premier A de la progreſſion eſt au troiſiéme C, ou au quatriéme D, ou au cinquiéme E, ou au ſixiéme F, &c. Et c'eſt pourquoi comme le premier A ne meſure au juſte aucun des termes C, D, E, F, &c ; le premier des deux que l'on aura pris ne peut auſſi [d] meſurer au juſte aucun des termes qui le ſuivent. Ou ce qui revient au même, nul terme ne meſure au juſte aucun des termes qui le ſuivent. c. 5. 7. d. 62. 7.

*Progreſſion* { ∴ A. B. C. D. E. F. G. H.
∴ 256. 384. 576. 864. 1296. 1944. 2916. 4374.

## VI COROLLAIRE.

20. Si pluſieurs nombres ſont en progreſſion, & que le premier A diviſe le dernier H ; il diviſe [b] chaque autre, & il eſt luy-même le [c] plus grand diviſeur [b] commun des termes. Et les expoſans *a* & *b* des deux premiers termes ou de deux conſécutifs [d] ſont 1 & *b*. b. 17. c. 16. d. 4. & 17. 2.

*Progreſſion* { ∴ A. B. C. D. E. F. G. H.
∴ 6. 12. 24. 48. 96. 192. 384. 768.
∴ 1Z. 1bZ. 1bbZ. 1b³Z. 1b⁴Z. 1b⁵Z. 1b⁶Z. 1b⁷Z.

## VII COROLLAIRE.

21. Si pluſieurs nombres ſont en progreſſion, & que le premier A ſoit 1 ; tout diviſeur ſimple du dernier I ou $b^8$ l'eſt auſſi [b] de chacun des interpoſez. Car tous les termes, qui ſuivent 1 ou A, ſont les puiſſances ſucceſſives de *b* ou B multipliées par le plus grand diviſeur commun 1 des extrêmes & de tous les termes. Et ainſi chaque diviſeur ſimple de la derniére I de toutes ces puiſſances l'eſt [c] auſſi de chacune des interpoſées. b. 27. 6. c. 16.

*Progreſſion* { ∴ A. B. C. D. E. F. G. H. I.
∴ 1. 6. 36. 216. 1296. 7776. 46656. 279936. 1679616.
∴ 1. *b*. *bb*. $b^3$. $b^4$. $b^5$. $b^6$. $b^7$. $b^8$.

## VIII COROLLAIRE.

22. Si pluſieurs nombres ſont en progreſſion, & que le premier A ſoit 1, & le ſecond B ou *b* un nombre ſimple ; le dernier I ou $b^8$ ne [b] peut avoir aucun diviſeur que luy-même, ou qu'un des termes qui ſont avant luy. Parceque tous les termes, qui ſuivent 1, ſont les puiſſances ſucceſſives de *b*. b. 22.

*Progreſſion* { ∴ A. B. C. D. E. F. G. H. I.
∴ 1. 5. 25. 125. 625. 3125. 15625. 78125. 390625.
∴ 1. *b*. *bb*. $b^3$. $b^4$. $b^5$. $b^6$. $b^7$. $b^8$.

## IX COROLLAIRE.

23. Si pluſieurs nombres ſont en progreſſion, & que le premier A ſoit 1 ; le ſecond B ou *b* meſure chaque autre par l'un de ceux qui précé-

Digitized by Google

b. 22. dent cet autre. Ou ce qui revient au même, le second *b* divise au juste chaque terme, & l'exposant est encore un des [b] termes qui précedent celuy qu'on divise. Comme si le neuviéme est I ou $b^8$, & qu'il soit divisé par $b^1$; l'exposant $b^5$ est un des termes qui précédent $b^8$.

*Progression* ∷ A. B. C. D. E. F. G. H. I.
∷ 1. 6. 36. 216. 1296. 7776. 46656. 279986. 1679616.
∷ 1. *b*. *bb*. $b^3$. $b^4$. $b^5$. $b^6$. $b^7$. $b^8$.

## X COROLLAIRE.

b. 13 & 14. 24. SI plusieurs nombres sont en progression, & que les extrêmes A & I soient premiers entr'eux; tous ces nombres sont eux seuls [b] les simples, ou les moindres qui puissent exposer la même progression, ou dont les rapports alternatifs soient égaux aux leurs. Parceque les deux A

c. 4. & I sont eux seuls [c] les plus simples dont le rapport soit égal au leur.

*Progression* ∷ A. B. C. D. E. F. G. H. I.
∷ 256. 384. 576. 864. 1296. 1944. 2916. 4374. 6561.
∷ $1a^8$. $a^7b$. $a^6bb$. $a^5b^3$. $a^4b^4$. $a^3b^5$. $aab^6$. $ab^7$. $1b^8$.

## XI COROLLAIRE.

25. SI plusieurs nombres sont en progression, & les moindres dont les rapports alternatifs soient égaux aux leurs; les deux extrêmes sont

b. *définition.* premiers [b] entr'eux. Puisque ces nombres ne [c] peuvent tous avoir d'autres

c. *supposition.* exposans alternatifs qu'eux-mêmes, ou d'autres diviseurs communs que l'unité seule. Et comme les extrêmes n'ont point de diviseurs communs,

d. 17. que ceux [d] mêmes qui sont communs à tous les termes; les deux extrêmes sont [b] premiers entr'eux, comme les deux $1a^8$ & $1b^8$, ou les deux 1 & $b^8$, si on prend A ou *a* pour 1.

## VI PROBLEME.

26. *POur former une progression des nombres les plus simples & d'autant qu'on voudra, où le rapport du premier & du second terme, ou de deux consécutifs soit égal au rapport commensurable de deux nombres ou grandeurs A & B.*

b. 5. On prendra les [b] exposans *a* & *b* des deux grandeurs A & B. Et multipliant *a* & *b* par *a*; & *b* par *b*; les trois produits *aa*, *ab*, *bb*, résoudront

c 12. la [c] question, si la progression doit n'avoir que trois termes. Parcequ'il y a

d. 1. un même [d] rapport entre les deux exposans *a* & *b*, & entre le premier & le second des termes; & encore entre le second & le troisiéme, & entre

d. les [d] deux exposans *a* & *b*, & entre les grandeurs A & B: & que les extrê-

c. 38. 6. mes *aa* & *bb* sont premiers [c] entr'eux, les deux exposans *a* & *b* l'étant déja entr'eux.

{ A. B. } { *a. b. exposans* } *Et* { *aa. ab* :: *ab. bb* :: *a. b* :: A. B. } { *aa. bb. premiers* }
{ 30. 45. } { 2. 3. } { 4. 6 :: 6. 9 :: 2. 3 :: 30. 45. } { 4. 9. *entr'eux.*

Et

Digitized by Google

Et ſi la progreſſion doit avoir quatre termes. On multipliera chacun des trois $aa$, $ab$, $bb$, par $a$; & le dernier $bb$ par $b$. Et les produits $a^3$, $aab$, $abb$, $b^3$, réſoudront [c] la queſtion. Parceque les extrêmes $a^3$ & $b^3$ ſont premiers [d] entr'eux, & que chacun des termes eſt à celuy qui le ſuit immédiatement, comme [c] l'expoſant $a$ eſt à l'expoſant $b$. c. 12. d. 38. 6. c. 1.

A. B :: $a.b$ :: $a^2.ab$ :: $aab.abb$ :: $abb.b^3$. $\left\{\begin{array}{l}a.\ b.\ exposans.\\ 2.3.\end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{l}a^3.\ b^3.\ premiers\\ 8.27.\ entr'eux.\end{array}\right.$

30.45 :: 2.3 :: 8. 12 :: 12. 18 :: 18.27.

Et par la même raiſon, ſi la progreſſion doit avoir cinq termes. On prendra les produits des quatre précédens par $a$; & encore le produit du dernier $b^4$ par $b$. Et les termes $a^4$, $a^3b$, $aabb$, $ab^3$, $b^4$, réſoudront [c] la queſtion. Et ainſi de ſuitte juſques à l'infini. c. 12.

A. B :: $a.b$ :: $a^2.ab$ :: $a^3b.aabb$ :: $aabb.ab^3$ :: $ab^3.b^4$. $\left\{\begin{array}{l}a.\ b.\ exposans.\\ 2.3.\end{array}\right.$

30.45 :: 2.3 :: 16. 24 :: 24. 36 :: 36. 54 :: 54. 81.

## I COROLLAIRE.

27. En toute progreſſion des nombres les plus ſimples, où 1 n'eſt point un des extrêmes; les expoſans $a$ & $b$ des deux premiers termes, ou de deux conſécutifs, ſont deux nombres différens chacun de l'unité; puiſqu'ils ſont [c] les racines quarrées, ou cubiques, ou quatriémes, ou cinquiémes, ou ſixiémes, ou autres linéaires des puiſſances parfaites & ſemblables qui ſont les deux extrêmes. c. 26 & 16.

## II COROLLAIRE.

28. On ne peut continuer en nombres entiers une progreſſion de nombres réduitte aux expoſans, & où 1 n'eſt point un extrême A ou F. Car le premier terme A eſt au ſecond B, comme [b] le dernier F eſt au nouveau terme G, qui ſuivroit F en continuant la progreſſion. Et par conſéquent G eſt l'expoſant [c] du produit des termes B & F diviſé par A. Il faut donc, afin que G ſoit un nombre entier, que le premier terme A diviſe au [c] juſte le produit BF des termes B & F, ou qu'il diviſe au juſte le [d] ſeul terme B, les deux A & F étant [c] premiers entr'eux. Mais A ne [f] peut diviſer B au juſte, puiſque les expoſans $a$ & $b$ ſont deux nombres différens chacun de l'unité. Et par conſéquent l'expoſant juſte ou le terme nouveau G n'eſt point un nombre entier. b. 5. 7. c. 23. 7. d. 22. 6. c. 25. f. 17 2.

:: A. B. C. D. E. F. G. $\left\{\begin{array}{l}Diviſer\ BF.\ 11664.\\ par\ A.\ 32.\\ Reſte\ 16.\end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{l}G.\ expoſ.\\ 364+x.\end{array}\right.$

:: 32. 48. 72. 108. 162. 243. $364+x$.

:: $a^5.a^4b.a^3bb.aab^3.ab^4.b^5$. G.

## III COROLLAIRE.

29. On ne peut [b] continuer en nombres entiers une progreſſion qui n'eſt pas multiple. Parce qu'étant réduitte aux expoſans, le premier terme n'eſt [c] point 1. b. 28. c. *ſuppoſition. & déjunction.*



Digitized by Google

## IV COROLLAIRE.

30. IL y a toûjours un nombre moyen proportionel entre deux nombres quarrez *aa* & *bb*. Car le plan *ab* de leurs côtez *a* & *b* eſt moyen proportionel entr'eux, le rapport étant le même entre les nombres *a* & *b*, &
b. 1. entre [b] le quarré *aa* & le plan *ab*; & pareillement le même entre *a* & *b*, &
c. 47. 7. entre [b] le plan *ab* & le quarré *bb*. Ou le même par égalité entre [c] le quarré *aa* & le plan *ab*, & entre le plan *ab* & le quarré *bb*.

$$\left\{\begin{array}{l} aa.\ ab :: a.\ b :: ab.\ bb. \\ 225.\ 210 :: 15.\ 14 :: 210.\ 196. \end{array}\right.$$

Il y a par la même raiſon deux nombres moyens proportionels *aab* & *abb* entre deux nombres cubiques $a^3$ & $b^3$. Et trois moyens proportionels $a^3b$, *aabb*, $ab^3$ entre deux nombres quarrez de quarrez $a^4$ & $b^4$. Et ainſi du reſte, juſques à l'infini.

## V COROLLAIRE.

31. OU pour rendre la propoſition générale; le plan *ab* de deux grandeurs *a* & *b* eſt toûjours moyen proportionel entre leurs quarrez *aa* & *bb*. Parceque les rapports
b. 1. ſont égaux [b] entre *aa* & *ab*, & entre *a* & *b*, & [b] entre *ab* & *bb*.

$$\left\{\begin{array}{l} aa.\ ab :: a.\ b :: ab.\ bb. \\ 225.\ 210 :: 15.\ 14 :: 210.\ 196. \end{array}\right.$$

b. 1. Et on prouvera généralement & de la même ſorte [b] que deux ſolides *aab* & *abb*, l'un du quarré *aa* de la première *a* par la ſeconde *b*, & l'autre de la première *a* par le quarré *bb* de la ſeconde *b*, ſont toûjours deux moyens proportionels entre leurs cubes $a^3$ & $b^3$.

$$\left\{\begin{array}{l} a^3.\ aab :: a.\ b :: aab.\ abb. \\ 216.144 :: 3.2 :: 144.96. \end{array}\right. Et \left\{\begin{array}{l} a.\ b :: abb.\ b^3. \\ 3.2 :: 96.64. \end{array}\right. par\ égalité \left\{\begin{array}{l} a^3.\ aab.\ abb.\ b^3. \\ 216.144.96.64. \end{array}\right.$$

b. 1. Et pareillement [b] qu'entre les quatriémes puiſſances $a^4$ & $b^4$ de deux grandeurs *a* & *b*, il y a toûjours trois ſolides moyens proportionels $a^3b$, $aabb$, $ab^3$. Et quatre ſurſolides $a^4b$, $a^3bb$, $aab^3$, $ab^4$, entre leurs cinquiémes puiſſances $a^5$ & $b^5$. Et ainſi de ſuitte juſqu'à l'infini.

$$\left\{\begin{array}{l} a^4.\ a^3b.\ aabb.\ ab^3.\ b^4. \\ 1296.864.576.384.256. \end{array}\right. \qquad \left\{\begin{array}{l} a^5.\ a^4b.\ a^3bb.\ aab^3.\ ab^4.\ b^5. \\ 32.64.128.256.512.1024. \end{array}\right.$$

## VI COROLLAIRE.

32. SI trois nombres A, B, C, ſont en proportion continuë, & réduits à leurs expoſans, ou les moindres dont les rapports alternatifs ſoient égaux aux leurs, chacun à chacun & ſelon le même ordre; chacun des trois eſt premier à l'égard des deux autres enſemble.

Car nommant *a* & *b* les expoſans des deux A & B, ou des deux B & C;
b. 15. ces trois nombres [b] ſont *aa*, *ab*, *bb*. Mais les deux *a* & *b* ſont [c] premiers
c. 6. entr'eux. Et par conſéquent les deux *a*+*b* & *b* ſont premiers [d] entr'eux,
d. 17. 6. & *aa*+*ab* & *b* auſſi premiers [e] entr'eux, & *aa*+*ab* & *bb*, ou A+B & C,
e. 36. 6. encore premiers [e] entr'eux. Et comme *a* & *b* ſont premiers [e] entr'eux; les

Digitized by Google

deux $a+b$ & $a$ sont premiers [d] entr'eux, & les deux $ab+bb$ & $a$ aussi [e] premiers entr'eux, & $ab+bb$ & $aa$, ou B+C & A, encore premiers [e] entr'eux. Et pareillement $a$ & $b$ étant premiers [e] entr'eux; les nombres $a$ & $bb$ sont [e] premiers entr'eux, & $aa$ & $b$ le [e] sont encore entr'eux. Et par conséquent d'une part $a$ & $aa+bb$ sont premiers [d] entr'eux, & de l'autre $b$ & $aa+bb$ aussi premiers [d] entr'eux, & $ab$ & $aa+bb$, ou B & A+C, encore premiers [e] entr'eux. d. 17. 6. e. 36. 6.

| ∴ A. | B. | C. | a. | b. | a+b. | aa+ab. | ab+bb. | aa+bb. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ∴ aa. | ab. | bb. | 2. | 3. | 2+3. | A+B. | B+C. | A+C. |
| ∴ 4. | 6. | 9. | | | | 10. | 15. | 13. |

## VII COROLLAIRE.

33. Et généralement en toute progression réduitte aux exposans, & où il n'est point un extrême; chaque terme est premier à l'égard de tous les autres ensemble.

Car les exposans $a$ & $b$ des deux premiers termes A & B sont [b] premiers entr'eux. Et les quatre nombres A. B. C. D. qui sont en progression, & réduits à leurs exposans, [c] sont $a^3$, $aab$, $abb$, $b^3$. Et les nombres $a$ & $b^3$ sont premiers entr'eux, & $a$ mesure $aab+abb$. Et tout diviseur du nombre $a$, qui ne peut [d] mesurer $b3$, mesurant [e] encore $aab+abb$, ne peut [f] mesurer $aab+abb+b^3$. Et par conséquent $a$ & $aab+abb+b3$ sont premiers [g] entr'eux. Et les deux $aa$ & $aab+abb+b^3$ le sont encore [h] entr'eux. Et les deux $a3$ & $aab+abb+b^3$, ou A & B+C+D, le sont [d] enfin entr'eux. Et par la même raison, [d] les deux $b^3$ & $a^3+aab+abb$, ou D & A+B+C, sont premiers entr'eux. Et les nombres $ab$ & $a3+abb+b3$ le sont [h] aussi entr'eux. Et par conséquent $aab$ & $a^3+abb+b3$, ou B & A+C+D, sont [h] premiers entr'eux. Et les deux $abb$ & $a^3+aab+b^3$, ou C & A+B+D le sont encore [h] entr'eux. b. 6. c. 16. d. 38. 6. e, 9. 6. f. 15. 6. g. définition. h. 36. 6.

| ∴ A. | B. | C. | D. |
|---|---|---|---|
| ∴ 8. | 12. | 18. | 27. |
| ∴ a3. | aab. | abb. | b3. |

| A. | B+C+D. | A+B+C. | D. | B. | A+C+D. | C. | A+B+D. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 8. | 57. | 38. | 27. | 12 | 57. | 18. | 47. |
| $a^3$. | $aab+abb+b^3$. | $a^3+aab+abb$. | $b^3$. | $aab$. | $a^3+abb+b^3$. | $abb$. | $a^3+aab+b^3$. |

## VIII COROLLAIRE.

34. Si deux nombres C & G sont proportionels à deux nombres $c$ & $g$, & qu'il y ait plusieurs moyens proportionels entre les deux C & G, comme les trois D, E, F; il y aura pareillement trois nombres $d$, $e$, $f$, moyens proportionels entre les deux $c$ & $g$.

Car nommant $z$ la mesure commune la plus grande des termes C & G, ou des cinq C, D, E, F, G, & $a$ & $b$ les exposans des deux premiers C & D, ou de deux consécutifs; ces mêmes termes seront les cinq [b] produits $a^4z$, $a^3bz$, $aabbz$, $ab^3z$, $b^4z$. Et si on les réduit [c] aux plus simples termes, en divisant chacun par leur plus grand diviseur [c] commun $z$; les b. 16. c. 12.



Digitized by Google

expoſans ſeront les cinq nombres $a^4$, $a^3b$, $aabb$, $ab^3$, $b^4$; dont les extrêmes $a^4$ & $b^4$ ſont [d] premiers entr'eux. Et par conſéquent ces deux extrêmes $a^4$ & $b^4$, qui ſont proportionels [e] aux extrêmes C & G, le ſont par égalité aux [f] deux termes $c$ & $g$. Et ces deux termes $c$ & $g$ ſont les [g] produits mêmes $a^4y$ & $b^4y$ de leur plus grand diviſeur commun $y$, l'un par $a^4$, & l'autre par $b^4$. Mais entre les deux nombres $a^4y$ & $b^4y$, il y a les [h] trois moyens proportionels $a^3by$, $aabby$, $ab^3y$. Et ainſi ces trois mêmes que je nomme encore $d$, $e$, $f$, ſont moyens [h] proportionels entre les deux $c$ & $g$.

d. 25.
e. 60. 7.
f 47. 2.
g. 35. 7.
h. 30.

C. G. : : $c$. $g$.
112. 567 : : 80. 405.

$\left\{\begin{array}{l} :: \text{C. D. E. F. G.} \\ :: 112.\ 168.\ 252.\ 378.\ 567. \\ :: a^4z.\ a^3bz.\ aabbz.\ ab^3z.\ b^4z. \end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{l} z.y. \\ 7.5. \end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{l} a.b. \\ 2.3. \end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{l} :: c.\ d.\ e.\ f.\ g. \\ :: 80.120.\ 180.270.405. \\ :: a^4y.a^3by.aabby.ab^3y.b^4y. \end{array}\right.$

## IX COROLLAIRE.

35. S'Il y a pluſieurs nombres moyens proportionels entre deux nombres A & F, qui ſoient premiers entr'eux, il y aura autant de nombres moyens proportionels entre 1 & le premier A, & encore autant d'autres entre 1 & le dernier F.

Car nommant $a$ & $b$ les expoſans des deux premiers A & B, ou de deux conſécutifs; les ſix termes A, B, C, D, E, F, ſeront les mêmes [b] que les ſix nombres ou les ſix produits $a^5$, $a^4b$, $a^3bb$, $aab^3$, $ab^4$, $b^5$. Et comme entre A & F, ou entre $a^5$ & $b^5$, il y a quatre [c] moyens proportionels B, C, D, E, ou $a^4b$, $a^3bb$, $aab^3$, $ab^4$; il y aura de la même ſorte entre 1 & A, ou entre 1 & $a^5$, les quatre [d] moyens proportionels $a$, $aa$, $a^3$, $a^4$. Et pareillement entre 1 & F, ou entre 1 & $b^5$, les quatre moyens $b$, $bb$, $b^3$, $b^4$.

b. 16.
c. *ſuppoſition.*
d. 30.

$\left\{\begin{array}{l} :: \text{A. B. C. D. E. F.} \\ :: 7776.\ 6480.\ 5400.\ 4500.\ 3750.\ 3125. \\ :: a^5.\ a^4b.\ a^3bb.\ aab^3.\ ab^4.\ b^5. \end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{l} :: 1.a.\ aa.\ a^3.\ a^4.\ a^5. \\ :: 1.6.\ 36.\ 216.1296.7776. \\ :: 1.b.\ bb.\ b^3.\ b^4.\ b^5. \\ :: 1.5.\ 25.\ 125.\ 625.3125. \end{array}\right.$

## X COROLLAIRE.

36. ET s'il y a pluſieurs nombres moyens proportionels entre l'unité & un certain nombre A, & autant entre la même unité & un autre nombre F; il y en aura pareillement autant entre les nombres A & F.

Car d'une part tous les termes, qui ſuivent l'unité, ſont les puiſſances ſucceſſives [b] du ſecond $a$; & de l'autre part les [b] ſucceſſives de $b$. Et les dernières A & F deux puiſſances également élevées [c] l'une du nombre $a$, & l'autre du nombre $b$. Et ainſi il y aura entre ces deux puiſſances ſemblables, ou entre les nombres A & F, autant de nombres [d] moyens proportionels, que l'on en ſuppoſe entre 1 & A, ou entre 1 & F. Comme s'il y a quatre moyens $a$, $aa$, $a^3$, $a^4$, entre 1 & A; & quatre autres $b$, $bb$, $b^3$, $b^4$, entre

b. 16.
c. 83. 7.
d. 30.

Digitized by Google

1 & F ; les deux A & F ſont $a^5$ & $b^5$, entre leſquels il y a quatre nombres moyens proportionels $a^4b$, $a^3bb$, $aab^3$, $ab^4$.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| :: | 1. | $a.$ | $aa.$ | $a^3.$ | $a^4.$ A. |
| :: | 1. | 6. | 36. | 216. | 1296. 7776. |
| :: | 1. | $a.$ | $aa.$ | $a^3.$ | $a^4.$ $a^5.$ |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| :: | 1. | $b.$ | $bb.$ | $b^3.$ | $b^4.$ F. |
| :: | 1. | 5. | 25. | 125. | 625. 3125. |
| :: | 1. | $b.$ | $bb.$ | $b^3.$ | $b^4.$ $b^5.$ |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| :: | A. | B. | C. | D. | E. F. |
| :: | 7776. | 6480. | 5400. | 4500. | 3750. 3125. |
| :: | $a^5.$ | $a^4.$ | $a^3bb.$ | $aab^3.$ | $ab^4.$ $b^5.$ |

## XI COROLLAIRE.

37. SI deux grandeurs A & B ſont entr'elles comme deux grandeurs $a$ & $b$; les quarrez AA & BB des deux premiéres ſont auſſi entr'eux comme les quarrez $aa$ & $bb$ des deux autres.

Car les grandeurs A & B ſont proportionelles [b] aux deux AA & AB, & aux [b] deux AB & BB. Et les grandeurs $a$ & $b$ le ſont auſſi [b] aux deux $aa$ & $ab$, & aux [b] deux $ab$ & $bb$. Et les deux A & B l'étant déja [c] aux deux $a$ & $b$; les grandeurs AA & AB le ſont par [d] égalité aux deux $aa$ & $ab$. Et les deux AB & BB aux [d] deux $ab$ & $bb$. D'où il eſt clair que les deux quarrez AA & BB ſont [e] proportionels aux deux autres $aa$ & $bb$. b. 1. c. *ſuppoſition.* d. 52. 7. e. 60. 7.

A. B :: $a.$ $b.$ ; A. B :: AA. AB :: AB. BB. ; $a.$ $b$ :: $aa.$ $ab$ :: $ab.$ $bb.$
15. 21 :: 10. 14. ; 15. 21 :: 225. 315 :: 315. 441. ; 10. 14 :: 100. 140 :: 140. 196.

AA. AB :: $aa.$ $ab.$ ; AB. BB. $ab.$ $bb.$ *Donc* AA. BB :: $aa.$ $bb.$
225. 315 :: 100. 140. ; 315. 441 :: 140. 196.

## XII COROLLAIRE.

38. ET ſi deux grandeurs A & B ſont entr'elles comme deux grandeurs $a$ & $b$; les cubes $A^3$ & $B^3$ des deux premiéres ſont auſſi entr'eux comme les cubes $a^3$ & $b^3$ des deux autres.

Car les grandeurs A & B ſont proportionelles [b] aux deux $A^3$ & AAB, & aux [b] deux AAB & ABB, & aux [b] deux ABB & $B^3$. Et les grandeurs $a$ & $b$ auſſi proportionelles aux [b] deux $a^3$ & $aab$, & aux [b] deux $aab$ & $abb$, & [b] aux deux $abb$ & $b^3$. Comme donc les deux A & B ſont déja proportionelles aux deux [c] autres $a$ & $b$; les deux $A^3$ & AAB le ſont encore par égalité [d] aux deux $a^3$ & $aab$. Et les deux AAB & ABB aux [d] deux $aab$ & $abb$. Et les deux ABB & $B^3$ aux [d] deux $abb$ & $b^3$. Et par conſéquent les cubes $A^3$ & $B^3$ ſont proportionels aux [e] deux $a^3$ & $b^3$. b. 1. c. *ſuppoſition.* d. 52. 7. e. 60. 7.

A. B :: $A^3.$ AAB :: AAB. ABB :: ABB. $B^3.$
6. 4 :: 216. 144 :: 144. 96 :: 96. 64. ; A. B :: $a.$ $b.$ ; 6. 4 :: 3. 2.
$a.$ $b$ :: $a^3.$ $aab$ :: $aab.$ $abb$ :: $abb.$ $b^3.$ ; 6. 4 :: 3. 2.
3. 2 :: 27. 18 :: 18. 12 :: 12. 8.

$A^3.$ AAB :: $a^3.$ $aab.$ ; AAB. ABB :: $aab.$ $abb.$ ; ABB. $B^3$ :: $abb.$ $b^3.$ ; $A^3.$ $B^3$ :: $a^3.$ $b^3.$
216. 144 :: 27. 18 :: ; 144. 96 :: 18. 12. ; 96. 64 :: 12. 8. ; 216. 64 :: 27. 8.



Digitized by Google

Et on prouvera en ſuivant le même ordre que les quarrez des termes d'une proportion ſont pareillement en proportion. Et leurs cinquiémes, ou ſixiémes, ou ſeptiémes, ou huitiémes, ou autres puiſſances également élevées auſſi en proportion.

$$\left\{\begin{matrix} A:B::a.b. \\ 6.4::3.2. \end{matrix}\right. \text{ Et } \left\{\begin{matrix} A^4.\ B^4::a^4.b^4. \\ 1296.256::81.16. \end{matrix}\right. \left\{\begin{matrix} A^5.\ B^5.\ a^5.\ b^5. \\ 7776.1024.::243.32. \end{matrix}\right. \text{ &c.}$$

## XIII COROLLAIRE.

39. SI pluſieurs grandeurs ſont en progreſſion, leurs quarrez, ou leurs cubes, ou leurs puiſſances quatriémes, ou cinquiémes, ou ſixiémes, ou ſeptiémes, ou huitiémes, ou autres également élevées, ſont pareillement en [b] progreſſion. Puiſque le premier & le ſecond terme ſont entr'eux, [c] comme le ſecond & le troiſiéme; & le ſecond & le troiſiéme, comme le troiſiéme & le quatriéme. Et ainſi du reſte.

b. 37 & 38.
c. *définition.*

*Progreſſion des grandeurs* :: $a^5r.\quad a^4br.\quad a^3bbr.\quad aab^3rr.\quad b^5r.$
*Progreſſion des quarrez* :: $a^{10}rr.\quad a^8b^2brr.\quad a^6b^4rrr.\quad a^4b^6rrr.\quad b^{10}rr.$
*Progreſſion des cubes* :: $a^{15}r^3.\quad a^{12}b^3r^3.\quad a^9b^6r^3.\quad a^6b^9r^3.\quad b^{15}r^3.$

## XIV COROLLAIRE.

40. SI deux grandeurs A & B ſont égales; leurs quarrez AA & BB ſont [a] égaux; puiſqu'ils ſont égaux l'un & l'autre à un [b] même plan AB. Et leurs cubes, ou quarrez de quarrez, ou telles autres de leurs puiſſances qu'on voudra, qui ſeront également élevées, auront [a] pareillement [b] une même valeur.

a. 14. 1.
b. 1.

Et ſi les quarrez AA & BB ſont égaux; leurs côtez *a* & *b* ſont pareillement égaux. Car ayant pris [c] les expoſans *a* & *b* des côtez A & B, & nommé *y* leur meſure commune la plus grande; le côté A ſera égal [d] au produit *ay*, & le côté B au [d] produit *by*. Et le quarré AA au [e] quarré *aayy*, & les quarrez AA & BB, ou leurs égaux *aayy* & *bbyy*, auront [g] pour expoſans [h] les quarrez *aa* & *bb* qui ſont premiers [i] entr'eux, les côtez *a* & *b* l'étant déja entr'eux. Mais 1 & 1 ſont les deux expoſans [k] des quarrez égaux AA & BB. Et par conſequent chacun des [k] expoſans quarrez *aa* & *bb* eſt 1, & chacun de leurs côtez *a* & *b* eſt [l] pareillement 1. Et 1y eſt également la valeur [m] de chacun des côtez *ay* & *by*, ou des deux A & B. De ſorte que les quarrez égaux AA & BB ont auſſi leurs côtez A & B égaux.

c. 6.
d. 10.
e. 20. 3.
g. 7.
h. 3 & 4.
i. 38. 6.
k. 4.
l. 13. 4.
m. 20. 3.

$$AA.BB::1.1. \left\{\begin{matrix} A.B::a.b. \\ ay.by::a.b. \end{matrix}\right. \left\{\begin{matrix} AA.\ BB::aa.bb::1.1. \\ aayy::aa.bb::1.1. \end{matrix}\right.$$

Et on pourroit démontrer dans un ordre ſemblable, que les cubes égaux $A^3$ & $B^3$ ont auſſi les côtez égaux A & B. Et ce ſeroit la même choſe des autres puiſſances également élevées & égales entr'elles.

$$\left\{\begin{matrix} A^3.B^3::1.1. \\ ay.by::a.b. \end{matrix}\right. \left\{\begin{matrix} A.\ B::a.b. \\ a^3y^3.b^3y^3::a^3.b^3::1.1. \end{matrix}\right. \left\{\begin{matrix} A^3.\ B^3::a^3.b^3::1.1. \\ \end{matrix}\right.$$

Digitized by Google

## XV COROLLAIRE.

41. SI les quarrez, ou les cubes, ou quelques autres puiſſances également élevées de certaines grandeurs ſont en progreſſion; les grandeurs ſont pareillement en progreſſion.

Comme ſi les quarrez $aa$, $bb$, $cc$, $dd$, $ee$, ou les cubes $a^3$, $b^3$, $c^3$, $d^3$, $e^3$, ſont en progreſſion; les côtez $a$, $b$, $c$, $d$, $e$, ſont pareillement en progreſſion. Car dans la proportion continuë des termes $aa$, $bb$, $cc$, le produit $aacc$ des extrêmes eſt [b] égal au quarré $b^4$ du moyen. Et les racines quarrées $ac$ & $bc$, l'une du produit $aacc$, & l'autre du quarré $b4$, ſont [c] égales entr'elles. Et pareillement dans la proportion continuë des termes $a^3$, $b^3$, $c^3$, le produit $a^3c^3$ des extrêmes eſt égal [b] au quarré $b^6$ du moyen. Et les racines cubiques $ac$ & $bb$, l'une du produit $a^3c^3$, & l'autre du produit ou du quarré $b^6$, ſont égales [c] entr'elles. Comme donc le plan $ac$ des grandeurs $a$ & $c$ eſt égal au quarré $bb$ de la moyenne $b$; il y a un [b] même rapport entre $a$ & $b$, & entre $b$ & $c$. Et on prouvera de la même ſorte que $c$ eſt moyenne [b] entre [c] les grandeurs $b$ & $d$, & $d$ entre les deux $c$ & $e$, & qu'ainſi toutes les grandeurs $a$, $b$, $c$, $d$, $e$, ſont en [d] progreſſion.

b. 44. 7.
c. 40.
d. 5. 7.

$$\left\{\begin{array}{l} \text{aa. bb. cc. dd. ee. quarrez} \\ \text{1024. 2304. 5184. 11664. 59049. égaux} \end{array}\right\} \left\{\begin{array}{l} aacc. \quad b4. \\ 5308416. \quad 5308416. \end{array}\right.$$

$$\text{Et} \left\{\begin{array}{l} bbdd. \quad c^4. \\ 26873856. \quad 26873856. \end{array}\right. \text{Et} \left\{\begin{array}{l} ccee. \quad d4. \text{ côtez} \\ 136048896. \text{ égaux} \quad 2304. \end{array}\right\} \begin{array}{l} ac.bb. \\ 5184. \end{array} \text{Et} \left\{\begin{array}{l} bd. \ cc. \\ \end{array}\right.$$

$$\text{Et} \left\{\begin{array}{l} ce. \ dd. \\ 11664. \end{array}\right. \text{Progreſſion} \left\{\begin{array}{l} a. \ b. \ c. \ d. \ e. \\ 32. 48. 72. 108. 243. \end{array}\right.$$

## XVI COROLLAIRE.

42. SI une grandeur $c$ diviſe une grandeur $d$ au juſte; le quarré $cc$ de la premiére diviſe au juſte le quarré $dd$ de l'autre grandeur $d$. Et le cube $c^3$ l'autre cube $d^3$. Et ainſi du reſte.

Car les grandeurs $c$ & $d$ ſont proportionnelles [b] aux deux grandeurs $cc$, & $cd$, & aux [b] deux $cd$ & $dd$; ou aux [b] deux $c^3$ & $ccd$, & aux deux $ccd$ & $cdd$, & aux [b] deux $cdd$ & $d^3$. Et par conſéquent comme $c$ meſure $d$ au juſte; le quarré $cc$ meſure [c] le plan $cd$ au juſte, & $cd$ encore au juſte le quarré $dd$. Et par conſéquent le quarré $cc$ diviſeur éxact de $cd$, qui l'eſt à ſon tour du quarré $dd$, meſure au juſte [d] le quarré $dd$. Et pareillement le cube $c^3$ meſure [b] au juſte [c] le ſolide $ccd$, & celuy-ci au juſte [c] le ſolide $cdd$, & $cdd$ meſure le cube $d^3$ au juſte. Et par conſéquent la meſure $c^3$ du ſolide $ccd$, qui l'eſt auſſi du ſolide $cdd$, qui meſure à ſon tour le cube $d^3$, eſt une meſure juſte [d] du même cube $d^3$.

b. 1.
c. 2. 7.
d. 9. 6. ou 18.

$$\left\{\begin{array}{l} c. \ d :: cc. cd :: cd. \ dd. \\ 2. \ 6 :: 4. 12 :: 12. 36. \\ c. \ cc :: cc. ccc :: ccc. cccc. \end{array}\right. \quad \left\{\begin{array}{l} c. \ d :: c^3. ccd :: ccd. cdd :: cdd. \ d^3. \\ 2. \ 6 :: 8. 24 :: 24. 72 :: 72. 216. \\ c. \ cc :: c^3. c^3e :: c^3c. \ c^3ee :: c^3ee. \ c^3e^3. \end{array}\right.$$

Digitized by Google

## XVII COROLLAIRE.

43. SI une grandeur $c$ ne mesure pas une grandeur $d$ au juste ; le quarré $cc$ de la premiére ne mesure pas au juste le quarré $dd$ de l'autre grandeur $d$ ; ni le cube $c^3$ l'autre cube $d^3$. Et ainsi du reste. Car les côtez $c$ & $d$ sont proportionels [b] aux deux grandeurs $cc$ & $cd$, & aux [b] deux $cd$ & $dd$ ; ou [b] aux deux $c^3$ & $ccd$, & aux [b] deux $ccd$ & $cdd$, & aux [b] deux $cdd$ & $d^3$. Et ainsi comme $c$ ne mesure pas $d$ au juste ; le quarré $cc$ ne mesure pas [c] le plan $cd$ au juste ; ni le cube $c^3$ le solide $ccd$ : ni par conséquent [d] le quarré $cc$ l'autre quarré $dd$ ; ou le cube $c^3$ l'autre cube $d^3$ ; à cause des trois termes $cc, cd, dd$, ou des quatre $c^3, ccd, cdd, d^3$, qui sont en progression.

b. 1. c. 2. 7. d. 19.

$$\begin{cases} c.\ d :: cc.\ cd :: cd.\ dd. \\ 4.6 :: 16.\ 24 :: 24.\ 36. \\ a.b :: aacc.\ abcc :: abcc.\ bbcc. \end{cases} \quad \begin{cases} c.d :: c^3.\ ccd :: ccd.\ cdd :: cdd.\ d^3. \\ 4.6 :: 64.\ 96 :: 96.\ 144 :: 144.216. \\ a.b :: a^3c^3.aabc^3 :: aabc^3.abbc^3 :: abbc^3.b^3c^3. \end{cases}$$

## XVIII COROLLAIRE.

44. SI un quarré $cc$ mesure au juste un quarré $dd$ ; le côté $c$ mesure le côté $d$ au juste. Car les grandeurs $cc, cd, dd$, sont en [b] progression, ou forment une proportion continuë, où $cc$ est une mesure [c] commune des extrêmes $cc$ & $dd$, & par conséquent une [d] mesure du moyen $cd$. Mais $cc$ & $cd$ ont un même rapport [e] que les côtez $c$ & $d$. Comme donc $cc$ mesure $cd$ au juste, le côté $c$ mesure [f] aussi l'autre côté $d$ au juste.

b. 13. c. *suppositon.* d. 17. e. 1. f. 36. 7.

$$cc.\ cd :: cd.\ dd :: c.\ d :: a.\ b. \quad \begin{matrix} 1. \\ 2. \end{matrix}$$
$$4.\ 12 :: 12.\ 36 :: 2.\ 6 :: 1.\ 3.$$
$$aacc.\ abcc :: abcc.\ bbcc :: ac.\ bc :: a.\ b.$$

## XIX COROLLAIRE.

45. ET si un cube $c^3$ mesure un cube $d^3$ au juste ; le côté $c$ mesure aussi le côté $d$ au juste. Car les grandeurs $c^3, ccd, cdd, d^3$, sont une [b] progression, où $c^3$ est une mesure [c] commune des extrêmes $c^3$ & $d^3$. Et par conséquent une juste [d] mesure du second terme $ccd$. Mais $c^3$ & $ccd$ sont entr'eux comme [e] les grandeurs $c$ & $d$. Comme donc $c^3$ mesure au juste $ccd$, le côté $c$ mesure [f] aussi l'autre côté $d$ au juste. Et il en est ainsi des autres puissances également élevées.

b. 13. c. *suppositon.* d. 17. e. 1. f. 36. 7.

$$\begin{cases} c^3.\ ccd :: ccd.\ cdd :: cdd.\ d^3 :: c.\ d :: a.\ b. \\ 8.\ 24 :: 24.\ 72 :: 72.216 :: 2.\ 6 :: 1.\ 3. \\ a^3c^3.\ aabc^3 :: aabc^3.\ abbc^3 :: abbc^3.\ b^3c^3 :: ac.\ bc :: a.\ b. \end{cases}$$

## XX COROLLAIRE.

46. ET si un quarré $cc$ ne mesure pas au juste un quarré $dd$ ; ni un cube $c^3$ un autre cube $d^3$ ; & ainsi du reste ; le côté $c$ ne mesure [a] pas le côté

a. 16. 1.

Digitized by Google

côté $d$ au juſte ; parceque $c$ ne peut meſurer $d$, que le quarré $cc$ ne meſure auſſi [b] le quarré $dd$, ou le cube $c^3$ l'autre [b] cube $d^3$. Et ainſi du reſte. b. 31. 6.

$$\left\{\begin{array}{llllllll} cc. & cd :: & cd. & dd :: & c. & d :: a. & b. \\ 16. & 24 :: & 24. & 36 :: & 4. & 6 :: 2. & 3. \\ aa\overline{zz}. & ab\overline{zz} :: & ab\overline{zz}. & bb\overline{zz} :: & a\overline{z}. & b\overline{z} :: a. & b. \end{array}\right\}\begin{array}{l}\overline{z}.\\2.\end{array}$$

$$\left\{\begin{array}{llllllll} c^3. & ccd :: & ccd. & cdd :: & cdd. & d^3 :: & c. & d :: a. \ b. \\ 64. & 96 :: & 96. & 144 :: & 144. & 216 :: & 4. & 6 :: 2. \ 3. \\ a^3\overline{z}. & aab\overline{z} :: & aab\overline{z}. & abb\overline{z} :: & abb\overline{z}. & b^3\overline{z} :: & a\overline{z}. & b\overline{z} :: a. \ b. \end{array}\right\}\begin{array}{l}\overline{z}.\\2.\end{array}$$

## XXI COROLLAIRE.

47. Si un nombre quarré $cc$ diviſe au juſte un quarré $dd$ ; l'expoſant $e$ eſt un nombre quarré. Car $cc$ & $dd$ ſont [b] entr'eux [c] comme 1 & l'expoſant $e$ Et un nombre plan $cd$ eſt moyen [d] proportionel entre $cc$ & $dd$. Et ainſi il y a un nombre $z$ moyen [c] proportionel entre 1 & $e$. Ou deux rapports égaux [c] entre 1 & $z$, & entre $z$ & $e$. Et comme il y a auſſi deux rapports égaux entre 1 & $z$, & [f] entre $z$ & le nombre quarré $zz$ ; les nombres $z$ & $e$ ſeront entr'eux [g] par égalité comme $z$ & $zz$, & le nombre entier ou l'expoſant $e$ ſera le même [h] que le nombre quarré $zz$. b. 36. 7. c. 15. 2. d. 31. e. 35. f. 1. g. 52. 7. h. 51. 7.

$$\left\{\begin{array}{l} cc.\ dd :: 1.\ e. \\ 4.\ 36 :: 1.\ 9. \\ cc.\ cce :: 1.\ e. \end{array}\right. \left\{\begin{array}{l} \div cc.\ cd.\ dd. \\ \div 4.\ 12.\ 36. \\ \div 1.\ 3 :: 3.\ 9 :: 3.\ 9. \end{array}\right. \left\{\begin{array}{l} z.\ z :: e.\ zz :: 1.\ 1. \\ 3.\ 3 :: 9.\ 9 :: 1.\ 1. \end{array}\right.$$

## XXII COROLLAIRE.

48. Le produit $bd$ d'un nombre quarré $b$ par un nombre quarré $d$ eſt toûjours un nombre quarré. Car le quarré $bbdd$ du produit $bd$ eſt un nombre quarré, lequel étant diviſé par le nombre quarré $d$, l'expoſant $bbd$ eſt pareillement un nombre [b] quarré ; lequel étant auſſi diviſé par le nombre quarré $b$, l'expoſant $bd$ eſt un [b] nombre quarré. b. 47.

$$\left\{\begin{array}{llllll} b. & d. & bd. & bbdd. & bbd. & bd. \\ 4. & 9. & 36. & 1296. & 144. & 36. \end{array}\right.$$

## XXIII COROLLAIRE.

49. Toute puiſſance d'un nombre quarré $b$ eſt un [b] nombre quarré. Car le cube $b^3$ eſt le produit du nombre quarré $b$ par le nombre quarré $bb$. Et $b^5$ du quarré $bb$ par le quarré $b^3$, ou du quarré $b^4$ par le quarré $b$. Et ainſi du reſte. b. 48.

$$\begin{array}{l}\text{Quarrez}\end{array}\left\{\begin{array}{llllll} b. & bb. & b^3. & b^4. & b^5. & b^6. \\ 25. & 625. & 15625. & 390625. & 9765625. & 244140625. \end{array}\right.$$

## XXIV COROLLAIRE.

50. Si un nombre cubique $c^3$ diviſe au juſte un nombre cubique $d^3$ ; l'expoſant entier $e$ eſt un nombre cubique. Car $c^3$ & $d^3$ ſont [b] entr'eux comme 1 & l'expoſant $e$. Et deux nombres plans $ccd$, $cdd$, ſont [d] moyens proportionels entre les cubes $c^3$ & $d^3$. Et ainſi il y a deux nombres $z$ & $y$ b 36. 7. c 15. 2. d. 31.



Digitized by Google

e. 35. moyens [e] proportionels entre 1 & *e*, ou trois rapports [e] égaux entre 1 & ζ,
f. 1. & entre ζ & *y*, & entre *y* & *e*. Mais il y a auſſi trois rapports [f] égaux entre
1 & ζ, & entre ζ & ζζ, & entre ζζ & ζ³. Et ainſi les nombres ζ & *y* ſeront
g. 32. 7. entr'eux par égalité [g] comme les deux ζ & ζζ; & les deux *y* & *e* comme [g] les
deux ζζ & ζ³. D'où il eſt évident que le nombre entier *y* ſera le même que
h 51. 7. le nombre [h] quarré ζζ, & enſuitte le nombre entier ou l'expoſant *e* le même que le nombre cubique ζ³.

$$\left\{\begin{matrix} c^3. & d^3 :: 1. & e. \\ 8. & 216 :: 1. & 27. \end{matrix}\right.$$

$$\left\{\begin{matrix} :: c^1. ccd. cdd. & d^3. & 1.\zeta :: \zeta. y :: y. e :: \zeta.\zeta\zeta :: \zeta\zeta. \zeta^3. & \zeta.\zeta :: y.\zeta\zeta :: e.\zeta^3. \\ :: 8. 24. 72. 216. & & 1. 3 :: 3. 9 :: 9. 27 :: 3. 9 :: 9. 27. & 3.3 :: 9. 9 :: 27. 27. \end{matrix}\right.$$

Et on démontrera de la même ſorte que ſi une puiſſance parfaite $c^4$, ou $c^5$, ou $c^6$, &c, diviſe au juſte une autre ſemblable $d^4$, ou $d^5$, ou $d^6$, &c; l'expoſant ſera toûjours une puiſſance parfaite & ſemblable $z^4$, ou $z^5$, ou $z^6$, &c.

*Diviſer* $1d^4. 1296.$ $\left\{\begin{matrix} 1z^4. \\ 81. \end{matrix}\right.$ *par* $1c^4. 16.$ *Et* $1d^5. 7776.$ $\left\{\begin{matrix} 1z^5. \\ 243. \end{matrix}\right.$ *par* $1c^5. 32.$ *Et* $1d^6. 46656.$ $\left\{\begin{matrix} 1z^6. \\ 729. \end{matrix}\right.$ *par* $1c^6. 64.$

## XXV COROLLAIRE.

51. LE produit *bd* d'un nombre cubique *b* par un cubique *d* eſt un nom-
b. 50. bre cubique. Car le cube $b^3d^3$ du produit *bd* eſt un nombre [b] cubique, lequel étant diviſé par le cubique *b*, l'expoſant $bbd^3$ eſt un nombre [b] cubique; lequel étant encore diviſé par le cubique *b*, l'expoſant $bd^3$ eſt auſſi un nombre [b] cubique; lequel étant pareillement diviſé par le cubique *d*, l'expoſant *bdd* eſt un [b] nombre cubique, qui étant à ſon tour diviſé par le cubique *d*, l'expoſant *bd* eſt un nombre [b] cubique.

$$\left\{\begin{matrix} b. & d. & bd. & b^3d^3. & bbd^3. & bd^3. & bdd. & bd. \\ 8. & 27. & 216. & 10077696. & 1259712. & 157464. & 5832. & 216. \end{matrix}\right.$$

## XXVI COROLLAIRE.

52. TOute puiſſance d'un nombre cubique *c* eſt un nombre [b] cubique.
b. 51. Car ſon quarré *cc* eſt un produit du nombre cubique *c* par le cubique *c*. Et ſon quarré de quarré $c^4$ un produit des deux nombres cubiques *cc* & *cc*, ou du cubique $c^3$ par le cubique *c*. Et $c^5$ un produit du cubique $c^4$ par le cubique *c*, ou du cubique $c^3$ par le cubique *cc*. Et ainſi des autres.

*Cubes* $\left\{\begin{matrix} c. & cc. & c^3. & c^4. & c^5. & c^6. \\ a^3. & a^6. & a^9. & a^{12}. & a^{15}. & a^{18}. \end{matrix}\right.$ &c.

## XXVII COROLLAIRE.

53. ET on démontrera en ſuivant le même ordre, que tout produit de deux puiſſances parfaites & ſemblables eſt auſſi une puiſſance parfaite & qui leur eſt ſemblable.

Et que toutes les diverſes puiſſances d'une puiſſance parfaite ſont au-

Digitized by Google

tant de puiſſances parfaites, qui luy ſont encore pareilles ou ſemblables.

$4^{es}$ *Puiſſances* $\left\{\begin{matrix} b. & d. & bd. \\ a^4. & z^4. & a^4z^4. \end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix} c. & cc. & c^3. & c^4. & c^5. & c^6. & c^7. & c^8. \\ a^4. & a^8. & a^{12}. & a^{16}. & a^{20}. & a^{24}. & a^{28}. & a^{32}. \end{matrix}\right.$

## XXVIII COROLLAIRE.

54. ET pour donner une démonſtration générale; le produit $aabb$ de deux nombres quarrez $aa$ & $bb$ eſt un nombre quarré, qui a pour côté le plan $ab$ de leurs côtez $a$ & $b$. Et le produit $a^3b^3$ de deux cubiques $a^3$ & $b^3$ eſt auſſi un nombre cubique, qui a pour côté le plan $ab$ des côtez $a$ & $b$. Et pareillement le produit $a^4b^4$ de deux puiſſances quatriémes & parfaites eſt une puiſſance quatriéme & parfaite, qui a pour racine quatriéme le plan $ab$ de ſeurs racines quatriémes $a$ & $b$. Et ainſi de ſuitte juſques à l'infini.

(*Quarrez* $aa.bb.aabb$.(*Cubes* $a^3.b^3.a^3b^3$.($4^{es}$*puiſſances* $a^4.b^4.a^4b^4$.(*Côtez* $a.b.ab$.

## XXIX COROLLAIRE.

55. SI le cube $c^3$ d'un nombre $c$ eſt un nombre quarré; ce même nombre $c$ eſt [b] un nombre quarré. Car le nombre quarré $c^3$ étant diviſé par le nombre quarré $cc$, l'expoſant $c$ eſt un nombre [b] quarré. b. 47.

*Quarrez* $\left\{\begin{matrix} c^3. & cc. & c. \\ 64. & 16. & 4. \\ a^6. & a^4. & aa. \end{matrix}\right.$

## XXX COROLLAIRE.

56. ET ſi le quarré $cc$ d'un nombre $c$ eſt un nombre cubique; le nombre $c$ eſt un nombre [b] cubique. Car le cube $c^3$ du nombre $c$ eſt un [b] nombre cubique, lequel étant diviſé par le cubique $cc$, l'expoſant $c$ eſt un [b] nombre cubique. b. 50.

*Cubes* $\left\{\begin{matrix} cc. & c^3. & c. \\ 64. & 512. & 8. \\ a^6. & a^9. & a^3. \end{matrix}\right.$

## XXXI COROLLAIRE.

57. ET on démontrera de la même ſorte, ſi quelque puiſſance parfaite d'un nombre eſt encore une autre puiſſance; que ce nombre eſt pareillement une puiſſance parfaite & ſemblable. Comme ſi la puiſſance ſeptiéme $c^7$ d'un nombre $c$ eſt une puiſſance cinquiéme & parfaite; le nombre $c$ eſt luy-même une puiſſance parfaite [b] & cinquiéme. Et ſi la cinquiéme puiſſance $c^5$ d'un nombre $c$ eſt une puiſſance ſeptiéme & parfaite, le nombre $c$ eſt pareillement une [b] puiſſance ſeptiéme & parfaite. b. 50.

*Puiſſances* $5^{es}$ $\left\{\begin{matrix} c^7. & c^5. & cc. & c^3. & c. \\ a^{35}. & a^{25}. & a^{10}. & a^{15}. & a^5. \end{matrix}\right.$ *Puiſſances* $7^{es}$ $\left\{\begin{matrix} c^7. & c^5. & cc. & c^3. & c. \\ a^{49}. & a^{35}. & a^{14}. & a^{21}. & a^7. \end{matrix}\right.$

## XXXII COROLLAIRE.

58. SI un nombre quarré $a$ & un certain nombre $b$ ſont proportionels à deux nombres quarrez $z$ & $y$; le nombre $b$ eſt un nombre quarré.



Digitized by Google

b. 48. Car le produit $bz$ des deux moyens $b$ & $z$ eſt un nombre [b] quarré, ou le
c. 38. 7. produit même $ay$ des extrêmes [c] ou des deux quarrez $a$ & $y$. Et diviſant le nombre quarré $bz$ ou $ay$ par le nombre quarré $z$, l'expoſant $b$ eſt un nombre [d] quarré.

$$\begin{cases} a.\ b :: z.\ y. \\ 4.\ 9 :: 400.\ 900. \\ cc.\ dd :: xx.\ vv. \end{cases} \quad \begin{cases} ay.\ bz.\ z.\ b. \\ 3600.\ 3600.\ 400.\ 9. \\ ccvv.\ ddxx.\ xx.\ dd. \end{cases}$$

d. 47.

## XXXIII COROLLAIRE.

59. ET on démontrera de la même ſorte, ſi un nombre cubique $a$ & un nombre $b$ ſont proportionels à deux cubiques $z$ & $y$; que $b$ eſt auſſi un nombre [b] cubique. Et il en eſt ainſi des autres puiſſances.

b. 50.

$$\begin{cases} a.\ b :: z.\ y. \\ 8.\ 27 :: 64.\ 216. \\ c^3.\ d^3 :: x^3.\ v^3. \end{cases} \quad \begin{cases} ay.\ bz.\ z.\ b. \\ 1728.\ 1728.\ 64.\ 27. \\ c^3v^3.\ d^3x^3.\ x^3.\ d^3. \end{cases}$$

## XXXIV COROLLAIRE.

60. SI un nombre quarré A & deux nombres B & C ſont en progreſſion, le nombre C eſt un nombre quarré. Car nommant $y$ leur plus grand diviſeur commun, & $a$ & $b$ les expoſans des deux premiers A & B; ces
b. 31. trois termes ſont les nombres [b] mêmes $aay$, $aby$, $bby$. Et diviſant le nom-
c. 47. bre quarré A ou $aay$ par le quarré $aa$, l'expoſant $y$ eſt un nombre [c] quarré. Et par conſéquent C ou $bby$, qui eſt un produit des deux nombres quarrez $bb$ & $y$, eſt un nombre [d] quarré.

$$\begin{cases} A.\ B :: B.\ C :: a.\ b. \\ 16.\ 24 :: 24.\ 36 :: 2.\ 3. \\ aay.\ aby :: aby.\ bby :: a.\ b. \end{cases} \quad \begin{cases} Quarrez. \\ 4.\ 4.\ 9.\ 36. \\ aa.\ y.\ bb.\ bby. \end{cases}$$

d. 48.

## XXXV COROLLAIRE.

61. ET ſi un nombre cubique A & trois nombres B, C, D, ſont en progreſſion; le quatriéme D eſt un nombre cubique. Car nommant $x$ leur plus grand diviſeur commun, & $a$ & $b$ les expoſans des deux premiers
b. 31. A & B; ces quatre termes ſont les nombres [b] mêmes $a^3x$, $aabx$, $abbx$, $b^3x$. Et diviſant le nombre cubique A ou $a^3x$ par le cubique $a^3$, l'expoſant $x$ eſt
c. 50. un nombre [c] cubique, & le nombre D ou $b^3x$ eſt pareillement [d] cubique,
d. 51. puiſqu'il eſt un produit des deux cubiques $b^3$ & $x$.

Et on démontrera en ſuivant le même ordre, que ſi une puiſſance quatriéme & parfaite A & quatre nombres B, C, D, E, ſont en progreſſion, le cinquiéme E eſt pareillement une puiſſance quatriéme & parfaite. Et ainſi des autres juſques à l'infini.

$$\begin{cases} A.\ B.\ C.\ D :: a.\ b. \\ 64.\ 96.\ 144.\ 216 :: 2.\ 3. \\ a^3x.\ aabx.\ abbx.\ b^3x :: a.\ b. \\ a^3v^3.aabv^3.abbv^3.b^3v^3 :: a.\ b. \end{cases} \quad \begin{cases} A.\ B.\ C.\ D.\ E :: a.b. \\ 256.\ 384.\ 576.\ 864.1296 :: 2.3. \\ a^4x.\ a^3bx.\ aabbx.\ ab^3x.\ b^4x :: a.b. \\ a^4v^4.a^3bv^4.aabbv^4.ab^3v^4.\ b^4v^4 :: a.b. \end{cases}$$

## XXXVI COROLLAIRE.

62. SI pluſieurs nombres ſont en progreſſion, & que le premier A ſoit un nombre quarré; les troiſiéme, cinquiéme, ſeptiéme, neuviéme,

Digitized by Google

& autres termes pris ainſi de deux en deux ſont des nombres quarrez. Car le premier A, qui eſt un quarré, & le ſecond B, & le troiſiéme C ſont [b] en progreſſion; & par conſéquent le troiſiéme C eſt un nombre [c] quarré. Et pareillement le premier A, qui eſt déja quarré, & le troiſiéme C, & le cinquiéme E, ſont [d] en progreſſion; & par conſéquent le cinquiéme E eſt un nombre [e] quarré. Et comme le troiſiéme C qui eſt déja quarré, & le cinquiéme E, & le ſeptiéme G, ſont auſſi en [d] progreſſion; le ſeptiéme G eſt un nombre [e] quarré. Et le cinquiéme E qui eſt un quarré, & le ſeptiéme G, & le neuviéme I, étant encore en [d] progreſſion; le neuviéme I eſt encore [d] un nombre quarré. Et ainſi de ſuitte juſques à l'infini.

b. *ſuppoſition.* c. 60. d. 67. 7.

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1er. | 2d. | 3e. | 4e. | 5e. | 6e. | 7e. | 8e. | 9e. | 10e. | 11e. | 12e. | 13e. | 14e. | 15e. | 16e. |
| A. | B. | C. | D. | E. | F. | G. | H. | I. | K. | L. | M. | N. | O. | P. | Q. |
| A. | | C. | | E. | | G. | | I. | | L. | | N. | | P. *quarrez.* | |

## XXXVII COROLLAIRE.

63. Et ſi pluſieurs nombres ſont en progreſſion, & que le premier A ſoit un nombre cubique; les premier, quatriéme, ſeptiéme, dixiéme, treiziéme, ſeiziéme, dix-neuviéme, & autres termes pris ainſi de trois en trois ſont des nombres cubiques. Car le premier A, qu'on ſuppoſe cubique, & le ſecond B, & le troiſiéme C, & le quatriéme D, ſont en [b] progreſſion. Et par conſéquent le quatriéme D eſt un [c] nombre cubique. Et le premier A cubique, & le troiſiéme C, & le cinquiéme E, & le ſeptiéme G, ſont auſſi en [d] progreſſion. Et par conſéquent le ſeptiéme G eſt un nombre [e] cubique. Et le premier A cubique, & le quatriéme D, & le ſeptiéme G, & le dixiéme K, ſont pareillement en [d] progreſſion. Et par conſéquent le dixiéme K eſt [e] un nombre cubique. Et comme le quatriéme D, & le ſeptiéme G, & le dixiéme K, & le treiziéme N, ſont [d] en progreſſion, le treiziéme N eſt un nombre [e] cubique. Et pareillement le ſeiziéme Q, & enſuitte [e] le dix-neuviéme T. Et ainſi du reſte.

b. *ſuppoſition.* c. 61. d. 67. 7.

Et pareillement ſi le premier terme A de la progreſſion eſt une puiſſance quatriéme & parfaite: les premier, cinquiéme, neuviéme, treiziéme, dix-ſeptiéme, & autres termes pris ainſi de quatre en quatre [e] ſont des puiſſances quatriémes & parfaites. Et il en eſt ainſi des autres puiſſances juſques à l'infini.

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1er. | 2d. | 3e. | 4e. | 5e. | 6e. | 7e. | 8e. | 9e. | 10e. | 11e. | 12e. | 13e. | 14e. | 15e. | 16e. | 17e. | 18e. | 19e. |
| A. | B. | C. | D. | E. | F. | G. | H. | I. | K. | L. | M. | N. | O. | P. | Q. | R. | S. | T. |
| A. | | | D. | | | G. | | | K. | | | N. | | | Q. | | | T. *cubes.* |
| A. | | | | E. | | | | I. | | | | N. | | | | R. | 4e | *puiſſances.* |

## XXXVIII COROLLAIRE.

64. Si pluſieurs nombres ſont en progreſſion, & que le premier A ſoit 1, & le ſecond B un nombre quarré, ou cubique, ou une puiſſance parfaite; tous les autres ſont auſſi des nombres [b] quarrez, ou cubiques, ou

b. 49. c. 51.



Digitized by Google

d. 51 & 52. des puissances parfaites, & encore [d] semblables à la puissance B; puisque tous ces divers termes sont les puissances successives de B.

| ∺ | A. | B. | C. | D. | E. | F. | G. | H. | I. | K. | L. | M. | N. | O. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ∺ | 1. | $aa$. | $a^4$. | $a^6$. | $a^8$. | $a^{10}$. | $a^{12}$. | $a^{14}$. | $a^{16}$. | $a^{18}$. | $a^{20}$. | $a^{22}$. | $a^{24}$. | $a^{26}$. |
| ∺ | 1. | $a^3$. | $a^6$. | $a^9$. | $a^{12}$. | $a^{15}$. | $a^{18}$. | $a^{21}$. | $a^{24}$. | $a^{27}$. | $a^{30}$. | $a^{33}$. | $a^{36}$. | $a^{39}$. |
| ∺ | 1. | $a^4$. | $a^8$. | $a^{12}$. | $a^{16}$. | $a^{20}$. | $a^{24}$. | $a^{28}$. | $a^{32}$. | $a^{36}$. | $a^{40}$. | $a^{44}$. | $a^{48}$. | $a^{52}$. |
| ∺ | 1. | $a^5$. | $a^{10}$. | $a^{15}$. | $a^{20}$. | $a^{25}$. | $a^{30}$. | $a^{35}$. | $a^{40}$. | $a^{45}$. | $a^{50}$. | $a^{55}$. | $a^{60}$. | $a^{65}$. |

## XXXIX COROLLAIRE.

65. SI plusieurs nombres sont en progression, & que le premier A soit 1, & le second B un nombre non quarré; les premier, troisiéme, cinquiéme, septiéme, & autres termes pris ainsi de deux en deux sont les seuls [a] qui soient des quarrez parfaits. Ou si B est un nombre non cubique, les premier, quatriéme, septiéme, dixiéme, treiziéme, & autres termes pris ainsi de trois en trois sont aussi les seuls qui puissent être des cubes parfaits. Et ainsi du reste.

a. 16. 1.

Car si l'un de ceux qui ne sont point pris de deux en deux, comme le douziéme M est un nombre quarré. Puisque le premier A ou 1, qui est un quarré, & le second terme B sont entr'eux, comme le [b] douziéme M, qu'on suppose quarré, & le treiziéme N qui est un [c] quarré; le second terme B est un nombre [d] quarré. Ce qui répugne à la supposition.

b 62. 7.
c 62.
d. 58.

Et pareillement si l'un des termes qui ne sont point pris de trois en trois, comme le douziéme M est un nombre cubique. Puisque le troisiéme C, qui est déja [b] cubique, & le second terme B sont entr'eux, comme [c] le treiziéme N, qui est déja [b] cubique, & le douziéme M qu'on suppose cubique; le second terme B est un nombre [d] cubique. Ce qui répugne à la supposition. Et si c'est l'onziéme L qu'on suppose cubique. Puisque le premier A ou 1, qui est cubique, & le second B sont entr'eux, comme le dixiéme K, qui est déja [b] cubique, & l'onziéme L qu'on suppose cubique; le second terme B est un nombre [d] cubique. Ce qui répugne encore à la supposition. Et il en est ainsi des autres puissances.

b. 63.
c. 62. 7.
d. 59.

| | 1er. | 2d. | 3e. | 4e. | 5e. | 6e. | 7e. | 8e. | 9e. | 10e. | 11e. | 12e. | 13e. | 14e. | 15e. | 16e. | 17e. | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ∺ | A. | B. | C. | D. | E. | F. | G. | H. | I. | K. | L. | M. | N. | O. | P. | Q. | R. | &c. |

B *non quarré. Seuls quarrez* 1. C. E. G. I. L. N. P. R. &c.
B *non cubique. Seuls cubes* 1. D. G. K. N. Q. T. Y. &c.
B *non* 4e *puissance. Seules puissances* 4es 1. E. I. N. R. X. &c.
B *non* 5e *puissance. Seules puissances* 5es 1. F. L. Q. X. &c.

## XL COROLLAIRE.

66. EN toute progression chaque terme est à celuy qui le suit immédiatement comme le premier A est au second B. Et si deux termes en ont un interposé; ils sont entr'eux comme les quarrez AA & BB du premier & du second terme, ou comme les quarrez de deux consécutifs. Ou com-

Digitized by Google

me les cubes, s'il y en a deux interposez. Ou comme les quarrez de quarrez, s'il y en a trois. Ou comme les cinquiémes, ou sixiémes, ou septiémes puissances, &c; s'il y en a quatre, ou cinq, ou six, ou sept interposez, &c.

Car il est déja clair que chacun est à celuy qui le suit immédiatement, comme [b] le premier au second. Et que si deux termes en ont un, ou deux, ou trois, ou quatre, ou cinq interposez, &c; le premier des deux est à l'autre, comme [c] le premier A est au troisiéme C, ou au quatriéme D, ou au cinquiéme E, ou au sixiéme F, &c. Mais les termes A & B sont encore entr'eux, comme [d] les deux grandeurs AA & AB. Et ces deux AA & AB comme les deux AB & BB. Et les deux B & C par égalité sont aussi [e] entr'eux comme AB & BB. D'où il est évident que le premier terme A & le troisiéme C, ou deux qui ont un terme interposé, sont entr'eux [f] comme les quarrez AA & BB des deux premiers termes, ou comme ceux [g] de deux consécutifs; ces deux quarrez étant [g] proportionels aux deux AA & BB.

b. 5. 7.
c. 62. 7.
d. 1.
e. 52. 7.
f. 59. 7.
g. 39.

A. B :: B. C :: C. D :: D. E :: AA. AB :: AB. BB.
48. 72 :: 72. 108 :: 108. 162 :: 162. 243 :: 2304. 3456 :: 3456. 5184.
$a^4z. a^3bz :: a^3bz. aabbz :: aabbz. ab^3z :: ab^3z. b^4z :: a^8zz. a^7bzz :: a^7bzz. a^6bbzz.$

| | AA. | AB. | BB. | BC. | CC. | CD. | DD. | DE. | EE. | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| :: | 2304. | 3456. | 5184. | 7776. | 11664. | 17496. | 26244. | 39366. | 59049. | z. a. b. |
| :: | $a^8zz.$ | $a^7bzz.$ | $a^6bbzz.$ | $a^5b^3zz.$ | $a^4b^4zz.$ | $a^3b^5zz.$ | $aab^6zz.$ | $ab^7zz.$ | $b^8zz.$ | 3. 2. 5. |

Et pareillement les termes A, B, C, D, d'une part sont en [b] progression, & les quatre $A^3$, AAB, ABB, $B^3$, le sont aussi [c] de l'autre. Et les deux A & B sont encore entr'eux, comme les [d] deux $A^3$ & AAB. Et par égalité [e] les deux B & C entr'eux comme les deux AAB & ABB. Et les deux C & D comme [d] les deux ABB & $B^3$. D'où il est évident que le premier terme A & le quatriéme D, ou deux qui en ont deux interposez, sont entr'eux [f] comme les cubes $A^3$ & $B^3$ des deux premiers termes, ou comme [g] ceux de deux consécutifs, ces deux cubes étant proportionels aux [g] deux premiers $A^3$ & $B^3$.

b. 5. 7.
c. 31.
d. 1.
e. 52. 7.
f. 59. 7.
g. 39.

Et on prouvera de la même sorte que le premier terme A & le cinquiéme E, ou deux qui en ont trois interposez, sont entr'eux comme les quarrez des quarrez des deux premiers termes, ou de deux consécutifs. Et s'il y avoit quatre termes interposez; le premier terme A & le sixiéme F, ou deux qui en auroient quatre interposez, seroient entr'eux comme les puissances cin-

A. B :: B. C :: C. D :: $A^3$. AAB :: AAB. ABB :: ABB. $B^3$.
32. 48 :: 48. 72 :: 72. 108 :: 13824. 20736 :: 20736. 31104 :: 31104. 46656.
$a^3z. aabz :: aabz. abbz :: abbz. b^3z :: a^9z^3. a^8bz^3 :: a^8bz^3. a^7bbz^3 :: a^7bbz^3. a^6b^3z^3.$

| | $A^3$. | AAB. | ABB. | $B^3$. | BBC. | BCC. | $C^3$. | CCD. | CDD. | $D^3$. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| :: | 13824. | 20736. | 31104. | 46656. | 69984. | 104976. | 157464. | 236196. | 354294. | 531441. |
| :: | $a^9z^3.$ | $a^8bz^3.$ | $a^7bbz^3.$ | $a^6b^3z^3.$ | $a^5b^4z^3.$ | $a^4b^5z^3.$ | $a^3b^6z^3.$ | $aab^7z^3.$ | $ab^8z^3.$ | $b^9z^3.$ |

Digitized by Google

quiémes $A^f$ & $B^f$ des deux premiers A & B, ou comme les cinquiémes de deux conſécutifs. Et ainſi de ſuitte juſques à l'infini.

## XLI COROLLAIRE.

67. SI pluſieurs grandeurs A, B, C, D, E, ſont en progreſſion, & autant d'autres $a$, $b$, $c$, $d$, $e$, auſſi en progreſſion, & les extrêmes A & E d'une part proportionelles aux deux extrêmes $a$ & $e$ de l'autre; tous les rapports alternatifs des premiéres grandeurs ſont égaux aux alternatifs des autres, chacun à chacun, & ſelon le même ordre.

b. 66. Car les extrêmes A & E ſont entr'elles [b] comme les puiſſances $A^4$ & $B^4$ des termes A & B; & les extrêmes $a$ & $e$ pareillement entr'elles [b] comme les puiſſances quatriémes $a^4$ & $b^4$ des termes $a$ & $b$. Et les extrêmes A & E entr'elles par la ſuppoſition, comme les deux $a$ & $e$ Et ainſi les puiſſances
c. 52. 7. $A^4$ & $B^4$ ſont entr'elles [c] par égalité comme les autres $a^4$ & $b^4$. Et leurs côtez ou les termes A & B pareillement entr'eux [d] comme les côtez ou les ter-
d. 41. mes $a$ & $b$. Et on prouvera de la même [d] ſorte, ou par égalité [c], que les termes B & C ſont entr'eux comme les deux $b$ & $c$. Et les deux C & D comme [c] les deux $c$ & $d$. Et les [d] deux D & E comme [c] les deux $d$ & $e$. Et par conſéquent tous les rapports alternatifs des cinq A, B, C, D, E, ſont
e. 59. 7. égaux [c] à tous ceux des cinq $a$, $b$, $c$, $d$, $e$, chacun à chacun, & ſelon le même ordre.

$$\left\{\begin{array}{l} \vdots\ A.\ B.\ C.\ D.\ E. \\ \vdots\ 48.\ 72.\ 108.\ 162.\ 243. \\ \vdots\ zy^4.\ zy^3x.\ zyyxx.\ zyx^3.\ zx^4. \end{array}\right. \quad \left\{\begin{array}{l} \vdots\ a.\ b.\ c.\ d.\ e \\ \vdots\ 16.\ 24.\ 36.\ 54.\ 81. \\ \vdots\ vy^4.\ vy^3x.\ vyyxx.\ vyx^3.\ vx^4. \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{llll} A.\ E :: & a.\ e :: & A^4. & B^4 :: a^4.\ b^4. \\ 48.243 :: & 16.\ 81 :: & 5308416. & 268738561 :: 65536.\ 331776. \\ zy^4.\ zx^4 :: & vy^4.\ vx^4 :: & z^4y^{16}. & z^4y^{12}x^4 :: v^4y^{12}x^4. \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{llll} A.\ B :: & a.\ b :: & b.\ c :: & B.\ C :: C.\ D :: c.\ d. \\ 48.\ 72 :: & 16.\ 24 :: & 24.\ 36 :: & 72.\ 108 :: 108.\ 162 :: 36.\ 54. \\ zy^4.zy^3x :: & vy^4.vy^3x :: & vy^3x.vyyxx :: & zy^3x.zyyxx::zyyxx.zyx^3::vyyxx.vyx^3. \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{ll} A.\ C :: a.\ c. \\ 48.\ 108 :: 16.\ 36: \\ zy^4.zyyxx :: vy^4.vyyxx. \end{array}\right. \left\{\begin{array}{ll} A.\ D :: a.\ d. \\ 48.162 :: 16.\ 54. \\ zy^4.zyx^3 :: vy^4.vyx^3. \end{array}\right. \left\{\begin{array}{ll} B.\ D :: b.\ d. \\ 72.\ 162 :: 24.\ 54. \\ zy^3x.\ zyx^3 :: vy^3x.\ vyx^3. \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{ll} B.\ E :: b.\ e. \\ 72.243 :: 24.\ 81. \\ zy^3x.\ zx^4 :: vy^3x.vx^4. \end{array}\right. \left\{\begin{array}{ll} C.\ E :: c.\ e. \\ 108.243 :: 36.\ 81. \\ zyyxx.\ zx^4 :: vyyxx.\ vx^4. \end{array}\right. \left\{\begin{array}{ll} D.\ E :: d.\ e. \\ 162.243 :: 54.\ 81. \\ zyx^3.\ zx^4 :: vyx^3.\ vx^4. \end{array}\right.$$

## XLII COROLLAIRE.

68. EN toute progreſſion où le premier & le ſecond terme ſont commenſurables, le rapport de chaque terme à celuy qui le ſuit immédiatement doit avoir les mêmes expoſans $a$ & $b$ du premier terme A & du ſecond B. Et le rapport de deux qui en ont un interpoſé, a pour expoſans les nombres

Digitized by Google

nombres quarrez *aa* & *bb*. Et les cubiques $a^3$ & $b^3$, s'ils en ont deux interposez. Et deux quarrez de quarrez $a^4$ & $b^4$ s'ils en ont trois interposez. Et deux puissances cinquiémes $a^5$ & $b^5$, ou deux sixiémes $a^6$ & $b^6$, ou deux septiémes $a^7$ & $b^7$, s'il y en a quatre, ou cinq, ou six interposez, & ainsi du reste.

Car nommant *y* la mesure[b] commune la plus grande des deux termes A & C, ou des[c] trois A, B, C, & *a* & *b* les exposans des deux premiers A & B; ces trois termes sont les[d] produits mêmes *aay*, *aby*, *bby*. Et leurs exposans sont[e] les nombres *aa*, *ab*, *bb*, dont les deux extrêmes *aa* & *bb* sont premiers[f] entr'eux, les deux *a* & *b* l'étant déja[g] entr'eux. Et ainsi le premier terme A & le troisiéme C, ou deux[h] qui ont un terme interposé, ont pour exposans les deux[k] nombres quarrez *aa* & *bb*. b. 43. 7. c. 45. 7. d. 15. e. 13. f. 38. 6. g. 4. h. 62. 7. k. 7.

Et nommant encore *x* la mesure[b] commune la plus grande des termes A & D, ou des quatre A, B, C, D; ces termes sont les produits[16] mêmes $a^3x$, $a^2bx$, $ab^2x$, $b^3x$. Et leurs exposans sont les nombres $a^3$, $aab$, $abb$, $b^3$, dont les deux extrêmes $a^3$ & $b^3$ sont premiers[f] entr'eux, leurs côtez *a* & *b* l'étant[g] déja entr'eux. Et ainsi le premier terme A & le quatriéme D, ou deux qui ont deux termes[h] interposez, ont pour exposans[k] les nombres cubiques $a^3$ & $b^3$. Et on prouvera le reste en suivant le même ordre.

| A. | B. | C. | D. | E. | F. |
|---|---|---|---|---|---|
| 160. | 240. | 360. | 540. | 810. | 1215. |
| $a^5t.$ | $a^4bt.$ | $a^3bbt.$ | $aab^3t.$ | $ab^4t.$ | $b^5t.$ |
| *aay.* | *aby.* | *bby.* | D. | E. | F. |
| $a^3x.$ | $aabx.$ | $abbx.$ | $b^3x.$ | E. | F. |
| $a^4v.$ | $a^3bv.$ | $aabbv.$ | $ab^3v.$ | $b^4v.$ | F. |

| A. | C :: *aa. bb.* |
|---|---|
| 160. | 360 :: 4. 9. |
| $a^5t.$ | $a^3bbt$ :: *aa. bb.* |
| *aay.* | *bby* :: *aa. bb.* |

*Plus grande mesure des termes* A & C { *y. a³t.* 40. 40.

*Plus grande mesure des termes* A & D { *x. aat.* 20. 20.

*Plus grande des deux* A & E { *v. at.* 10. 10.

*Plus grande des deux* A & F { *t.* 5.

| A. | D :: $a^3.$ $b^3.$ |
|---|---|
| 160. | 540 :: 8. 27. |
| $a^5t.$ | $aab^2t$ :: $a^3.$ $b^3.$ |
| $a^3x.$ | $b^3x$ :: $a^3.$ $b^3.$ |

| A. | E :: $a^4.$ $b^4.$ |
|---|---|
| 160. | 810 :: 16. 81. |
| $a^5t.$ | $ab^4t$ :: $a^4.$ $b^4.$ |
| $a^4v.$ | $b^4v$ :: $a^4.$ $b^4.$ |

| A. | F :: $a^5.$ $b^5.$ |
|---|---|
| $a^5t.$ | $b^5t$ :: $a^5.$ $b^5.$ |
| 160. 1215 | :: 32. 243. |

## XLIII COROLLAIRE.

69. En toute progression où le premier & le troisiéme terme ont pour exposans deux nombres quarrez, ou le premier & le quatriéme deux nombres cubiques, ou le premier & le cinquiéme deux puissances cinquiéquiémes & parfaites, &c; le premier est commensurable au second.

Car si le premier A & le troisiéme C ont pour exposans deux nombres quarrez *aa* & *bb*; ils sont entr'eux[b] comme ces deux quarrez. Mais A & C sont encore entr'eux[c] comme les quarrez AA & BB des deux premiers termes. Et ainsi les exposans *aa* & *bb* sont entr'eux[d] par égalité comme les quarrez AA & BB; & les côtez *a* & *b* pareillement entr'eux[e] comme les b 10 & 1. c. 66. d 52. 7. e. 39.



Digitized by Google

côtez ou les termes A & B. Comme donc les côtez ou les nombres *a* & *b*
f *suppoſition.* ſont [f] commenſurables ; les deux termes A & B le ſont [g] pareillement.
g. 36. 7. Et ſi le premier terme A & le quatriéme D ont pour expoſans deux nom-
b. 10 & 11. bres cubiques $a^3$ & $b^3$ ; ils ſont entr'eux [b] comme ces mêmes cubes. Mais
c. 66. A & D ſont encore entr'eux [c] comme les cubes $A^3$ & $B^3$ des deux premiers
d. 52. 7. termes. Et ainſi les expoſans $a^3$ & $b^3$ ſont entr'eux [d] par égalité, comme les
e. 39. cubes $A^3$ & $B^3$ ; & les côtez *a* & *b* pareillement entr'eux [e] comme les côtez
f. *ſuppoſition.* ou les termes A & B. Comme donc les côtez ou les nombres *a* & *b* ſont
g. 36. 7. commenſurables [f] ; les côtez ou les termes A & B le ſont [g] pareillement. Et
prouvera tout le reſte en ſuivant le même ordre.

$$\left\{\begin{array}{l} \vdots\vdots \\ \vdots\vdots \\ \vdots\vdots \end{array}\right. \begin{array}{llllll} A. & B. & C. & D. & E. & F. \\ 160. & 240. & 360. & 540. & 810. & 1215. \\ a^3. & a^2b. & ab^2. & b^3. & ab^4. & b^5. \end{array} \left\{\begin{array}{l} aa.bb :: \\ aa.bb :: \\ aa.bb :: \end{array}\right. \begin{array}{llll} A. & C :: & AA. & BB. \\ 4. & 9 :: & 160. & 360 \\ a^3. & a^2bb. & a^4bb. & a^3b^3. \end{array} \left\{\begin{array}{l} :: \\ :: \\ :: \end{array}\right. \begin{array}{ll} 25600. & 57600. \\ a^{10}. & a^8bbb. \end{array}$$

$$\left\{\begin{array}{l} a^3. \\ 8. \\ a^3. \end{array}\right. \begin{array}{l} b^3 :: \\ 27 :: \\ b^3 :: \end{array} \begin{array}{lll} A. & D :: & A^3. \\ 160. & 540 :: & 4096000. \\ a^3b^3. & : : & a^{15}b^{15}. \end{array} \begin{array}{ll} B^3. & \\ 13824000. & \\ a^{12}b^{12}. & \end{array} \left\{\begin{array}{l} a. \\ 2. \\ a. \end{array}\right. \begin{array}{l} b :: \\ 3 :: \\ b :: \end{array} \begin{array}{ll} A. & B. \\ 160. & 240. \\ a^3. & a^2b. \end{array}$$

&c.

## XLIV COROLLAIRE.

70. SI le premier & le ſecond terme ne ſont pas commenſurables ou comme nombre à nombre ; le premier & le troiſiéme, ou deux qui en
b. 16. 1. en ont un interpoſé, n'ont point pour expoſans [b] des nombres quarrez ; ni le premier & le quatriéme, ou deux qui ont deux termes interpoſez, deux nombres cubiques [b] pour leurs expoſans. Et ainſi du reſte. Parceque ſi ces deux termes qui en ont un, ou deux, ou trois, ou quatre, ou cinq interpoſez, &c, avoient pour expoſans des nombres quarrez, ou cubiques, ou des puiſſances parfaites & quatriémes, ou cinquiémes, ou ſixiémes, &c;
c. 69. le premier & le ſecond terme ſeroient [c] commenſurables ou comme nombre à nombre. Ce qui répugne à la ſuppoſition.

## XLV COROLLAIRE.

71. EN toute progreſſion ; où le premier & le troiſiéme terme, ou deux qui ont un terme interpoſé, ont pour expoſans deux nombres non quarrez ; ou le premier & le quatriéme, ou deux qui ont deux termes interpoſez, deux nombres non cubiques auſſi pour expoſans, &c ; le pre-
a. 16. 1. mier & le ſecond, ou deux conſécutifs, ne ſont pas [a] commenſurables ou comme nombre à nombre. Puiſque s'ils l'étoient, le premier & le troiſié-
b. 68. me terme auroient pour expoſans des nombres [b] quarrez, ou le premier & le quatriéme deux nombres cubiques. Ce qui répugne à la ſuppoſition. On verra plus diſtinctement dans la ſuitte la nature & les proprietez des nombres ou grandeurs incommenſurables.

### DEFINITIONS.

72. EN toute progreſſion où le premier & le troiſiéme terme ont pour expoſans deux nombres non quarrez ; je dirai que le premier &

Digitized by Google

le ſecond, ou que deux conſécutifs, & qui ſont alors non comme nombre à nombre, ſont *incommenſurables en puiſſance première* ou *linéaire*, ou *en puiſſance ſimple*; ou *en longueur*, ſi l'un & l'autre eſt une ligne droitte. Mais je dirai qu'ils ſont *commenſurab'es en ſeconde puiſſance*, pour marquer que leurs quarrez, qui ont entr'eux un même rapport que le premier & le troiſiéme terme, ſont entr'eux comme nombre à nombre.

Et ſi le premier & le quatriéme ont pour expoſans deux nombres cubiques; je dirai que le premier & le ſecond, ou que deux conſécutifs, *ſont incommenſurables en longueur*, ſi l'un & l'autre eſt une ligne; ou *en puiſſance première* ou *ſimple* ou *linéaire*: mais qu'ils ſont *commenſurables en troiſiéme puiſſance*, pour marquer que leurs cubes, qui ſont entr'eux comme le premier & le quatriéme terme, ſont commenſurables ou comme nombre à nombre.

## XLVI COROLLAIRE.

73. SI le premier & le troiſiéme terme ſont incommenſurables ou non comme nombre à nombre; le premier & le ſecond ou deux conſécutifs ſont incommenſurables même [b] en ſeconde puiſſance, ou le quarré du premier incommenſurable au quarré du ſecond. Parceque ces deux quarrez, ou ceux de deux termes conſécutifs, ſont entr'eux [c] comme le premier & le troiſiéme terme.

b. 36. 7.

c. 66.

## XLVII COROLLAIRE.

74. ET pareillement ſi le premier & le quatriéme ſont incommenſurables ou non comme nombre à nombre; le premier & le ſecond, ou deux conſécutifs, ſont incommenſurables [b] en troiſiéme puiſſance, ou leurs cubes incommenſurables; puiſque ces cubes ſont entr'eux [c] comme le premier & le quatriéme terme.

b 36. 7.

c. 66.

Et pareillement ſi le premier & le cinquiéme, ou le premier & le ſixiéme, ou le premier & le ſeptiéme, ou deux qui en ont trois, ou quatre, ou cinq interpoſez, &c, ſont incommenſurables ou non comme nombre à nombre; le premier & le ſecond, ou deux conſécutifs, ſont incommenſurables [c] en quatriéme, ou cinquiéme, ou ſixiéme puiſſance, &c.

## XLVIII COROLLAIRE.

75. ET ſi le premier & le ſecond terme ſont incommenſurables en ſeconde, ou troiſiéme, ou quatriéme, ou cinquiéme, ou ſixiéme puiſſance, &c; le premier & le troiſiéme, ou le premier & le quatriéme, ou le premier & le cinquiéme, ou le premier & le ſixiéme, ou le premier & le ſeptiéme, ou deux qui en ont un, ou deux, ou trois, ou quatre, ou cinq interpoſez, ſont [b] pareillement incommenſurables. Puiſque leur rapport eſt égal à [c] celuy des puiſſances ſecondes, ou troiſiémes, ou quatriémes, ou cinquiémes, ou ſixiémes, du premier & du ſecond terme, leſquelles on ſuppoſe incommenſurables.

b 36. 7.

c. 66.



Digitized by Google

## XLIX COROLLAIRE.

76. Les expoſans de deux nombres quarrez, ou cubiques, ou quarrez de quarrez, ou de deux puiſſances parfaites & cinquiémes, ou ſixiémes, ou ſeptiémes, ou autres, ſont pareillement deux nombres quarrez, ou cubiques, ou quarrez de quarrez, ou deux puiſſances parfaites & cinquiémes, ou ſixiémes, ou ſeptiémes, ou ſemblables aux deux autres. Parcequ'il y a toûjours un nombre plan AB moyen [b] proportionel entre deux nombres quarrez AA & BB. Et deux nombres ſolides AAB, ABB, moyens proportionels entre deux cubiques $A^3$ & $B^3$. Et ainſi du reſte. De ſorte que le premier & le ſecond terme étant commenſurables dans chacune de ces progreſſions, les extrêmes ou les nombres quarrez AA & BB ont pour [c] expoſans deux nombres quarrez $aa$ & $bb$; & les extrêmes ou les cubiques $A^3$ & $B^3$ deux [c] cubiques $a^3$ & $b^3$. Et ainſi du reſte.

b. 31.

c. 68.

$$\left\{\begin{array}{l} \div\div \text{ AA. AB. BB.} \\ \div\div \text{ 100. 150. 225.} \\ \div\div \overline{aazz.\ abzz.\ bbzz.} \end{array}\right. \quad \left\{\begin{array}{l} \text{AA. BB :: } \overline{aa.bb.} \\ \text{100. 225 :: 4. 9.} \\ \overline{aazz.bbzz :: aa.bb.} \end{array}\right. \quad \left\{\begin{array}{l} \text{Expoſans } \overline{aa.bb.} \\ \qquad 4.\ 9. \end{array}\right. \quad \left\{\begin{array}{l} zz. \\ 25. \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{l} \div\div \text{ A}^3\text{. AAB. ABB. B}^3\text{.} \\ \div\div \text{1000. 1500. 2250. 3375.} \\ \div\div \overline{a^3z^3.\ aabz^3.\ abbz^3.\ b^3z^3.} \end{array}\right. \quad \left\{\begin{array}{l} \text{A}^3\text{. B}^3\text{ :: } \overline{a^3.\ b^3.} \\ \text{1000. 3375 :: 8. 27.} \\ \overline{a^3z^3.\ b^3z^3 :: a^3.\ b^3.} \end{array}\right. \quad \left\{\begin{array}{l} \text{Expoſans.} \\ \text{8. 27.} \\ \overline{a^3.\ b^3.} \end{array}\right. \quad \left\{\begin{array}{l} 125. \\ z^3. \end{array}\right.$$

## DEFINITIONS.

77. On dira qu'un rapport eſt compoſé de deux ou de pluſieurs rapports, s'il peut avoir pour termes les deux produits, l'un des antécédens, & l'autre des conſéquens des deux rapports ou de tous les rapports. On dira par éxemple que le rapport des deux grandeurs $\overline{ab}$ & $\overline{zy}$ eſt compoſé des deux rapports qui ſont, l'un entre $a$ & $z$, & l'autre entre $b$ & $y$; ou l'un entre les grandeurs $a$ & $y$, & l'autre entre les deux $b$ & $z$.

$$\left\{\begin{array}{l} \text{Rapport ſimple entre } a \text{ \& } z. \\ \text{Rapport ſimple entre } b \text{ \& } y. \\ \text{Rapport compoſé entre } \overline{ab} \text{ \& } \overline{zy}. \end{array}\right. \qquad \left\{\begin{array}{l} \text{entre } a \text{ \& } y. \\ \text{entre } b \text{ \& } z. \\ \text{entre } \overline{ab} \text{ \& } \overline{yz}. \end{array}\right.$$

Et pareillement le rapport des grandeurs $abc$ & $zyx$ eſt nommé compoſé des trois qui ſont entre $a$ & $z$, & entre $b$ & $y$, & entre $c$ & $x$. Ou entre $a$ & $z$, & entre $b$ & $x$, & entre $c$ & $y$. Ou entre $a$ & $y$, & entre $b$ & $z$, & entre $c$ & $x$. Ou entre $a$ & $y$, & entre $b$ & $x$, & entre $c$ & $z$. Ou entre $a$ & $x$, & entre $b$ & $z$, & entre $c$ & $y$. Ou entre $a$ & $x$, & entre $b$ & $y$, & entre $c$ & $z$. Et ainſi des autres.

$$\left\{\begin{array}{l} a.\ z. \\ b.\ y. \\ c.\ x. \\ \overline{abc.\ zyx.} \end{array}\right. \quad \left\{\begin{array}{l} a.\ z. \\ b.\ x. \\ c.\ y. \\ \overline{abc.\ zxy.} \end{array}\right. \quad \left\{\begin{array}{l} a.\ y. \\ b.\ z. \\ c.\ x. \\ \overline{abc.\ yzx.} \end{array}\right. \quad \text{\&c.}$$

78. Et ſi deux rapports ont chacun un même antécédent & un même con-

Digitized by Google

ſéquent ; on dira que le rapport compoſé de deux eſt *doublé* d'un ſeul de ces rapports. Que le rapport par exemple des grandeurs *aa* & *bb* eſt doublé du rapport ſeul qui eſt entre *a* & *b* ; parce qu'il eſt compoſé de deux rapports qui ſont, l'un entre *a* & *b*, & l'autre encore entre les mêmes *a* & *b*.

{ Rapport ſimple entre *a* & *b*.
{ Rapport ſimple entre *a* & *b*.
{ Rapport doublé entre $\overline{aa}$ & $\overline{bb}$.

79. Et ſi trois, ou quatre, ou cinq rapports ont auſſi chacun un même antécédent, & un même conſéquent ; on dira que le rapport compoſé des trois, ou des quatre, ou des cinq, eſt *triplé*, ou *quadruplé*, ou *quintuplé* d'un ſeul de ces rapports. Que le rapport par exemple des grandeurs $a^3$ & $b^3$ compoſé des trois qui ſe trouvent l'un entre *a* & *b*, & le ſecond encore entre *a* & *b*, & le troiſiéme pareillement entre les mêmes *a* & *b*, eſt un rapport triplé du rapport ſeul qui eſt entre *a* & *b*.

{ Simple entre *a* & *b*.
{ Simple entre *a* & *b*.
{ Simple entre *a* & *b*.
{ Triplé entre $\overline{a^3}$ & $\overline{b^3}$.

{ Simple entre *a* & *b*.
{ Simple entre *a* & *b*.
{ Simple entre *a* & *b*.
{ Simple entre *a* & *b*.
{ Quadruplé entre $\overline{a^4}$ & $\overline{b^4}$.

{ Simple entre *a* & *b*.
{ Simple entre *a* & *b*.
{ Simple entre *a* & *b*.
{ Simple entre *a* & *b*.
{ Simple entre *a* & *b*.
{ Quintuplé entre $\overline{a^5}$ & $\overline{b^5}$.

80. Et ſi pluſieurs rapports ſont égaux ; les deux produits l'un de tous les antécédens, & l'autre de tous les conſéquens, ſont nommez *pareils ou ſemblables*. *Plans ſemblables*, ſi c'eſt de deux rapports égaux. Et *ſolides ſemblables*, ſi c'eſt de trois égaux. Et *ſurſolides ſemblables*, ſi c'eſt de quatre égaux. Et *produits ſemblables* de 5, ou de 6, ou de 7 degrez, ou d'autant qu'on voudra ; ſi c'eſt de 5 ou de 6, ou de 7 rapports égaux. Comme ſi les rapports ſont égaux entre A & *a*, & entre B & *b*, & entre C & *c*, & entre D & *d*, & entre E & *e* ; les deux plans AB & *ab* ſont nommez ſemblables, & auſſi les deux plans AC & *ac*, & encore les deux AD & *ad*, & enſuitte les deux AE & *ae*, & les deux BC & *bc*, & les deux BD & *bd*, & les deux CD & *cd*, & les deux DE & *de*. Et pareillement les ſolides ABC & *abc* ſont ſemblables, & encore les ſolides ABD & *abd*, & les deux ABE & *abe*, & les deux ACD & *acd*, & les deux ACE & *ace*, & les deux ADE & *ade*, & les deux BCD & *bcd*, & les deux BCE & *bce*, & les deux BDE & *bde*, & les deux CDE & *cde*. Et les ſurſolides ABCD & *abcd* ſont encore ſemblables, & les deux ABCE & *abce*, & les deux ABDE & *abde*, & les deux ACDE & *acde*, & les deux BCDE & *bcde*. Et enfin les produits ABCDE & *abcde* ſont deux produits ſemblables du cinquiéme degré. Et dans tous ces produits comparez deux à deux, chaque antécédent & ſon conſéquent ſont nommez *côtez rélatifs*, comme A & *a*, & B & *b*, &c.

| *Proportions.* | *Antécédens.* | *Conſéquens.* |
|---|---|---|
| A. *a* :: B. *b* :: C. *c* :: D. *d* :: E. *e*. | A. B. C. D. E. | *a. b. c. d. e.* |
| 20. 12 :: 15. 9 :: 5. 3 :: 10. 6 :: 25. 15. | 20. 15. 5. 10. 25. | 12. 9. 3. 6. 15. |



Digitized by Google

| *Proportions.* | *Antécédens.* | *Conſéquens.* |
|---|---|---|
| A. *a* :: B. *b* :: C. *c* :: D. *d* :: E. *e.* | A. B.C. D. E. | *a.b. c. d. e.* |
| 20. 12 :: 15. 9 :: 5. 3 :: 10. 6 :: 25. 15. | 20. 15. 5. 10. 25. | 12. 9. 3. 6. 15. |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| *Plans ſemblables* | AB. *ab.* 300. 108. | AC. *ac.* 100. 36. | AD. *ad.* 200. 72. | AE. *ae.* 500. 180. | BC. *bc.* 75. 27. |
| | BD. *bd.* 150. 54. | BE. *be.* 375. 135. | CD. *cd.* 50. 18. | CE. *ce.* 125. 45. | DE. *de.* 250. 90. |
| *Solides ſemblables* | ABC. *abc.* 1500. 324. | ABD. *abd.* 3000. 648. | ABE. *abe.* 7500. 1620. | ACD. *acd.* 1000. 216. | ACE. *ace.* 2500. 540. |
| | ADE. *ade.* 5000. 1080. | BCD. *bcd.* 750. 162. | BCE. *bce.* 1875. 405. | BDE. *bde.* 3750. 810. | CDE. *cde.* 1250. 270. |
| *Surſolides ſemblables* | ABCD. *abcd.* 15000. 1944. | ABCE. *abce.* 37500. 4860. | ABDE. *abde.* 75000. 9720. | ACDE. *acde.* 25000. 3240. | |
| | BCDE. *bcde.* 18750. 2430. | *Produits ſemblables du 5^e degré.* | ABCDE. *abcde.* 375000. 29160. | | |

## L COROLLAIRE.

b. 80. 81. TOus les nombres quarrez ſont nombres plans [b] ſemblables. Et les cubiques ſolides ſemblables. Et ainſi du reſte. Parceque deux quarrez comme *aa* & *bb* ſont toûjours deux produits, l'un des antécedens *a* & *a*, & l'autre des conſéquens *b* & *b* de deux rapports parfaitement égaux qui ſe trouvent, l'un entre *a* & *b*, & l'autre encore entre les mêmes *a* & *b*. Et les nombres cubiques $a^3$ & $b^3$ ſont deux ſolides, l'un des antécédens *a*, *a*, *a*, & l'autre des conſéquens, *b*, *b*, *b*, des trois rapports égaux; l'un des nombres *a* & *b*, & l'autre auſſi des mêmes nombres *a* & *b*, & le troiſiéme encore des deux mêmes *a* & *b*. Et ainſi du reſte.

| | | | |
|---|---|---|---|
| *a. b* :: *a. b* :: *a. b.* | *Plans ſemblables* | *aa. bb.* | *Solides ſemblables* |
| 6. 4 :: 6. 4 :: 6. 4. | | 36. 16. | $a^3$. $b^3$. 216. 64. |

## LI COROLLAIRE.

a. 78. b. 39. 82. SI deux grandeurs A & B ſont entr'elles comme deux grandeurs *a* & *b*; le rapport doublé [a] des deux premiéres eſt égal [b] au rapport doublé des deux autres. Parce que le rapport doublé des deux premieres eſt celuy de leurs [a] quarrez mêmes AA & BB; & le rapport doublé des deux autres auſſi celuy de leurs [a] quarrez *aa* & *bb*, auſquels les deux AA & BB

c. 79. ſont [b] proportionels. Et pareillement le rapport [c] triplé, ou [c] quadruplé des deux premiéres, &c, eſt égal [b] au rapport triplé, ou [b] quadruplé des deux autres. Et ainſi du reſte.

| *Rapports ſimples.* | *Rapports doublez.* | *Rapports triplez.* |
|---|---|---|
| A. *a* :: B. *b* :: A. *a* :: B. *b.* | AA. *aa* :: BB. *bb.* | $A^3$. $a^3$ :: $B^3$. $b^3$. |
| 6. 3 :: 8. 4 :: 6. 3 :: 8. 4. | 36. 9 :: 64. 16. | 216. 27 :: 512. 64. |
| *xt. vt :: xs. vs :: xt. vt :: xs. vs.* | *xxtt. vvtt :: xxss. vvss.* | $x^3t^3$. $v^3t^3$ :: $x^3s^3$. $v^3s^3$. |

Digitized by Google

## LII COROLLAIRE.

83. SI deux grandeurs A & *a* ſont entr'elles comme deux Z & *z*, & deux grandeurs B & *b* pareillement entr'elles comme deux Y & *y*; le rapport compoſé des deux qui ſont, l'un entre A & *a*, & l'autre entre B & *b*; ou celuy des deux plans AB & *ab*, eſt égal au rapport compoſé des deux autres rapports, ou à celuy des plans ZY & *zy*.

Car le plan A*z* des extrêmes A & *z* eſt [b] égal à l'autre plan *a*Z des moyens *a* & Z. Et le plan B*y* des extrêmes B & *y* égal [b] à l'autre *b*Y des moyens *b* & Y. Et multipliant A*z* par B*y*, & *a*Z par *b*Y; les ſurſolides ou les produits AB*zy* & *ab*ZY ſont encore [c] égaux. Et comme ces mêmes ſurſolides ſont auſſi [d] les produits, l'un des extrêmes AB & *zy*, & l'autre des moyens *ab* & ZY; les deux AB & *ab* ſont proportionels [e] aux deux ZY & *zy*. Et les deux rapports compoſez ſont [e] égaux.

b. 38. 7.
c. 20. 3. & 9. 2.
d. 17. 3.
e. 42. 7.

| 1ere *Proportion.* | 2e *Proportion.* | *Plans égaux.* | *Plans égaux.* | *Surſolides égaux.* |
|---|---|---|---|---|
| A. *a* :: Z. *z*. | B. *b* :: Y. *y*. | A*z*. *a*Z. | B*y*. *b*Y. | AB*zy*. *ab*ZY. |
| 6. 3 :: 10. 5. | 20. 28 :: 25. 35. | 30. 30. | 700. 700. | 21000. 21000. |
| *xt. vt* :: *xr. vr.* | *ps. pq* :: *us. nq.* | *xtvr.* | *vtxr.* | *ptnq. pqns.* | *xtvrpsnq. vtxrpqns.* |

*Rapports compoſez égaux.*

| AB. *ab* :: ZY. *zy* :: *xs. vq.* |
|---|
| 120. 84 :: 250. 175 :: 10. 7. |
| *xtps. vtpq* :: *xrns. vrnq* :: *xs. vq.* |

## LIII COROLLAIRE.

84. LE rapport de deux plans ſemblables AB & *ab* eſt doublé du rapport de leurs côtez rélatifs A & *a*, ou B & *b*. Et celuy de deux ſolides ſemblables ABC & *abc* eſt triplé du rapport des côtez rélatifs A & *a*, ou B & *b*, ou C & *c*. Et ainſi des autres produits ſemblables.

Car prenant d'une part les deux mêmes rapports, qui ſont l'un entre A & *a*, & l'autre entre A & *a*; & de l'autre les deux rapports égaux, qui ſont entre les grandeurs B & *b*, & entre les deux A & *a*; le rapport des deux plans ſemblables AB & *ab* compoſé des [b] deux ſimples qui ſe trouvent entre A & *a*, & entre B & *b*, eſt égal [c] au rapport des quarrez AA & *aa* compoſé [b] des deux qui ſe trouvent entre A & *a*, & entre A & *a*. Et les mêmes plans ſemblables AB & *ab* ſont encore entr'eux par la même [c] raiſon comme les quarrez BB & *bb*. Comme donc les quarrez AA & *aa* ont un rapport [d] doublé du rapport des côtez A & *a*, & les quarrez BB & *bb* un double [d] du rapport des côtez B & *b*; les plans ſemblables AB & *ab* ont [e] entr'eux un raport doublé [d] du raport des côtez rélatifs A & *a*, ou des rélatifs B & *b*.

b. 77.
c. 82.
d. 78.

| *Rapports ſimples & égaux.* | *Rapports doublez & égaux.* |
|---|---|
| A. *a* :: B. *b* :: A. *a* :: B. *b*. | AB. *ab* :: AA. *aa* :: BB. *bb*. |
| 6. 3 :: 8. 4 :: 6. 3 :: 8. 4. | 48. 12 :: 36. 9 :: 64. 16. |
| *xt. vt* :: *xs. vs* :: *xt. vt* :: *xs. vs.* | *xxts. vvts* :: *xxtt. vvtt* :: *xxſs. vvſs.* |

Et ſuppoſant de nouveau les côtez C & *c* proportionels aux côtez A & *a*;

b. 78. ou B & *b*; le rapport des ſolides ſemblables ABC & *abc* eſt [b] compoſé des deux qui ſe trouvent, l'un d'une part entre AB & *ab*, & l'autre de l'autre
c. 82 & 84. entre C & *c*. Et il eſt [c] égal au rapport des cubes $A^3$ & $a^3$ pareillement com-
d. 83 & 84. poſé [d] des deux qui ſe trouvent, l'un d'une part entre AA & *aa*, & l'autre de l'autre entre A & *a*. Et les mêmes ſolides ABC & *abc* ſont encore entr'eux par une raiſon ſemblable comme les deux cubes $B^3$ & $b^3$, & auſſi comme les deux autres $C^3$ & $c^3$. Ou ce qui revient au même, leur rapport eſt triplé du rapport des côtez rélatifs A & *a*, ou B & *b*, ou C & *c*.

| *Rapports ſimples & égaux.* | *Rapports triplez & égaux.* |
|---|---|
| A. *a*:: B. *b* :: C. *c*. | ABC. *abc*:: $A^3$. $a^3$:: $B^3$. $b^3$:: $C^3$. $c^3$. |
| 6. 3:: 8. 4 :: 10. 5. | 480. 60:: 216. 27:: 512. 64 ::1000. 125. |
| *xr. vr*:: *xs. vs* :: *xr. vr*. | $x^3tsr.v^3tsr$:: $x^3s^3.v^3t^3$:: $x^3s^3.v^3s^3$:: $x^3r^3.v^3r^3$. |

Et on verra de la même ſorte que le rapport de deux ſurſolides ſemblables ABCD & *abcd* eſt quadruplé du rapport de leurs côtez rélatifs A & *a*, ou B & *b*, ou C & *c*, ou D & *d*. Et ainſi du reſte.

| *Rapports ſimples & égaux.* | *Rapports quadruplez & égaux.* |
|---|---|
| A. *a*:: B. *b*:: C. *c*:: D. *d*. | ABCD. *abcd*:: $A^4$. $a^4$:: $B^4$. $b^4$. &c. |
| 6. 3:: 8. 4:: 10. 5:: 14. 7. | 6720. 420:: 1296. 81:: 4096. 256. &c. |
| *xr.vr*::*xs.vs*::*xr.vr*::*xq.vq*. | $x^4tsrq.v^4tsrq$:: $x^4s^4.v^4t^4$:: $x^4s^4.v^4s^4$. &c. |

## LIV COROLLAIRE.

85. DEux nombres plans, ou ſolides, ou ſurſolides ſemblables, &c,
b. 76. ont pour expoſans deux nombres [b] quarrez, ou cubiques, ou quar-
c. 84. rez de quarrez, &c. Parcequ'ils ont [c] les mêmes [d] expoſans que les quar-
d. 7. rez, ou les cubes, ou les quarrez de quarrez des nombres qui ſont leurs côtez rélatifs.

| | | | |
|---|---|---|---|
| A. *a*:: B. *b* :: C. *c*:: D. *d*:: E. *e*. | | *Plans ſemblables* | AB. *ab*:: *xx. vv*. |
| 6. 3 :: 8. 4 ::10. 5 :: 14. 7 ::12. 6. | | | 48. 12 :: 4. 1. |
| *xr. vr* :: *xs. vs* :: *xr. vr* :: *xq. vq* :: *xp. vp*. | | | *xxrs. vvts* :: *xx.vv*. |

| | | | |
|---|---|---|---|
| *Solides ſemblables* | ABC. *abc*:: $x^3$. $v^3$. | *Surſolides ſemblables* | ABCD. *abcd*:: $x^4$. $v^4$. |
| | 480. 60:: 3. 1. | | 6720. 420:: 16. 1. |
| | $x^3tsr.v^3tsr$:: $x^3$. $v^3$. | | $x^4tsrq.v^4tsrq$:: $x^4$. $v^4$. |

*Produits ſemblables des 5 degrez.* ABCDE. *abcde*:: $x^5$. $v^5$. 80640. 2520:: 32. 1. $x^5tsrqp.v^5tsrqp$:: $x^5$. $v^5$.

## LV COROLLAIRE.

86. TOut produit de deux nombres plans ſemblables eſt un nombre quarré. Car nommant *y* leur plus grand diviſeur commun, &
b. 85. *aa* & *bb* les deux nombres quarrez qui ſont [b] leurs expoſans; ces nombres

bres plans ſemblables [c] ſont *aay* & *bby*, & leur produit eſt le nombre quarré *aabbyy*. c. 10.

| | | | |
|---|---|---|---|
| A. B:: C. D. | | AC. BD. | ACBD. |
| 6. 4:: 15. 10. | *Plans ſemblables* | 90. 40. | *Quarré* 3600. |
| *az. bz* :: *av. bv.* | | *aazv. bbzv.* | *aabbzzvv.* |
| | | *aay. bby.* | *aabbyy.* |

## LVI COROLLAIRE.

87. ENtre deux nombres plans ſemblables il y a toûjours un nombre moyen proportionel. Et deux moyens entre deux nombres ſolides & ſemblables. Et trois entre deux ſurſolides ſemblables. Et ainſi du reſte. Car nommant *y* le plus grand diviſeur commun des deux plans ſemblables, & *aa* & *bb* les deux nombres quarrez qu'ils ont [b] pour expoſans; ces nombres plans ſemblables ſont [c] l'un *aay*, & l'autre *bby*; entre leſquels un nombre *aby* eſt moyen [d] proportionel. b. 85. c. 10. d. 1.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| A. B :: C. D. | | AC. BD. | | AC. M :: M. BD. |
| 6. 4 :: 15. 10. | *Plans* | 90. 40. | *Propor-* | 90. 60:: 60. 40. |
| *az. bz* :: *av. bv.* | *ſemblables* | *aazv. bbzv.* | *tion.* | *aay. aby:: aby. bby.* |
| | | *aay. bby.* | | *aazv.abzv::abzv.bbzv.* |

Et nommant *x* le plus grand diviſeur commun des ſolides ſemblables, & $a^3$ & $b^3$ les deux nombres cubiques qu'ils ont [b] pour expoſans; ces ſolides ſemblables ſont l'un $a^3x$, & l'autre $b^3x$; entre leſquels deux nombres *aabx* & *abbx* ſont deux moyens [d] proportionels. Et ainſi du reſte. b. 85. c. 10. d. 1.

| | | | |
|---|---|---|---|
| A. B:: C. D:: E. F. | | ACE. BDF. | ACE. M. N. BDF. |
| 6. 4:: 15. 10:: 12. 8. | *Solides* | 1080. 320. | :: 1080. 720. 480. 320. |
| $az.bz$::*av. bv*:: *at. bt.* | *ſemblables* | $a^3zvt.\ b^3zvt.$ | :: $a^3zvt.\ aab^2zvt.\ abb^2zvt.\ b^3zvt.$ |
| | | $a^3x.\ b^3x.$ | :: $a^3x.\ aabx.\ abbx.\ b^3x.$ |

## LVII COROLLAIRE.

88. SI entre deux nombres A & C il y a un nombre B moyen proportionel; ils ſont plans ſemblables. Car nommant *a* & *b* les [b] expoſans du premier au moyen, & *y* la meſure [c] commune la plus grande, ou le plus grand diviſeur commun des trois, ou des [d] deux extrêmes; ces trois nombres [e] ſont *aay*, *aby*, *bby*; & les deux *aay* & *bby* deux nombres [f] plans ſemblables, puiſque le premier *aay* eſt un produit de deux antécédens *a* & *ay*, & l'autre *bby* un des deux conſéquens *b* & *by* de deux rapports égaux, qui ſont l'un entre les nombres *a* & *b*, & l'autre entre les nombres *ay* & *by*. b. 6. c. 45. 6. d. 17. e. 15. f. 78.

| | | |
|---|---|---|
| A. B:: B. C:: *a. b* :: *ay. by.* | | A. C. |
| 20. 30:: 30. 45 :: 2. 3 :: 10. 15. | *Plans ſemblables* | 20. 45. |
| *aay. aby* :: *aby. bby* :: *a. b* :: *ay. by.* | | *aay. bby.* |



Digitized by Google

## LVIII COROLLAIRE.

89. SI le produit *ce* de deux nombres *c* & *e* eſt un nombre quarré; ces deux nombres *c* & *e* ſont nombres plans ſemblables. Car entre le nombre quarré *cc* & le nombre *ee* qu'on ſuppoſe quarré, il y a toûjours un
b. 31. nombre [b] comme *z* moyen proportionel. Mais ces nombres quarrez *cc* &
c. 1. *ee* ſont proportionels [c] aux deux nombres *c* & *e*. Et par conſéquent il y a
d. 34. auſſi un nombre comme *d* moyen [d] proportionel entre les deux *c* & *e*. Et
e. 88. les mêmes *c* & *e* ſont nombres [e] plans ſemblables.

$$\text{Quarré}\begin{cases} ce. \\ 900. \\ aabbyy. \end{cases}\begin{cases} :: \\ :: \\ :: \end{cases}\begin{matrix} cc. & z. & ee. \\ 400. & 600. & 900. \\ a^2yy. & a^2byy. & aabbyy. \end{matrix}\begin{cases} cc. & ee :: c. & e. \\ 400. & 900 :: 20. & 45. \\ a^2yy. & aabbyy :: aay. & bby. \end{cases}$$

$$\begin{cases} c. & d :: d. & e. \\ 20. & 30 :: 30. & 45. \\ aay. & aby :: aby. & bby. \end{cases}\begin{cases} :: \\ :: \end{cases}\begin{matrix} a. & b :: ay. & by. \\ 2. & 3 :: 10. & 15. \end{matrix}\ \text{Plans ſemblables}\ \begin{cases} c. & e. \\ 20. & 45. \\ aay. & bby. \end{cases}$$

## LIX COROLLAIRE.

90. SI entre deux nombres il y a deux, ou trois, ou quatre nombres moyens proportionels; les deux ſont nombres ſolides ſemblables, ou nombres ſurſolides ſemblables, ou nombres qui ſont des produits ſemblables & de quatre degrez. Et ainſi du reſte. Car nommant *a* & *b* les [b] expoſans
b. 6. du premier des deux nombres au premier des moyens, & *x* le plus grand diviſeur [c] commun des quatre, ou des ſeuls [d] extrêmes, s'il y a deux
c. 45. 6. moyens; les quatre nombres [e] ſont $a^3x$, $aabx$, $abbx$, $b^3x$, & les deux
d. 17. e. 16. $a^3x$ & $b^3x$ ſont deux nombres [f] ſolides ſemblables; puiſque le premier $a^3x$
f. 79. eſt un produit des trois antécédens *a*, *a*, *ax*; & l'autre $b^3x$ un produit des trois conſéquens *b*, *b*, *bx*. Et il en eſt ainſi du reſte.

$$\begin{cases} A. & B. & C. & D :: a. b :: a. b :: ax. bx. \\ 40. & 60: & 90. & 135 :: 2. 3 :: 2. 3 :: 10. 15. \\ a^3x. & aabx. & abbx. & b^3x :: a. b :: a. b :: ax. bx. \end{cases}\ \text{Solides ſemblables}\ \begin{cases} A. & D. \\ 40. & 135. \\ a^3x. & b^3x. \end{cases}$$

## LX COROLLAIRE.

91. SI pluſieurs nombres A, B, C, D, E, F, G, &c, ſont en progreſſion; le rapport de deux qui en ont un interpoſé, eſt doublé [a] du
a. 84. b. 82. rapport des deux premiers termes, ou de deux [b] conſécutifs. Et [a] triplé, s'il y en a deux interpoſez. Et quadruplé, ou quintuplé, ou ſextuplé de ce même rapport; s'il y a trois termes, ou quatre, ou cinq interpoſez. Et ainſi du reſte. Ou ce qui ſignifie encore la même choſe; deux termes qui en ont un, ou deux, ou trois, ou quatre, ou cinq interpoſez, &c; ſont nom-

$$\begin{cases} A. & B. & C. & D. & E. & F. & G. & H. & I. \\ 768. & 1152. & 1728. & 2592. & 3888. & 5832. & 8748. & 13122. & 19683. \\ a^8z. & a^7bz. & a^6bbz. & a^5b^3z. & a^4b^4z. & a^3b^5z. & aab^6z. & ab^7z. & b^8z. \end{cases}\begin{matrix} a. & b. & z. \\ 2. & 3. & 6. \end{matrix}$$

Digitized by Google

bres plans [e] ſemblables, ou ſolides [d] ſemblables, ou ſurſolides [d] ſemblables, ou nombres qui ſont des produits [d] ſemblables de cinq, ou de ſix degrez. Et ainſi du reſte. c. 88. d. 90.

## LXI COROLLAIRE.

92. Et généralement en toute progreſſion, deux termes qui en ont un, ou deux, ou trois, ou quatre, ou cinq interpoſez, &c; ont entr'eux un rapport [b] doublé, ou [b] triplé, ou [b] quadruplé, ou [b] quintuplé, ou [b] ſextuplé du rapport des deux premiers termes, ou de deux [c] conſecutifs. Ou un rapport égal à celui des [d] quarrez, ou des cubes, ou des puiſſances quatriémes, ou cinquiémes, ou ſixiémes, des deux premiers termes, ou de deux conſécutifs. Ce qui ſignifie une même choſe. b. 81. c. 82. d. 66.

*Progreſſion* ∴ $a^9z.\ a^8bz.\ a^7b^2z.\ a^6b^3z.\ a^5b^4z.\ a^4b^5z.\ a^3b^6z.\ aab^7z.\ ab^8z.\ b^9z.$

## LXII COROLLAIRE.

93. Si l'on propoſe une ſuitte de grandeurs *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*; le rapport de la premiére *a* & de la derniére *f* eſt compoſé de tous les rapports ſucceſſifs, qui ſont entre la premiére *a* & la ſeconde *b*, & entre la ſeconde *b* & la troiſiéme *c*, & entre la troiſiéme *c* & la quatriéme *d*, & entre la quatriéme *d* & la cinquiéme *e*, & entre la cinquiéme *e* & la ſixiéme *f*. Car le rapport compoſé de tous ces rapports ſucceſſifs eſt [b] celuy des produits *abcde* & *bcdef*; l'un de tous les antécédens, & l'autre de tous les conſéquens. Mais les deux *a* & *f* ſont entr-elles [c] comme ces deux produits *abcde* & *bcdef*. Et par conſéquent les mêmes *a* & *f* ſont entr'elles un rapport [d] compoſé de tous les rapports ſucceſſifs de chacune des grandeurs à celle qui la ſuit. b. 77. c. 1. d. 52. 7.

| | | |
|---|---|---|
| *a.* | *b.* | 7. |
| *b.* | *c.* | 3. |
| *c.* | *d.* | 4. |
| *d.* | *e.* | 1. |
| *e.* | *f.* | 11. |

*Rapports compoſez* { *a. f* :: *abcde.* *bcdef.* ; 5.11 :: 420. 924.

## LXIII COROLLAIRE.

94. D'Où l'on pourroit conclurre qu'en toute progreſſion le rapport de deux termes eſt compoſé de tous les égaux qui ſont entre le premier des deux & le premier de leurs interpoſez, & entre le premier des interpoſez & le ſecond des mêmes interpoſez. Et ainſi du reſte.

*Progreſſion* { ∴ A. B. C. D. E. F. G. H. I. K. ; ∴ $a^9z.\ a^8bz.\ a^7b^2z.\ a^6b^3z.\ a^5b^4z.\ a^4b^5z.\ a^3b^6z.\ aab^7z.\ ab^8z.\ b^9z.$

{ B. D :: BC. CD. { B. E :: BCD. CDE. ; $a^8bz.\ a^6b^3z.\ ::\ a^{15}b^{27}z.\ a^{13}b^{39}z.$ ; $a^8bz.\ a^4b^5z.\ ::\ a^{21}b^{67}z.\ a^{18}b^{97}z.$

{ B. F :: BCDE. CDEF. ; $a^8bz.\ a^4b^5z.\ ::\ a^{26}b^{102}z^4.\ a^{22}b^{142}z^4.$



Digitized by Google

## LXIV COROLLAIRE.

95. D'Où l'on concluroit de nouveau que le rapport de deux, qui en
b 78. ont un interposé, est [b] doublé du rapport de deux consécutifs.
c. 79. Ou [c] triplé, s'il y en a deux interposez. Et [c] quadruplé, ou [c] quintuplé, ou [c] sextuplé, &c; s'il y en a trois, ou quatre, ou cinq, &c. Et ainsi du reste.

$\left\{\begin{matrix}\vdots\vdots\\\vdots\vdots\end{matrix}\right.$ A. B. C. D. E. F. $\left\{\begin{matrix}\\\end{matrix}\right.$ B. D:: BB. CC:: AA. BB. &c.
$a^5z.\ a^4bz.\ a^3bbz.\ aab^3z.\ ab^4z.\ b^5z.\ \left\{\begin{matrix}\\\end{matrix}\right. a^4bz.\ aab^3z::a^8bbzz.\ a^6b^2zz::a^{10}zz.a^8bbzz.$ &c.

$\left\{\begin{matrix}\\\end{matrix}\right.$ B. E:: $B^1$. $C^1$:: $A^1$. $B^1$:: C. $D^1$. &c.
$\left\{\begin{matrix}\\\end{matrix}\right. a^4bz.\ ab^4z::a^{12}b^1z^1.\ a^9b^6z^1::a^{15}z^1.\ a^{12}b^1z^1::a^9b^6z^1.\ a^6b^9z^1.$ &c.

### DEFINITION.

96. Si plusieurs grandeurs A, B, C, D, E, F, G, sont en progression; je dirai que le rapport de deux A & D, qui en ont deux interposées, est à demi-doublé du rapport de deux A & C, ou B & D, entre lesquelles une seule se trouve interposée.

*Progression* $\left\{\begin{matrix}\vdots\vdots\\\vdots\\\vdots\end{matrix}\right.$ A. B. C. D. E. F. G.
128. 192. 288. 432. 648. 972. 1458.
$a^6z.\ a^5bz.\ a^4bbz.\ a^3b^3z.\ aab^4z.\ ab^5z.\ b^6z.$

*Rapports simples* $\left\{\begin{matrix}\\\\\end{matrix}\right.$ A. B:: B. C.&c.
128. 192::192. 288.&c.
$a^6z.a^5bz::a^5bz.a^4bbz.$&c.

*Rapports doublez* $\left\{\begin{matrix}\\\\\end{matrix}\right.$ A. C:: AA. BB.
128. 288::16384. 36864.
$a^6z.a^4bbzz::a^{12}zz.a^{10}bbzz.$

*Rapport à demi doublé* entre $\left\{\begin{matrix}\\\\\end{matrix}\right.$ A. D.
128. 432.
$a^6z.\ a^3b^3z.$

*du rapport doublé qui est* entre $\left\{\begin{matrix}\\\\\end{matrix}\right.$ A. C.
128. 288.
$a^6z.\ a^4bbz.$

## III THEOREME.

97. SI le premier terme d'une proportion droite est le plus grand des quatre; les deux extrêmes surpassent les deux moyens ensemble. Car si les termes A & B ont un même rapport que les deux $a$ & $b$, & que le premier A surpasse chacun des trois autres; il y aura par un changement de
b. 47 7. conversion un même rapport [b] entre A & A—$a$, & entre B & B—$b$. Ou par un changement alterne [b] un même entre A & B & entre A—$a$ & B—$b$.
a 36. 7. Et comme A surpasse B; le [a] terme A—$a$ surpasse B—$b$. Et ajoûtant $a+b$ de part & d'autre, la première somme A—$a+a+b$ ou A+$b$, qui est cel-
d. 10. 1. le des extrêmes A & $b$, surpasse [d] la seconde B—$b+a+b$ ou B+$a$, qui est celle des moyens B & $a$.

$\left\{\begin{matrix}\\\end{matrix}\right.$ A. B:: $a$. $b$. $\left\{\begin{matrix}\\\end{matrix}\right.$ A. A—$a$:: B. B—$b$. $\left\{\begin{matrix}\\\end{matrix}\right.$ A. B:: A—$a$. B—$b$.
21. 14:: 15. 10. 21. 6 :: 14. 4. 21. 14:: 6. 4.

$\left\{\begin{matrix}\\\end{matrix}\right.$A—$a$ *surpasse* B—$b$. $\left\{\begin{matrix}\\\end{matrix}\right.$ *Et* A—$a+a+b$ *surpasse* B—$b+a+b$.
6. 4. 6+25. 4+25.

Digitized by Google

## I COROLLAIRE.

98. ET ſi le premier terme eſt le moindre des quatre ; les extrêmes ſurpaſſent encore les deux moyens. Car comme le premier *a* eſt moindre que le ſecond *b* ; le troiſiéme A eſt [b] moindre auſſi que le quatriéme B. Et les termes *a* & A étant proportionels [c] aux deux *b* & B ; comme le terme *a* eſt moindre que le terme A ; le terme *b* eſt moindre [d] auſſi que le terme B. Et ainſi le terme B eſt le plus grand des quatre. Mais les deux B & A ſont entr'eux comme les deux *b* & *a*. Et par conſéquent les deux extrêmes enſemble B & *a* ſurpaſſent [e] les deux moyens enſemble A & *b*.

b. 16. 7.
c. 47. 7.
d. 10. 1.
e. 97.

$$\left\{\begin{array}{l} a.\ b :: A.\ B. \\ 10.\ 15 :: 14.\ 21. \end{array}\right. \left\{\begin{array}{l} a.\ A :: b.\ B. \\ 10.\ 14 :: 15.\ 21. \end{array}\right. \left\{\begin{array}{l} B.\ b :: A.\ a. \\ 21.\ 15 :: 14.\ 10. \end{array}\right. \left\{\begin{array}{l} B.\ A :: b.\ a. \\ 21.\ 14 :: 15.\ 10. \end{array}\right.$$

## II COROLLAIRE.

99. DAns la proportion géométrique continuë la ſomme des extrêmes ſurpaſſe [b] le double du moyen ; puiſque l'un des extrêmes eſt néceſſairement le plus petit, & l'autre le plus grand des trois.

b. 98.

$$\left\{\begin{array}{l} A.\ B.\ C. \\ 20.\ 30.\ 45. \\ aay.\ aby.\ bby. \end{array}\right. \left\{\begin{array}{ll} A+C & \textit{ſurpaſſe}\ 2B. \\ 65. & 60. \\ aay+bby. & 2aby. \end{array}\right.$$

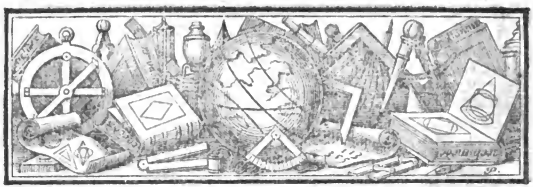
## III COROLLAIRE.

100. EN toute progreſſion géométrique la ſomme de deux termes, tels qu'on voudra, ſurpaſſe [a] toûjours celle de deux termes moyens, qui en ſont également diſtans ; ou le double [b] d'un ſeul, qui en eſt auſſi également diſtant ; puiſque les quatre termes ſont [c] en proportion, ou les trois en proportion [d] continuë, & que l'un des deux, qu'on prend pour extrêmes, eſt néceſſairement le moindre, & l'autre le plus grand des quatre, ou des trois termes.

a. 98.
b. 99.
c. 62.
d. 63.

$$\left\{\begin{array}{l} A.\ B.\ C.\ D.\ E.\ F.\ G.\ H.\ I. \\ 768.\ 1152.\ 1728.\ 2592.\ 3888.\ 5832.\ 8748.\ 13122.\ 19683. \\ a^8z.\ a^7bz.\ a^6b^2z.\ a^5b^3z.\ a^4b^4z.\ a^3b^5z.\ aab^6z.\ ab^7z.\ b^8z. \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{ll} B+G & \textit{ſurpaſſe}\ D+E. \\ 9900. & 6480. \end{array}\right. \left\{\begin{array}{ll} B+H & \textit{ſurpaſſe}\ 2E. \\ 14274. & 7776. \end{array}\right.$$



# NOUVEAUX ELEMENS DES MATHEMATIQUES.

## LIVRE NEUVIEME.

### DES FRACTIONS OU GRANDEURS ROMPUES.

#### Definitions.

1.

Orsqu'une grandeur eſt priſe pour unité, ou que l'unité réprèſentée par cette grandeur eſt conceuë comme étant diviſible ; on appelle *fraction*, ou *grandeur rompuë*, une ou pluſieurs des parties égales que l'on y conçoit, ou qui la compoſent : comme lorſqu'on dit un demi, ou 2 tiers, ou 3 quarts, ou 7 fois la dixiéme partie d'un tout. Et ainſi du reſte.

Et ſi la fraction contient une ou pluſieurs des parties égales, que comprend l'unité numérique ; on dit que c'eſt *un nombre rompu* : Comme lorſqu'on marque ſimplement un demi, ou 2 tiers, ou 3 quarts, ou 7 dixiémes. Et ainſi du reſte.

2. On nomme *ſecond terme*, ou *dénominateur*, ou *conſéquent* d'une fraction ou d'un nombre rompu, le nombre entier qui marque en combien de parties égales on diviſe le tout ou l'unité ; & *premier terme*, ou *numérateur*, ou *antécédent*, celuy qui marque combien il y a dans la fraction de ces parties égales. 2 par éxemple eſt l'antécédent, ou le premier terme, ou le numérateur de la fraction 2 tiers ; & 3 en eſt le ſecond terme, ou le conſéquent, ou le dénominateur. Et ces deux termes ſont nommez, l'un numé-

Digitized by Google

rateur, & l'autre dénominateur; parceque le premier 2 fait l'énumération de deux des trois parties égales, qui forment enſemble l'unité, ou le tout qui la repréſente, & qui ſont dénommées au ſecond terme 3.

3. La partie, que le tout ou l'unité renferme ainſi pluſieurs fois ſans reſte, ou le nombre rompu qui déſigne cette même partie, ſera appellée la partie dénommée, comme dans la fraction 2 tiers, la partie dénommée eſt un tiers; & un quart, dans la fraction 3 quarts; & une dixiéme, dans la fraction 7 dixiémes.

*2 numérateur, & 3 dénominateur du nombre rompu 2 tiers.*

4. Pour exprimer une fraction ou un nombre rompu; on écrit ſes termes l'un ſur l'autre avec une petite ligne que l'on tire entre-deux, diſpoſant le premier ou le numérateur au deſſus, & le ſecond ou le dénominateur au deſſous. Pour marquer par éxemple une moitié, ou un demi; on écrit $\frac{1}{2}$. Et pour marquer 3 quarts, on écrit $\frac{3}{4}$. Et on exprime 2 tiers, écrivant $\frac{2}{3}$; & 7 dixiémes, écrivant $\frac{7}{10}$, & 25 ſeiziémes, écrivant $\frac{25}{16}$. Et $\frac{a}{b}$ ſignifie une fraction ou un nombre rompu, dont le numérateur eſt tel nombre $a$ qu'on voudra, & le dénominateur un nombre $b$ tel auſſi qu'on voudra.

*1a numerateur, & 1b dénominateur de la grandeur rompuë* $\frac{a}{b}$.

Pour marquer d'une maniére abbrégée qu'une grandeur eſt égale à une autre; on emploie cette marque $=$, ou plus communément celle-ci $\propto$. L'expreſſion par exemple $a=7$, ou $a\propto 7$, ſignifie qu'on prend $a$ pour 7, ou qu'un certain nombre $a$ eſt égalé à 7. Et celle-ci $9+3\propto 14-2$, ou $9+3\propto 14-2$, ſignifie que $9+3$ valent au juſte $14-2$, ou que $9+3$ ſont égaux à $14-2$. Et $a-b=z+c$, ou $a-b\propto z+c$, ſignifie de la même ſorte que l'excez dont $a$ ſurpaſſe $b$ eſt égal à la ſomme $z+c$ des grandeurs $z$ & $c$. Et l'expreſſion $z-a+b+c=0$, ou $z-a+b+c\propto 0$ ſignifie que la grandeur $z-a+b+c$ eſt de nulle valeur, ou égale à zéro. Cette marque $\propto$ ſera celle de l'égalité, dont nous nous ſervirons dans la ſuitte de tout cét ouvrage.

## I THEOREME.

5. IL y a toûjours un même rapport entre l'unité & la fraction $\frac{a}{b}$ qu'entre le dénominateur $b$ & le numérateur $a$.

Car 1 eſt autant de fois au juſte dans le dénominateur $b$ que [b] la partie dénommée $\frac{1}{b}$ eſt dans l'unité. Et la partie dénommée $\frac{1}{b}$ eſt auſſi autant de fois au juſte dans 1, que toutes [b] les parties dénommées, qui forment enſemble la fraction $\frac{a}{b}$, dans le nombre pareil des unitez, qui forment enſemble le numérateur $a$. Et ainſi l'unité eſt au dénominateur $b$, comme [c] la partie dénommée $\frac{1}{b}$ eſt à l'unité. Et cette partie dénommée $\frac{1}{b}$ eſt auſſi à l'unité, comme [c] la fraction $\frac{a}{b}$ eſt au numérateur $a$. Et par égalité 1 eſt au dé-

b 2 & 3. c. 37. 7.

Digitized by Google

d 52. 7. nominateur $b$, comme [d] la fraction $\frac{a}{b}$ eſt au numérateur $a$. Et par un chan-

e. 47. 7. gement alterne l'unité eſt à la fraction $\frac{a}{b}$, comme [e] le dénominateur $b$ eſt au numérateur $a$. L'unité par exemple, qui vaut ſes 3 tiers, contient une fois la fraction 2 tiers & ſa moitié 1 tiers, comme le dénominateur 3 contient une fois le numérateur 2 & ſa moitié 1.

$\left\{\begin{matrix}1.\ b::\ \frac{1}{b}.\ 1.\\ 1.\ 3::\ \frac{1}{3}.\ 1.\end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix}\frac{1}{b}.\ 1::\ \frac{a}{b}.\ a.\\ \frac{1}{3}.\ 1::\ \frac{2}{3}.\ 2.\end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix}1.\ b::\ \frac{a}{b}.\ a.\\ 1.\ 3::\ \frac{2}{3}.\ 2.\end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix}1.\ \frac{a}{b}::\ b.\ a.\\ 1.\ \frac{2}{3}::\ 3.\ 2.\end{matrix}\right.$

## I COROLLAIRE.

6. TOute fraction $\frac{a}{b}$ eſt à l'unité comme le numérateur $a$ eſt au dénomi-

b. 5. nateur $b$. Car 1 & $\frac{a}{b}$ ont un même rapport [b] que le dénominateur $b$ & le nu-

c. 47. 7. mérateur $a$. Et par [c] permutation $\frac{a}{b}$ & 1 ont un même rapport que le numérateur $a$ & le dénominateur $b$. La fraction $\frac{2}{3}$ contient 2 fois un tiers de l'unité, comme le numérateur 2 contient 2 fois le tiers 1 du dénominateur 3.

$\left\{\begin{matrix}1.\ \frac{a}{b}::\ b.\ a.\\ 1.\ \frac{2}{3}::\ 3.\ 2.\end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix}\frac{a}{b}.\ 1::\ a.\ b.\\ \frac{2}{3}.\ 1::\ 2.\ 3.\end{matrix}\right.$

## II COROLLAIRE.

7. TOute fraction $\frac{a}{b}$ doit donc avoir une même valeur que l'expoſant de la diviſion du numérateur $a$ par le dénominateur $b$. Car la fraction $\frac{a}{b}$ eſt à l'unité, comme [b] le numérateur $a$ eſt au dénominateur $b$. Et l'ex-

b. 6. poſant $e$ de la diviſion du numérateur $a$ par le dénominateur $b$ eſt pareillement à l'unité, comme [c] le numérateur $a$ eſt au dénominateur $b$. Et par

c. 15. 2. égalité, la fraction $\frac{a}{b}$ & l'unité ſont entr'elles, comme [d] l'expoſant $e$ & la

d. 52. 7. même unité. Et par un changement alterne, la fraction $\frac{a}{b}$ eſt à l'expoſant $e$, comme [e] l'unité eſt à l'unité. Et par conſéquent la fraction $\frac{a}{b}$ eſt [f] éga-

e. 47. 7. f. 36. 7. le à l'expoſant $e$. La fraction $\frac{8}{4}$ par exemple eſt égale à l'expoſant 2, qu'on trouve en diviſant 8 par 4. Et la fraction $\frac{3}{4}$ égale à ce qu'on doit trouver, en diviſant le nombre 3 par 4. Comme ſi l'on diviſe également 3 écus en-

$\left\{\begin{matrix}\frac{a}{b}.\ 1::\ a.\ b.\\ \frac{8}{4}.\ 1::\ 8.\ 4.\end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix}e.\ 1::\ a.\ b.\\ 2.\ 1::\ 8.\ 4.\end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix}\frac{a}{b}.\ 1::\ e.\ 1.\\ \frac{8}{4}.\ 1::\ 2.\ 1.\end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix}\frac{a}{b}.\ e::\ 1.\ 1.\\ \frac{8}{4}.\ 2::\ 1.\ 1.\end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix}\frac{a}{b}\ \infty\ e.\\ \frac{8}{4}\ \infty\ 2.\end{matrix}\right.$

tre

Digitized by Google

tre 4 personnes ; chacune aura $\frac{1}{4}$ sur chaque écu, & par conséquent $\frac{3}{4}$ sur les trois écus.

### III COROLLAIRE.

8. Ainsi lorsqu'on voudra marquer ce que vaut l'exposant de la division d'un nombre par un nombre, ou même en général d'une grandeur par une autre : on les pourra d'abord écrire [b] en fraction ; le nombre ou la grandeur qu'on divise au dessus, pour tenir lieu de numérateur, & l'autre ou le dénominateur au dessous. Comme pour marquer ce qu'on doit trouver en divisant 133 par 19, on peut d'abord écrire $\frac{133}{19}$. Et pour marquer ce que vaut l'exposant de la division d'une grandeur $a$ par une grandeur $b$, on écrira simplement $\frac{a}{b}$. Et pour marquer ce que vaut l'exposant de la division d'une grandeur $ab+ac$ par une grandeur $c+d$, on écrira d'abord $\frac{ab+ac}{c+d}$. b. 7.

*Diviser* 133 *par* 19 $\left\{\frac{133}{19}\right.$ *exposant juste.* *Diviser* $ab$ *par* $b$ $\left\{\frac{a}{b}\right.$ *exposant juste.*

### IV COROLLAIRE ET PROBLEME I.

9. Lors donc qu'on ne peut faire une division sans reste, si on ajoûte à l'exposant ou au nombre entier que l'on aura trouvé, une fraction qui ait le reste pour numérateur, & le diviseur pour dénominateur ; on aura la valeur entière de l'exposant [b] qu'on cherche. 6 est 3 fois dans 20, & il reste 2, qui étant encore divisé par 6 donne $\frac{2}{6}$. Et ainsi ajoûtant $\frac{2}{6}$ à 3, ce qui se fait écrivant simplement $3\frac{2}{6}$, ou $3+\frac{2}{6}$, on a toute la valeur au juste de l'exposant de 20 à 6. Et pareillement $13\frac{6}{7}$ est la juste valeur de l'exposant que l'on doit trouver en divisant 97 par 7. b. 8.

Et comme en divisant $ac+bc+ad+bd+cd$ par $c+d$, on trouve la grandeur entière $a+b$ & un reste $cd$ ; toute la valeur de l'exposant au juste sera la grandeur $a+b+\frac{cd}{c+d}$, c'est à dire toute la grandeur entiere $a+b$, & encore une fraction qui aura le reste $cd$ pour numérateur, & le diviseur $c+d$ pour dénominateur.

*Diviser* 20 *par* 6 $\left\{3\frac{2}{6}\right.$ *exposant juste.* *Diviser* $ac+bc+ad+bd+cd$ *par* $c+d$ $\left\{a+b+\frac{cd}{c+d}\right.$ *exposant.*

### Definition.

Je nommerai *fraction littérale* toute fraction, ou tout nombre rompu, exprimé par lettres, comme $\frac{a}{b}$ & $\frac{ac+bc}{c+d}$.

### V COROLLAIRE.

10. Si les termes $a$ & $b$ d'une fraction $\frac{a}{b}$ sont proportionels aux deux



Digitized by Google

$z$ & $y$ d'une autre $\frac{z}{y}$ ; les deux fractions $\frac{a}{b}$ & $\frac{z}{y}$ ſont égales. Car la premiére $\frac{a}{b}$ eſt à l'unité, comme [b] le numérateur $a$ eſt au dénominateur $b$ ; & l'autre $\frac{z}{y}$ auſſi à l'unité, comme [b] le numérateur $z$ au dénominateur $y$. Et les termes $a$ & $b$ ſont entr'eux [c] comme les deux $z$ & $y$. Donc par égalité la fraction $\frac{a}{b}$ eſt à l'unité, comme [d] l'autre $\frac{z}{y}$ à la même unité. Et par un changement alterne, la fraction $\frac{a}{b}$ contient une fois au juſte l'autre fraction $\frac{z}{y}$, comme l'unité contient [e] une fois au juſte l'unité.

b. 6. c. *ſuppoſition.* d. 52. 7. e. 47. 5.

$$\begin{cases} a.b::z.y. \\ 2.3::4.6. \end{cases} \begin{cases} \frac{a}{b}.1::a.b. \\ \frac{2}{3}.1::2.3. \end{cases} \begin{cases} \frac{z}{y}.1::z.y. \\ \frac{4}{6}.1::4.6. \end{cases} \begin{cases} \frac{a}{b}.1::\frac{z}{y}.1. \\ \frac{2}{3}.1::\frac{4}{6}.1. \end{cases} \begin{cases} \frac{a}{b}.\frac{z}{y}::1.1. \\ \frac{2}{3}.\frac{4}{6}::1.1. \end{cases} \begin{cases} \frac{a}{b}\propto\frac{z}{y}. \\ \frac{2}{3}\propto\frac{4}{6}. \end{cases}$$

## VI COROLLAIRE.

11. SI deux fractions $\frac{a}{b}$ & $\frac{z}{y}$ ſont égales ou n'ont qu'une même valeur ; les deux termes de l'une ſont proportionels aux deux termes de l'autre. Car la 1ere $\frac{a}{b}$ contient 1 comme [b] le numérateur $a$ ſon dénominateur $b$ ; & l'autre $\frac{z}{y}$ contient pareillement 1, comme [b] le numérateur $z$ ſon dénominateur $y$. Mais les fractions égales $\frac{a}{b}$ & $\frac{z}{y}$ contiennent également l'unité. Et par conſéquent le numérateur $a$ contient ſon dénominateur $b$, comme [c] l'autre $z$ ſon dénominateur $y$. Et les termes $a$ & $b$ ſont [d] proportionels aux deux $z$ & $y$. Les termes 2 & 3 de la fraction $\frac{2}{3}$ ſont proportionels aux deux 4 & 6 de la fraction $\frac{4}{6}$ qui a même valeur.

b. 5. c. 36. 7. d. 37. 7.

$$\begin{cases} \frac{a}{b}\propto\frac{z}{y}. \\ \frac{2}{3}\propto\frac{4}{6}. \end{cases} \begin{cases} \frac{a}{b}.1::a.b. \\ \frac{2}{3}.1::2.3. \end{cases} \begin{cases} \frac{z}{y}.1::z.y. \\ \frac{4}{6}.1::4.6. \end{cases} \begin{cases} \frac{a}{b}.1::\frac{z}{y}.1. \\ \frac{2}{3}.1::\frac{4}{6}.1. \end{cases} \begin{cases} a.b::z.y. \\ 2.3::4.6. \end{cases}$$

## VII COROLLAIRE.

12. LEs proportions des nombres ou des grandeurs, ou les égalitez de leurs diviſions, ou les égalitez des fractions ou des grandeurs rompuës n'expriment ou ne ſignifient ſous différens noms [b] que les mêmes choſes. Et ainſi tout ce qu'on aura démontré des unes ſera pareillement démontré [b] des autres. Et on pourra les marquer [b] indifféremment de la même ſorte, ou n'attacher qu'une ſeule & même idée à [b] leurs expreſſions différentes. $6.3::8.4$. Ou $\frac{6}{3}$ & $\frac{8}{4}$ ont la même valeur, ou $\frac{6}{3}\propto\frac{8}{4}$, ou

b. 10 & 11.

Digitized by Google

l'exposant de 6 à 3 est égal à l'exposant de 8 à 4, sont diverses expressions qui ne signifient toûjours que la même chose.

*Proportion* $\begin{cases} a.b::z.y. \\ 6.3::8.4. \end{cases}$ *ou* $\begin{cases} \frac{a}{b} \propto \frac{z}{y}. \\ \frac{6}{3} \propto \frac{8}{4}. \end{cases}$ *fractions égales* $\begin{cases} \frac{a}{b} \propto \frac{z}{y} \\ \frac{6}{3} \propto \frac{8}{4} \end{cases}$ *ou* $\begin{matrix} a.b::z.y. \\ 6.3::8.4. \end{matrix}$ &c.

## VIII COROLLAIRE.

13. Deux fractions égales n'ayant qu'une seule & même valeur; deux rapports égaux ne sont aussi qu'un [b] seul & même rapport. Et si deux fractions sont égales, les deux termes de l'une ont les mêmes exposans [c] que les deux de l'autre: Puisque ce sont des [d] rapports égaux. [b. 12.]

*fractions égales ou rapports égaux* $\begin{cases} \frac{a}{b} \propto \frac{z}{y}. \\ \frac{6}{3} \propto \frac{8}{4}. \end{cases}$ *ou* $\begin{matrix} a.b::z.y. \\ 6.3::8.4. \end{matrix}$ [c. 7. 8.] [d. 11.]

### Definition.

14. Je dirai qu'une fraction ou grandeur rompuë est *réduite à son exposant*, ou *aux plus simples*, ou *aux moindres termes*; lorsqu'on aura [b] trouvé les deux exposans de ses termes.

*fraction* $\begin{cases} az \\ bz. \\ 15. \\ 20 \end{cases}$ *Exposant* $\begin{cases} a \\ b. \\ 3 \\ 4. \end{cases}$ [b. 6. 8.]

## IX COROLLAIRE.

15. Toute fraction est [b] égale à son exposant. Et les fractions qui ont un même exposant, sont [c] égales entr'elles; puisque les termes de chacune sont [d] proportionels aux deux de l'exposant. [b. 10. 8.] [c. 8. 8.] [d. 1 & 10. 8.]

*fraction* $\begin{cases} az \\ bz. \\ 15. \\ 20 \end{cases}$ *Exposant* $\begin{cases} \frac{a}{b} \begin{cases} \frac{az}{bz} \propto \frac{a}{b}. \\ \frac{15}{20} \propto \frac{3}{4}. \end{cases} \\ \frac{3}{4} \end{cases}$ *ou* $\begin{matrix} az.bz::a.b. \\ 15.20::3.4. \end{matrix}$ $\begin{cases} \frac{az}{bz} \propto \frac{a}{b} \propto \frac{ay}{by}. \\ \frac{15}{20} \propto \frac{3}{4} \propto \frac{21}{28}. \end{cases}$

## X COROLLAIRE ET PROBLEME II.

16. *Pour réduire une fraction aux plus simples ou aux moindres termes. Ou pour en trouver l'exposant.*

On prend les deux [b] exposans de ses termes. Et la question est resoluë. [b. 6. 8.]

### Premier exemple.

Pour trouver l'exposant de $\frac{40}{60}$. Je prends le plus grand diviseur [b] commun 20 des deux termes 40 & 60. Et divisant l'un & l'autre par 20, l'exposant 2 est le premier terme, & l'autre 3 le second de la fraction $\frac{2}{3}$ qui est l'exposant de $\frac{40}{60}$. [b. 6. 8. & 42. 6.]

*fraction* $\frac{40}{60}$. (*Diviser* 40 *&* 60 *par* 20. (*Exposans* 2 *&* 3. (*Exposant* $\frac{2}{3} \propto \frac{40}{60}$.



Digitized by Google

SECOND EXEMPLE.

Pour trouver l'expoſant de 160 pieds à 224 pieds. Je cherche leur meſure [b] commune la plus grande qui eſt 32 pieds. Et diviſant 160 & 224 par 32, l'expoſant 5 eſt le numérateur, & l'autre 7 le dénominateur de la fraction $\frac{5}{7}$, qui eſt l'expoſant de la diviſion des 160 pieds par les 224 pieds, ou qui expoſe qu'il y a dans 160 pieds, 5 fois la 7[e] partie de 224 pieds. $\left\{\begin{matrix}160\ pieds\\224\ pieds\end{matrix}\right.$

b. 42. 6.

*fraction* $\frac{160}{224}$. (*Diviſer* 160 *&* 224 *par* 32. (*Expoſans* 5 *&* 7. (*Expoſant* $\frac{5}{7} \propto \frac{160}{224}$.

TROISIEME EXEMPLE.

Pour réduire à ſon expoſant la fraction littérale $\frac{abc}{acd}$. Ou pour trouver l'expoſant de la diviſion d'une grandeur *abc* par une grandeur *acd*. Je diviſe l'une & l'autre des grandeurs *abc* & *acd* par leur plus grand [b] diviſeur commun *ac*. Et le premier expoſant *b* eſt le numérateur & l'autre *d* le dénominateur de la fraction $\frac{b}{d}$, qui eſt l'expoſant de la propoſée $\frac{abc}{acd}$.

b. 43. 6.

*fraction* $\frac{abc}{acd}$. *Diviſer abc & acd par ac.* (*Expoſans b. d.* (*Expoſans* $\frac{b}{d} \propto \frac{abc}{acd}$.

Et pour trouver l'expoſant de la fraction $\frac{a^3b}{aac}$ ou de la diviſion de la grandeur $a^3b$ par l'autre *aac*. Je diviſe $a^3b$ & *aac* par leur plus grand [b] diviſeur commun. Et l'expoſant *ab* eſt le premier terme, & l'autre *c* le ſecond de la fraction $\frac{ab}{c}$ qui eſt l'expoſant de l'autre $\frac{a^3b}{aac}$ qu'on a propoſée.

b. 43. 6.

*fraction* $\frac{a^3b}{aac}$. (*Diviſer* $1a^3b$ *&* $aac$ *par* $aa$. (*Expoſans ab. c.* (*Expoſans* $\frac{ab}{c} \propto \frac{a^3b}{aac}$.

QUATRIEME EXEMPLE.

Pour trouver l'expoſant de la diviſion d'une grandeur $a^6ccoomm + 4a^6ccm^3p$ par une grandeur $ooppz^4 + 4mp^3z^4$, ou l'expoſant du rapport qu'elles ont entr'elles, ou de la fraction $\frac{a^6ccoomm + 4a^6ccm^3p}{ooppz^4 + 4mp^3z^4}$. Je diviſe chaque grandeur ou chacun des deux termes par leur plus [b] grand diviſeur commun $oo + 4mp$. Et les deux expoſans $a^6ccmm$ & $ppz^4$ ſont l'un le premier terme, & l'autre le ſecond de la fraction ou de l'expoſant $\frac{a^6ccmm}{ppz^4}$ qu'on cherche.

b. 43. 6.

*fraction* $\frac{a^6ccoomm + 4a^6ccm^3p}{ooppz^4 + 4mp^3z^4}$. *plus grand diviſeur commun des termes* $\left\{oo + 4mp\right.$. (*Expoſ.* $\frac{a^6ccmm}{ppz^4}$.

## XI COROLLAIRE ET PROBLEME III.

17. *POur donner à deux rapports ou fractions un commun dénominateur ſans changer leur valeur.*

On multiplie le numérateur de chacune par le dénominateur de l'autre.

Digitized by Google

Comme si les fractions sont $\frac{a}{z}$ & $\frac{b}{y}$; on multiplie $a$ par $y$, & $b$ par $z$ : Ce qui donne les deux nouveaux numerateurs $ay$ & $bz$. Et ensuitte on prend pour leur commun dénominateur un produit $zy$ des deux dénominateurs $z$ & $y$. Et les fractions nouvelles $\frac{ay}{zy}$ & $\frac{bz}{zy}$ satisfont [b] au problême. Parcequ'elles ont [c] déja un commun dénominateur $zy$; & que les termes $ay$ & $zy$ de la premiére $\frac{ay}{zy}$ sont [d] proportionels aux termes $a$ & $z$ de la premiére $\frac{a}{z}$. De sorte que ces deux fractions sont égales. Et la seconde $\frac{bz}{zy}$ est [b] pareillement égale [d] à la seconde $\frac{b}{y}$ par la même raison. [b. 10. c. 17. d. 1. 8.]

*fractions* $\left\{\begin{matrix}\frac{a}{z}\cdot\frac{b}{y}.\\ \frac{3}{4}\cdot\frac{2}{7}.\end{matrix}\right.$ 1ere *Prop.* $\left\{\begin{matrix}a.z::ay.zy.\\ 3.4::21.28.\end{matrix}\right.$ 2e $\left\{\begin{matrix}b.y::bz.yz.\\ 2.7::8.28.\end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix}\frac{a}{z}\propto\frac{ay}{zy}.\ \frac{b}{y}\propto\frac{bz}{zy}.\\ \frac{3}{4}\propto\frac{21}{28}.\ \frac{2}{7}\propto\frac{8}{28}.\end{matrix}\right.$

### Premier exemple.

Pour trouver deux fractions égales l'une à $\frac{3}{4}$, & l'autre à $\frac{5}{6}$, & qui aient un dénominateur commun. Je dis : 3 fois 6 font 18, & 5 fois 4 font 20. Et 4 fois 6 font 24. Et les fractions $\frac{18}{24}$ & $\frac{20}{24}$, dont 24 est le dénominateur commun, sont égales l'une à $\frac{3}{4}$, & l'autre à $\frac{5}{6}$.

$\left\{\begin{matrix}\textit{Proposées}\ \frac{3}{4}\ \&\ \frac{5}{6}.\\ \textit{Leurs égales}\ \frac{18}{24}\ \&\ \frac{20}{24}.\end{matrix}\right.$

### Second exemple.

Pour trouver deux fractions égales l'une à $\frac{3}{4}$, & l'autre à 5, qui aient un même dénominateur. Je considére 5 comme une fraction dont 1 est le dénominateur; ce qui ne change en rien sa valeur, puisque 5 est toûjours l'exposant de 5 à 1, ou de 5 divisé par 1. Et je dis 5 fois 1 font 5, & 5 fois 4 font 20, & 4 fois 1 font 4. Et les fractions $\frac{3}{4}$ & $\frac{20}{4}$, dont 4 est le commun dénominateur, sont l'une la même que $\frac{3}{4}$ qu'on propose, & l'autre égale à la fraction $\frac{5}{1}$ ou au nombre entier 5.

$\left\{\begin{matrix}\textit{Proposées}\ \frac{3}{4}\ \&\ \frac{5}{1}.\\ \textit{Leurs égales}\ \frac{3}{4}\ \&\ \frac{20}{4}.\end{matrix}\right.$

## XII COROLLAIRE ET PROBLEME IV.

18. *Pour donner aux fractions ou rapports* $\frac{A}{Z}$ *&* $\frac{B}{Y}$ *le moindre dénominateur commun qu'elles puissent avoir sans changer leur valeur.*



Digitized by Google

On réduira la premiére $\frac{A}{Z}$ à ſon expoſant $\frac{a}{z}$, & la ſeconde $\frac{B}{Y}$ au ſien $\frac{b}{y}$. Et prenant le moindre produit $g$ que $z$ & $y$ meſurent chacun au juſte, on en fera le commun dénominateur. Et diviſant enſuitte ce même dénominateur $g$ par $z$, & par $y$; on multipliera le premier expoſant $d$ par le premier numérateur $a$, & l'autre expoſant $e$ par le ſecond numérateur $b$. Et $ad$ ſera le premier des deux numérateurs nouveaux, & $be$ le ſecond.

b. 18. 2. Car $g$ & $dz$ & $ey$ ſont [b] égaux. Et les fractions $\frac{ad}{g}$ & $\frac{ad}{dz}$ par conſéquent

c. 15. 2. les [c] mêmes; comme auſſi [c] les deux $\frac{be}{g}$ & $\frac{be}{ey}$. Mais les trois $\frac{d}{dz}$ & $\frac{a}{z}$ & $\frac{A}{Z}$

d. 1. 8. ſont [d] égales. Et pareillement les [d] trois $\frac{be}{ey}$ & $\frac{b}{y}$ & $\frac{B}{Y}$. Et toute fraction

& 15. 9. égale à la premiére $\frac{A}{Z}$ ne peut avoir pour termes que les deux [e] mêmes $a$ & $z$ multipliez chacun par un certain nombre, qui eſt le plus grand diviſeur

e. 12. 9. commun des deux termes; ni toute fraction égale à l'autre $\frac{B}{Y}$ que [e] les pro-

& 10. 8. duits des expoſans $b$ & $y$ par le plus grand diviſeur commun des deux termes de cette fraction nouvelle. D'où il s'enſuit que les termes $z$ & $y$ ſont

f. *ſuppoſition.* l'un & l'autre un diviſeur du dénominateur commun que l'on cherche. Comme donc $g$ eſt [f] le moindre produit que $z$ & $y$ meſurent; il ne peut jamais ſurpaſſer le commun dénominateur qu'on cherche. Et par conſéquent il eſt luy-même ce dénominateur commun. Et les rapports ou fractions $\frac{ad}{g}$ & $\frac{be}{g}$ ſatisfont au problème. Les exemples éclairciront les régles.

*Propoſées* $\left\{\begin{matrix}\frac{A}{Z}. & \frac{B}{Y}.\\ \frac{15}{20}. & \frac{30}{36}.\end{matrix}\right.$ *Expoſans* $\left\{\begin{matrix}\frac{a}{z}. & \frac{b}{y}.\\ \frac{3}{4}. & \frac{5}{6}.\end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix}12. & \textit{le moindre que meſurent} & z. & y.\\ & & 4. & 6.\end{matrix}\right.$

*Diviſions* $\left\{\begin{matrix}\frac{g}{z} \text{ ou } d. & \frac{g}{y} \text{ ou } e.\\ \frac{12}{4} \text{ ou } 3. & \frac{12}{6} \text{ ou } 2.\end{matrix}\right.$ *fractions cherchées* $\left\{\begin{matrix}\frac{ad}{g} \text{ ou } \frac{ad}{dz}. & \frac{be}{g} \text{ ou } \frac{be}{ey}.\\ \frac{9}{12} \text{ ou } \frac{9}{12}. & \frac{10}{12} \text{ ou } \frac{10}{12}.\end{matrix}\right.$

### PREMIER EXEMPLE.

Pour donner aux fractions $\frac{4}{6}$ & $\frac{10}{16}$ le moindre dénominateur commun que l'on puiſſe ſans changer leurs valeurs. Je réduis la premiére à ſon expoſant $\frac{2}{3}$, & la ſeconde au ſien qui eſt $\frac{5}{8}$. Je cherche enſuitte le moindre nombre 24, que les dénominateurs 3 & 8 puiſſent meſurer au juſte; & j'en fais le dénominateur commun. Et diviſant ce dénominateur par 3, & par 8; le premier des expoſans eſt 8, que je multiplie par le premier numérateur 2: & l'autre expoſant eſt 3, que je multiplie par le ſecond nu-

Digitized by Google

mérateur 5. Et les deux produits 16 & 15 ſont les nouveaux numérateurs des fractions $\frac{16}{24}$ & $\frac{15}{24}$; qui ſont égales, l'une à $\frac{2}{3}$ ou à $\frac{4}{6}$; & l'autre à $\frac{5}{8}$ ou à $\frac{10}{16}$, & qui réſolvent la queſtion.

*Fractions propoſées* $\frac{4}{6}$. $\frac{10}{16}$. (*Expoſans* $\frac{2}{3}$. $\frac{5}{8}$. 24 *le moindre que* 3 *&* 8 *meſurent.*

*Diviſer* 24 *par* 3 *&par* 8. (*Expoſans* 8 *&* 3. (*fractions cherchées* $\frac{16}{24}$. $\frac{15}{24}$.

Second exemple.

Pour donner aux fractions $\frac{3}{4}$ & $\frac{7}{10}$ le moindre dénominateur commun que l'on puiſſe ſans changer leur valeur. Comme chacune n'a point d'expoſant qu'elle-même, étant déja réduite aux moindres termes; je prens pour commun dénominateur le moindre produit 20, que 4 & 10 meſurent. Et diviſant enſuitte 20 par 4, & par 10; les expoſans ſont 5, & 2. Et le premier 5 étant multiplié par le numérateur 3 donne 15, & l'autre 2 étant multiplié par le numérateur 7 donne 14. Et les fractions $\frac{15}{20}$ & $\frac{14}{20}$ ſont celles que je cherche.

*Fractions propoſées* $\frac{3}{4}$. $\frac{7}{10}$. (*Expoſans* $\frac{3}{4}$. $\frac{7}{10}$. (20 *le moindre que* 4 *&* 10 *meſurent.*

*Diviſer* 20 *par* 4 *&par* 10. (*Expoſans* 5 *&* 2. (*fractions cherchées* $\frac{15}{20}$. $\frac{14}{20}$.

## XIII COROLLAIRE ET PROBLEME V.

19. *Pour donner à pluſieurs fractions un dénominateur commun ſans changer leur valeur.*

Comme pour en donner un aux trois fractions $\frac{a}{z}$, $\frac{b}{y}$, $\frac{c}{x}$. On multipliera le numérateur de chacune par le produit de tous les dénominateurs des autres; *a* par *yx*, & *b* par *zx*, & *c* par *zy*. Ce qui donne *ayx* pour le premier des numérateurs qu'on cherche, & *bzx* pour le ſecond, & *czy* pour le troiſiéme. Et on prendra enſuitte pour le dénominateur commun un produit *zyx* de tous les dénominateurs. Et les fractions nouvelles réſoudront [b] le problême. Puiſqu'elles ont un même dénominateur *zyx*, & que leurs termes ont un même rapport [c] que ceux des fractions propoſées priſes dans un même ordre; les deux *ayx* & *zyx* un même que les deux *a* & *z*; & les deux *bzx* & *zyx* un même que les deux *b* & *y*; & les deux *czy* & *zyx* un même que les deux *c* & *x*. b. 10. c. 1. 8.

*Fractions propoſées* $\left\{\begin{matrix}\frac{a}{z}.\ \frac{b}{y}.\ \frac{c}{x}.\\ \frac{2}{3}.\ \frac{4}{11}.\ \frac{5}{7}.\end{matrix}\right.$ *Leurs égales* $\left\{\begin{matrix}\frac{ayx}{zyx}.\ \frac{bzx}{zyx}.\ \frac{czy}{zyx}.\\ \frac{154}{231}.\ \frac{84}{231}.\ \frac{40}{231}.\end{matrix}\right.$ *cherchées.*

$\left\{\begin{matrix}a.z::ayx.zyx.\\ 2.3::154.231.\end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix}b.y::bzx.zyx.\\ 4.11::84.231.\end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix}c.x::czy.zyx.\\ 5.7::40.231.\end{matrix}\right.$

Digitized by Google

EXEMPLE.

Pour donner aux fractions $\frac{3}{4}, \frac{2}{7}, \frac{5}{2}$, un dénominateur commun ſans changer leur valeur. Je multiplie le premier numérateur 3 par le produit 14 des dénominateurs 7 & 2; & le ſecond numérateur 2 par le produit 8 des dénominateurs 4 & 2; & le troiſiéme numérateur 5 par le produit 28 des dénominateurs 4 & 7. Et je prens le produit 56 des trois dénominateurs 4, 7, 2, pour dénominateur commun des trois nouveaux numérateurs 42, 16, 140. Et les fractions $\frac{42}{56}, \frac{16}{56}, \frac{140}{56}$, dont 56 eſt le commun dénominateur, ſont égales l'une à $\frac{3}{4}$, l'autre à $\frac{2}{7}$, & la derniére à $\frac{5}{2}$.

*Fractions propoſées* $\frac{3}{4}. \frac{2}{7}. \frac{5}{2}$. (*Leurs égales* $\frac{42}{56}. \frac{16}{56}. \frac{140}{56}$. *cherchées.*

## XIV COROLLAIRE ET PROBLEME VI.

20. *ET pour donner à pluſieurs fractions ou rapports* $\frac{A}{Z}, \frac{B}{Y}, \frac{C}{X}$, *le moindre dénominateur commun que l'on puiſſe ſans changer leur valeur.*

b. 16. c. 49. 6. On les [b] réduit à leurs expoſans $\frac{a}{z}, \frac{b}{y}, \frac{c}{x}$. Et prenant [c] le moindre produit $g$ que puiſſent meſurer les dénominateurs $z$, $y$, $x$, on en fera le dénominateur commun. Et le diviſant enſuite par $z$, & par $y$, & par $x$; on multipliera le premier expoſant $d$ par le premier numérateur $a$, & le ſecond expoſant $e$ par le ſecond numérateur $b$, & le troiſiéme expoſant $f$ par le troiſiéme numérateur $c$. Et les produits $ad$, $be$, $cf$, ſeront les numérateurs des fractions nouvelles $\frac{ad}{g}, \frac{be}{g}, \frac{cf}{g}$, qui doivent ſatisfaire au problème.

d. 18. 1. e. 15. 2. Car $g$, $dz$, $ey$, $fx$, ont [d] une même valeur, & par conſéquent les fractions $\frac{ad}{g}, \frac{be}{g}, \frac{cf}{g}$, ſont les mêmes que les fractions $\frac{ad}{dz}, \frac{be}{ey}, \frac{cf}{fx}$, qui ſont

e. 10. f. 14. 1. égales [e] aux trois $\frac{a}{z}, \frac{b}{y}, \frac{c}{x}$, ou à leurs [f] égales $\frac{A}{Z}, \frac{B}{Y}, \frac{C}{X}$, priſes dans un même ordre. Et ainſi les fractions $\frac{ad}{g}$ & $\frac{A}{Z}$ ſont égales, & les deux $\frac{be}{g}$ & $\frac{B}{Y}$ pareillement égales, & les deux $\frac{cf}{g}$ & $\frac{C}{X}$ encore égales entr'elles. Mais toute fraction égale à la premiere $\frac{A}{Z}$ doit avoir pour ſes termes les deux ex-

g. 12. 5. e 10. 5. poſans [g] même $a$ & $z$ multipliez par la même grandeur. Et toute égale à la ſeconde $\frac{B}{Y}$ doit pareillement [e] avoir pour ſes termes les deux expoſans $b$ & $y$ multipliez par une même grandeur. Et toute égale à la troiſiéme $\frac{C}{X}$ doit

doit avoir auſſi pour ſes termes [g] les deux expoſans $c$ & $x$ multipliez par une même grandeur. D'où il eſt clair que le dénominateur commun des fractions que l'on cherche doit eſtre diviſible par chacun des trois $z$, $y$, $x$. Comme donc $g$ eſt la moindre grandeur [h] que chacune des trois $z$, $y$, $x$, puiſſe diviſer; elle eſt le dénominateur même des fractions que l'on cherche. Et les trois $\frac{ad}{g}$, $\frac{be}{g}$, $\frac{cf}{g}$, ſatisfont au problême.

[g] 12. 7. & 10. 11.

[h] *Suppoſition.*

*Fractions propoſées* $\left\{\begin{matrix}\frac{A}{Z}.\frac{B}{Y}.\frac{C}{X}.\\ \frac{15}{20}.\frac{30}{36}.\frac{4}{9}.\end{matrix}\right.$ *Expoſans* $\left\{\begin{matrix}\frac{a}{z}.\frac{b}{y}.\frac{c}{x}.\\ \frac{3}{4}.\frac{5}{6}.\frac{4}{9}.\end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix}18\\36\end{matrix}\right.$ *le moindre que meſurent* $\begin{matrix}z.y.x.\\4.6.9.\end{matrix}$

*Diviſions* $\left\{\begin{matrix}\frac{g}{z}\text{ ou }d.\ \frac{g}{y}\text{ ou }e.\ \frac{g}{x}\text{ ou }f.\\ \frac{36}{4}\text{ ou }9.\ \frac{36}{6}\text{ ou }6.\ \frac{36}{9}\text{ ou }4.\end{matrix}\right.$ *fractions cherchées* $\left\{\begin{matrix}\frac{ad}{g}\text{ ou }\frac{ad}{dz}.\frac{be}{g}\text{ ou }\frac{be}{ey}.\frac{cf}{g}\text{ ou }\frac{cf}{fx}.\\ \frac{27}{36}\text{ ou }\frac{27}{36}.\frac{30}{36}\text{ ou }\frac{30}{36}.\frac{16}{36}\text{ ou }\frac{16}{36}.\end{matrix}\right.$

### Exemple.

Pour donner aux fractions $\frac{1}{2}$, $\frac{6}{8}$, $\frac{2}{7}$, $\frac{5}{6}$, le moindre dénominateur commun qu'elles puiſſent avoir ſans changer leur valeur. Je réduis ſeulement $\frac{6}{8}$ à ſon expoſant $\frac{3}{4}$, parceque chaque autre n'a point d'expoſant qu'elle-même. Et je prens pour dénominateur commun le nombre 84, ou le moindre que chacun des dénominateurs 2, 4, 7, 6, puiſſe meſurer au juſte. Et diviſant 84 par chacun des nombres 2, 4, 7, 6; je trouve les quatre expoſans 42, 21, 12, 14. Et je multiplie le premier 42 par le premier numérateur 1, & le ſecond 21 par le ſecond numérateur 3, & le troiſiéme 12 par le troiſiéme numérateur 2, & le quatriéme 14 par le quatriéme numérateur 5; & les fractions nouvelles, dont ſes produits 42, 63, 24, 70, ſont les numérateurs, & 84 le dénominateur commun, ſont celles que je cherche.

*Propoſées* $\frac{1}{2}.\frac{6}{8}.\frac{2}{7}.\frac{5}{6}$. (*Expoſans* $\frac{1}{2}.\frac{3}{4}.\frac{2}{7}.\frac{5}{6}$. (84 *le moindre que meſurent* 2. 4. 7. 6.

*Diviſions* $\frac{84}{2}$ ou 42. $\frac{84}{4}$ ou 21. $\frac{84}{7}$ ou 12. $\frac{84}{6}$ ou 14. (*cherchées* $\frac{42}{84}.\frac{63}{84}.\frac{24}{84}.\frac{70}{84}$.

## XV COROLLAIRE.

21. Si deux rapports ou fractions $\frac{a}{z}$ & $\frac{b}{z}$ ont un même conſéquent, ou un dénominateur commun $z$; leur rapport eſt le même que celuy des antécédens ou des numérateurs $a$ & $b$. Car la premiére $\frac{a}{z}$ & 1 ſont entr'elles comme [b] les termes $a$ & $z$. Et $\frac{b}{z}$ & 1 pareillement entr'elles [b] comme les termes $b$ & $z$. Et par des changemens alternes, le rapport eſt le [c] même entre $\frac{a}{z}$ & $a$ qu'entre 1 & $z$. Et le même auſſi par la même raiſon [c] entre $\frac{b}{z}$ & $b$

[b] 6.

[c] 47. 7.



Digitized by Google

qu'entre 1 & z. Et par égalité encore [d] le même entre $\frac{a}{z}$ & $a$ qu'entre $\frac{b}{z}$ & $b$. Ou par un changement alterne le [c] même entre $\frac{a}{z}$ & $\frac{b}{z}$ qu'entre les numérateurs $a$ & $b$.

$\begin{cases} \frac{a}{z}. 1 :: a. z. \\ \frac{2}{5}. 1 :: 2. 5. \end{cases}$ 1ere *Proport.* $\begin{cases} \frac{b}{z}. 1 :: b. z. \\ \frac{3}{5}. 1 :: 3. 5. \end{cases}$ 2e *Proport.* $\begin{cases} \frac{a}{z}. a :: 1. z :: \frac{b}{z}. b. \\ \frac{2}{5}. 2 :: 1. 5 :: \frac{3}{5}. 3. \end{cases}$ *Alternes & par égalité* *Donc* $\begin{cases} \frac{a}{z}. \frac{b}{z} :: a. b. \\ \frac{2}{5}. \frac{3}{5} :: 2, 3. \end{cases}$ *Alterne.*

## XVI COROLLAIRE.

22. DEux rapports ou fractions $\frac{a}{z}$ & $\frac{b}{y}$ ont un même rapport que les produits $ay$ & $bz$, l'un des deux extrêmes $a$ & $y$, & l'autre des moyens $b$ & $z$. Car les rapports ou fractions $\frac{ay}{zy}$ & $\frac{bz}{zy}$, qui ont ces deux produits pour numérateurs, & le produit $zy$ pour dénominateur, ont entr'elles un même rapport [b] que les numérateurs $ay$ & $bz$. Mais les fractions $\frac{a}{z}$ & $\frac{b}{y}$ sont [c] égales l'une à la fraction $\frac{ay}{zy}$, & l'autre à la fraction $\frac{bz}{zy}$. Et par conséquent leur rapport est [d] aussi le même que celuy des produits $ay$ & $bz$, l'un des extrêmes, & l'autre des moyens.

b. 21. c. 27. d. 52. 7.

$\begin{cases} \frac{a}{z} \propto \frac{ay}{zy}. \\ \frac{2}{5} \propto \frac{8}{20}. \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{b}{y} \propto \frac{bz}{zy}. \\ \frac{3}{4} \propto \frac{15}{20}. \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{ay}{zy}. \frac{bz}{zy} :: ay. bz. \\ \frac{8}{20}. \frac{15}{20} :: 8. 15. \end{cases}$ *Donc* $\begin{cases} \frac{a}{z}. \frac{b}{y} :: ay. bz. \\ \frac{2}{5}. \frac{3}{4} :: 8. 15. \end{cases}$

## XVII COROLLAIRE.

23. DEux rapports ou fractions $\frac{a}{z}$ & $\frac{a}{y}$ qui ont un même antécédent ou numérateur $a$, ont un même rapport que leurs dénominateurs $y$ & $z$ pris dans un ordre renversé. Car la première est à la seconde comme [b] le produit $ay$ des extrêmes $a$ & $y$ est au produit $az$ des deux moyens $z$ & $a$, ou comme [c] le second dénominateur $y$ est au premier $z$.

b. 22. c. 1. 8.

*Proportion* $\begin{cases} \frac{a}{z}. \frac{a}{y} :: ay. az :: y. z. \\ \frac{2}{5}. \frac{2}{3} :: 6. 10 :: 3. 5. \end{cases}$

## XVIII COROLLAIRE ET PROBLEME VII.

24. *POur trouver tous les rapports alternatifs qui sont entre plusieurs rapports ou fractions.*

On donne [b] aux rapports ou fractions $\frac{a}{z}$, $\frac{b}{y}$, $\frac{c}{x}$, $\frac{d}{v}$, un même conséquent ou dénominateur $zyxv$ sans changer leur valeur. Et les rapports alternatifs des nouveaux antécédens ou numérateurs $ayxv$, $bzxv$, $czyv$,

b. 19.

Digitized by Google

$dzyx$ sont ceux mêmes qu'on cherche : parce que les fractions nouvelles sont égales [b] aux proposées, chacune à chacune, & dans un même ordre, & qu'elles ont entr'elles les mêmes rapports [c] alternatifs que leurs numérateurs $ayxv$, $bzxv$, $czyv$, $dzyx$. b. 19. c. 21.

$$\textit{Fractions proposées} \begin{cases} \frac{a}{z} \cdot \frac{b}{y} \cdot \frac{c}{x} \cdot \frac{d}{v} \cdot \\ \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{7} \cdot \frac{2}{3} \cdot \end{cases} \quad \textit{Leurs égales} \begin{cases} \frac{ayxv}{zyxv} \cdot \frac{bzxv}{zyxv} \cdot \frac{czyv}{zyxv} \cdot \frac{dzyx}{zyxv} \cdot \\ \frac{84}{168} \cdot \frac{126}{168} \cdot \frac{120}{168} \cdot \frac{112}{168} \cdot \end{cases}$$

*Rapports alternatifs.*

$$2^{es} \begin{cases} \frac{a}{z} \cdot \frac{b}{y} :: \frac{ayxv}{zyxv} \cdot \frac{bzxv}{zyxv} :: ayxv. bzxv. \\ \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} :: \frac{84}{168} \cdot \frac{126}{168} :: \quad 84. \ 126. \end{cases} \quad 2^{d} \begin{cases} \frac{a}{z} \cdot \frac{c}{x} :: \frac{ayxv}{zyxv} \cdot \frac{czyv}{zyxv} :: ayxv. czyv. \\ \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{7} :: \frac{84}{168} \cdot \frac{120}{168} :: \quad 84. \ 120. \end{cases}$$

$$3^{e} \begin{cases} \frac{a}{z} \cdot \frac{d}{v} :: \frac{ayxv}{zyxv} \cdot \frac{dzyx}{zyxv} :: ayxv. dzyx. \\ \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} :: \frac{84}{168} \cdot \frac{112}{168} :: \quad 84. \ 112. \end{cases} \quad 4^{e} \begin{cases} \frac{b}{y} \cdot \frac{c}{x} :: \frac{bzxv}{zyxv} \cdot \frac{czyv}{zyxv} :: bzxv. czyv. \\ \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{7} :: \frac{126}{168} \cdot \frac{120}{168} :: 126. \ 120. \end{cases}$$

$$5^{e} \begin{cases} \frac{b}{y} \cdot \frac{d}{v} :: \frac{bzxv}{zyxv} \cdot \frac{dzyx}{zyxv} :: bzxv. dzyx. \\ \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} :: \frac{126}{168} \cdot \frac{112}{168} :: 126. \ 112. \end{cases} \quad 6^{e} \begin{cases} \frac{c}{x} \cdot \frac{d}{v} :: \frac{czyv}{zyxv} \cdot \frac{dzyx}{zyxv} :: czyv. dzyx. \\ \frac{5}{7} \cdot \frac{2}{3} :: \frac{120}{168} \cdot \frac{112}{168} :: 120. \ 112. \end{cases}$$

## XIX COROLLAIRE ET PROBLEME VIII.

25. *Pour trouver les moindres termes dont les rapports alternatifs soient ceux des fractions ou des rapports qu'on aura proposé.*

On donnera aux fractions ou rapports $\frac{a}{z}, \frac{b}{y}, \frac{c}{x}$, que l'on propose, un commun [b] dénominateur sans changer leur valeur, ou selon les régles du problême cinquiéme, ou selon celles du problême sixiéme. Et considérant les fractions nouvelles, ou les rapports qu'on exprime autrement; on divisera tous les antécédens ou numérateurs nouveaux $ayx$, $bzx$, $czy$, ou les nouveaux $ad$, $be$, $cf$, par leur [c] plus grand diviseur commun. Et les exposans $h$, $i$, $k$, seront les moindres termes qui résoudront le problême : parce qu'ils seront [d] premiers entr'eux, & que leurs rapports alternatifs seront aussi ceux [e] des termes diviſez, qui sont déja les alternatifs [f] des rapports ou fractions qu'on propose. b. 19 ou 20. c. 45. 6. d. 47. 6. e. 21 8. f. 21.

$$\textit{Proposées} \begin{cases} \frac{a}{z} \cdot \frac{b}{y} \cdot \frac{c}{x} \cdot \\ \frac{3}{5} \cdot \frac{9}{20} \cdot \frac{6}{35} \cdot \end{cases} \quad \textit{Leurs égales} \begin{cases} \frac{ayx}{zyx} \cdot \frac{bzx}{zyx} \cdot \frac{czy}{zyx} \cdot \\ 2100 \cdot 1575 \cdot 600 \cdot \\ 3500 \cdot 3500 \cdot 3500 \cdot \end{cases} \quad \textit{Ou} \begin{cases} \frac{ad}{g} \cdot \frac{be}{g} \cdot \frac{cf}{g} \cdot \\ 84 \cdot 63 \cdot 24 \cdot \\ 140 \cdot 140 \cdot 140 \cdot \end{cases}$$

*Exposans des numérateurs* $\begin{cases} h. & i. & k. \\ 28. & 21. & 8. \end{cases}$

$1^{ere}$ *Proportion* $\begin{cases} ayx. & bzx :: ad. & be :: & h. & i. \\ 2100. & 1575 :: 84. & 63 :: & 28. & 21. \end{cases}$

$2^{e} \begin{cases} ayx. & czy :: ad. & cf :: & h. & k. \\ 2100. & 600 :: 84. & 24 :: & 28. & 8. \end{cases}$ $3^{e} \begin{cases} bzx. & czy :: be. & cf :: & i. & k. \\ 1575. & 600 :: 63. & 24 :: & 21. & 8. \end{cases}$



Digitized by Google

## XX COROLLAIRE ET PROBLEME IX.

26. *Pour ajoûter pluſieurs fractions enſemble, ou pour trouver leur ſomme.*

On leur donne un commun dénominateur [b] ſans changer leur valeur. Et ajoûtant enſemble les numérateurs nouveaux, on ſouſcrit à la ſomme leur commun dénominateur. Comme ſi l'on propoſe les fractions $\frac{a}{z}$ & $\frac{b}{y}$; leur ayant donné un commun dénominateur ſans changer leur valeur, on ajoûtera enſemble les deux nouveaux numérateurs $ay$ & $bz$, & on ſouſcrira à leur ſomme $ay+bz$ leur commun dénominateur $zy$. Et la fraction $\frac{ay+bz}{zy}$ ſera la ſomme que l'on cherche. Car toutes les fractions nouvelles enſemble & une ſeule d'entr'elles comme $\frac{ay}{zy}$ ont un même rapport [c] que les nouveaux antécédens enſemble & le ſeul antécédent $ay$. Comme donc $\frac{ay+bz}{zy}$ & $\frac{ay}{zy}$ ont un même rapport [c] que tous les antécédens enſemble $ay$ & $bz$ & le ſeul $ay$; la fraction $\frac{ay+bz}{zy}$ eſt néceſſairement la ſomme qu'on demande.

[b] 19 ou 20.

[c] 11.

*Fractions propoſées* $\left\{\begin{matrix}\frac{a}{z}.\\ \frac{b}{y}.\end{matrix}\right.$ *Leurs égales* $\left\{\begin{matrix}\frac{ay}{zy}.\\ \frac{bz}{zy}.\end{matrix}\right.$ *Somme* $\left\{\begin{matrix}\frac{ay+bz}{bz}.\end{matrix}\right.$

$\frac{3}{4}.\frac{5}{7}.$ $\frac{21}{28}.\frac{20}{28}.$ $\frac{29}{21}$ ∞ $1\frac{8}{21}$.

### PREMIER EXEMPLE.

Pour ajoûter enſemble $\frac{3}{4}$ & $\frac{2}{7}$. Je leur donne un dénominateur commun ſans changer leur valeur. Et j'ai $\frac{21}{28}$ pour $\frac{3}{4}$, & $\frac{8}{28}$ pour $\frac{2}{7}$. Et raſſemblant 21 & 8, la ſomme eſt 29; & j'écris $\frac{29}{28}$ pour la ſomme des fractions $\frac{3}{4}$ & $\frac{2}{7}$. Ou ſi l'on veut diviſer 29 par 28, on aura 1 & $\frac{1}{28}$.

*Propoſées* $\frac{3}{4}.\frac{2}{7}.$ (*Leurs égales* $\frac{21}{28}.\frac{8}{28}.$ (*Somme* $\frac{29}{28}$ ∞ $1\frac{1}{28}$.

### SECOND EXEMPLE.

Pour ajoûter enſemble les fractions $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{5}{6}$. Je donne aux deux premières un dénominateur commun 8 ou 4. Et je les ajoûte en une ſomme $\frac{10}{8}$ ou $\frac{5}{4}$. Aprés cela je donne à la ſomme $\frac{10}{8}$ ou $\frac{5}{4}$ & à la fraction $\frac{5}{6}$ qui reſte un dénominateur commun 48 ou 12 ſans changer leur valeur, & je les raſſemble encore en une ſomme $\frac{100}{48}$ ou $\frac{25}{12}$ ou $2\frac{1}{12}$, qui eſt celle des fractions propoſées priſes toutes enſemble.

Digitized by Google

*Proposées* $\frac{1}{2}.\frac{3}{4}.\frac{5}{6}.$ ($\frac{1}{2}+\frac{3}{4}\infty\frac{6}{8}+\frac{6}{8}$. (*Ou* $\frac{1}{2}+\frac{3}{4}\infty\frac{2}{4}+\frac{3}{4}$. (*Somme* $\frac{10}{8}$ *ou* $\frac{5}{4}$.

($\frac{10}{8}+\frac{5}{6}\infty\frac{60}{48}+\frac{40}{48}$. (*Ou* $\frac{5}{4}+\frac{5}{6}\infty\frac{15}{12}+\frac{10}{12}$. *Somme* $\frac{100}{48}$ *ou* $\frac{25}{12}\infty 2\frac{1}{12}$.

### Troisieme exemple.

Pour ajoûter enſemble $\frac{3}{4}$, $\frac{7}{3}$, $\frac{23}{5}$, $\frac{1}{2}$. Je réduis $\frac{3}{4}$ à $1\frac{1}{4}$, & $\frac{7}{3}$ à $2\frac{1}{3}$, & $\frac{23}{5}$ à $4\frac{3}{5}$. Et réſervant les entiers 1, 2, 4, j'ajoûte les deux premiéres fractions $\frac{1}{4}$ & $\frac{1}{3}$, & enſuitte leur ſomme $\frac{7}{12}$ & la fraction $\frac{3}{5}$, & aprés cela la nouvelle fraction $\frac{11}{60}$ tirée de la ſomme $\frac{71}{60}$ ou $1\frac{11}{60}$ & la fraction $\frac{1}{2}$ qui reſtoit, & la ſomme $\frac{41}{60}$ aux nombres entiers réſervez 1, 2, 4, 1. Ce qui donne enfin la ſomme entiére $8\frac{41}{60}$ des fractions propoſées.

On pourroit donner d'abord aux fractions un dénominateur commun ſans changer leur valeur, ou ſelon le problême cinquiéme, ou ſelon le ſixiéme; ce qui eſt ſouvent le plus utile: & ajoûter enſuitte toutes les nouvelles enſemble. Mais cette operation n'eſt pas ordinairement la plus courte. Et il vaut mieux les ajoûter ſucceſſivement comme en cet éxemple. L'expérience & l'uſage, ou un peu d'adreſſe apprendront dans les rencontres quelle eſt la plus courte méthode par rapport aux fractions qu'on aura propoſées.

*Propoſées* $\frac{3}{4}.\frac{7}{3}.\frac{23}{5}.\frac{1}{2}$. *Ou* $1\frac{1}{4}.2\frac{1}{3}.4\frac{3}{5}.\frac{1}{2}$. ($\frac{1}{4}+\frac{1}{3}\infty\frac{3+4}{12}\infty\frac{7}{12}$. ($\frac{7}{12}+\frac{3}{5}\infty\frac{35+36}{60}\infty 1\frac{11}{60}$.

($\frac{11}{60}+\frac{1}{2}\infty\frac{11+30}{60}\infty\frac{41}{60}$. (*Somme entiére* $1+2+4+1+\frac{41}{60}\infty 8\frac{41}{60}$.

### Quatrieme exemple.

Pour ajoûter $\frac{2}{3}$ & $\frac{5}{6}$ & $\frac{7}{5}$. Les deux premiéres $\frac{2}{3}$ & $\frac{5}{6}$, ou $\frac{4}{6}$ & $\frac{5}{6}$, ſont $\frac{9}{6}$ ou $\frac{3}{2}$ ou $1\frac{1}{2}$. Et les fractions $\frac{1}{2}$ & $\frac{7}{5}$ ou $\frac{5}{10}$ & $\frac{14}{10}$ font $\frac{19}{10}$ ou $1\frac{9}{10}$ à qui ajoûtant 1 qu'on avoit réſervé, la ſomme entiére eſt $2\frac{9}{10}$.

*Propoſées* $\frac{2}{3}.\frac{5}{6}.\frac{7}{5}$. ($\frac{2}{3}+\frac{5}{6}\infty\frac{4}{6}+\frac{5}{6}\infty\frac{9}{6}\infty\frac{3}{2}\infty 1\frac{1}{2}$. ($\frac{1}{2}+\frac{7}{5}\infty\frac{5+14}{10}\infty 1\frac{9}{10}$.

(*Somme entiére* $1+1+\frac{9}{10}\infty 2\frac{9}{10}$.

### Cinquieme exemple.

Pour ajoûter enſemble les fractions $\frac{a+b}{c-d}$ & $\frac{e-f}{d+e}$. Je multiplie le pre-



Digitized by Google

mier numérateur $a+b$ par le ſecond dénominateur $d+e$, & le ſecond numérateur $a-e$ par le premier dénominateur $c-d$, & ajoûtant enſemble les produits, je ſouſcris à leur ſomme $bd+ae+be+ac-ce+de$ un produit $cd+ce-dd-de$ du premier dénominateur $c-d$ par l'autre $d+e$. Et la fraction $\frac{bd+ae+be+ac-ce+de}{cd+ce-dd-de}$ eſt la ſomme qu'on cherche.

*Propoſées* $\frac{a+b}{c-d}.\frac{a-e}{d+e}$. *Leurs égales* $\frac{ad+ae+bd+be}{cd+ce-dd-de}.\frac{ac-ad-ce+de}{cd+ce-dd-de}$.

(*Somme entiere* $\frac{ac+bd+be+ac-ce+de}{cd+ce-dd-de}$.

SIXIEME EXEMPLE.

Pour avoir la ſomme des fractions $\frac{b+2c-e}{a-b}$ & $\frac{x-a}{b-c+e}$. Ayant pris pour numérateur la ſomme des produits de $b+2c-e$ par $b-c+e$ & de $x-a$ par $a-b$, & pour dénominateur le produit des deux $a-b$ & $b-c+e$, la fraction $\frac{bb+bc-2cc+3ce-ae+ax-ac-bx+ab}{ab-ac+ac-bb+bc-be}$ réſoudra la queſtion.

$\frac{b+2c-e}{a-b}.\frac{x-a}{b-c+e}$. (*Leurs égales* $\frac{bb+bc-2cc+3ce-ae}{ab-ac+ac-bb+bc-be}.\frac{ax-ac-bx+ab}{ab-ac+ac-bb+bc-be}$.

*Somme entiere* $\frac{bb+bc-2cc+3ce-ae+ax-ac-bx+ab}{ab-ac+ac-bb+bc-be}$.

## XXI COROLLAIRE ET PROBLEME X.

27. *POur ôter une fraction d'une autre ou un rapport d'un autre. Ou pour trouver leur différence.*

Comme pour ôter le rapport ou la fraction $\frac{b}{y}$ de l'autre $\frac{a}{z}$. On leur donb. 19 ou 20. ne un commun b dénominateur ſans changer leur valeur. Et ôtant le nouveau numérateur $bz$ de l'autre $ay$, on ſouſcrit au reſte $ay-bz$ le dénominateur commun $zy$. Et la fraction $\frac{ay-bz}{zy}$ eſt le reſte ou la différence qu'on cherche; parcequ'elle comprend au juſte toutes les parties dénommées dans $\frac{ay}{zy}$ moins toutes celles qui le ſont dans $\frac{bz}{zy}$, & qu'ainſi elle a une même c. 10. 1. valeur c que la fraction $\frac{a}{z}$ moins l'autre $\frac{b}{y}$.

*Fractions propoſées* $\begin{cases}\frac{a}{z}.\frac{b}{y}.\\ \frac{3}{4}.\frac{5}{7}.\end{cases}$ *Leurs égales* $\begin{cases}\frac{ay}{zy}.\frac{bz}{zy}.\\ \frac{21}{28}.\frac{20}{28}.\end{cases}$ *Reſte* $\begin{cases}\frac{ay-bz}{zy}.\\ \frac{21-20}{28}\text{ ou }\frac{1}{28}.\end{cases}$

PREMIER EXEMPLE.

Pour ôter $\frac{2}{7}$ de $\frac{3}{4}$. Je leur donne un dénominateur commun 28 ſans

changer leur valeur. Et ôtant enſuitte le nouveau numérateur 8 du nouveau 21, j'écris $\frac{13}{28}$ pour le reſte ou la différence.

*Fractions propoſées* $\frac{3}{4}.\frac{2}{7}$. (*Leurs égales* $\frac{21}{28}.\frac{8}{28}$. (*Reſte* $\frac{3}{4}-\frac{2}{7} \propto \frac{21-8}{28} \propto \frac{13}{28}$.

SECOND EXEMPLE.

Pour juger quel eſt le plus grand rapport, ou de 5 à 7, ou de 8 à 11; & de combien le plus grand ſurpaſſe le moindre. Je leur donne un dénominateur commun ſans changer leur valeur. Ce qui me donne $\frac{55}{77}$ pour le premier $\frac{5}{7}$, & $\frac{56}{77}$ pour l'autre $\frac{8}{11}$, qui doit par conſéquent ſurpaſſer le premier. Et l'excez eſt $\frac{1}{77}$.

*Rapports propoſez* $\frac{5}{7}.\frac{8}{11}$. (*Leurs égaux* $\frac{55}{77}.\frac{56}{77}$. (*Excez* $\frac{-55+56}{77} \propto \frac{1}{77}$.

TROISIEME EXEMPLE.

Pour ôter $\frac{3}{4}$ de $5\frac{1}{6}$. Je réduits $5\frac{1}{6}$ en fraction, en multipliant 5 par 6, ce qui donne $\frac{31}{6}$, dont pour ôter $\frac{3}{4}$, je donne à ces deux $\frac{31}{6}$ & $\frac{3}{4}$ le moindre dénominateur commun 12 qu'elles peuvent avoir ſans changer leur valeur. Et ôtant le nouveau numérateur 9 de l'autre 62, le reſte eſt 53. Et l'excez ou la différence qu'on cherche eſt $\frac{53}{12}$ ou $4\frac{5}{12}$.

*Fractions propoſées* $5\frac{1}{6}.\frac{3}{4}$. (*Leurs égales* $\frac{31}{6}.\frac{3}{4}$. *Ou* $\frac{62}{12}.\frac{9}{12}$. (*Reſte* $\frac{62-9}{12} \propto \frac{53}{12} \propto 4\frac{5}{12}$.

QUATRIEME EXEMPLE.

Pour ôter $\frac{2}{3}$ & $\frac{5}{6}$ des fractions $\frac{3}{4}$ & $\frac{6}{7}$. Je prens la ſomme $\frac{9}{6}$ ou $\frac{3}{2}$ des deux fractions $\frac{2}{3}$ & $\frac{5}{6}$, & la ſomme $\frac{45}{28}$ des deux $\frac{3}{4}$ & $\frac{6}{7}$. Et j'ôte $\frac{3}{2}$ ou $\frac{42}{28}$ de $\frac{45}{28}$. Et le reſte $\frac{3}{28}$ eſt l'excez que je cherche.

$\frac{3}{4}+\frac{6}{7} \propto \frac{21+24}{28} \propto \frac{45}{28}$. ($\frac{2}{3}+\frac{5}{6} \propto \frac{4+5}{6} \propto \frac{9}{6} \propto \frac{3}{2} \propto \frac{42}{28}$. ($\frac{45-42}{28} \propto \frac{3}{28}$.

CINQUIEME EXEMPLE.

Pour ôter la fraction $\frac{a-e}{d+e}$ d'une autre $\frac{a+b}{c-d}$. J'ôte le produit du numérateur $a-e$ par le dénominateur $c-d$ de l'autre produit du numérateur $a+b$ par le dénominateur $d+e$. Et je ſouſcris au reſte le produit du déno-

Digitized by Google

minateur $d+e$ par l'autre $c-d$. Et la fraction $\frac{2ad+bd+ae+be-ac+ce-de}{cd+ce-dd-de}$ eſt le reſte ou la différence qu'on cherche.

*Propoſées* $\frac{a+b}{c-d}$. $\frac{a-e}{d+e}$. (*Leurs égales* $\frac{ad+ae+bd+be}{cd+ce-dd-de}$. $\frac{ac-ce-ad+de}{cd+ce-dd-de}$.

*Excez* $\frac{2ad+ae+bd+be-ac+ce-de}{cd+ce-dd-de}$.

### Sixieme exemple.

Pour ôter la fraction $\frac{x-a}{b-c+e}$ de l'autre $\frac{b+2c-e}{c-b}$, ou la fraction $\frac{ax-aa-bx+ab}{ab-ac+ae-bb+bc-be}$ égale à la 1ere de la fraction $\frac{bb+bc-2cc+3ce-ce}{ab-ac-ae-bb+bc-be}$ égale à la 2de, on prendra la fraction $\frac{bb+bc-2cc+3ce-ce-ax+aa+bx-ab}{ab-ac+ae-bb+bc-be}$ qui eſt celle qu'on cherche. En ôtant les fractions, on ne change jamais les ſignes des dénominateurs.

*Propoſées* $\frac{b+2c-e}{a-b}$. $\frac{x-a}{b-c+e}$. (*Egales* $\frac{bb+bc-2cc+3ce-ce}{ab-ac+ae-bb+bc-be}$. $\frac{ax-aa-bx+ab}{ab-ac+ae-bb+bc-be}$.

*Excez* $\frac{bb+bc-2cc+3ce-ce-ax+aa+bx-ab}{ab-ac+ae-bb+bc-be}$.

## PROBLEME XI.

28. *Pour multiplier une fraction par une autre, ou pour trouver leur produit.*

On prendra pour numérateur le produit $ab$ des deux numérateurs $a$ & $b$ des fractions propoſées $\frac{a}{z}$ & $\frac{b}{y}$, & le produit $zy$ des dénominateurs $z$ & $y$ pour dénominateur, & la fraction $\frac{ab}{zy}$ réſoudra le problême. Car les

b. 21. fractions $\frac{ab}{zy}$ & $\frac{bz}{zy}$ ſont entr'elles [b] comme les numérateurs $ab$ & $bz$, &

c. 1. 8. ceux-ci entr'eux [c] comme les termes $a$ & $z$, qui ſont pareillement en-

d. 6. tr'eux [d] comme $\frac{a}{z}$ & 1. De ſorte que par égalité la fraction $\frac{ab}{zy}$ con-

e. 21. 7. tient [e] l'autre $\frac{bz}{zy}$ ou $\frac{b}{y}$ comme $\frac{a}{z}$ contient 1. Et pareillement la même $\frac{ab}{zy}$

*Propoſées* $\left\{\begin{matrix}\frac{a}{z}.\ \frac{b}{y}.\\ \frac{2}{3}.\ \frac{5}{7}.\end{matrix}\right.$ *Leurs égales* $\left\{\begin{matrix}\frac{ay}{zy}.\ \frac{bz}{zy}.\\ \frac{14}{21}.\ \frac{15}{21}.\end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix}\frac{a}{z}.\ 1::a.z::ab.bz::\frac{ab}{zy}.\frac{bz}{zy}::\frac{ab}{zy}.\frac{b}{y}.\\ \frac{2}{3}.\ 1::2.3::10.15::\frac{10}{21}.\frac{15}{21}::\frac{10}{21}.\frac{5}{7}.\end{matrix}\right.$

$\left\{\begin{matrix}\frac{ab}{zy}.\\ \frac{10}{21}.\end{matrix}\right.$ *produit des propoſées.* $\left\{\begin{matrix}\frac{b}{y}.\ 1::b.y::ab.ay::\frac{ab}{zy}.\frac{ay}{zy}::\frac{ab}{zy}.\frac{a}{z}.\\ \frac{5}{7}.\ 1::5.7::10.14::\frac{10}{21}.\frac{14}{21}::\frac{10}{21}.\frac{5}{7}.\end{matrix}\right.$

contient

Digitized by Google

contient $\frac{ay}{xy}$ ou son égale $\frac{a}{x}$ comme l'autre $\frac{b}{y}$ contient 1. Et ainsi la fraction [e] e. 52. 7.
$\frac{ab}{xy}$, ou celle qui en est l'exposant, & qui luy est [f] égale, est au juste un
produit [g] des fractions proposées $\frac{a}{x}$ & $\frac{b}{y}$. [f] f. 10 & 12. [g] g. 9. 2.

### Premier exemple.

Pour multiplier $\frac{3}{4}$ par $\frac{2}{5}$. Je dis: 3 fois 2 font 6, & 4 fois 5 font 20. Et j'écris $\frac{6}{20}$ ou son exposant $\frac{3}{10}$ pour produit des fractions proposées.

*Multiplier* $\frac{3}{4}$ *par* $\frac{2}{5}$. *Produit* $\frac{6}{20}$ *ou* $\frac{3}{10}$.

### Second exemple

Pour multiplier $\frac{3}{4}$ par 5 ou par $\frac{5}{1}$. Je dis: 3 fois 5 font 15, & 4 fois 1 font 4. Et j'écris $\frac{15}{4}$ ou $3\frac{3}{4}$ qui résoût la question.

*Multiplier* $\frac{3}{4}$ *par* 5 ∞ $\frac{5}{1}$. (*Produit* 5 *fois* $\frac{3}{4}$ ∞ $\frac{15}{4}$ ∞ $3\frac{3}{4}$.

### Troisieme exemple.

Pour multiplier $\frac{17}{3}$ par $\frac{21}{8}$. Je dis: 17 fois 21 font 357, & 3 fois 8 font 24. Et j'écris $\frac{357}{24}$ ou sa valeur $14\frac{21}{24}$ ou $14\frac{7}{8}$, qui résoût la question. Ou s'il est plus commode. Je dis: $\frac{17}{3}$ font $5\frac{2}{3}$ & $\frac{21}{8}$ font $2\frac{5}{8}$. Et pour avoir alors le produit de $5\frac{2}{3}$ par $2\frac{5}{8}$. Je multiplie 5 par 2 & par $\frac{5}{8}$, & $\frac{2}{3}$ par 2 & par $\frac{5}{8}$, en disant: 5 fois 2 font 10, & 5 fois $\frac{5}{8}$ font $\frac{25}{8}$ ou $3\frac{1}{8}$, & 2 fois $\frac{2}{3}$ font $\frac{4}{3}$ ou $1\frac{1}{3}$, & le produit de $\frac{2}{3}$ par $\frac{5}{8}$ est $\frac{10}{24}$ ou $\frac{5}{12}$. Et rassemblant tous ces divers produits 10, $3\frac{1}{8}$, $1\frac{1}{3}$, $\frac{5}{12}$, leur somme $14\frac{7}{8}$ est le produit qu'on cherche.

*Multiplier* $\frac{17}{3}$ *par* $\frac{21}{8}$. (17 *fois* 21. 3 *fois* 8. (*Produit* $\frac{357}{24}$ ∞ $14\frac{21}{24}$ ∞ $14\frac{7}{8}$.

(*Ou multiplier* $5\frac{2}{3}$ *par* $2\frac{5}{8}$. (*Produits.* 5 *fois* 2 ∞ 10. *Et* 5 *fois* $\frac{5}{8}$ ∞ $\frac{25}{8}$ ∞ $3\frac{1}{8}$.

*Et* 2 *fois* $\frac{2}{3}$ ∞ $\frac{4}{3}$ ∞ $1\frac{1}{3}$. *Et* $\frac{2}{3}$ *par* $\frac{5}{8}$ ∞ $\frac{10}{24}$ ∞ $\frac{5}{12}$. (*Produit entier* $10+3\frac{1}{8}+1\frac{1}{3}+\frac{5}{12}$ ∞ $14\frac{7}{8}$.



Digitized by Google

QUATRIEME EXEMPLE.

Pour multiplier $4\frac{2}{3}$ par $6\frac{1}{5}$. Je dis 4 fois 6 font 24, & 4 fois $\frac{1}{5}$ font $\frac{4}{5}$, & 6 fois $\frac{2}{3}$ font $\frac{12}{3}$ ou 4 unitez, & le produit de $\frac{2}{3}$ par $\frac{1}{5}$ eſt $\frac{2}{15}$. Et raſſemblant ces divers produits 24, $\frac{4}{5}$, 4, $\frac{2}{15}$; la ſomme entiére $28\frac{14}{15}$ eſt le produit qui réſoût la queſtion. Ou s'il m'eſt plus commode, je le cherche en cette ſorte. Je rappelle $4\frac{2}{3}$ à la fraction $\frac{14}{3}$, & $6\frac{1}{5}$ à la fraction $\frac{31}{5}$. Et je dis: 14 fois 31 font 434, & 3 fois 5 font 15. Et la fraction $\frac{434}{15}$, ou ſa valeur $28\frac{14}{15}$, eſt le produit que je cherche.

*Mult.* $4\frac{2}{3}$ *par* $6\frac{1}{5}$. (4 *fois* 6 ∞ 24. *Et* 4 fois $\frac{1}{5}$ ∞ $\frac{4}{5}$. *Et* 6 *fois* $\frac{2}{3}$ ∞ $\frac{12}{3}$ ∞ 4. *Et* $\frac{2}{3}$ *par* $\frac{1}{5}$ ∞ $\frac{2}{15}$.

(*Somme entiére ou produit entier* $24+\frac{4}{5}+4+\frac{2}{15}$ ∞ $28\frac{14}{15}$.

*Ou multiplier* $\frac{14}{3}$ ∞ $4\frac{2}{3}$ *par* $\frac{31}{5}$ ∞ $6\frac{1}{5}$. (14 *fois* 31. 3 *fois* 5. (*Produit* $\frac{434}{15}$ ∞ $28\frac{14}{15}$.

## V EXEMPLE ET I COROLLAIRE.

29. POur faciliter l'opération, on réduira chaque fraction à ſon expoſant. Et tranſpoſant enſuitte chaque numérateur à la place de l'autre, on réduira encore à ſon expoſant chaque fraction nouvelle. Et on ſuivra alors les régles du problême précédent.

Comme pour multiplier $\frac{abe}{bde}$ par $\frac{beg}{abg}$. Je réduis la premiére à ſon expoſant $\frac{ae}{de}$, & la ſeconde au ſien $\frac{e}{a}$. Et tranſpoſant les deux nouveaux numérateurs *ae* & *e* chacun à la place de l'autre, je réduis la tranſpoſée $\frac{e}{de}$ à ſon expoſant $\frac{1}{d}$, & la tranſpoſée $\frac{ae}{a}$ au ſien $\frac{e}{1}$. Et je dis alors: 1 par *e* donne 1*e*, & *d* par 1 donne 1*d*. Et j'écris $\frac{1e}{1d}$ ou $\frac{e}{d}$ pour produit des fractions propoſées.

| *Propoſées.* | *Expoſants.* | *Tranſpoſées.* | *Expoſants.* | *Produit.* |
|---|---|---|---|---|
| $\left\{\begin{matrix}\frac{abe}{bde}.\frac{beg}{abg}.\\ \frac{24}{105}.\frac{231}{66}.\end{matrix}\right.$ | $\left\{\begin{matrix}\frac{ae}{de}.\frac{e}{a}.\\ \frac{8}{35}.\frac{7}{2}.\end{matrix}\right.$ | $\left\{\begin{matrix}\frac{e}{de}.\frac{ae}{a}.\\ \frac{7}{35}.\frac{8}{2}.\end{matrix}\right.$ | $\left\{\begin{matrix}\frac{1}{d}.\frac{e}{1}.\\ \frac{1}{5}.\frac{4}{1}.\end{matrix}\right.$ | $\left\{\begin{matrix}\frac{1e}{1d}.\text{ ∞ }\frac{abbeeg}{bbdeg}.\\ \frac{4}{5}.\text{ ∞ }\frac{5544}{6930}.\end{matrix}\right.$ |

SIXIEME EXEMPLE.

Pour multiplier $\frac{6}{8}$ par $\frac{10}{25}$. Je réduis la premiére à ſon expoſant $\frac{3}{4}$, &

Digitized by Google

l'autre à ſon expoſant $\frac{2}{5}$. Et tranſpoſant les nouveaux numérateurs 3 & 2 chacun à la place de l'autre, j'écris $\frac{2}{4}$ & $\frac{3}{5}$; & je réduis $\frac{2}{4}$ à ſon expoſant $\frac{1}{2}$, ſans rien changer dans $\frac{3}{5}$, qui n'a point d'expoſant qu'elle-même. Et je dis alors : 1 fois 3 eſt 3, & 2 fois 5 font 10. Et la fraction $\frac{3}{10}$ eſt le produit des deux que l'on propoſe.

*Propoſées* $\frac{6}{8} \cdot \frac{10}{25}$. ( *Expoſans* $\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{5}$. ( *Tranſpoſées* $\frac{2}{4} \cdot \frac{3}{5}$. ( *Expoſans* $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5}$. *Produit* $\frac{3}{10} \propto \frac{60}{200}$.

### Septieme exemple.

Pour multiplier $\frac{a+b}{c-d}$ par $\frac{a-e}{d+e}$. Je prens pour numérateur le produit $aa+ab-ae-be$ du numérateur $a+b$ par l'autre $a-e$, & pour dénominateur le produit $cd-dd+ce-de$ du dénominateur $c-d$ par l'autre $d+e$. Et la fraction $\frac{aa+ab-ae-be}{cd-dd+ce-de}$ eſt le produit des deux que l'on propoſe.

( $a+b$ *par* $a-e \propto aa+ab-ae-be$. ( $c-d$ *par* $d+e \propto cd-dd+ce-de$.

$\left\{\frac{aa+ab-ae-be}{cd-dd+ce-de}\right.$ *produit des fractions* $\frac{a+b}{c-d}$ & $\frac{a-e}{d+e}$.

### Huitieme exemple.

Pour trouver le produit des fractions $\frac{a+b}{a-e}$ & $\frac{a+b-e}{b+e}$. Ayant pris pour numérateur le produit des deux numérateurs, & pour dénominateur le produit des dénominateurs, la fraction $\frac{aa+2ab+bb-ae-be}{ab+ae-be-ee}$ réſoudra la queſtion.

( $a+b$ *par* $a+b-e \propto aa+2ab+bb-ae-be$. ( $a-e$ *par* $b+e \propto ab+ae-be-ee$.

$\left\{\frac{aa+2ab+bb-ae-be}{ab+ae-be-ee}\right.$ *produit des fractions* $\frac{a+b}{a-e}$ & $\frac{a+b-e}{b+e}$.

## II COROLLAIRE.

30. Les fractions égales $\frac{a}{x}$ & $\frac{b}{y}$ multipliées l'une & l'autre par une fraction $\frac{c}{x}$ donnent des produits égaux $\frac{ac}{xx}$ & $\frac{bc}{yx}$. On l'a déja prouvé [b] par une démonſtration générale, & on pourroit l'avancer ſans cela comme un axiôme naturellement connû. Mais on le peut déduire de ce qu'on a prouvé, en conſidérant qu'il y a un [c] même rapport entre $\frac{a}{x}$ & 1 qu'entre $\frac{ac}{xx}$ & $\frac{c}{x}$, & pareillement un même [c] entre $\frac{b}{y}$ & 1 qu'entre $\frac{bc}{yx}$ & $\frac{c}{x}$. Ou par des chan-

[b] 10. 5.

[c] 1. 8.



Digitized by Google

d. 47. 7. gemens alternes [d] un même entre $\frac{a}{z}$ & $\frac{ac}{zx}$ qu'entre 1 & $\frac{c}{x}$, & un même en-

e. 52. 7. tre $\frac{b}{y}$ & $\frac{bc}{yx}$ qu'entre 1 & $\frac{c}{x}$. Et par égalité un [e] même entre les égales $\frac{a}{z}$ & $\frac{b}{y}$

f. 36. 7. qu'entre les deux $\frac{ac}{zx}$ & $\frac{bc}{yx}$, qui ſont par conſéquent [f] des fractions égales ou des produits égaux.

$$\begin{cases} \frac{a}{z} \infty \frac{b}{y} \cdot \\ \frac{2}{3} \infty \frac{10}{15} \cdot \end{cases} \begin{cases} \frac{c}{x} \cdot \\ \frac{7}{11} \cdot \end{cases} \begin{cases} \frac{ac}{zx} \infty \frac{bc}{yx} \cdot \\ \frac{14}{33} \infty \frac{70}{165} \cdot \end{cases} \begin{cases} \frac{a}{z} \cdot \frac{ac}{zx} :: 1 \cdot \frac{c}{x} :: \frac{b}{y} \cdot \frac{bc}{yx} \cdot \\ \frac{2}{3} \cdot \frac{14}{33} :: 1 \cdot \frac{7}{11} :: \frac{10}{15} \cdot \frac{70}{165} \cdot \end{cases} \begin{cases} \frac{a}{z} \cdot \frac{b}{y} :: \frac{ac}{zx} \cdot \frac{bc}{yx} \cdot \\ \frac{2}{3} \cdot \frac{10}{15} :: \frac{14}{33} \cdot \frac{70}{165} \cdot \end{cases}$$

## PROBLEME XII.

31. *Pour diviſer une fraction par une autre, ou un rapport par un autre rapport.*

Comme pour diviſer la fraction $\frac{a}{z}$ par une autre $\frac{b}{y}$; on prend deux produits $ay$ & $bz$, l'un des extrêmes $a$ & $y$, & l'autre des moyens $b$ & $z$. Et ſouſcrivant le produit $bz$ des deux moyens à l'autre $ay$ des extrêmes, la

b. 6. fraction $\frac{ay}{bz}$ ſatisfait au problême. Parcequ'elle contient 1 comme [b] le numé-

c. 10. rateur $ay$ ſon dénominateur $bz$, ou comme la fraction $\frac{ay}{zy}$, ou ſon [c] égale

d. 21. $\frac{a}{z}$, contient [d] la fraction $\frac{bz}{zy}$ ou l'égale $\frac{b}{y}$.

$$\textit{Diviſer} \begin{cases} \frac{a}{z} \cdot \\ \frac{2}{3} \cdot \end{cases} \textit{par} \begin{cases} \frac{b}{y} \cdot \\ \frac{5}{7} \cdot \end{cases} \quad \textit{Expoſant} \begin{cases} \frac{ay}{bz} \cdot \\ \frac{14}{15} \cdot \end{cases} \begin{cases} \frac{ay}{bz} \cdot 1 :: ay \cdot bz :: \frac{ay}{zy} \cdot \frac{bz}{zy} :: \frac{a}{z} \cdot \frac{b}{y} \cdot \\ \frac{14}{15} \cdot 1 :: 14 \cdot 15 :: \frac{14}{21} \cdot \frac{15}{21} :: \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{7} \cdot \end{cases}$$

AUTRE DEMONSTRATION.

Et la même choſe ſe peut encore ainſi démontrer. La fraction $\frac{a}{z}$ que

b. 22. l'on veut diviſer eſt à l'autre $\frac{b}{y}$ par qui on la veut diviſer, comme [b] le produit $ay$ des extrêmes eſt au produit $bz$ des deux moyens. Et par conſé-

c. 12. quent la diviſion du produit $ay$ par l'autre $bz$ donne un expoſant de mê-

d. 8. me valeur que celuy [c] de la fraction $\frac{a}{z}$ diviſée par l'autre $\frac{b}{y}$. De ſorte que la fraction $\frac{ay}{bz}$ expoſe la valeur du juſte expoſant que l'on cherche; ou le rapport des termes $ay$ & $bz$ celuy [d] de la fraction ou du rapport $\frac{a}{z}$ à l'autre $\frac{b}{y}$.

$$\textit{Diviſer} \begin{cases} \frac{a}{z} \cdot \\ \frac{2}{3} \cdot \end{cases} \textit{par} \begin{cases} \frac{b}{y} \cdot \\ \frac{5}{7} \cdot \end{cases} \quad \textit{Proportion} \begin{cases} \frac{a}{z} \cdot \frac{b}{y} :: ay \cdot bz, \\ \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{7} :: 14 \cdot 15. \end{cases} \quad \textit{Expoſant} \begin{cases} \frac{ay}{bz} \cdot \\ \frac{14}{15} \cdot \end{cases}$$

PREMIER EXEMPLE.

Pour diviſer $\frac{3}{4}$ par $\frac{2}{5}$. Je dis : 3 fois 5 font 15, & 2 fois 4 font 8, & j'écris $\frac{15}{8}$ ou $1\frac{7}{8}$, qui expoſe que la fraction $\frac{3}{4}$ contient au juſte 15 fois la 8^e^ partie de l'autre $\frac{2}{5}$, ou 1 fois $\frac{2}{5}$ & encore 7 fois leur 8^e^ partie.

*Diviſer* $\frac{3}{4}$ *par* $\frac{2}{5}$. ( *3 fois* 5 ∞ 15. *2 fois* 4 ∞ 8. ( *Expoſant* $\frac{15}{8}$ ∞ $1\frac{7}{8}$.

SECOND EXEMPLE.

Pour diviſer $\frac{3}{4}$ par 6, ou par $\frac{6}{1}$. Je dis : 3 fois 1 font 3, & 6 fois 4 font 24. Et j'écris $\frac{3}{24}$ ou ſon expoſant $\frac{1}{8}$ qui réſoût la queſtion.

*Diviſer* $\frac{3}{4}$ *par 6 ou par* $\frac{6}{1}$. ( *3 fois* 1 ∞ 3. *6 fois* 4 ∞ 24. ( *Expoſant* $\frac{3}{24}$ ∞ $\frac{1}{8}$.

TROISIEME EXEMPLE.

Pour diviſer $6\frac{1}{5}$ par $4\frac{2}{3}$. Je prens $\frac{31}{5}$ pour $6\frac{1}{5}$, & $\frac{14}{3}$ pour $4\frac{2}{3}$. Et multipliant enſuitte 31 par 3, & 14 par 5, la fraction $\frac{93}{70}$ ou $1\frac{23}{70}$ eſt l'expoſant que je cherche.

*Diviſer* $6\frac{1}{5}$ ∞ $\frac{31}{5}$ *par* $4\frac{2}{3}$ ∞ $\frac{14}{3}$. ( *31 fois* 3 ∞ 93. *14 fois* 5 ∞ 70. ( *Expoſant* $\frac{93}{70}$ ∞ $1\frac{23}{70}$.

QUATRIEME EXEMPLE.

Pour diviſer la fraction $\frac{a}{b}$ par une autre $\frac{c}{g}$. Je dis : $a$ par $g$ donne $ag$, & $c$ par $b$ donne $bc$ ; & j'écris $\frac{ag}{bc}$ qui réſoût la queſtion.

Que ſi l'on diviſoit une grandeur $2a$ par un nombre 3 ; au lieu d'écrire $\frac{2a}{3}$, on pourroit écrire $\frac{2}{3}a$ ; ce qui ſignifie les 2 tiers de la grandeur $a$, comme $\frac{1}{3}a$ en ſignifie le tiers.

*Diviſer* $\frac{a}{b}$ *par* $\frac{c}{g}$. ( *Expoſant* $\frac{ag}{bc}$. ( *Diviſer* $2a$ *par* 3. ( *Expoſant* $\frac{2}{3}a$ ∞ $\frac{2a}{3}$.

CINQUIEME EXEMPLE.

Pour diviſer $\frac{a+b}{c-d}$ par $\frac{e-f}{d+e}$. Je prens pour numérateur le produit du premier numérateur $a+b$ par le ſecond dénominateur $d+e$, & pour déno-



Digitized by Google

minateur le produit du ſecond numérateur $a-e$ par le premier dénominateur $c-d$. Et la fraction $\frac{ad+bd+ae+be}{ac-ad-ce+de}$ eſt l'expoſant que je cherche.

*Diviſer* $\frac{a+b}{c-d}$ *par* $\frac{a-e}{d+e}$. (1$^{er}$ *produit* $ad+bd+ae+be$. (2$^{d}$. $ac-ad-ce+de$.

*Expoſant de la diviſion* $\frac{ad+bd+ae+be}{ac-ad-ce+de}$.

SIXIEME EXEMPLE.

Pour trouver l'expoſant de la fraction $\frac{aa+2ab+bb-ae-be}{ab+ac-be-ce}$ à la fraction $\frac{a+b-e}{b+e}$. Je prens pour numérateur le produit des deux extrêmes $aa+2ab+bb-ae-be$ & $b+e$, & pour dénominateur le produit des deux moyens $a+b-e$ & $ab+ae-be-ee$. Et la fraction $\frac{aab+2abb+aac+abc-aee-bee+b^3}{aab+abb+aac-abe-2aee-bbe+e^3}$, ou ſon expoſant $\frac{a+b}{a-e}$, eſt l'expoſant qui réſoût la queſtion. b. 15.

*Diviſer la fraction* $\frac{aa+2ab+bb-ae-be}{ab+ac-be-ee}$ *par la fraction* $\frac{a+b-e}{b+e}$.

*Expoſant juſte ou rapport des produits* $\left\{\begin{matrix}\frac{aab+2abb+aac+abc-aee-bee+b^3}{aab+abb+aac-abe-2aee-bbe+e^3}.\end{matrix}\right.$

## I COROLLAIRE ET PROBLEME XIII.

32. *POur trouver aiſément l'expoſant d'une fraction à une autre, ou d'un rapport à un autre rapport.*

Comme pour trouver l'expoſant de la fraction $\frac{a}{z}$ à l'autre $\frac{b}{y}$. On tranſpoſera ſimplement chacun des termes de la ſeconde ou du diviſeur $\frac{b}{y}$ à la place de l'autre; & multipliant enſuitte la premiére $\frac{a}{z}$ par la tranſpoſée $\frac{y}{b}$, le produit $\frac{ay}{bz}$ ou ſon expoſant ſera comme b auparavant l'expoſant qu'on cherche. b. 31.

*Diviſer* $\left\{\begin{matrix}\frac{a}{z}\\ \frac{2}{3}\end{matrix}\right.$ *par* $\left\{\begin{matrix}\frac{b}{y}.\\ \frac{5}{7}.\end{matrix}\right.$ *Ou multiplier* $\left\{\begin{matrix}\frac{a}{z}\\ \frac{2}{3}\end{matrix}\right.$ *par* $\left\{\begin{matrix}\frac{y}{b}.\\ \frac{7}{5}.\end{matrix}\right.$ *Produit & expoſants de la diviſion* $\left\{\begin{matrix}\frac{ay}{bz}.\\ \frac{14}{15}.\end{matrix}\right.$

PREMIER EXEMPLE.

Pour diviſer $\frac{3}{4}$ par 6, ou par $\frac{6}{1}$. Je tranſpoſe 1 & 6 chacun à la place de l'autre; & conſidérant les fractions $\frac{3}{4}$ & $\frac{1}{6}$, je tranſpoſe encore les numé-

Digitized by Google

rateurs 3 & 1 chacun à la place de l'autre, & pour les fractions $\frac{1}{4}$ & $\frac{3}{6}$, j'écris leurs expoſans $\frac{1}{4}$ & $\frac{1}{2}$, & multipliant l'un des deux expoſans par l'autre, leur produit $\frac{1}{8}$ réſoût la queſtion.

*Diviſer* $\frac{3}{4}$ *par* $\frac{6}{1}$ *(ou multiplier* $\frac{3}{4}$ *par* $\frac{1}{6}$*, ou* $\frac{1}{4}$ *par* $\frac{1}{6}$*, ou* $\frac{1}{4}$ *par* $\frac{1}{2}$*. (Expoſant* $\frac{1}{8}$*.*

### Second exemple.

Pour diviſer $\frac{8}{15}$ par $\frac{2}{3}$. Je multiplie $\frac{8}{15}$ par $\frac{3}{2}$, ou $\frac{3}{15}$ par $\frac{8}{2}$, ou l'expoſant $\frac{1}{5}$ par l'expoſant 4, & le produit $\frac{4}{5}$ eſt l'expoſant de la diviſion.

*Diviſer* $\frac{8}{15}$ *par* $\frac{2}{3}$*. (ou multiplier* $\frac{8}{15}$ *par* $\frac{3}{2}$*, ou* $\frac{3}{15}$ *par* $\frac{8}{2}$*, ou* $\frac{1}{5}$ *par* $\frac{4}{1}$*. (Expoſant* $\frac{4}{5}$*.*

### Troisieme exemple.

Pour diviſer $\frac{ab}{cg}$ par $\frac{be}{cf}$. Je multiplie $\frac{ab}{cg}$ par $\frac{cf}{be}$, ou $\frac{cf}{cg}$ par $\frac{ab}{be}$, ou $\frac{f}{g}$ par $\frac{a}{e}$. Et le produit $\frac{af}{eg}$ eſt l'expoſant de la diviſion.

### Quatrieme exemple.

Pour diviſer $\frac{aa+2ab+bb-ac-bc}{ab+ac-bc-cc}$ par $\frac{a+b-e}{b+e}$. Ayant tranſpoſé le numérateur $a+b-e$ & le dénominateur $b+e$ chacun à la place de l'autre, je multiplie la premiére fraction par la nouvelle $\frac{b+e}{a+b-e}$, ou la fraction $\frac{b+e}{ab+ac-bc-cc}$ par la fraction $\frac{aa+2ab+bb-ac-bc}{a+b-e}$, ou l'expoſant $\frac{1}{a-e}$ de l'une par l'expoſant $a+b$ de l'autre. Et le produit $\frac{a+b}{a-e}$ eſt l'expoſant de la diviſion que l'on propoſe à faire.

## II COROLLAIRE.

33. Si on diviſe une fraction par deux d'une même valeur, ou deux égales par la même; les deux expoſans ſont égaux: parce qu'une même grandeur en contient également deux égales, ou deux égales également la même. Ou parcequ'il y a un même rapport d'une même [b] grandeur à deux d'une même valeur, ou de [b] deux égales à la même grandeur. [b] 50. 7.

$\left\{\begin{matrix}\frac{a}{z}\text{ ∞ }\frac{b}{y}.\\ \frac{4}{6}\text{ ∞ }\frac{10}{15}.\end{matrix}\right.$ *Diviſer* $\left\{\begin{matrix}\frac{c}{x}\text{ par }\frac{a}{z}.\\ \frac{3}{4}\text{ par }\frac{4}{6}.\end{matrix}\right.$ *Diviſer* $\left\{\begin{matrix}\frac{c}{x}\text{ par }\frac{b}{y}.\\ \frac{3}{4}\text{ par }\frac{10}{15}.\end{matrix}\right.$ *Expoſans* $\left\{\begin{matrix}\frac{cz}{ax}\text{ ∞ }\frac{cy}{bx}.\\ \frac{18}{16}\text{ ∞ }\frac{45}{40}.\text{ ∞ }\frac{9}{8}.\end{matrix}\right.$

### *III COROLLAIRE.*

34. SI un nombre entier *a* meſure au juſte un nombre entier *z* ; un certain nombre entier eſt une partie de *z* dénommée par *a*. Car ayant nommé *b* l'expoſant entier de *z* diviſé par *a* ; le nombre entier ou le produit *ab* eſt égal [b] au nombre même *z*. Et diviſant l'un & l'autre par *a*, les expoſans *b* & $\frac{z}{a}$ ne ſont [c] qu'un même nombre. Et *b* par conſéquent, qui eſt un [d] nombre entier, eſt une partie $\frac{z}{a}$ du nombre entier *z*, & dénommée par *a*.

b. 18. 2. c. 15. d. *ſuppoſition.*

$$\begin{cases} z.\ a.\ b. \\ 42.\ 6.\ 7. \end{cases} \begin{cases} ab \gg z. \\ 42 \gg 42. \end{cases} \begin{cases} b \gg \frac{z}{a}. \\ 7 \gg \frac{42}{6}. \end{cases}$$

### *IV COROLLAIRE.*

35. ET ſi le nombre *b* meſure *z* au juſte ; le nombre *a*, qui dénomme qu'elle partie *b* eſt de *z*, meſure *z* au [b] juſte ; puiſque *z* & *ab* ne [c] ſont qu'un même nombre.

b. *ſuppoſition.* c. 18. 2.

$$\begin{cases} z.\ b. \\ 42.\ 7. \end{cases} \begin{cases} \frac{z}{b} \gg a. \\ \frac{42}{7} \gg 6. \end{cases}$$

### V COROLLAIRE ET PROBLEME XIV.

36. *POur trouver le plus petit nombre dont certaines parties ſoient déterminées.*

On réduira les parties propoſées $\frac{A}{Z}$, $\frac{B}{Y}$, $\frac{C}{X}$, à leurs [b] expoſans $\frac{a}{z}$, $\frac{b}{y}$, $\frac{c}{x}$. Et on prendra enſuitte le plus petit [c] nombre *g* que les dénominateurs *z*, *y*, *x*, peuvent diviſer au juſte. Et ce même nombre *g* réſoudra la queſtion.

b. 16. c. 49. 6.

Car ſi la partie $\frac{A}{Z}$ ou $\frac{a}{z}$ d un certain nombre G eſt un nombre entier ; cette partie $\frac{AG}{Z}$ ou $\frac{aG}{z}$ aura le nombre *z* pour juſte [d] diviſeur du numérateur AG, ou *z* pour juſte [d] diviſeur du numérateur *a*G. Et comme *a* & *z* ſont premiers [c] entr'eux ; le nombre *z* ſera encore un [f] juſte diviſeur de G. Et par la même raiſon, les nombres *y* & *x* ſeront des juſtes [f] diviſeurs de tout nombre entier G, dont les parties $\frac{B}{Y}$ & $\frac{C}{X}$, ou $\frac{b}{y}$ & $\frac{c}{x}$, ſeront des nombres entiers. De ſorte que le nombre G qu'on cherche ne peut être [g] moindre que le nombre même *g* découvert par les régles. Et ainſi le nombre *g* ſatisfait au problème.

d. *ſuppoſition.* c. 9. 8. f. 22. 6. g. 49. 6.

$$\textit{Parties déterminées} \begin{cases} \frac{A}{Z}. \frac{B}{Z}. \frac{C}{X}. \\ \frac{15}{20}. \frac{30}{36}. \frac{4}{9}. \end{cases} \textit{Expoſans} \begin{cases} \frac{a}{z}. \frac{b}{y}. \frac{c}{x}. \\ \frac{3}{4}. \frac{5}{6}. \frac{4}{9}. \end{cases} \begin{cases} g. \\ 36. \end{cases}$$

$$G \gg 36. \begin{cases} \frac{AG}{Z} \\ \frac{aG}{z} \end{cases} \gg \frac{1440}{20} \gg \frac{1008}{4} \gg \begin{cases} \frac{G}{z} \\ \frac{G}{x} \end{cases} \gg \frac{36}{4} \gg 9.$$

PREMIER

PREMIER EXEMPLE.

Pour trouver le moindre nombre dont $\frac{3}{8}$ & $\frac{5}{9}$ soient des nombres entiers. Je prens le moindre 72 que 8 & 9 divisent.

( *Parties proposées* $\frac{3}{8}$. $\frac{5}{9}$. ( *le moindre* 72. ( $\frac{3}{8}$ *de* 72 ∞ 27. ( $\frac{5}{9}$ *de* 72 ∞ 40.

SECOND EXEMPLE.

Pour trouver le plus petit nombre dont $\frac{6}{16}$, $\frac{15}{27}$, $\frac{7}{15}$, soient des nombres entiers. Je prens leurs exposans $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{9}$, $\frac{7}{15}$, & ensuitte le moindre nombre 360 que 8, 9, 15, peuvent diviser au juste. Et ce même nombre 360 est celuy qui résoût la question.

*Parties proposées* $\frac{6}{16}$. $\frac{15}{27}$. $\frac{7}{15}$. ( *Exposans* $\frac{3}{8}$. $\frac{5}{9}$. $\frac{7}{15}$. ( *le moindre* 360.

( $\frac{6}{16}$ *ou* $\frac{3}{8}$ *de* 360 ∞ 135. ( $\frac{15}{27}$ *ou* $\frac{5}{9}$ *de* 360 ∞ 200. ( $\frac{7}{15}$ *de* 360 ∞ 168.

DEFINITION.

Les diverses parties des fractions ou grandeurs rompuës sont nommées *rompus de rompus* ou *fractions de fractions*, comme si l'on dit $\frac{3}{4}$ de $\frac{5}{7}$. Et si l'on prend aussi d'autres parties des fractions de fractions; on dira que ce sont *des fractions de fractions de fractions*; comme si l'on dit $\frac{2}{3}$ des $\frac{3}{4}$ de $\frac{5}{7}$. Et ainsi du reste.

## VI COROLLAIRE ET PROBLEME XV.

37. *Pour réduire à des fractions simples les fractions de fractions & autres semblables.*

On multiplie simplement [b] les unes par les autres. b. 28.

PREMIER EXEMPLE.

Comme pour avoir la valeur des $\frac{3}{4}$ de $\frac{2}{3}$, on multipliera $\frac{3}{4}$ par $\frac{2}{3}$, & le produit $\frac{1}{2}$ marquera au juste la valeur; comme on le peut voir sensiblement, si on considére que les 2 tiers d'un soû sont 8 deniers, dont les 3 quarts sont 6 deniers au juste, ou la moitié d'un soû.

*Proposée* $\left\{\frac{3}{4}\right.$ *de* $\frac{2}{3}$. $\left\{\right.$ *Produit* $\frac{6}{12}$ ∞ $\frac{1}{2}$ ∞ $\frac{3}{4}$ *de* $\frac{2}{3}$.

SECOND EXEMPLE.

Et pour avoir au juſte la valeur des $\frac{3}{4}$ de $\frac{5}{7}$; on prendra le produit $\frac{15}{28}$ des mêmes fractions, & la queſtion ſera reſoluë. Car $\frac{1}{4}$ des $\frac{5}{7}$ ſe trouve en diviſant $\frac{5}{7}$ par 4, ce qui donne déja $\frac{5}{28}$. Et les $\frac{3}{4}$ des $\frac{5}{7}$ ſe trouvent auſſi en prenant 3 fois leur quart $\frac{5}{28}$, ce qui produit auſſi les $\frac{15}{28}$. Et pareillement on trouve une fois $\frac{1}{7}$ des $\frac{3}{4}$, en diviſant les $\frac{3}{4}$ par 7; ce qui donne déja $\frac{3}{28}$. Et on trouve 5 fois la 7$^{e}$ partie des $\frac{3}{4}$, en multipliant par 5 leur 7$^{e}$ partie $\frac{3}{28}$. ce qui produit au juſte les $\frac{15}{28}$.

*Propoſée* $\left\{\frac{3}{4}\right.$ *de* $\frac{5}{7}$. $\left\{\right.$*Produit* $\frac{15}{28}$ $\propto$ $\frac{3}{4}$ *de* $\frac{5}{7}$.

TROISIEME EXEMPLE.

Ce ſeroit la même choſe des fractions de fractions de fractions. Comme ſi on multiplie $\frac{2}{3}$ par $\frac{3}{4}$, & le produit $\frac{1}{2}$ par $\frac{5}{7}$; le nouveau produit $\frac{5}{14}$ marque la valeur au juſte de $\frac{2}{3}$ des $\frac{3}{4}$ de $\frac{5}{7}$, ou celle au juſte de $\frac{2}{3}$ des $\frac{5}{7}$ de $\frac{3}{4}$; ou de $\frac{3}{4}$ des $\frac{2}{3}$ de $\frac{5}{7}$, ou de $\frac{3}{4}$ des $\frac{5}{7}$ de $\frac{2}{3}$; ou de $\frac{5}{7}$ des $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{4}$, ou de $\frac{5}{7}$ des $\frac{3}{4}$ de $\frac{2}{3}$. Il en ſeroit ainſi des parties encore plus rompuës.

*Propoſée* $\left\{\frac{2}{3}\right.$ *des* $\frac{3}{4}$ *de* $\frac{5}{7}$. $\left\{\right.$*Produit* $\frac{30}{84}$ $\propto$ $\frac{5}{14}$ $\propto$ $\frac{2}{3}$ *des* $\frac{3}{4}$ *de* $\frac{5}{7}$ $\propto$ $\frac{2}{3}$ *des* $\frac{5}{7}$ *de* $\frac{3}{4}$. &c.

## VII COROLLAIRE ET PROBLEME XVI.

38. *Pour trouver quelle partie des nombres infinis & conſécutifs peut être diviſible par un des nombres* 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12.

b. 52. 6. Comme il y a une moitié[b] au juſte des nombres conſécutifs, qui ſont

c. 53. 6. des nombres pairs, & [c] encore $\frac{1}{3}$ de l'autre moitié ou de tous les impairs, ou $\frac{1}{6}$ de tous les nombres ſucceſſifs, que 3 peut diviſer au juſte; puiſque

d. 37. le tiers de la moitié[d] eſt $\frac{1}{6}$ du tout: il y a déja $\frac{1}{2}+\frac{1}{6}$ ou $\frac{2}{3}$ de tous les nombres ſucceſſifs, que 2 ou 3 peut diviſer au juſte.

$\left\{\frac{2}{3}\right.$ *des nombres ſucceſſifs diviſibles par* 2, *ou par* 3.

Digitized by Google

Et parce qu'il y a $\frac{2}{10}$ ou $\frac{1}{5}$ du reſte $\frac{1}{3}$, ou $\frac{1}{15}$ de tous les ſucceſſifs, que 5 peut encore diviſer au juſte; il y aura au juſte $\frac{2}{3}+\frac{1}{15}$ ou $\frac{11}{15}$ des nombres ſucceſſifs, que 2 ou 3 ou 5 peut diviſer au juſte. Et il en reſte $\frac{4}{15}$ que nul d'eux ne peut diviſer. b. 54. 6.

$\left\{\frac{11}{15}\right.$ *des nombres ſucceſſifs diviſibles par 2, ou par 3, ou par 5.*

Et comme il y a aussi $\frac{8}{56}$ ou $\frac{1}{7}$ de même reſte $\frac{4}{15}$, ou $\frac{4}{105}$ des nombres ſucceſſifs que 7 diviſe encore au juſte; il y aura $\frac{11}{15}+\frac{4}{105}$ ou $\frac{81}{105}$ des nombres ſucceſſifs diviſibles par 2, ou par 3, ou par 5, ou par 7. Et il en reſte $\frac{24}{105}$ ou $\frac{8}{35}$ que nul d'eux ne pourra diviſer. b. 55. 6.

$\left\{\frac{27}{35}\right.$ ou $\frac{81}{105}$ *des nombres ſucceſſifs diviſibles par 2, ou par 3, ou par 5, ou par 7.*

Et parce qu'il y a toûjours $\frac{38}{432}$ ou $\frac{19}{216}$ du même reſte $\frac{8}{35}$, ou $\frac{19}{945}$ de tous les nombres ſucceſſifs, qui ſont encore diviſibles par 11; il y aura au juſte $\frac{27}{35}+\frac{19}{945}$ des nombres ſucceſſifs que l'un des nombres propoſez diviſera ſans reſte. b. 56. 6.

$\left\{\frac{748}{945}\right.$ *des ſucceſſifs que diviſe un des nombres* 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12.

## VIII COROLLAIRE ET PROBLEME XVII.

39. *Pour trouver par la voie la plus courte le plus grand diviſeur commun de deux grandeurs complexes.*

On diviſe l'une par l'autre. Et ſi l'on trouve une fraction; on prend l'expoſant du diviſeur même au dénominateur de la fraction. Et s'il eſt juſte, il ſert de diviſeur. Mais ſi l'on trouve un reſte; on multiplie la grandeur qu'on diviſe par le dénominateur de la fraction nouvelle, & on diviſe le produit par le premier diviſeur auquel on n'a rien changé. On continuë la même choſe juſqu'au premier reſte qu'on ne peut plus diviſer en aucune ſorte.

Aprés cela on prend ce reſte pour diviſer le premier diviſeur. Et ſi l'on trouve une fraction; on prend l'expoſant du nouveau diviſeur ou dénominateur de la fraction nouvelle; & s'il eſt entier, il ſert de diviſeur. Mais s'il reſte une grandeur; on réïtére une opération ſemblable à celle qui précéde. Et ainſi de ſuitte juſques à la diviſion qu'on peut faire au juſte. Et le diviſeur qui a pû la faire eſt celuy qui réſoût la queſtion. Les éxemples fixeront & feront mieux concevoir ces régles, qui paroiſſent d'abord un peu difficiles.



Digitized by Google

PREMIER EXEMPLE.

Pour trouver le plus grand diviſeur commun des grandeurs *aac—aad* & *cd—dd*. Je dis : *aac* diviſée par *cd*, l'expoſant eſt $\frac{aac}{cd}$, ou le réduiſant aux plus ſimples termes, il eſt $\frac{aa}{d}$. Et je diviſe *cd—dd* par le dénominateur *d*. Et l'expoſant entier *c—d* réſoût la queſtion.

*Propoſées aac—aad. cd—dd.* $\left\{\begin{array}{l}\textit{Diviſions } \frac{aac}{cd} \text{ ou } \frac{aa}{d} \cdot \frac{cd-dd}{d} \text{ ou } c-d\\ \textit{diviſeur cherché.}\end{array}\right.$

SECOND EXEMPLE.

Pour trouver le plus grand diviſeur commun des grandeurs $a^6ccoomm + 4a^6ccm^3p$ & $ooppz^4 + 4mp^3z^4$. Je dis : $a^6ccoomm$ diviſée par $ooppz^4$, l'expoſant eſt $\frac{a^6ccmm}{ppz^4}$. Et je diviſe enſuitte $ooppz^4 + 4mp^3z^4$ par le dénominateur $ppz^4$. Et l'expoſant entier $oo + 4mp$ eſt le plus grand diviſeur commun des grandeurs propoſées.

*Propoſées* $a^6ccoomm + 4a^6ccm^3p$. $ooppz^4 + 4mp^3z^4$. $\left\{\begin{array}{l}\textit{Diviſions } \frac{a^6ccoomm}{ooppz^4} \text{ ou } \frac{a^6ccmm}{ppz^4}.\\ \textit{Et } \frac{ooppz^4+4mp^3z^4}{ppz^4} \text{ ou } oo+4mp \textit{ plus grand diviſeur commun des propoſées.}\end{array}\right.$

TROISIEME EXEMPLE.

Pour trouver le plus grand diviſeur commun des grandeurs $x^3 - 25x$ & $xx + 10x + 25$. Je diviſe la première par la ſeconde. Et trouvant l'expoſant $x - 10 + \frac{50x+250}{xx+10x+25}$, je diviſe $50x$ par $xx$. Et parceque l'expoſant $\frac{50}{x}$ eſt une fraction, & que le dénominateur $x$ ne peut diviſer au juſte le diviſeur $xx + 10x + 25$ ; je le diviſe par le reſte $50x + 250$. Et je dis : $xx$ diviſée par $50x$, l'expoſant eſt $\frac{x}{50}$. Je diviſe donc $50x + 250$ par le dénominateur 50. Et l'expoſant entier $x + 5$ réſoût la queſtion.

*Propoſées* $x^3 - 25x$. $xx + 10x + 25$. *Diviſions* $\left\{\begin{array}{l}x^3-25x\\ xx+10x+25\end{array}\right\}$ ou $x - 10 + \frac{50x+250}{xx+10x+25}$.

*Et* $\frac{50x}{xx}$ ou $\frac{50}{x}$. $\left\{\begin{array}{l}xx\\ 50x\end{array}\right\}$ ou $\frac{x}{50}$. *Et* $\frac{50x-250}{50}$ ou $x+5$ *diviſeur cherché.*

$$\left\{\begin{array}{l}x^3-25x\\ x+5\end{array}\right\} \text{ ou } xx - 5x \cdot \frac{xx+10x+25}{x+5} \text{ ou } x+5.$$

QUATRIEME EXEMPLE.

Pour trouver le plus grand diviſeur commun des grandeurs $z^4 - 4c^3$

Digitized by Google

$-+11aazz-20a^3z+12a^4$ & $z^4-3az^3+12aazz-16a^3z+24a^4$. Je divise la premiére par la seconde; ce qui donne 1 & le reste $-az^3-aazz-4a^3z-12a^4$. Et je dis: $-az^3$ divisée par $z^4$, l'exposant est $-\frac{a}{z}$. Mais comme le dénominateur $z$ ne peut diviser au juste la seconde grandeur; je divise la seconde grandeur par le reste, & je dis: $z^4$ divisée par $-az^3$, l'exposant est $\frac{z}{-a}$. Et je divise le reste par le dénominateur $-a$, & par l'exposant $z^3+azz+4aaz+12a^3$ je divise encore la seconde grandeur; & l'exposant est $z-4a+\frac{12aazz-12a^3z+72a^4}{z^3+azz+4aaz+12a^3}$. Je dis ensuitte: $12aazz$ divisée par $z^3$, l'exposant est $\frac{12aa}{z}$. Et le dénominateur $z$ ne pouvant diviser au juste le nouveau diviseur; je divise ce même diviseur par le reste $12aazz-12a^3z+72a^4$, & je dis: $z^3$ divisée par $12aazz$, l'exposant est $\frac{z}{12aa}$. Et je divise $12aazz-12a^3z+72a^4$ par le dénominateur $12aa$, & ensuitte le diviseur précédent $z^3+azz+4aaz+12a^3$ par l'exposant entier $zz-az+6aa$. Et parceque la division donne au juste un exposant entier $z+2a$; le diviseur $zz-az+6aa$ est le plus grand commun des grandeurs proposées.

$$\frac{z^4-4az^3+11aazz-20a^3z+12a^4}{z^4-3az^3+12aazz-16a^3z+24a^4} \propto 1\frac{-az^3-aazz-4a^3z-12a^4}{z^4-3az^3+12aazz-16a^3z+24a^4}. \text{ Et } -\frac{az^3}{z^4} \propto -\frac{a}{z}.$$

$$\left\{\frac{z^4}{-az^3}\right. \propto \frac{z}{-a} \text{ Et } \frac{-az^3-aazz-4a^3z-12a^4}{-a} \propto z^3+azz+4aaz+12a^3.$$

$$\left\{\frac{z^4-3az^3+12aazz-16a^3z+24a^4}{z^3+azz+4aaz+12a^3}\right. \propto z-4a+\frac{12aazz-12a^3z+72a^4}{z^3+azz+4aaz+12a^3}.$$

$$\left\{\frac{12aazz}{z^3}\right. \propto \frac{12aa}{z}. \left\{\frac{z^3}{12aazz}\right. \propto \frac{z}{12aa}. \left\{\frac{12aazz-12a^3z+72a^4}{12aa}\right. \propto zz-az+6aa.$$

$$\left\{\frac{z^3+azz+4aaz+12a^3}{zz-az+6aa}\right. \propto z+2a \textit{ plus grand diviseur commun des proposées.}$$

## Cinquiem exemple.

Pour trouver le plus grand diviseur commun des grandeurs $x^3-4xx+5x-2$ & $-4xx+10x-6$. Je dis: $x^3$ divisée par $-4xx$, l'exposant est $-\frac{x}{4}$. Et comme 4 ne peut diviser au juste la seconde grandeur; je multiplie la premiére par 4. Et je divise le produit $4x^3-16xx+20x-8$ par $-4xx+10x-6$, ce qui donne $-1x$ & le reste $-6xx+14x-8$. Et je dis: $-6xx$ divisée par $-4xx$, l'exposant est $\frac{3}{2}$. Et divisant $-4xx+10x-6$ par le dénominateur 2, & ensuitte $-6xx+14x-8$ par l'exposant $-2xx+5x-3$, je trouve 3 & un reste $-x+1$ que je prens à son tour pour diviseur du reste $-2xx+5x-3$. Et parceque la division est juste;



Digitized by Google

le dernier diviſeur $-x+1$ eſt le plus grand commun des grandeurs propoſées.

*Propoſées* $x^3-4xx+5x-2$. $-4xx+10x-6$. *Diviſions* $\frac{x^3}{4xx} \propto -\frac{x}{4}$.

*Et* $\frac{4x^3-16xx+20x-8}{-4xx+10x-6} \propto -1x\frac{-6xx+14x-8}{-4xx+10x-6}$. *Et* $\frac{6xx}{4xx} \propto \frac{3}{2}$. *Et* $\frac{-4xx+10x-6}{2} \propto$

$$Et\ \frac{-6xx+14x-8}{-2xx+5x-3} \propto 3\ \frac{-x+1}{-2xx+5x-3}.\ Et\ \frac{-2xx+5x-2}{-x+1} \propto 2x-3.$$

$-x+1$ *diviſeur cherché.* $\frac{x^3-4xx+5x-2}{-x+1} \propto -xx+3x-2$. $\frac{-4xx+10x-6}{-x+1} \propto 4x-6$.

## SIXIEME EXEMPLE.

Pour trouver le plus grand diviſeur commun des grandeurs $z^3-2azz-bzz+aaz+2abz-aab$ & $-2azz-bzz+2aaz+4abz-3aab$. Je dis: $z^3$ diviſée par $-2azz-bzz$, l'expoſant eſt $\frac{z}{-2a-b}$. Et parceque le dénominateur $-2a-b$ ne peut diviſer au juſte la ſeconde grandeur; je multiplie la première par $-2a-b$, & je diviſe le produit $-2az^3-bz^3+4aazz+4abzz+bbzz-2a^3z-5aabz-2abbz-2a^3b+aabb$ par la ſeconde grandeur; ce qui donne $z-a$, & le reſte $-abzz+bbzz+2aabz-2abbz-a^3b+aabb$. Et je dis: $-abzz$ diviſée par $-2azz$, l'expoſant eſt $\frac{b}{2}$. Et parceque 2 ne peut diviſer au juſte la ſeconde grandeur; je multiplie le reſte $-abzz+bbzz+2aabz-2abbz-a^3b-aabb$ par le dénominateur 2. Et je diviſe enſuitte le produit $-2abzz+2bbzz+4aabz-4abbz-2a^3b+2aabb$ par la ſeconde grandeur. Ce qui donne $1b$ & le reſte $3bbzz+2aabz-8abbz-2a^3b+5aabb$. Et pour diviſer par ce reſte la ſeconde grandeur, je dis: $-2azz$ diviſée par $3bbzz$, l'expoſant eſt $-\frac{2a}{3bb}$. Et parceque $3bb$ ne peut pas diviſer au juſte le reſte précédent; je multiplie la ſeconde grandeur par $3bb$. Et je diviſe le produit $-6abbzz-3b^3zz+6aabbz+12ab^3z-9aab^3$ par le reſte précédent $3bbzz+2aabz-8abbz-2a^3b+5aabb$, ce qui donne $-2a-b$ & le reſte $4ab^3z-8aabbz+4a^3bz-4aab^3+8a^3bb-4a^4b$. Et pour diviſer par ce reſte le reſte précédent, je dis: $3bbzz$ diviſée par $4ab^3z-8aabbz+4a^3bz$, l'expoſant eſt $\frac{3bz}{4abb-8aab+4a^3}$. Et je diviſe le dernier reſte par le dénominateur $4abb-8aab+4a^3$; ce qui donne un expoſant entier $bz-ab$, que je prens pour diviſeur du reſte précédent. Et parceque la diviſion eſt juſte; je tâche auſſi à diviſer la ſeconde grandeur par $bz-ab$, & je dis $-\frac{2azz}{bz}$, l'expoſant eſt $-\frac{2az}{b}$. Et je diviſe $bz-ab$ par le dénominateur $b$; ce qui donne $z-a$ que je prens pour diviſer la ſeconde grandeur. Et comme enfin la diviſion eſt juſte; ce même diviſeur $z-a$ eſt le plus grand commun des grandeurs propoſées.

Digitized by Google

## IX COROLLAIRE.

40. TOut nombre entier ou rompu $\frac{a}{z}$ peut avoir une infinité d'aliquotes. Car diviſant $\frac{a}{z}$ par une fraction $\frac{a}{cz}$ qui ait $a$ pour numérateur, & pour dénominateur un produit $cz$ du dénominateur $z$ par un nombre arbitraire $c$; l'expoſant $c$, qui peut marquer ſucceſſivement chacun des nombres naturels, expoſera toûjours par ſes unitez combien [b] de fois $\frac{a}{cz}$ eſt dans $\frac{a}{z}$. b. 31.

$$\begin{cases} \frac{a}{z}.\frac{a}{cz}::1.\frac{1}{c}::c.1. \left\{\frac{a}{cz}\right. \textit{aliquote indéterminée de la fraction} \frac{a}{z}. \\ \frac{7}{13}.\frac{7}{13c}::1.\frac{1}{c}::c.1. \left\{c\gg 2.\left\{\frac{7}{13}\right.\gg 2\textit{ fois }\frac{7}{26}.\right. \left\{c\gg 3.\left\{\frac{7}{13}\right.\gg 3\textit{ fois }\frac{7}{39}.\right. \&c. \end{cases}$$

## X COROLLAIRE.

41. TOut nombre entier ou rompu $\frac{b}{y}$ eſt une ou pluſieurs aliquotes d'un autre $\frac{a}{z}$. Ou les deux $\frac{a}{z}$ & $\frac{b}{y}$ ſont entr'eux comme nombre à nombre.

Car le rapport des deux $\frac{b}{y}$ & $\frac{a}{z}$ eſt égal [b] au rapport des nombres $bz$ & $ay$. Comme donc le nombre entier $bz$ eſt au juſte une ou pluſieurs aliquotes de l'autre $ay$, puiſque l'un & l'autre contient au juſte certaines unitez; il eſt viſible que le nombre entier ou rompu $\frac{b}{y}$ eſt pareillement une [c] ou pluſieurs aliquotes de l'autre $\frac{a}{z}$. b. 22.

$$\begin{cases} \frac{b}{y}.\frac{a}{z}::bz.ay::\frac{bz}{xy}.\frac{ay}{xy}. \\ \frac{2}{3}.\frac{7}{13}::26.21::\frac{26}{39}.\frac{21}{39}. \end{cases}$$ c. 35 & 36. 7.

## XI COROLLAIRE.

42. TOus les nombres entiers ou rompus ſont commenſurables, & peuvent avoir une infinité d'aliquotes ou meſures communes.

Car tout nombre entier ou rompu $\frac{a}{z}$ eſt à tout [b] autre $\frac{b}{y}$ comme le nombre entier ou le produit $ay$ des extrêmes eſt au nombre entier ou au produit $bz$ des deux moyens. Ou ſi l'on en propoſe autant qu'on voudra, & qu'on leur donne à tous un commun dénominateur ſans changer leur valeur; ils ſeront tous entr'eux comme [c] les nouveaux numérateurs entr'eux. b. 22. c. 19 & 24.

Et ſi on multiplie le produit de tous leurs dénominateurs par un nombre arbitraire $g$; l'aliquote qui aura ce produit pour dénominateur, & l'unité pour numérateur, meſurera chacune [d] pluſieurs fois au juſte & ſans reſte. Comme ſi les fractions propoſées ſont $\frac{a}{z}, \frac{b}{y}, \frac{c}{x}, \frac{d}{v}, \frac{e}{t}$; l'aliquote d. 31.

Digitized by Google

$\frac{1}{gzyxvt}$ mesurera chacune plusieurs fois au juste ; la premiére autant de fois qu'il y a d'unitez dans un nombre *agyxvt*, & la seconde autant qu'il y en a dans un nombre *bgzxvt*, & la troisiéme autant qu'il y en a dans un troisiéme nombre *cgzyvt*, & la quatriéme enfin autant qu'il y en a dans *dgzyxt*, & la cinquiéme autant qu'il y en a dans *egzyxv*. Et comme *g* est un nombre arbitraire ; l'aliquote $\frac{1}{gzyxvt}$ pourra varier autant qu'on voudra & jusques à l'infini, en supposant pour *g* successivement chacun des nombres naturels qui vont à l'infini.

$$\textit{Proposées}\begin{cases}\frac{a}{z}.\ \frac{b}{y}.\ \frac{c}{x}.\ \frac{d}{v}.\ \frac{e}{t}.\\ \frac{2}{3}.\ \frac{5}{11}.\ \frac{7}{9}.\ \frac{4}{5}.\ \frac{13}{15}.\end{cases}\quad \textit{Aliquote commune}\begin{cases}\frac{1}{gzyxvt}.\\ \frac{1}{22275g}.\end{cases}$$

$$\begin{cases}\frac{a}{z}.\frac{1}{gzyxvt}::agyxvt.1.\\ \frac{2}{3}.\frac{1}{222750g}::14850g.1.\end{cases}\begin{cases}\frac{b}{y}.\frac{1}{gzyxvt}::bgzxvt.1.\\ \frac{5}{11}.\frac{1}{222750g}::20250g.1.\end{cases}\begin{cases}\frac{c}{x}.\frac{1}{gzyxvt}::cgzyvt.1.\\ \frac{7}{9}.\frac{1}{222750g}::17325g.1.\end{cases}$$

$$\begin{cases}\frac{d}{v}.\frac{1}{gzyxvt}::dgzyxt.1.\\ \frac{4}{5}.\frac{1}{222750g}::17820g.1.\end{cases}\qquad\begin{cases}\frac{e}{t}.\frac{1}{gzyxvt}::egzyxv.1.\\ \frac{13}{15}.\frac{1}{222750g}::19305g.1.\end{cases}$$

## XII COROLLAIRE.

43. DEux nombres entiers ou rompus $\frac{a}{z}$ & $\frac{b}{y}$ peuvent avoir une infinité d'aliquotes qui leur soient semblables ou proportionelles.

Car si *c* marque un nombre arbitraire, & que l'on divise $\frac{a}{z}$ par $\frac{a}{cz}$, & $\frac{b}{y}$ par $\frac{b}{cy}$ ; un même exposant *c* marquera toûjours également par ses unitez, combien de fois au [b] juste les aliquotes $\frac{a}{cz}$ & $\frac{b}{cy}$ sont l'une dans son tout $\frac{a}{z}$, & l'autre dans le sien $\frac{b}{y}$. De sorte que ces aliquotes seront toûjours proportionelles [c] ou semblables à leurs touts qu'on propose.

[b] 31.

[c] 37. 7.

$$\begin{cases}\frac{a}{z}.\ \frac{b}{y}::\frac{a}{cz}.\frac{b}{cy}::ay.bz::acy.bcz.\\ \frac{2}{3}.\ \frac{5}{11}::\frac{2}{3c}.\frac{5}{11c}::22.15::22c.15c.\end{cases}\quad\left\{\textit{Nombre arbitraire } c.\right.$$

## XIII COROLLAIRE.

44. ET on peut prouver de la même sorte que tous les nombres entiers ou rompus, qu'on pourra proposer, ont une infinité d'aliquotes qui leur sont semblables ou proportionelles.

XIV.

Digitized by Google

## XIV COROLLAIRE.

45. SI deux grandeurs A & B ſont commenſurables, ou qu'une grandeur $z$ meſure l'une & l'autre ſans reſte; elles ſont comme nombre à nombre. Et ſi elles ſont comme nombre; elles ſont commenſurables, ou peuvent être meſurées l'une & l'autre ſans reſte par une même grandeur.

La première partie eſt claire; car ayant pris les [b] nombres $a$ & $b$, qui expoſent l'un combien de fois au juſte $z$ eſt dans A, & l'autre combien de fois dans B; la grandeur A eſt égale [c] au produit $az$, & l'autre B au [c] produit $bz$. Et les mêmes A & B ou $az$ & $bz$ ſont entr'elles comme [d] les nombres $a$ & $b$. b. 24. 5. c. 18. 2. d. 1. 8.

$$\left\{\begin{matrix} A \odot az. & B \odot bz. \\ A \odot 10z. & B \odot 12z. \end{matrix}\right. \left\{\begin{matrix} A.B :: az. bz :: a. b. \\ A.B :: 10z. 12z :: 10. 12. \end{matrix}\right.$$

Et ſuppoſant les grandeurs A & B proportionelles aux nombres $a$ & $b$. Ayant pris les deux [b] expoſans $z$ & $y$ des nombres $a$ & $b$; les mêmes $z$ & $y$ ſont encore les [c] expoſans des grandeurs A & B. Et par conſéquent les grandeurs A & B ne ſont [d] que les produits des nombres $z$ & $y$ par une même grandeur $x$, qui ſera une meſure [d] commune & la plus grande [c] des grandeurs A & B. De ſorte que la grandeur $x$ & une infinité d'autres, qui la peuvent meſurer ſans reſte, doivent meſurer [f] au juſte chacune des grandeurs A & B. b. 6. 8. c. 7. 8. d. 2 & 36. 7. e. 10. 8. f. 9. 7.

$$\left\{\begin{matrix} A.B :: a. b :: z. y :: zx. yx. \\ A.B :: 10. 12 :: 5. 6 :: 5x. 6x. \end{matrix}\right. \left\{ 1x \text{ meſure commune} \odot 2. \right.$$

## XV COROLLAIRE.

46. ET ſi deux grandeurs A & B ſont incommenſurables; elles ne [a] ſont point comme nombre à nombre. Où ſi elles ne ſont point comme nombre; elles ſont [a] incommenſurables. Car ſi deux incommenſurables pouvoient être comme nombre à nombre; elles ſeroient [b] commenſurables. Et ſi deux qui ne ſont point comme nombre à nombre pouvoient être commenſurables; elles ſeroient comme [b] nombre à nombre. Ce qui détruiroit toûjours [c] la ſuppoſition. a. 16. 8. b. 45. c. 15. 1.

## DEFINITIONS.

47. LE produit d'un rapport par luy-même ou d'une fraction par elle-même ſera nommé *fraction quarrée*, ou *puiſſance ſeconde & rompuë*, ou *puiſſance rompuë du ſecond degré*. Comme le produit $\frac{aa}{zz}$ de la grandeur rompuë $\frac{a}{z}$ multipliée par elle-même. Et le cube $\frac{a^3}{z^3}$ de la même $\frac{a}{z}$ en ſera auſſi nommé *la troiſiéme puiſſance*, ou *la puiſſance rompuë du troiſiéme degré*. Et $\frac{a^4}{z^4}$ en ſera pareillement la *puiſſance quatriéme & rompuë*. Et ſi les



Digitized by Google

termes $a$ & $z$ ſont commenſurables ; les puiſſances rompuës ſeront nommées *parfaites.*

## XVIII PROBLEME.

48. *Pour réſoudre les puiſſances rompuës, ou pour en tirer les racines quarrées, ou cubiques, ou autres linéaires.*

On prend leurs expoſans ; & on tire la racine quarrée, ou cubique, ou autre linéaire de chacun des deux termes. Et celle du premier terme eſt le numérateur, & l'autre le dénominateur de la racine linéaire qu'on cherche. Comme pour tirer la racine quarrée de la fraction $\frac{aa}{zz}$ ; je prens la racine quarrée $a$ du numérateur $aa$ pour numérateur, & l'autre $z$ du dénominateur $zz$ pour dénominateur d'une fraction $\frac{a}{z}$, qui eſt la racine quarrée de celle qu'on propoſe. Et pour tirer la cubique de la fraction $\frac{a^3}{z^3}$ ; je prens pareillement la cubique $a$ du numérateur $a^3$, & la cubique $z$ du dénominateur $z^3$. Et la fraction $\frac{a}{z}$ eſt la racine cubique de la propoſée $\frac{a^3}{z^3}$. Et il en eſt ainſi des autres puiſſances.

*Fraction quarrée* $\frac{aa}{zz}$. *Racine quarrée* $\frac{a}{z}$. (*Fraction cubique* $\frac{a^3}{z^3}$. *Racine* $3^{e}\frac{a}{z}$.

### PREMIER EXEMPLE.

Pour tirer la racine quarrée de $\frac{121}{144}$. Je prens la racine quarrée 11 de 121, & la racine quarrée 12 de 144. Et la fraction $\frac{11}{12}$ eſt la racine quarrée de celle qu'on propoſe.

Et pour tirer la racine quarrée de $742\frac{9}{16}$. Je rappelle ce nombre à la fraction $\frac{11881}{16}$ qui luy eſt égale. Et tirant enſuitte la racine quarrée 109 du numérateur 11881, & la racine quarrée 4 du dénominateur 16 ; la fraction $\frac{109}{4}$ ou $27\frac{1}{4}$ eſt la racine quarrée que je cherche.

*Quarré* $\frac{121}{144}$. *Sa racine quarrée* $\frac{11}{12}$. (*Quarré* $742\frac{9}{16} \propto \frac{11881}{16}$. *Sa racine* $2^{e}\frac{109}{4} \propto 27\frac{1}{4}$.

### SECOND EXEMPLE.

Pour tirer la racine cubique de $20234\frac{51}{64}$. Je prens la fraction $\frac{1295019}{64}$ qui luy eſt égale. Et tirant les racines cubiques 109 & 4 l'une du numérateur 1295019, & l'autre du dénominateur 64, la fraction $\frac{109}{4}$ ou $27\frac{1}{4}$

*Cube* $20234\frac{51}{64} \propto \frac{1295019}{64}$. *Racine* $3^{e}\frac{109}{4} \propto 27\frac{1}{4}$.

Digitized by Google

est la racine cubique que je cherche. On trouveroit de la même sorte que la racine cubique de $171\frac{341}{729}$ est $5\frac{2}{9}$.

### Troisieme exemple.

Pour tirer la racine quarrée de la fraction $\frac{1}{4}qq$ ou $\frac{1qq}{4}$, j'écris $\frac{1q}{2}$ ou $\frac{1}{2}q$. Et pour tirer la racine cubique de la grandeur $\frac{1}{27}p^3$, j'écris $\frac{1}{3}p$ ou $\frac{1p}{3}$.

*Quarré* $\frac{1}{4}qq \propto \frac{1qq}{4}$. *Racine quarrée* $\frac{1q}{2} \propto \frac{1}{2}q$. (*Cube* $\frac{1}{27}p^3 \propto \frac{1p^3}{27}$. *Racine* $3^{e}$ $\frac{1}{3}p \propto \frac{1p}{3}$.

### Quatrieme exemple.

Pour tirer la racine quarrée de la grandeur $aa+ab-\frac{1}{2}bc+\frac{1}{4}cc-ac$. Je dis $a$ est la racine linéaire du quarré $aa$, & j'écris $a$ au demi-cercle, & j'efface $aa$. Et ensuitte je dis : $ab-ac$ divisée par $2a$, l'exposant est $\frac{1}{2}b-\frac{1}{2}c$, que j'écris au demi-cercle, & j'efface la grandeur divisée $ab-ac$, plus le quarré $\frac{1}{4}bb-\frac{1}{2}bc+\frac{1}{4}cc$ de l'exposant $\frac{1}{2}b-\frac{1}{2}c$. Et comme il ne reste rien, je trouve au juste au demi-cercle la racine quarrée $a+\frac{1}{2}b-\frac{1}{2}c$.

*Quarré* $aa+ab-\frac{1}{2}bc+\frac{1}{4}bb+\frac{1}{4}cc-ac$. $\left\{\begin{array}{l} a+\frac{1}{2}b-\frac{1}{2}c \text{ Racine quarrée} \\ \frac{ab-ac}{2a} \propto \frac{1}{2}b-\frac{1}{2}c. \end{array}\right.$

$-aa, -ab+\frac{1}{2}bc-\frac{1}{4}bb-\frac{1}{4}cc+ac.$

*Reste* 0 0 0 0 0 0

### Cinquieme exemple.

Pour tirer la racine quarrée de la grandeur que je propose ici. Je prens les quatre racines $2aa$, $\frac{1}{2}bb$, $bc$, $\frac{1}{2}cc$ des quatre quarrez $4a^4$, $\frac{1}{4}b^4$, $bbcc$, $\frac{1}{4}c^4$. Et parceque le signe $-$ est par tout où $bc$ multiplie l'une des trois autres racines $2aa$, $\frac{1}{2}bb$, $\frac{1}{2}cc$; j'écris $2aa+\frac{1}{2}bb-bc+\frac{1}{2}cc$ pour racine quarrée de la grandeur que j'ai proposée. Et le quarré de cette racine supposée étant le même que je dois résoudre; la supposition est juste, & la racine supposée est celle que je cherche.

*Voyez la page suivante.*

Si cette méthode ne réüssissoit pas, on pourroit suivre avec asſurance celle de l'exemple précédent comme étant générale, ou donner à toutes les parties



Digitized by Google

de la grandeur complèxe un même dénominateur ſans changer leur valeur, & ſuivre alors la régle générale du problême.

*Quarré* $4a^4 + 2aabb + \frac{1}{4}b^4 - 4aabc - b^3c + bbcc + 2aacc + \frac{1}{2}bbcc - bc^3 + \frac{1}{4}c^4$.

(*Quarrez* $4a^4$. $\frac{1}{4}b^4$. $bbcc$. $\frac{1}{4}c^4$. (*Leurs côtez* $2aa$. $\frac{1}{2}bb$. $-bc$. $\frac{1}{2}cc$.

*Diviſions* $\left\{\frac{2aabb}{4aa}\right\} \infty \frac{1}{2}bb$. $\left\{\frac{-4aabc - bc^3}{4aa + bb}\right\} \infty -bc$. $\left\{\frac{2aacc + \frac{1}{2}bbcc - bc^3}{4aa + bbcc - bc^3}\right\} \infty \frac{1}{2}cc$.

$\left\{$*Racine quarrée* $2aa + \frac{1}{2}bb - bc + \frac{1}{2}cc$.

## SIXIEME EXEMPLE.

Pour tirer la racine cubique de la grandeur $\frac{1}{8}a^6 - \frac{1}{4}a^5b + \frac{1}{6}a^4bb - \frac{1}{27}a^3b^3$. Je dis $\frac{1}{2}aa$ eſt la racine cubique de la partie $\frac{1}{8}a^6$, & j'écris $\frac{1}{2}aa$ au demi-cercle, & j'efface $\frac{1}{8}a^6$. Je dis enſuitte $-\frac{1}{4}a^5b$ étant diviſée par 3 fois le quarré $\frac{1}{4}a^4$ de la grandeur $\frac{1}{2}aa$, c'eſt à dire par $\frac{3}{4}a^4$, ou $\frac{-a^5b}{4}$ étant diviſée par $\frac{3a^4}{4}$, l'expoſant eſt $-\frac{ab}{3}$ ou $-\frac{1}{3}ab$, que j'écris au demi-cercle ; & j'efface ou retranche la partie diviſée $-\frac{1}{4}a^5b$, & encore trois produits de la grandeur $\frac{1}{2}aa$ par le quarré de l'autre $-\frac{1}{3}ab$, c'eſt à dire la partie même $\frac{1}{6}a^4bb$, & enfin le cube $-\frac{1}{27}a^3b^3$ de la même $-\frac{1}{3}ab$. Et comme il ne reſte rien ; je trouve au juſte au demi-cercle la racine cubique $\frac{1}{2}aa - \frac{1}{3}ab$. J'aurois pû la trouver tout d'un coup en prenant d'abord les racines cubiques $\frac{1}{2}aa$ & $-\frac{1}{3}ab$ des parties cubiques $\frac{1}{8}a^6$ & $-\frac{1}{27}a^3b^3$, & conſidérant enſuitte ſi le cube de la grandeur $\frac{1}{2}aa - \frac{1}{3}ab$ eſt celuy qu'on propoſe.

*Cube* $\frac{1}{8}a^6 - \frac{1}{4}a^5b + \frac{1}{6}a^4bb - \frac{1}{27}a^3b^3$ $\left\{\frac{1}{2}aa - \frac{1}{3}ab$ *Racine cubique.*

$-\frac{1}{8}a^6 + \frac{1}{4}a^5b - \frac{1}{6}a^4bb + \frac{1}{27}a^3b^3$ $\left\{$*Diviſion* $\frac{-4a^5b}{12a^4} \infty \frac{-ab}{3} \infty -\frac{1}{3}ab$.

0 0 0 0

## I COROLLAIRE.

49. Si les deux termes A & Z d'une fraction $\frac{A}{Z}$ ont pour exposans deux nombres $a$ & $z$, qui ne soient point l'un & l'autre un quarré, ou un cube parfait, ou une puissance $4^e$, ou $5^e$, ou $6^e$ & parfaite, &c; aucun nombre entier ou rompu n'en peut être la racine quarrée, ou cubique, ou $4^e$, ou $5^e$, ou $6^e$, &c: & la juste valeur de la même racine est incommensurable.

Car tout nombre entier ou rompu $\frac{B}{Y}$ étant multiplié par luy-même donne un produit $\frac{BB}{YY}$, dont les deux termes BB & YY sont deux nombres [b] quarrez, qui ont aussi pour exposans deux nombres [c] quarrez $bb$ & $yy$. De sorte que si un nombre rompu ou une fraction $\frac{A}{Z}$ n'a point deux nombres quarrez pour exposans $a$ & $z$; elle ne peut être un [d] quarré $\frac{BB}{YY}$ d'aucun nombre entier ou rompu $\frac{B}{Y}$, puisqu'autrement elle auroit pour ses exposans deux nombres quarrez, ce qui répugne à la supposition. Et par conséquent la juste valeur de la même racine ne peut être exprimée ou déterminée par aucun nombre entier ou rompu; ou ce qui revient au même elle est incommensurable à tout nombre entier ou rompu, ou ne peut [e] être à aucun nombre entier ou rompu comme un nombre est à un autre nombre.

b. 28. c. 76. 2. d. 46. 1. e. définition 2 & 46.

$$\left\{\begin{array}{l}\text{Fraction } \frac{A}{Z}.\\ \frac{270}{390}.\end{array}\right\}\left\{\begin{array}{l}\text{Exposans } \frac{a}{z}.\\ \frac{9}{13}.\end{array}\right.\text{Nombre arbitraire } \left\{\frac{B}{Y}.\right.\left\{\begin{array}{l}\text{Son quarré } \frac{BB}{YY}.\\ \text{Exposant } \frac{bb}{yy}.\end{array}\right.$$

## II COROLLAIRE.

50. Si donc un nombre entier n'a point un nombre entier pour sa racine quarrée, ou cubique, ou quatriéme, ou cinquiéme, ou autre linéaire; la juste valeur de cette racine linéaire est incommensurable à tout nombre entier ou rompu, ou ne peut jamais être exprimée ou déterminée par aucun nombre entier ou rompu. Parce que tout nombre entier $b$ est, comme un rapport [b] implicite de luy-même avec l'unité, à qui tout nombre entier ou rompu est tacitement comparé: Ou parcequ'il vaut autant que la fraction $\frac{b}{1}$. Mais $b$ & $z$ sont [c] exposans des termes de la fraction $\frac{b}{1}$, & ces exposans ne sont point deux nombres [d] quarrez. Et par conséquent aucun nombre entier ou rompu ne peut [e] être la juste valeur de la racine quarrée du nombre $\frac{b}{1}$ ou $b$; & cette racine est [f] incommensurable, ou n'est point au nombre entier $b$ ou à l'unité comme un nombre est à un autre nombre. Mais quoi qu'on ne puisse jamais l'expri-

b. définition. c. 3. 8. d. supposition. e. 49. f. 46.

mer ou la déterminer par un nombre entier ou rompu, on peut néanmoins approcher de ſa juſte valeur de ſi prés qu'on voudra, & juſques à l'infini.

## VII PROBLEME.

51. *Pour approcher autant qu'on voudra de la juſte valeur des racines incommenſurables. Ou pour réſoudre au plus prés qu'on voudra les puiſſances imparfaites exprimées par nombres.*

On ſouſcrit 1 au nombre qu'on trouve au demi-cercle. Et on joint à cette unité autant de zéro qu'il eſt néceſſaire pour déterminer une particule ou une aliquote moindre que toute autre qu'on aura propoſée, ou qui ne ſoit pas plus grande, & on ajoûte au reſte en même temps autant de tranches de zéro que l'on en a joints ou écrits avec l'unité. Et enſuitte on continuë l'opération ſelon les régles des puiſſances parfaites. Et ce que l'on trouve enfin au demi-cercle reſoût la queſtion. Les exemples fixeront & feront mieux concevoir ces régles.

### PREMIER EXEMPLE.

Pour approcher ſi prés de la juſte valeur de la racine quarrée de 18, que ce qui luy manquera ſoit moindre que ſa milliéme partie. Aprés avoir écrit au demi-cercle la racine quarrée 4 du plus grand quarré 16 qui ſoit

*De* 18 *non quarré* — *ôter* 16 *quarré* — *Du* 1er *reſte* 2 0 0 | 0 0 | 0 0

8 . 1er *diviſeur*

*ôter* 1 6 4

*Du* 2d *reſte* 3 6 | 0 0

84 . 2d *diviſeur*

*ôter* 3 3 7 6

*Du* 3e *reſte* 2 2 4 | 0 0

848 . 3e *diviſeur*

*ôter* 1 6 9 6 4

*Du* 4e *reſte* 5 4 3 6 | 0 0 | 0 0 | 0 0

8488 . 4e *diviſeur*

*ôter* 5 0 9 0 7 6

*Du* 5e *reſte* 3 4 5 2 4 | 0 0

84882 . 5e *diviſeur*

*ôter* 3 3 9 4 0 9 6

*Des* 6e & 7e *reſtes* 5 8 3 0 4 | 0 0 | 0 0

848828 . 6e *diviſeur*

8488280 . 7e *diviſeur*

*ôter* 5 0 9 1 1 6 8 3 6

8e *reſte* 7 3 9 2 3 1 6 4 &c.

*De* 1838 *non quarré* — *ôter* 1024 *quarré*

*Du* 1er *reſte* 1 4 | 0 0 | 0 0 | 0 0 | 0 0

64 . 1er *diviſeur*

*ôter* 1 2 8 4

*Du* 2d *reſte* 1 1 6 | 0 0

644 . 2d *div.*

*ôter* 6 4 4 1

*Du* 3e *reſte* 5 1 5 | 0 0

6443 . 3e *diviſeur*

*ôter* 5 1 5 4 2 4

*Du* 6e *reſte* 4 7 6 0 | 0 | 0 | 0

64436 . 4e *diviſeur*

644360 . 5e *diviſeur*

6443600 . 6e *diviſeur*

*ôter* 4 5 1 0 5 2 0 4 9

*Du* 7e *reſte* 2 4 9 4 1 9 5 1 &c.

*racine approchée* $\begin{cases} 4\frac{4142640}{10000000} \\ \text{ou} \\ 4\frac{42426407}{100000000} \end{cases}$ *racine approchée.*

*racine approchée* $\begin{cases} 4\frac{2118007}{1000000} \\ \text{ou} \\ 4\frac{21218068}{10000000} \end{cases}$

dans 18, je luy ſouſcris 1000, & j'ajoûte au reſte qui eſt 2, trois tranches de zéro. Et continuant ſelon les régles, je trouve au demi-cercle $\frac{4241}{1000}$ qui vaut moins que la juſte racine de 18, mais d'une particule qui n'en eſt pas la milliéme partie; & $\frac{4243}{1000}$ la ſurpaſſeroit auſſi d'une particule moindre que ſa milliéme partie. Et ſi on ajoûtoit ſept zéro à l'unité ſouſcritte, & ſept tranches de deux zéro chacune au reſte 2; on trouveroit de la même ſorte que la juſte valeur de la racine quarrée de 18 ne ſurpaſſe pas de ſa dix millionniéme partie la fraction $\frac{42426406}{10000000}$, qui vaut un peu moins qu'elle; & qu'il ne s'en faut par cette même partie qu'elle n'arrive à la valeur de la fraction $\frac{42426407}{10000000}$ qui la ſurpaſſe un peu.

Et on reconnoîtroit de la même ſorte que la juſte valeur de la racine quarrée de 1038 eſt entre les fractions $\frac{32218008}{1000000}$ & $\frac{32218007}{1000000}$, dont la différence n'eſt qu'une millionniéme partie de l'unité.

### SECOND EXEMPLE.

Pour approcher ſi prés de la juſte valeur de la racine cubique de 1038, que ce qui luy manquera ſoit moindre que ſa milliéme partie. Aprés avoir écrit au demi-cercle la racine cubique 10 du plus grand cube 1000 qui ſoit dans 1038, je ſouſcris 1 ſous 10, & je luy joins trois zéro, & j'ajoûte trois tranches de trois zéro chacune au reſte 38. Et continuant le reſte ſelon les régles ordinaires, je trouve au demi-cercle que la juſte valeur de la racine cubique de 1038 eſt entre les fractions $\frac{10171}{1000}$ & $\frac{10172}{1000}$ qui n'ont pour différence qu'une milliéme partie de l'unité. Et il en eſt ainſi des autres puiſſances.

*De* 1038 *non cubique*
*ôter* 1000 *cube*
*Du* 1^er *reſte* 38|000|000|000
χφφ... 1^er *diviſeur*
*ôter* 30301
*Du* 2^d *reſte* 7699|000
ιφχφι..
*ôter* 7289513
*Du* 3^e *reſte* 409487|000
χιφχ8φ7..
*ôter* 310317211
4^e *reſte* 99169789 &c.

*Racine cubique approchée.*
$\frac{10171}{1000}$ ou $\frac{10172}{1000}$

Digitized by Google

## DES FRACTIONS DECIMALES.

SI les diverſes unitez ſont conçeuës chacune comme diviſées en 10 parties égales, ou en $\frac{10}{10}$; & chaque 10$^e$ auſſi en 10 parties égales, ou en $\frac{10}{100}$; & chaque 100$^e$ en 10 autres égales, ou en $\frac{10}{1000}$; & chaque 1000$^e$ encore en 10 parties égales, ou en $\frac{10}{10000}$; & ainſi du reſte juſques où l'on voudra : tous ces divers rompus ou rompus de rompus ſont nommez *fractions décimales*. Et leur uſage eſt d'un grand ſecours pour comparer avec facilité les meſures ou grandeurs ainſi partagées de 10 en 10, & les fractions de ces mêmes grandeurs.

### PROBLEME VIII.

52. *Pour ajoûter enſemble les fractions décimales, & pour ôter les unes des autres.*

On obſervera que tous leurs dénominateurs ſoient des termes ſucceſſifs de la progreſſion de 1 à 10. Et ſi quelqu'un de ces termes manque entre le moindre & le plus grand ; on remplira ſa place, & on luy donnera 0 pour numérateur. Et tout étant diſpoſé par ordre, on achevera facilement le reſte ſelon les régles ordinaires.

PREMIER EXEMPLE DE L'ADDITION.

Pour ajoûter enſemble 27, $\frac{8}{10}$, $\frac{4}{100}$, $\frac{7}{1000}$; on écrit ſimplement $\frac{27847}{1000}$. Et pour ajoûter enſemble 5, $\frac{7}{1000}$, $\frac{3}{10000}$; on mettra $\frac{0}{10}$ & $\frac{0}{1000}$ pour les 10$^{es}$ & les 1000$^{es}$ qui manquent entre $\frac{5}{1}$ & $\frac{3}{10000}$, & alors on écrira ſimplement $\frac{50703}{1000}$ pour la ſomme entiére.

*Ajoûter* 27. . . / 8 . . / 4 . / 7 — *Somme* 27847

*Ajoûter* 5 . . . . / 7 . . / 3 — *Somme* 50703

*Propoſées* 27. $\frac{8}{10}$. $\frac{4}{100}$. $\frac{7}{1000}$. *Leurs égales* $\frac{27000}{1000}$. $\frac{800}{1000}$. $\frac{40}{1000}$. $\frac{7}{1000}$. *Somme* $\frac{27847}{1000}$.

*Propoſées* 5. $\frac{7}{100}$. $\frac{3}{10000}$. *Leurs égales* $\frac{50000}{10000}$. $\frac{700}{10000}$. $\frac{3}{10000}$. *Somme* $\frac{50703}{10000}$ ou $5\frac{703}{1000}$.

SECOND EXEMPLE.

Pour ajoûter enſemble 27, $\frac{8}{10}$, $\frac{4}{100}$, $\frac{7}{1000}$, & 37, $\frac{8}{10}$, $\frac{7}{100}$, $\frac{5}{1000}$, & 875, $\frac{7}{10}$, $\frac{8}{100}$, $\frac{2}{1000}$. On prendra d'une part $\frac{27847}{1000}$, & d'une autre $\frac{37875}{1000}$.

Digitized by Google

$\frac{37875}{1000}$, & enſuite $\frac{875782}{1000}$; & ajoûtant alors les ſeuls numérateurs, on n'aura qu'à ſouſcrire à leur ſomme le commun dénominateur, & la fraction $\frac{941504}{1000}$ ſera la ſomme entiére que l'on veut découvrir.

*Ajoûter* { 27847 / 37875 / 875782

*Somme* 941504

(*Propoſées* $\frac{27847}{1000}$. $\frac{37875}{1000}$. $\frac{27847}{1000}$. (*Leur ſomme entiére* $\frac{941504}{10000}$ ∞ 941 $\frac{504}{1000}$.

### Troisieme exemple.

Si on veut nommer *t* le tout ou l'entier, & nommer enſuite *premiéres* ou marquer par $'$ les $10^{es}$, & nommer *ſecondes* ou marquer par $''$ les $100^{es}$, & nommer *troiſiémes* ou marquer par $'''$ les $1000^{es}$; & nommer quatriémes ou marquer par IV les $10000^{es}$, & ainſi du reſte; on pourra ſupprimer les dénominateurs, en mettant au lieu des parties dénommées les marques ou les noms qui les doivent exprimer. Et alors on n'aura qu'à ſuivre les régles preſcrites pour les entiers, obſervant néanmoins toûjours qu'il faut remplir par o le vuide des parties dénommées qui manquent entre les plus grandes & les plus petites.

Ainſi pour ajoûter enſemble 8, $\frac{5}{10}$, $\frac{6}{100}$, $\frac{3}{1000}$, ou $8t$, $5'$ $6''$ $3'''$, & 5, $\frac{7}{100}$, $\frac{2}{1000}$, ou $5t$, $0'$ $7''$ $2'''$; ou $8563'''$ & $5072'''$: il eſt aiſé de voir qu'il ſuffit d'ajoûter enſemble 8563 & 5072, & que leur ſomme 13635 eſt celle des $100^{es}$ parties, que comprennent au juſte les touts & les parties que l'on a propoſées.

*Ajoûter* { $8t$, $5'$ $6''$ $3'''$ / $5t$, $0'$ $7''$ $2'''$

*Somme* $13t$, $6'$ $3''$ $5'''$

### Quatrieme exemple.

Pour ajoûter enſemble $4794t$, $2'$ $3''$ $6'''$ & $5840t$, $5'$ & $947t$, $0'$ $8''$ & $356t$, $2'$ $3''$ $0'''$ $8^{IV}$, & $30t$, $0'$ $0''$ $0'''$ $0^{IV}$ $2^{V}$; ou $4794236'''$ & $58405'$ & $94708''$ & $3562308^{IV}$ & $300002^{V}$: on ſuivra les régles ordinaires de la ſeule addition des entiers, aprés qu'on aura diſpoſé dans leurs rangs les entiers ſous les entiers, les premiéres ſous les premiéres, les ſecondes ſous les ſecondes, & ainſi du reſte.

*Ajoûter* { $4794t$, $2'$ $3''$ $6'''$ / $5840t$, $5'$ / $947t$, $0'$ $8''$ / $356t$, $2'$ $3''$ $0'''$ $8^{IV}$ / $30t$, $0'$ $0''$ $0'''$ $0^{IV}$ $2^{V}$

*Somme* $11968t$, $0'$ $4''$ $6'''$ $8^{IV}$ $2^{V}$

### Premier exemple de la Soûstraction.

Pour ôter $307t$, $4'$ $6''$ $9'''$ $0^{IV}$ $2^{VI}$ de $5623t$, $7'$ $0''$ $8'''$ $9^{IV}$ $5^{V}$.



Digitized by Google

On les diſpoſera par ordre & ſelon leurs rangs comme aux exemples qui précédent ; & la ſouſtraction s'achevera ſelon les régles ordinaires.

*De* 5623*t*, 7′ 0″ 8‴ 9ᴵⱽ 5ⱽ 0ⱽᴵ
*ôter* 307*t*, 4′ 6″ 9‴ 0ᴵⱽ 0ⱽ 2ⱽᴵ
*Reſte* 5316*t*, 2′ 3″ 9‴ 9ᴵⱽ 4ⱽ 8ⱽᴵ

### SECOND EXEMPLE

Pour ôter 57*t*, 2′ 1″ 4ᴵⱽ 3ⱽ & 20*t*, 3′ 9″ 7‴ 8ᴵⱽ de 301*t*, 3′ 5ⱽ plus 113*t*, 1′ 5″ 0‴ 7ᴵⱽ ; on prendra la ſomme 77*t*, 6′ 0″ 8‴ 2ᴵⱽ 3ⱽ d'une part, & de l'autre la ſomme 414*t*, 4′ 5″ 0‴ 7ᴵⱽ 5ⱽ. Et ôtant la moindre de l'autre plus grande ; le reſte eſt 336*t*, 8′ 4″ 2‴ 5ᴵⱽ 2ⱽ.

*Ajoûter* { 57*t*, 2′ 1″ 0‴ 4ᴵⱽ 3ⱽ ; 20*t*, 3′ 9″ 7‴ 8ᴵⱽ 0ⱽ
*Somme* 77*t*, 6′ 0″ 8‴ 2ᴵⱽ 3ⱽ

*Ajoûter* { 301*t*, 3′ 0″ 0‴ 0ᴵⱽ 5ⱽ ; 113*t*, 1′ 5″ 0‴ 7ᴵⱽ 0ⱽ
*Somme* 414*t*, 4′ 5″ 0‴ 7ᴵⱽ 5ⱽ
*ôter* 77*t*, 6′ 0″ 8‴ 2ᴵⱽ 3ⱽ
*Reſte* 336*t*, 8′ 4″ 2‴ 5ᴵⱽ 2ⱽ

## PROBLEME.

53. *Pour multiplier les grandeurs décimales les unes par les autres.* On multipliera à l'ordinaire les nombres par les nombres ; & leurs dénominateurs auſſi les uns par les autres, ce qui ſe fait par leur ſimple addition, lorſqu'on emploie les noms ou caractéres des premiéres, ſecondes, troiſiémes, &c.

### PREMIER EXEMPLE.

Pour multiplier 32*t*, 5′ 7″ par 89*t*, 4′ 6″ ; ou 3257″ par 8946″ ; on multipliera 3257 par 8946, & 1″ par 1″, ajoûtant ſimplement enſemble ″ & ″, ce qui fait 1ᴵⱽ. Et le produit 29137122ᴵⱽ reſoudra la queſtion.

*Multiplier* 32*t*, 5′ 7″ ∞ 3257″ ∞ $\frac{3257}{100}$
*par* 89*t*, 4′ 6″ ∞ 8946″ ∞ $\frac{8946}{100}$
} *Produit* 29137122ᴵⱽ ∞ $\frac{29137122}{10000}$.

### SECOND EXEMPLE.

Pour multiplier 3ᴵⱽ 7ⱽ 8ⱽᴵ par 5′ 4″, ou 378ⱽᴵ par 54″ ; on multipliera ſimplement 378 par 54, & on ajoûtera enſemble ⱽᴵ & ″, ce qui fait ⱽᴵᴵ. Et le produit ſera 20412ⱽᴵᴵ ou 2ᴵⱽ 0ⱽ 4ⱽᴵ 1ⱽᴵᴵ 2ⱽᴵᴵ.

*Multiplier* 3ᴵⱽ 7ⱽ 8ⱽᴵ ∞ 378ⱽᴵ ∞ $\frac{378}{1000000}$.
*par* 5′ 4″ ∞ 54″ ∞ $\frac{54}{100}$.
} *Prod.* 20412ⱽᴵᴵ ∞ $\frac{20412}{100000000}$.

Digitized by Google

## PROBLEME.

54. *Pour diviſer les grandeurs décimales les unes par les autres.*

On obſerve que le dénominateur de celle qu'on diviſe ſoit au moins auſſi grand que le dénominateur de celle par laquelle on diviſe, augmentant pour cela les rangs du numérateur par autant de zéro qu'il eſt néceſſaire. Et enſuitte on diviſe une grandeur par l'autre ſelon les régles ordinaires; & le dénominateur auſſi par l'autre dénominateur, ce qui ſe fait par une ſimple ſouſtraction, lorſqu'on emploie les noms ou caractéres des premiéres, ſecondes, troiſiémes, &c.

### Premier exemple.

Pour diviſer $3^t, 4' 4'' 3''' 5^{IV} 2^V$ par $9' 6''$, ou $344352^V$ par $96''$; on diviſera $344352$ par $96$, & on ôtera $''$ de $^V$, ce qui laiſſe $'''$; & l'expoſant ſera $3587'''$ ou $3^t, 5' 8'' 7'''$.

*Diviſer* $3^t, 4' 4'' 3''' 5^{IV} 2^V \propto 344352^V \propto \frac{344352}{100000}$. $\left\{ \text{*Expoſant* } 3587''' \propto \frac{3587}{1000}. \right.$

*par* $9' 6'' \propto 96'' \propto \frac{96}{100}$.

### Second exemple.

Pour diviſer $7''$ par $4^V$, ou $7000^V$ par $4^V$; on diviſera ſimplement $7000$ par $4$, & $1^V$ par $1^V$. Et l'expoſant ſera $1750$, & cet expoſant marquera que $4^V$ ſont $1750$ fois dans $7''$ au juſte.

*Diviſer* $7'' \propto 7000^V \propto \frac{7000}{100000}$ *par* $4^V \propto \frac{4}{100000}$. $\left\{ \text{*Expoſant* } 1750 \propto \frac{700000000}{400000}. \right.$

### Troisieme exemple.

Pour diviſer $4'$ par $3''$, ou $40''$ par $3''$; on n'aura qu'à diviſer $40$ par $3$; & laiſſant le reſte $\frac{1}{3}$, l'expoſant ſera preſque $13$. Ou ſi on veut approcher toûjours de plus en plus de la juſte valeur; on n'aura qu'à ajoûter tant de zéro qu'on voudra à $4'$, écrivant par exemple $400000^{VI}$. Et diviſant alors $400000^{VI}$ par $3''$, l'expoſant ſera $133333^{IV}$, & $\frac{1}{3}$ de la fraction $1^{VI} \propto \frac{1}{1000000}$, qu'on pourra négliger comme peu importante ou comme inutile dans les rencontres ordinaires.

*Diviſer* $4' \propto 400000^{VI} \propto \frac{400000}{1000000}$ *par* $3'' \propto \frac{3}{100}$. $\left\{ \text{*Expoſant* } 133333^{IV} + \frac{1}{3} 1^V \propto \frac{4000000}{30000}. \right.$

### Quatrieme exemple.

Pour diviſer $3' 5''$ par $6^V$ ou $35000^V$ par $6^V$; on diviſera $35000$ par $6$. & $^V$ par $^V$, en ôtant $^V$ de $^V$. Et l'expoſant ſera $5833\frac{1}{3}$. Et la fraction $\frac{1}{3}$



Digitized by Google

pourra être négligée. Ou si on juge qu'elle soit considérable ; on ajoûtera encore quelques zéro à $35000^{V}$, écrivant par exemple $3500000^{VII}$, qu'on divisera ensuite par $6^{V}$, & l'exposant sera $583333''$ plus $\frac{1}{3}$ de la fraction décimale $1'' \propto \frac{1}{100}$.

*Div.* $3500000^{VII}$ *par* $6^{V}$, *ou* $\frac{3500000}{1000000}$ *par* $\frac{6}{100000}$. *Exp.* $583333'' + \frac{1}{300} \propto \frac{3500000000000}{6000000}$.

## COROLLAIRE ET PROBLEME.

55. *Pour changer en fraction décimale telle fraction* $\frac{a}{b}$ *qu'on voudra.*

On ajoûtera au numérateur $a$ tant de zéro qu'on voudra, & le produit $z$ sera ensuite divisé par le numérateur $b$, & l'exposant entier $c$ résoudra la question, ou au juste, ou en sorte que s'il y a quelque reste, on le pourra négliger comme inutile ou de peu d'importance.

### PREMIER EXEMPLE.

Pour trouver une fraction décimale égale à $3\frac{1}{4}$; on prendra la fraction $\frac{13}{4} \propto 3\frac{1}{4}$. Et ajoûtant deux zéro au numérateur 13, le produit $1300''$ sera divisé par 4, & l'exposant $325'' \propto \frac{325}{100}$ sera une fraction décimale d'une même valeur que $3\frac{1}{4}$ ou que $\frac{13}{4}$ qu'on avoit proposé.

*Fraction changée en décimale* $\left\{\frac{13}{4} \propto \frac{1300}{400} \propto \frac{325}{100} \propto 325''\right.$.

### SECOND EXEMPLE.

Pour trouver une fraction décimale égale $3\frac{2}{3}$; on prendra son égale $\frac{11}{3}$. Et ajoûtant à 11 autant de zéro qu'on voudra, quatre par exemple; le produit $110000^{IV}$ sera divisé par 3, & l'exposant $36666^{IV}$ sera une fraction décimale si approchante de la juste valeur de $3\frac{2}{3}$, qu'il ne s'en manquera pas $\frac{1}{10000}$. Et on pourroit en approcher toûjours de plus, si on le désiroit.

*Fraction changée en décimale.* $\left\{3\frac{2}{3} \propto \frac{11}{3} \propto \frac{110000}{30000} \propto \frac{36666}{10000} + \frac{1}{15000} \propto 36666^{IV} + \frac{1}{15000}\right.$.

## COROLLAIRE ET PROBLEME.

56. *Pour tirer les racines quarrées des fractions décimales, & leurs cubiques, ou telles qu'on voudra.*

Digitized by Google

On ſuivra les régles ordinaires & qu'on a preſcrites, pour les trouver au [b] juſte, ou par une telle [c] approximation qu'on voudra. Mais on obſervera avant l'opération que la fraction ſoit dénommée par un pair de la progreſſion décimale, ſi on veut tirer une racine quarrée; ou par un terme cubique de la même progreſſion, ſi on veut tirer une racine cubique. Et ainſi du reſte.

b. *Livre 4. c. 51.*

### Premier exemple.

Pour tirer la racine quarrée de $18''$; on luy ajoûtera tant de zéro qu'on voudra, quatorze par éxemple, & le produit ſera $180000000000000^{XVI}$, dont la racine approchée eſt $42426406^{VIII}$, qui réſoût la queſtion.

$\left\{18'' \infty \frac{18}{100} \infty \frac{180000000000000}{10000000000000} \infty 180000000000000^{XVI}\right.$ *Quarré imparfait*

$4' + z \infty \frac{4}{10} + z. \left\{\frac{42426406}{100000000} \infty 42426406^{VIII}\right.$ *Racine 2^e approchée.*

### Second exemple.

Pour tirer la racine quarrée de $122'''$. Comme $1220^{IV}$ n'eſt pas un quarré parfait; j'ajoûte ſept zéro à $122'''$, & je tire enſuitte du produit $1220000000^{X}$ la racine approchée $34938^{V}$ qui reſoût la queſtion.

$\left\{122''' \infty \frac{1220}{10000} \infty \frac{1220000000}{10000000000}\right.$ $\infty 1220000000^{X}$ *Quarré imparfait.*

$\left\{34'' + z \infty \frac{34}{100} + z. \left\{\frac{34938}{100000} \infty 34938^{V}\right.\right.$ *Racine 2^e approchée.*

### Troiſieme exemple.

Pour tirer la racine cubique de $1038'''$. Comme $1038$ n'eſt pas un cube parfait; j'ajoûte neuf zéro, & je tire enſuitte du produit $1038000000000^{XII}$ la racine approchée $10171^{IV}$ qui réſoût la queſtion.

$\left\{1038''' \infty \frac{1038}{1000} \infty \frac{1038000000000}{1000000000000}\right.$ $\infty 1038000000000^{XII}$ *cube imparfait.*

$10' + z \infty \frac{10}{10} + z.$ $\left\{\frac{10171}{10000} \infty 10171^{IV}\right.$ *Racine cubique approchée.*

### Quatrieme exemple.

Pour tirer la racine cubique de $272097792^{VI}$; on tirera la cubique du nombre, & on prendra le tiers de $^{VI}$. Et la racine cubique que l'on cherche ſera au juſte $648''$.

*Cube parfait* $\left\{272097792^{VI} \infty \frac{272097792}{1000000}\right.$. $\left\{\begin{matrix}\textit{Racine cubique}\\ \textit{au juſte}\end{matrix} 648'' \infty \frac{648}{100}\right.$.



Digitized by Google

## COROLLAIRE GENERAL.

### *Pour les fractions décimales.*

57. ON abbrégeroit extrêmement toutes ſortes de contes, ſi on s'accoûtumoit à n'y employer que les fractions décimales. Et ſi les Aſtronomes vouloient uſer des expreſſions qui leur ſont ordinaires en marquant leurs fractions, dans le même ſens auquel on vient de s'en ſervir; ils éviteroient la plus grande partie des ſupputations tres-longues & ennuyeuſes, auſquelles la vieille mode les engage dans une infinité de diverſes rencontres. Stevin & ceux qui l'ont ſuivi expriment les fractions décimales, en inſcrivant dans des petits cercles les chiffres ou les nombres des zéro qui ſe devroient rencontrer dans les dénominateurs. Ils marquent par exemple les $100^{es}$ par ce caractére ②, les $100000^{es}$ par ⑤. Et ainſi des autres. Et le zéro inſcrit au petit cercle ſert à l'expreſſion des entiers.

Digitized by Google

# NOUVEAUX ELEMENS DES MATHEMATIQUES.

## *LIVRE DIXIEME.*

### DES GRANDEURS INCOMMENSURABLES.

#### Definitions.

ON nomme *nombres ſourds* ou *incommenſurables* les juſtes valeurs des racines que l'on ne peut exprimer par aucuns nombres entiers ou rompus.

Et *les grandeurs incommenſurables* ſont celles qui n'ont point un rapport de nombre à nombre avec l'unité arbitraire.

On emploie divers ſignes qu'on nomme *radicaux*, pour marquer les juſtes valeurs des racines incommenſurables des puiſſances imparfaites.

1. Ce ſigne √ exprime la racine quarrée. Et √C. ou $\sqrt{3}^{c}$. ſignifie la racine cubique ou troiſiéme. Et √√. ou $\sqrt{4}^{c}$. la racine quatriéme, ou la racine quarrée de la racine quarrée. Et √√C. ou √C√. ou $\sqrt{6}^{c}$. la racine ſixiéme, ou la racine quarrée de la cubique, ou la racine cubique de la quarrée. Et √√√. ou $\sqrt{8}^{c}$. la racine 8^c^. ou la quarrée de la $4^{c}$. Et √C√C. ou $\sqrt{9}^{c}$. la racine $9^{c}$, ou la racine cubique de la racine cubique. Et ainſi des autres linéaires. Et les nombres 2, 3, 4, 5, & les autres, qui dénomment les racines $2^{des}$, ou $3^{es}$, ou $4^{es}$, ou $5^{es}$, ou les autres, ſeront appellez *les nombres des ſignes*, lors même que ces nombres

Digitized by Google

n'y ſeront pas marquez ; comme au ſigne $\surd\surd$. ou à quelqu'un des autres $\surd\surd$C. & $\surd$C$\surd$C. où l'on ſous-entend $6^{e}$, & $9^{e}$. Ainſi pour marquer la juſte valeur de la racine quarrée, ou cubique du nombre 18 ; on écrit $\surd$18, ou $\surd$C18. Et on écrit $\surd$1038, ou $\surd$C.1038, pour marquer ce que vaut au juſte la racine quarrée, ou cubique de 1038. Et pareillement $\surd\overline{aa - 2ab + bb + cc}$ exprime au juſte la valeur de la racine quarrée de la grandeur littérale $aa - 2ab + bb + cc$. Et $\surd\overline{\frac{1}{4}qq + \frac{1}{27}p^3}$ marque la racine quarrée de la grandeur $\frac{1}{4}qq + \frac{1}{27}p^3$. Et $\surd$C.$\frac{1}{2}q + \surd\overline{\frac{1}{4}qq + \frac{1}{27}p^3}$ la racine cubique de la grandeur $\frac{1}{2}q + \surd\overline{\frac{1}{4}qq + \frac{1}{27}p^3}$. Et ainſi des autres.

Les racines linéaires des fractions ſeront exprimées en écrivant une ſeule fois le ſigne avant elles, ou une fois avant chacun des termes. Pour marquer par exemple la racine quarrée de la fraction $\frac{3}{5}$ ; on écrira $\surd\frac{3}{5}$, ou $\frac{\surd 3}{\surd 5}$. Car il eſt égal de dire ou d'écrire $\surd\frac{aa}{bb}$ ou $\frac{\surd aa}{\surd bb}$, la juſte valeur étant toûjours $\frac{a}{b}$.

Et pareillement $\surd\frac{4}{5}$ & $\frac{\surd 4}{\surd 5}$ marque la même choſe. Et comme $\surd 4$ vaut 2, on peut encore écrire $\frac{2}{\surd 5}$ ou $\frac{2\surd 1}{\surd 5}$ ou $2\surd\frac{1}{5}$. Et pareillement pour $\surd\frac{5}{4}$ ou $\frac{\surd 5}{\surd 4}$, on peut écrire $\frac{\surd 5}{2}$ ou $\frac{1\surd 5}{2}$ ou $\frac{1}{2}\surd 5$. Et pareillement $\surd$C.$\frac{3}{5}$ & $\frac{\surd$C.$3}{\surd$C.$5}$ expriment une même valeur. Et $\surd$C.$\frac{8}{5}$ ou $\frac{\surd$C.$8}{\surd$C.$5}$ ou $\frac{2}{\surd$C.$5}$ ou $\frac{2\surd$C.$1}{\surd$C.$5}$ ou $2\surd$C.$\frac{1}{5}$ marque indifféremment la juſte valeur de la racine cubique de $\frac{8}{5}$. Mais la derniére $2\surd$C.$\frac{1}{5}$ ou la premiére $\surd$C.$\frac{8}{5}$ eſt la plus ordinaire. Et pareillement $\surd$C.$\frac{1}{3}$ ou $\frac{1}{2}\surd$C.$5$ ont la même valeur. Et ainſi des autres ſemblables.

J'appelle *expoſant* d'une grandeur incommenſurable l'expreſſion la plus ſimple qui puiſſe marquer ſa juſte valeur. Comme $5\surd 3$ qui eſt l'expoſant de $\surd 75$. Car 75 étant un produit du nombre 25 par 3 ; ſa racine eſt un plan des deux racines, l'une de 25 & l'autre de 3, ou un plan de 5 par $\surd 3$. Et ainſi des autres.

## I PROBLEME.

2. *Pour réduire une grandeur incommenſurable à ſon expoſant, lorſqu'elle eſt entiére ou ſans fraction.*

On choiſit parmi ſes diviſeurs la plus grande puiſſance dénommée par le

le nombre du ſigne radical, & on écrit avant le ſigne la racine linéaire du même diviſeur, & ſous le ſigne l'expoſant de celle qu'on propoſe diviſée par la puiſſance la plus grande qu'on aura choiſie. Les exemples fixeront & feront mieux concevoir ces régles.

### Premier exemple.

Pour réduire $\surd 75$ à ſon expoſant. Je prens le plus grand quarré 25 diviſeur de 75, & la racine 5 de ce même quarré. Et diviſant 75 par 25; je prens auſſi l'expoſant 3, & ſa racine quarrée $\surd 3$; & j'écris $5\surd 3$, qui réſoût la queſtion. Je trouverois de la même ſorte que $3\surd 3$ eſt l'expoſant de $\surd 27$. Mais $\surd 15$ eſt irréductible, ou n'a point d'autre expoſant qu'elle-même; parceque nul quarré ne peut diviſer 15 au juſte.

$\surd 75$. *Expoſant* $5\surd 3$. $\left\{\begin{array}{l}\text{Quarré } 25.\\ \text{Son côté } 5.\end{array}\right.$ $\surd 27$. *Expoſant* $3\surd 3$. $\left\{\begin{array}{l}\text{Quarré } 9\\ \text{Son côté } 3.\end{array}\right.$ $\surd 15$ *irréductible.* $\left\{\begin{array}{l}\text{Quarré } 1.\end{array}\right.$

### Second exemple.

Pour réduire à ſon expoſant $\surd C.81$. Je choiſis parmi ſes diviſeurs le cube 27, & je prens ſa racine cubique 3; & diviſant 81 par 27, l'expoſant eſt 3, & ſa racine cubique $\surd C.3$. Et j'écris $3\surd C.3$, qui réſoût la queſtion. Et pareillement $5\surd C.3$ eſt l'expoſant de $\surd C.375$.

$\surd C.81$. *Expoſant* $3\surd C.3$. $\left\{\begin{array}{l}\text{Cube } 27.\\ \text{Son côté } 3.\end{array}\right.$ $\surd C.375$. *Expoſant* $5\surd C.3$. $\left\{\begin{array}{l}\text{Cube } 125.\\ \text{Son côté } 5.\end{array}\right.$ $\surd C.15$ *irréductible.* $\left\{\begin{array}{l}\text{Cube } 1.\end{array}\right.$

### Troisieme exemple.

Pour réduire $\surd a^3b$ à ſon expoſant. Je diviſe $a^3b$ par le plus grand quarré $aa$ qui en ſoit diviſeur, & je prens la racine $a$ du quarré $aa$, & l'autre $\surd ab$ de l'expoſant $ab$; & la grandeur $a\surd ab$ réſoût la queſtion. Et pareillement $aab\surd ab$ eſt l'expoſant de la grandeur $\surd a^3b^3$. Et $ab\surd C.aa$ eſt l'expoſant de $\surd C.a^3b^3$. Et $a\surd C.ab$ celuy de $\surd C.a^2b$.

$\surd a^3b$. *Expoſant* $a\surd ab$. ( $\surd a^3b^3$. *Expoſant* $aab\surd ab$. ( $\surd C.a^3b^3$. *Expoſant* $ab\surd C.aa$.

### Quatrieme exemple.

Pour réduire à ſon expoſant $\surd C.x^6 - 9x^5 + 27x^4 - 15x^3 - 108xx + 324x - 324$. Je prens parmi ſes diviſeurs le plus grand cube $x^3 - 9xx + 27x - 27$, & ſa racine cubique $x - 3$. Et diviſant la grandeur par ce cube; je prens l'expoſant $x^3 + 12$, & ſa racine cubique $\surd C.x^3 + 12$. Et j'écris $x\surd C.x^3 + 12 - 3\surd C.x^3 + 12$. Ou afin d'abbréger, j'écris $\overline{x - 3}\surd C.x^3 + 12$, marquant par la petite ligne qui couvre $x - 3$, que la grandeur $x - 3$ multiplie l'autre $\surd C.x^3 + 12$. Et $\overline{a - c - b}\surd ab + bb$ eſt pareillement l'expoſant de celle-ci $\surd a^3b - aabb + 2aabc + abcc - ab^3 + bbcc - 2b^3c + b^4$.

### Demonstration.

Soit une grandeur incommenſurable $\surd z$, & que tous ſes diviſeurs

ſimples ſoient les nombres $a$, $a$, $b$, $b$, $b$, $b$, $c$, $d$; le nombre $z$ eſt donc égal au produit $aab^4cd$, & tous les diviſeurs de l'un ſont auſſi ceux de l'autre. Mais les nombres $aa$, $bb$, $aabb$, $b^4$, $aab^4$, ſont les ſeuls quarrez diviſeurs du produit $aab^4cd$, & chacun de ces nombres quarrez eſt diviſeur du [b] plus grand quarré $aab^4$. C'eſt pourquoi diviſant $z$ ou $aab^4cd$ par ce plus grand quarré $aab^4$, l'expoſant $cd$ ne peut plus l'être par aucun diviſeur quarré autre que l'unité. Et ainſi $\surd cd$ eſt réduitte à ſon expoſant, & $abb\surd cd$ au ſien. Mais $z$ ou $aab^4cd$ étant un produit des grandeurs $aab^4$ & $cd$; ſa racine quarrée $\surd z$ ou $\surd aab^4cd$ eſt un plan des racines quarrées $abb$ & $\surd cd$ de ces mêmes grandeurs. Et par conſéquent $abb\surd cd$ trouvée ſelon les régles doit être l'expoſant de $\surd z$.

b. 30 & 32. 6.

## II PROBLEME.

3. *Pour réduire à ſon expoſant une fraction incommenſurable.*

b. 2. On applique les régles précédentes [b] ſur chacun de ſes termes. Et le problême eſt réſolu.

### Premier exemple.

Pour réduire à ſon expoſant le nombre incommenſurable & rompu $\surd\frac{27}{20}$ ou $\frac{\surd 27}{\surd 20}$. Je réduis $\surd 27$ à ſon expoſant $3\surd 3$, & $\surd 20$ à ſon expoſant $2\surd 5$; & j'écris $\frac{3\surd 3}{2\surd 5}$ ou $\frac{3}{2}\surd\frac{3}{5}$ qui réſoût la queſtion. Et pareillement $\frac{1}{2}\surd 5$ eſt l'expoſant de $\surd\frac{5}{4}$. Et $2\surd\frac{1}{5}$ l'expoſant de $\surd\frac{4}{5}$.

$\left\{\surd\frac{27}{20}\right\}\propto\frac{\surd 27}{\surd 20}$. *Expoſ.* $\frac{3\surd 3}{2\surd 5}\propto\frac{3}{2}\surd\frac{3}{5}$. $\left\{\surd\frac{5}{4}\right\}\propto\frac{\surd 5}{\surd 4}$. *Exp.* $\frac{1\surd 5}{2}$ ou $\frac{1}{2}\surd 5$. $\left\{\frac{\surd 4}{\surd 5}\right\}\propto\frac{2}{\surd 5}\propto 2\surd\frac{1}{5}$.

### Second exemple.

Pour réduire à ſon expoſant $\surd\frac{48}{10}a^3b$. Je réduis $\surd 48a^3b$ à ſon expoſant $4a\surd 3ab$, & $\surd 10$ au ſien qui eſt encore $\surd 10$; & j'écris $4a\surd\frac{3ab}{10}$ ou $4a\surd\frac{3}{10}ab$ qui réſoût la queſtion. Et pareillement $a\surd\frac{2}{5bc}$ eſt l'expoſant de $\surd\frac{2aa}{5bc}$. Et $5\surd C.\frac{3}{4}ab$ de $\surd C.\frac{81}{4}ab$. Et $2b\surd C.\frac{a}{85ccdd}$ de $\surd C.\frac{8ab^3}{85ccdd}$. Et ainſi des autres ſemblables. Et on trouvera de la même ſorte l'expoſant $\frac{am}{pz}\surd\overline{oo+4mp}$ de $\surd\frac{aaoomm+4aam^3p}{ppzz}$, & l'expoſant $\frac{z}{a}\surd\overline{oo+4mp}$ de $\surd\frac{oozz+4mpzz}{aa}$.

$\left\{\surd\frac{48}{10}a^3b\right\}\propto 4a\surd\frac{3ab}{10}\propto 4a\surd\frac{3}{10}ab$. $\left\{\surd\frac{aaoomm+4aam^3p}{ppzz}\right\}\propto\frac{am}{pz}\surd\overline{oo+4mp}$.

## III PROBLEME.

4. *POur rappeller à un ſigne commun ou à une dénomination commune des grandeurs incommenſurables qui ſont ſous divers ſignes, ſans changer les valeurs.*

On prend les nombres des ſignes radicaux ; & on éleve au moindre radical, dont chacun de ces divers [b] nombres eſt un diviſeur, chacune des grandeurs propoſées. Les exemples fixeront & feront mieux concevoir ces régles. b. 48. 6.

### PREMIER EXEMPLE.

Pour rappeller à un ſigne commun les nombres incommenſurables $\surd 3$ & $\surd\surd C.15$. Je prens le nombre 2 du ſigne radical $\surd$, & l'autre 6 du radical $\surd\surd C$ ; & le moindre nombre 6, que ces nombres 2 & 6 meſurent chacun au juſte. Et j'éleve $\surd 3$ au ſigne $\surd\surd C$ ; en cubant 3, parceque le nombre 6 du ſigne radical $\surd\surd C$ étant diviſé par le nombre 2 du radical $\surd$, l'expoſant 3 marque la puiſſance cubique ou $3^e$ à laquelle il faut élever ce qui eſt ſous le ſigne $\surd$. Je dis donc : le cube de 3 eſt 27, & j'écris $\surd\surd C.27$ pour $\surd 3$. Et parceque $\surd\surd C.15$ a déja le ſigne $\surd\surd C$, je n'y change rien.

( *Propoſées* $\surd 3. \surd\surd C.15.$ ( *Leurs égales* $\surd\surd C.27. \surd\surd C.15.$

### SECOND EXEMPLE.

Pour rappeller à un ſigne commun les incommenſurables $4\surd\surd 5$ & $5\surd\surd C.11$. Je prens les nombres 4 & 6, l'un du ſigne radical $\surd\surd$, & l'autre du radical $\surd\surd C$ ; & enſuitte le moindre nombre 12, que 4 & 6 diviſent chacun au juſte. Et j'éleve $4\surd\surd 5$ au ſigne $\surd 12^e$ ou $\surd\surd\surd C$, en cubant 5, parce le nombre 4 de $\surd\surd$ eſt 3 fois dans le nombre 12 de $\surd 12^e$. Et j'éleve auſſi $5\surd\surd C.11$ au même ſigne $\surd 12^e$, en quarrant 11, parceque le nombre 6 de $\surd\surd C$ eſt 2 fois dans le nombre 12 de $\surd 12^e$. Cela me donne $4\surd 12^e.125$ pour $4\surd\surd 5$, & $5\surd 12^e.121$ pour $5\surd\surd C.11$.

Et on trouvera de la même ſorte pour $4\surd 5$ & $5\surd C.11$, les deux grandeurs $4\surd\surd C125$ & $5\surd\surd C.121$, qui ſont ſous le même ſigne. Et il en eſt ainſi des autres.

$\{4\surd\surd 5.5\surd\surd C.11.$ *Ou* $4\surd 12^e.125. 5\surd 12^e.121.(4\surd 5 \gtrless 4\surd C\surd 125. 5\surd C.11 \gtrless 5\surd C\surd 121.$

## I COROLLAIRE ET PROBLEME IV.

5. *POur connoître qu'elle eſt la plus grande de deux grandeurs incommenſurables.*

On les rappelle à un [b] même ſigne. Et tout le reſte eſt alors fort facile. b. 4.

### PREMIER EXEMPLE.

Comme ſi on demande lequel des deux nombres incommenſurables $\surd\surd 5$ & $\surd\surd C.11$ eſt plus grand que l'autre. Aprés les avoir rappellé au ſigne

commun $\sqrt{12^c.}$ il eſt aiſé de juger que $\sqrt{12^c.125}$ ou $\sqrt{\sqrt{}}5$ ſurpaſſe $\sqrt{12^c.121}$ ou $\sqrt{\sqrt{}}C.11$.

*Propoſées* $\sqrt{\sqrt{}}5.\ \sqrt{\sqrt{}}C.11.$ (*Leurs égales* $\sqrt{12^c.125}.\ \sqrt{12^c.121}.$ (*La plus grande* $\sqrt{12^c.125}.$

SECOND EXEMPLE.

Et s'il y a des nombres avec les ſignes ; comme ſi l'on demande le plus grand des deux incommenſurables $4\sqrt{5}$ & $5\sqrt{C.11}$. Aprés les avoir rappellé ſous le ſigne commun $\sqrt{\sqrt{}}C$, ou pris $4\sqrt{\sqrt{}}C.125$ pour l'un, &
b. 1. $5\sqrt{\sqrt{}}C.121$ pour l'autre ; on renfermera auſſi ſous [b] le ſigne $\sqrt{\sqrt{}}C$ chacun des nombres 4 & 5, en multipliant 125 par la $6^e$ puiſſance de 4, & enſuitte 121 par la $6^e$ de 5, c'eſt à dire 125 par 4096, & 121 par 15625. Et alors on aura $\sqrt{6^c.512000}$ pour $4\sqrt{\sqrt{}}C.125$ ou pour $4\sqrt{5}$ ; & $\sqrt{6^c.1890625}$ pour $5\sqrt{\sqrt{}}C.121$ ou pour $5\sqrt{C.11}$. Et on connoîtra facilement enſuitte que ce dernier eſt plus grand que l'autre. Il en eſt ainſi des divers incommenſurables.

*Prop.* $4\sqrt{5}.\ 5\sqrt{C.11}.$ (*Leurs égales* $4\sqrt{C\sqrt{125}}\ 5\sqrt{C\sqrt{512000}}.\ 5\sqrt{C\sqrt{121}}\ 5\sqrt{C\sqrt{1890625}}.$

## II COROLLAIRE ET PROBLEME V.

6. *POur ajoûter les grandeurs incommenſurables les unes aux autres, ou pour ôter les unes des autres.*

b. 3. On les réduit à leurs [b] expoſans, & on les rappelle à un ſigne [c] com-
c. 4. mun. Et alors tout le reſte eſt facile, comme il eſt aiſé de le voir aux exemples ſuivans.

PREMIER EXEMPLE.

Pour ajoûter enſemble $5\sqrt{3}$ & $7\sqrt{3}$ on dit : 5 & 7 font 12, & on écrit $12\sqrt{3}$. Et pour ôter le moindre du plus grand ; on dit : 7 moins 5 font 2, & on écrit $2\sqrt{3}$ pour excez ou pour reſte.

$\left\{ \begin{array}{l} \textit{Propoſées}\ 5\sqrt{3}.\ 7\sqrt{3}. \\ \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{ll} \textit{Somme} & 12\sqrt{3}. \\ \textit{Différence} & 2\sqrt{3}. \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \textit{Propoſées}\ 105\sqrt{7}.\ 24\sqrt{7}. \\ \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{ll} \textit{Somme} & 129\sqrt{7}. \\ \textit{Différence} & 81\sqrt{7}. \end{array} \right.$

SECOND EXEMPLE.

Pour ajoûter les grandeurs $\frac{am}{pz}\sqrt{00+4mp}$ & $\frac{z}{a}\sqrt{00+4mp}$, on écrit $\frac{aam+pzz}{apz}\sqrt{00+4mp}$. Et pour ôter l'une de l'autre ; on écrit $\frac{-aam+pzz}{apz}$ $\sqrt{00+4mp}$, ſi on ôte la première de la ſeconde. Et on écrit $\frac{-pzz+aam}{apz}$ $\sqrt{00+4mp}$, ſi c'eſt la ſeconde qu'on ôte de la première.

*Propoſées* $\frac{am}{pz}\sqrt{00+4mp}.\ \frac{z}{a}\sqrt{00+4mp}.$ *Somme* $\frac{aam+pzz}{apz}\sqrt{00+4mp}.$

*Différence* $\frac{aam-pzz}{apz}\sqrt{00+4mp}.$ *Différence* $\frac{pzz-aam}{apz}\sqrt{00+4mp}.$

Troisieme exemple.

Pour ôter $\sqrt{15}$ de $\sqrt{21}$ ; on écrit ſimplement $\sqrt{21} - \sqrt{15}$. Et pour les ajoûter enſemble ; on écrit $\sqrt{21} + \sqrt{15}$.

*Propoſées* $\sqrt{15}$. $\sqrt{21}$. ( *Leur ſomme* $\sqrt{15} + \sqrt{21}$. ( *Leur différence* $\sqrt{21} - \sqrt{15}$.

Quatrieme exemple.

Et pour ajoûter enſemble $21 + 3\sqrt{C.2}$ & $22 + 2\sqrt{C.6}$. Je dis : 21 & 22 font 43, & j'écris $43 + 3\sqrt{C.2} + 2\sqrt{C.6}$. Et pour ôter le moindre du plus grand ; je prens $\sqrt{C.54}$ pour $3\sqrt{C.2}$, & $\sqrt{C.48}$ pour $2\sqrt{C.6}$. Et je connois que le premier ſurpaſſe le ſecond. C'eſt pourquoy je dis : 21 moins 22 donne un défaut $-1$. Mais connoiſſant par approximation que l'excez dont $\sqrt{C.54}$ ſurpaſſe $\sqrt{C.48}$ vaut moins que l'unité ; au lieu de prendre $-1 + \sqrt{C.54} - C.48$ pour reſte, j'écris en changeant tous les ſignes $+1 - \sqrt{C.54} + \sqrt{C.48}$. ou ſimplement $1 + 2\sqrt{C.6} - 3\sqrt{C.2}$, qui réſoût la queſtion. Il en eſt ainſi des autres.

*Propoſées* $21 + 3\sqrt{C.2}$. $22 + 2\sqrt{C.6}$. $\left\{\begin{array}{l} \textit{Leur ſomme } 43 + 3\sqrt{C.2} + 2\sqrt{C.6}. \\ \textit{Leur différence } 1 + 2\sqrt{6} - 3\sqrt{C.2}. \end{array}\right.$

III COROLLAIRE.

7. Les nombres ou grandeurs incommenſurables ſont ſouvent commenſurables entr'elles ; comme $5\sqrt{3}$ & $7\sqrt{3}$, que l'on peut meſurer au juſte par $1\sqrt{3}$, l'un 5 fois, & l'autre 7 fois.

VI PROBLEME.

8. *Pour multiplier deux grandeurs incomplexes & incommenſurables.*

On les rappelle à un ſigne [b] commun. Et ſi l'on veut ; on les réduit encore à leurs [c] expoſans. Et formant deux produits, l'un des grandeurs qui ſont hors des ſignes, & l'autre de celles qui ſont ſous les ſignes ; on écrit le premier hors du ſigne, & l'autre ſous le ſigne. Et ſi on le juge à propos ; on réduit encore tout à ſon [c] expoſant. Et le problême eſt pleinement réſolu. b. 4. c. 3.

Ou s'il eſt plus commode, lorſque chacun des ſignes radicaux eſt $\surd$ ; on diviſe chacune des grandeurs qu'on trouve ſous les ſignes par leur plus grand diviſeur commun, ſuppoſant déja tout réduit aux expoſans. Et formant deux produits, l'un des expoſans des diviſions, & l'autre du plan de ce qui eſt hors des ſignes par le plus grand diviſeur commun dont on s'eſt ſervi, on écrit le premier de ces deux produits ſous le ſigne $\surd$, & l'autre hors du ſigne. Les exemples fixeront & feront mieux concevoir ces régles.

Premier exemple.

Pour multiplier $8\sqrt{3}$ par $4\sqrt{2}$. Je dis : 8 fois 4 font 32, & 3 fois 2 font 6, & j'écris $32\sqrt{6}$, qui réſoût la queſtion.

Et pour multiplier $\sqrt{5}$ par $\sqrt{10}$. Je dis : 5 fois 10 font 50. Et j'écris $\sqrt{50}$ ou ſon expoſant $5\sqrt{2}$ qui réſoût la queſtion. Ou s'il eſt plus commo-



Digitized by Google

de, je diviſe 5 & 10 par leur plus grand diviſeur commun qui eſt 5, ce qui donne 1 & 2; & formant deux produits 2 & 5, l'un des deux expoſans 1 & 2, & l'autre de 5 par le plan 1 des deux 1 & 1 ſous-entendus avant $\sqrt{5}$ & $\sqrt{10}$, j'écris $5\sqrt{2}$ qui réſoût la queſtion comme auparavant.

Et pour multiplier $5\sqrt{2}$ par $1\sqrt{2}$. Je dis: 5 fois 1 font 5, & 2 fois 2 font 4, & j'écris $5\sqrt{4}$ ou ſon expoſant 10. Ou je dis: 2 & 2 qui ſont ſous les ſignes étant diviſez par leur plus grand diviſeur commun qui eſt 2, les expoſans ſont 1 & 1 dont le produit eſt 1. Et 5 fois le plus grand diviſeur commun 2 font 10. De ſorte que j'écris $10\sqrt{1}$ ou 10, qui réſoût la queſtion comme auparavant.

Et pareillement $3\sqrt{5}$ par $2\sqrt{10}$ produit $30\sqrt{2}$. Et $3\sqrt{a}$ par $2\sqrt{b}$ produit $6\sqrt{ab}$. Et $a\sqrt{ab}$ par $d\sqrt{bc}$ produit $abd\sqrt{ac}$. Et $2\sqrt{C.3}$ par $3\sqrt{C.3}$ produit $6\sqrt{C.9}$. Et $2\sqrt{C.ab}$ par $y\sqrt{C.ab}$ produit $yz\sqrt{C.aabb}$. Et $2\sqrt{C.aab}$ par $3\sqrt{C.aac}$ produit $6a\sqrt{C.ac}$.

| *Multiplier* $8\sqrt{3}$ | ($\sqrt{5}$. | ($5\sqrt{2}$ | ($3\sqrt{5}$ | ($3\sqrt{a}$ | ($a\sqrt{ab}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| *par* | $4\sqrt{2}$. *par* $\sqrt{10}$. | *par* $1\sqrt{2}$. | *par* $2\sqrt{10}$. | *par* $2\sqrt{b}$. | *par* $d\sqrt{bc}$. |
| *Produit* $8\sqrt{6}$. | ($\sqrt{50}$. | ($5\sqrt{4}\infty 10$. | ($6\sqrt{50}\infty 30\sqrt{2}$. | ($6\sqrt{ab}$. | ($abd\sqrt{ac}$. |

## SECOND EXEMPLE.

Pour multiplier $\sqrt{\frac{242}{5}}$ par $\sqrt{5}$. Je dis: 5 fois $\frac{242}{5}$ font 242, & j'écris $\sqrt{242}$ qui réſoût la queſtion.

Et pour multiplier $3\sqrt{\frac{1}{a}}$ par $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{a}}$. Je dis: 3 fois $\frac{1}{2}$ font $\frac{3}{2}$, & $\sqrt{\frac{1}{a}}$ par $\sqrt{\frac{1}{a}}$ produit $\frac{1}{a}$, & $\frac{3}{2}$ par $\frac{1}{a}$ produit $\frac{3}{2a}$, qui réſoût la queſtion. Et pareillement $3\sqrt{\frac{1}{a}}$ par $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{a}}$ produit $\frac{15}{2a}$. Et $\sqrt{6.c}$ par $\sqrt{6.c\frac{1}{20}}$ produit $\sqrt{6.c\frac{1}{20}}$ ou $\sqrt{6.c\frac{1}{4}}$ ou $\sqrt{C.\frac{1}{2}}$.

Et pour multiplier $\frac{3}{4}\sqrt{\frac{2}{5}}$ par $\frac{5}{9}\sqrt{\frac{2}{3}}$. Je dis: $\frac{3}{4}$ par $\frac{5}{9}$ produit $\frac{5}{12}$, & $\frac{2}{5}$ par $\frac{2}{3}$ produit $\frac{4}{15}$. Et j'écris $\frac{5}{12}\sqrt{\frac{4}{15}}$ ou ſon expoſant $\frac{10}{12}\sqrt{\frac{1}{15}}$ ou $\frac{5}{6}\sqrt{\frac{1}{15}}$ ou $\frac{1}{18}\sqrt{15}$. Et pareillement $\frac{a}{d}\sqrt{\frac{abd}{ce}}$ par $\frac{b}{g}\sqrt{\frac{cdf}{ae}}$ produit $\frac{ab}{dg}\sqrt{\frac{abcddf}{acee}}$ ou $\frac{ab}{cg}\sqrt{bf}$. Et $\frac{a}{d}\sqrt{\frac{aad}{be}}$ par $\frac{b}{g}\sqrt{\frac{de}{f}}$ produit $\frac{aab}{g}\sqrt{\frac{1}{bf}}$. Et $\frac{n}{c}\sqrt{\frac{f}{g}}$ par $\frac{b}{d}\sqrt{\frac{f}{g}}$ produit $\frac{nbf}{cdg}$.

| *Multiplier* $\sqrt{\frac{242}{5}}$. | ($3\sqrt{\frac{1}{a}}$. | ($3\sqrt{\frac{5}{a}}$ | ($\sqrt{6^c.5}$. | ($\frac{3}{4}\sqrt{\frac{2}{5}}$. |
|---|---|---|---|---|
| *par* | $\sqrt{5}$. *par* $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{a}}$. | *par* $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{5}{a}}$. | *par* $\sqrt{6^c.\frac{1}{20}}$. | *par* $\frac{5}{9}\sqrt{\frac{2}{3}}$. |
| *Produit* $\sqrt{242}$. | ($\frac{3}{2a}$. | ($\frac{15}{2a}\infty$ | ($\sqrt{6^c.\frac{5}{20}}\infty\sqrt{C.\frac{1}{2}}$. | ($\frac{5}{12}\sqrt{\frac{4}{15}},\infty\frac{1}{18}\sqrt{15}$. |

Digitized by Google

## DEFINITIONS.

9. ON nommera *multinomes* les grandeurs incommenſurables, où les diverſes parties ajoûtées ou retranchées ſont toutes incommenſurables entr'elles. *Binomes*, s'il y en a ſeulement deux. Et *trinomes*, lorſqu'il y en a préciſément trois. Et *quadrinomes*, s'il y en a quatre. Ou ſimment *grandeurs ſourdes* ou *incommenſurables de 5 membres*, ou de 6, ou de 7, ou de 8, ou d'autant de membres, qu'il y aura de diverſes parties ou ajoûtées par + ou retranchées par — & toutes incommenſurables entr'elles. On dira par éxemple que $2+\sqrt{3}$ eſt un binome. Et $2+\sqrt{3}+\sqrt{6}$ un trinome. Mais $\sqrt{8}+\sqrt{18}+\sqrt{6}$ ou $2\sqrt{2}+3\sqrt{2}+\sqrt{6}$ ou $5\sqrt{2}+\sqrt{6}$ eſt ſeulement un binome, parceque $\sqrt{8}$ & $\sqrt{18}$ ou leurs expoſans $2\sqrt{2}$ & $3\sqrt{2}$ ſont commenſurables ou ne font enſemble qu'une ſeule partie $5\sqrt{2}$. Et pareillement $ab+ac+bc+a\sqrt{bc}+d\sqrt{bc}+\sqrt{de}$ ne doit paſſer que pour un trinome; parceque les parties enſemble $ab$ & $ac$ & $bc$ ſont priſes ſeulement pour un membre, où tout eſt commenſurable. Et $a\sqrt{b}+d\sqrt{b}$ paſſe auſſi pour un membre, parceque les deux parties incommenſurables $a\sqrt{b}$ & $d\sqrt{b}$ ont entr'elles un même rapport que les grandeurs $a$ & $d$ que l'on ſuppoſe commenſurables entr'elles.

## VII PROBLEME.

10. *Pour multiplier un multinome par un multinome.*

On multiplie chaque partie de l'un par chacune des parties de l'autre. Et le reſte s'achéve comme à l'ordinaire.

### Premier exemple.

Pour multiplier par luy-même le binome $6+2\sqrt{5}$. Je dis: 6 fois 6 font 36; & 6 fois $2\sqrt{5}$, & encore 6 fois $2\sqrt{5}$ font $24\sqrt{5}$; & $2\sqrt{5}$ par $2\sqrt{5}$ produit 4 fois 5 ou 20. Et la ſomme entiére $56+24\sqrt{5}$ de ces divers produits réſoût la queſtion. Et pareillement $6+2\sqrt{5}$ par $6-2\sqrt{5}$ produit le nombre 16. Et $2\sqrt{2}-\sqrt{6}$ par $2\sqrt{3}-\sqrt{2}$ produit $4\sqrt{6}-6\sqrt{2}-4+2\sqrt{3}$, qui eſt un quadrinome.

| *Multiplier* | $6+2\sqrt{5}$ | $6+2\sqrt{5}$ | $2\sqrt{2}-\sqrt{6}$ |
|---|---|---|---|
| *par* | $6+2\sqrt{5}$ | $6-2\sqrt{5}$ | $2\sqrt{3}-\sqrt{2}$ |
| | $36+12\sqrt{5}$ | $36+12\sqrt{5}$ | $4\sqrt{6}-6\sqrt{2}$ |
| | $+12\sqrt{5}+20$ | $-12\sqrt{5}-20$ | $-4+2\sqrt{3}$ |
| *Produit* | $56+24\sqrt{5}$. | 16. | $4\sqrt{6}-6\sqrt{2}-4+2\sqrt{3}$. |

### Second exemple.

Pour multiplier $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ par $\sqrt{a}+\sqrt{b}$. Je dis: $\sqrt{a}$ par $\sqrt{a}$ donne $a$; & 2 fois $\sqrt{a}$ par $\sqrt{b}$, le produit eſt $2\sqrt{ab}$. Et la ſomme $a+b+2\sqrt{ab}$ de

Digitized by Google

tous ces produits eſt un binome qui réſoût la queſtion. Mais $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ par $\sqrt{a}-\sqrt{b}$ produiroit $a-b$. Et $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ par $\sqrt{c}+\sqrt{d}$ produiroit le quadrinome $\sqrt{ac}+\sqrt{ad}+\sqrt{bc}+\sqrt{bd}$. Et $\sqrt{ab}+\sqrt{aa-bb}$ par $\sqrt{ab}-\sqrt{aa-bb}$ produiroit $ab-aa+bb$. Et $\sqrt{a}+\sqrt{b}-\sqrt{c}$ par $\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}$ produit $a+b-c+2\sqrt{ab}$.

*Multiplier* $\sqrt{a}+\sqrt{b}$
*par* $\sqrt{a}+\sqrt{b}$
$\left\{\begin{array}{l} a+\sqrt{ab} \\ +\sqrt{ab}+b \end{array}\right.$
*Produit* $a+b+2\sqrt{ab}$.

*Multiplier* $\sqrt{a}+\sqrt{b}$
*par* $\sqrt{a}-\sqrt{b}$
$\left\{\begin{array}{l} a+\sqrt{ab} \\ -\sqrt{ab}-b \end{array}\right.$
*Produit* $a-b$.

*Multiplier* $\sqrt{a}+\sqrt{b}$
*par* $\sqrt{c}+\sqrt{d}$
$\left\{\begin{array}{l} \sqrt{ac}+\sqrt{ad} \\ +\sqrt{bc}+\sqrt{bd} \end{array}\right.$
*Produit* $\sqrt{ac}+\sqrt{ad}+\sqrt{bc}+\sqrt{bd}$.

*Multiplier* $\sqrt{ab}+\sqrt{aa-bb}$
*par* $\sqrt{ab}-\sqrt{aa-bb}$
$\left\{\begin{array}{l} ab+\sqrt{a^3b-ab^3} \\ -\sqrt{a^3b-ab^3}-aa+bb \end{array}\right.$
*Produit* $ab-aa+bb$.

*Multiplier* $\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}$
*par* $\sqrt{a}+\sqrt{b}-\sqrt{c}$
$\left\{\begin{array}{l} a+\sqrt{ab}+\sqrt{ac} \\ +\sqrt{ab}+b+\sqrt{bc} \\ -\sqrt{ac}-\sqrt{bc}-c \end{array}\right.$
*Produit* $a+b-c+2\sqrt{ab}$.

## VIII PROBLEME.

11. *POur diviſer une grandeur incomplexe & incommenſurable par une incomplexe & incommenſurable.*

On les rappelle à un ſigne commun, & on réduit chacune à ſon expoſant. Et enſuitte on diviſe ce qui eſt hors du ſigne de la premiére par ce qui eſt hors du ſigne de l'autre, & ce qui eſt ſous le ſigne par ce qui eſt ſous ſigne. Et on écrit le premier expoſant hors du ſigne, & l'autre ſous le ſigne. Et ſi on le juge à propos; on réduit encore tout à ſon expoſant. Et le problême eſt alors pleinement réſolu. Les éxemples fixeront & feront mieux concevoir ces régles.

### Premier exemple.

Pour diviſer $5\sqrt{2}$ par $3\sqrt{2}$, j'écris $\frac{5\sqrt{2}}{3\sqrt{2}}$ ou $\frac{5}{3}$. Et pour diviſer $8\sqrt{3}$ par $4\sqrt{2}$, j'écris $\frac{8}{4}\sqrt{\frac{3}{2}}$ ou $2\sqrt{\frac{3}{2}}$. Et pour diviſer $32\sqrt{6}$ par $4\sqrt{2}$, j'écris $\frac{32}{4}\sqrt{\frac{6}{2}}$ ou $8\sqrt{3}$. Et pour diviſer $7\sqrt{15}$ par $4\sqrt{10}$, j'écris $\frac{7}{4}\sqrt{\frac{15}{10}}$ ou $\frac{7}{4}\sqrt{\frac{3}{2}}$ ou $\frac{7}{8}\sqrt{6}$.

$\left\{\begin{array}{l} 5\sqrt{2} \\ 3\sqrt{2} \end{array}\right. \propto \frac{5}{3}$. $\left\{\begin{array}{l} 8\sqrt{3} \\ 4\sqrt{2} \end{array}\right. \propto 2\sqrt{\frac{3}{2}}$. $\left\{\begin{array}{l} 32\sqrt{6} \\ 4\sqrt{2} \end{array}\right. \propto 8\sqrt{3}$. $\left\{\begin{array}{l} 7\sqrt{15} \\ 4\sqrt{10} \end{array}\right. \propto \frac{7}{4}\sqrt{\frac{3}{2}} \propto \frac{7}{8}\sqrt{6}$.

Et pareillement pour diviſer $a\sqrt{b}$ par $b\sqrt{b}$; j'écris $\frac{a}{b}$. Et pour diviſer $\sqrt{a^3b-ab^3}$ par $\sqrt{aa-bb}$; j'écris $\sqrt{ab}$. Et pour diviſer $\sqrt{ab}$ par $\sqrt{6^c.a^4b^3}$

ou

ou $\sqrt{6^{c}.a^{3}b^{3}}$ par $\sqrt{6^{c}.a^{4}b^{3}}$, j'écris $\sqrt{6^{c}.\frac{1}{a}}$. Et pour diviſer $a\sqrt{C.aa}$ par $b\sqrt{C.a^{3}}$, j'écris $\frac{a}{b}\sqrt{C.\frac{1}{a^{3}}}$ ou $\frac{1}{b}$. Et ainſi des autres.

$$\left\{\frac{a\sqrt{b}}{b\sqrt{b}}\right\}\infty\frac{a}{b}.\quad\left\{\frac{\sqrt{a^{3}b-ab^{3}}}{\sqrt{aa-bb}}\right\}\infty\sqrt{ab}.\quad\left\{\frac{\sqrt{ab}}{\sqrt{C.\sqrt{a^{4}b^{3}}}}\right\}\infty\frac{\sqrt{C\sqrt{a^{3}b^{3}}}}{\sqrt{C\sqrt{a^{4}b^{3}}}}\infty\sqrt{C\sqrt{\frac{1}{a}}}.\quad\left\{\frac{a\sqrt{C.aa}}{b\sqrt{C.a^{3}}}\right\}\infty\frac{1}{b}.$$

## Second exemple.

Pour diviſer $\frac{1}{2}$ par $\frac{3}{4}\sqrt{2}$. Je dis : $\frac{1}{2}$ diviſé par $\frac{3}{4}$, l'expoſant eſt $\frac{2}{3}$, & j'écris $\frac{2}{3\sqrt{2}}$ ou $\frac{1}{3}\sqrt{2}$. Et pour diviſer $\frac{3}{4}\sqrt{\frac{2}{5}}$ par $\frac{5}{9}\sqrt{\frac{2}{3}}$; je dis : $\frac{3}{4}$ diviſez par $\frac{5}{9}$ donnent $\frac{27}{20}$, & $\frac{2}{5}$ diviſez par $\frac{2}{3}$ donnent $\frac{3}{5}$, & j'écris $\frac{27}{20}\sqrt{\frac{3}{5}}$ qui réſoût la queſtion. Et pour diviſer $\frac{1}{4}\sqrt{\frac{5}{6}}$ par $\frac{3}{5}\sqrt{\frac{2}{21}}$; je dis : $\frac{1}{4}$ diviſé par $\frac{3}{5}$ donne $\frac{5}{12}$, & $\frac{5}{6}$ diviſez par $\frac{2}{21}$ donnent $\frac{35}{4}$; & j'écris $\frac{5}{12}\sqrt{\frac{35}{4}}$ ou $\frac{5}{24}\sqrt{35}$. Et pour diviſer $3\sqrt{C.\frac{1}{2}}$ par $\sqrt{6^{c}.5}$, ou $3\sqrt{6.c\frac{1}{4}}$ par $1\sqrt{6.^{c}5}$; je dis : 3 diviſez par 1 donnent 3, & $\frac{1}{4}$ diviſé par 5 donne $\frac{1}{20}$; & j'écris $3\sqrt{6^{c}.\frac{1}{20}}$.

$$\left\{\frac{4}{6\sqrt{2}}\right\}\infty\frac{1}{3}\sqrt{2}.\quad\left\{\frac{27\sqrt{6}}{20\sqrt{10}}\right\}\infty\frac{27}{20}\sqrt{\frac{3}{5}}.\quad\left\{\frac{5\sqrt{105}}{12\sqrt{12}}\right\}\infty\frac{5}{24}\sqrt{35}.\quad\left\{\frac{3\sqrt{C\sqrt{1}}}{\sqrt{C\sqrt{10}}}\right\}\infty 3\sqrt{C\sqrt{\frac{1}{10}}}.$$

Et pareillement pour diviſer $\frac{3}{2a}$ par $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{a}}$, ou $\frac{3}{2a}\sqrt{1}$ par $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{a}}$. Je dis : $\frac{3}{2a}$ diviſez par $\frac{1}{2}$ donnent $\frac{3}{a}$, & 1 diviſé par $\frac{1}{a}$ donne $a$; & j'écris $\frac{3}{a}\sqrt{a}$ ou $3\sqrt{\frac{1}{a}}$. Et pareillement pour diviſer $\frac{15}{2a}$ par $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{5}{a}}$. Je dis : $\frac{15}{2a}$ diviſez par $\frac{1}{2}$ donnent $\frac{15}{a}$; & 1 diviſé par $\frac{5}{a}$ donne $\frac{a}{5}$; & j'écris $\frac{15}{a}\sqrt{\frac{a}{5}}$ ou $15\sqrt{\frac{1}{5a}}$ ou $\frac{3}{a}\sqrt{5a}$ ou $3\sqrt{\frac{5}{a}}$. Et pour diviſer $\frac{a}{b}\sqrt{\frac{c}{d}}$ par $\frac{x}{y}\sqrt{\frac{x}{v}}$; j'écris $\frac{ay}{bz}\sqrt{\frac{cv}{dx}}$. Et pour diviſer $\frac{a}{b}\sqrt{\frac{b}{d}}$ par $\frac{x}{y}\sqrt{\frac{c}{b}}$, j'écris $\frac{ay}{x}\sqrt{\frac{1}{cd}}$ ou $\frac{ay}{cdz}\sqrt{cd}$.

$$\left\{\frac{6\sqrt{a}}{2a}\right\}\infty 3\sqrt{\frac{1}{a}}.\quad\left\{\frac{30\sqrt{a}}{2a\sqrt{5}}\right\}\infty 15\sqrt{\frac{1}{5a}}\infty 3\sqrt{\frac{5}{a}}.\quad\left\{\frac{ay\sqrt{cv}}{bz\sqrt{dx}}\right\}\infty\frac{ay}{bz}\sqrt{\frac{cv}{dx}}.\quad\left\{\frac{ay\sqrt{bb}}{bz\sqrt{cd}}\right\}\infty\frac{ay}{cdz}\sqrt{cd}.$$

## IX PROBLEME.

12. *Pour diviſer un multinome par un autre, lorſque chaque membre du diviſeur doit être incommenſurable à chacun de ceux de l'expoſant qu'on cherche.*

On ſuit les régles ordinaires de la diviſion des grandeurs littérales & complèxes.

PREMIER EXEMPLE.

Pour diviſer $4\sqrt{6}-6\sqrt{2}-4+2\sqrt{3}$ par $2\sqrt{2}-\sqrt{6}$. Je dis : $4\sqrt{6}$ diviſez par $2\sqrt{2}$ donnent $2\sqrt{3}$, que j'écris au demi-cercle ; & multipliant $2\sqrt{3}$ par $2\sqrt{2}-\sqrt{6}$, j'ôte le produit $4\sqrt{6}-6\sqrt{2}$. Et je dis enſuitte : $-4$ diviſé par $2\sqrt{2}$, l'expoſant eſt $-\sqrt{2}$ que j'écris au demi-cercle ; Et multipliant $-\sqrt{2}$ par $2\sqrt{2}-\sqrt{6}$, j'ôte le produit $-4+2\sqrt{3}$. Et comme il ne reſte rien, je trouve au demi-cercle l'expoſant juſte $2\sqrt{3}-\sqrt{2}$.

*Quadrinome à diviſer* $4\sqrt{6}-6\sqrt{2}-4+2\sqrt{3}$ ( $2\sqrt{3}-\sqrt{2}$ *Expoſant.*
$-4\sqrt{6}+6\sqrt{2}+4-2\sqrt{3}$ ( $2\sqrt{2}-\sqrt{6}$ *Diviſeur.*

o o o o

SECOND EXEMPLE.

On trouveroit de la même ſorte que le trinome $2\sqrt{C.2}+2\sqrt{C.5}+5\sqrt{C.6}$ eſt l'expoſant de la diviſion du ſeptinome qu'on expoſe ici par le binome $3\sqrt{C.4}+5\sqrt{C.10}$.

*Septinome à diviſer* *Expoſant*

$12+6\sqrt{C.12}+30\sqrt{C.3}+10\sqrt{C.20}+10\sqrt{C.30}+25\sqrt{C.60}$ ( $2\sqrt{C.2}+2\sqrt{C.3}+5\sqrt{C.6}$
$-12-6\sqrt{C.12}-30\sqrt{C.3}-10\sqrt{C.20}-10\sqrt{C.30}-25\sqrt{C.60}$ ( $3\sqrt{C.4}+5\sqrt{C.10}$
*diviſeur*

o o o o o o

## X PROBLEME.

13. *POur diviſer un multinome par un autre de deux ou trois ou quatre membres, lorſque l'un & l'autre n'ont que le ſigne radical √. Ou généralement pour diviſer tel multinome qu'on voudra par un binome.*

Conſidérant l'un comme l'antécédent, & l'autre comme le conſéquent d'un rapport ou d'une grandeur rompuë ; on multiplie chacun par une même grandeur, & en telle ſorte que le nouveau conſéquent ſoit commenſurable, ou un multinome qui ait un membre moins que celuy qu'on donne pour diviſeur. Et on réïtere alors une ſemblable opération, & enſuitte une troiſiéme, & ainſi du reſte juſques à ce qu'on trouve enfin un nouveau conſéquent ou un diviſeur nouveau qui ſoit entiérement commenſurable. Et faiſant alors la diviſion avec ce nouveau diviſeur qui eſt commenſurable ; l'expoſant qu'on découvre eſt celuy qui réſoût la queſtion.

Et pour faire avec ordre les multiplications néceſſaires ; ſi le diviſeur eſt un des binomes qui répondent à ceux qu'on expoſe ici ; on multipliera par la grandeur qui luy eſt adjointe les deux termes de la fraction ſuppoſée ou la grandeur que l'on veut diviſer & ſon diviſeur.

| *Diviſeurs* | *Multiplicateurs des termes propoſez.* |
|---|---|
| $\sqrt{a}+\sqrt{b}$. | $\sqrt{a}-\sqrt{b}$. |
| $\sqrt{C.a}+\sqrt{C.b}$. | $\sqrt{C.aa}-\sqrt{C.ab}+\sqrt{C.bb}$. |
| $\sqrt{a}+\sqrt{b}$. | $\sqrt{a^3}-\sqrt{aab}+\sqrt{abb}-\sqrt{b^3}$. |
| $\sqrt[5]{c.a}+\sqrt[5]{c.b}$. | $\sqrt[5]{c.a^4}-\sqrt[5]{c.a^3b}+\sqrt[5]{c.aabb}-\sqrt[5]{c.ab^3}+\sqrt[5]{c.b^4}$. |
| $\sqrt[6]{c.a}+\sqrt[6]{c.b}$. | $\sqrt[6]{c.a^5}-\sqrt[6]{c.a^4b}+\sqrt[6]{c.a^3bb}-\sqrt[6]{c.aab^3}+\sqrt[6]{c.ab^4}-\sqrt[6]{c.b^5}$. |
| $\sqrt[7]{c.a}+\sqrt[7]{c.b}$. | $\sqrt[7]{c.a^6}-\sqrt[7]{c.a^5b}+\sqrt[7]{c.a^4bb}-\sqrt[7]{c.a^3b^3}+\sqrt[7]{c.aab^4}-\sqrt[7]{c.ab^5}+\sqrt[7]{c.b^6}$. |

Digitized by Google

Et ſi l'expoſant du ſigne radical eſt pair ; le nouveau diviſeur ſera la grandeur commenſurable $a - b$ : & il ſera au contraire $a + b$, ſi ce nombre eſt impair. Mais ſi l'une des parties du diviſeur propoſé avoit le ſigne $+$ & l'autre le ſigne $-$ ; le multiplicateur auroit par tout le ſigne $+$.

*Diviſeur* $\sqrt{a} + \sqrt{b}$
*Multiplié par* $\sqrt{a} - \sqrt{b}$
$a + \sqrt{ab}$
$-\sqrt{ab} - b$
*Produit* $a - b$.

*Diviſeur* $\sqrt{C.a} + \sqrt{C.b}$.
*par* $\sqrt{C.aa} - \sqrt{C.ab} + \sqrt{C.bb}$.
$a - \sqrt{C.aab} + \sqrt{C.abb}$
$+\sqrt{C.aab} - \sqrt{C.abb} + b$
*Produit* $a + b$.

*Diviſeur* $\sqrt{\sqrt{a}} + \sqrt{\sqrt{b}}$.
*Multiplié par* $\sqrt{\sqrt{a^3}} - \sqrt{\sqrt{aab}} + \sqrt{\sqrt{abb}} - \sqrt{\sqrt{b^3}}$.
$\sqrt{\sqrt{a^4b}} - \sqrt{\sqrt{aabb}} + \sqrt{\sqrt{ab^3}} - b$.
$a - \sqrt{\sqrt{a^3b}} + \sqrt{\sqrt{aabb}} - \sqrt{\sqrt{ab^3}}$
*Produit* $a - b$.

Et ſi le diviſeur étoit $\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}$ ; on multiplieroit chaque terme par $\sqrt{a} - \sqrt{b} + \sqrt{c}$, ce qui donneroit un nouveau diviſeur $a - b + c + 2\sqrt{ac}$ qui ſeroit un binome.

Et ſi le diviſeur étoit un quadrinome $\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} + \sqrt{d}$ ; on multiplieroit chaque terme par $\sqrt{a} - \sqrt{b} + \sqrt{c} - \sqrt{d}$, & on auroit pour nouveau diviſeur un trinome $a - b + c - d + 2\sqrt{ac} + 2\sqrt{bd}$, qui pourroit fournir un binome à ſon tour, & le binome un diviſeur commenſurable. Les exemples éclairciront & feront mieux concevoir ces diverſes régles.

### Premier exemple.

Pour diviſer $56 + 24\sqrt{5}$ par $6 + 2\sqrt{5}$. Je multiplie chacun de ces binomes par $6 - 2\sqrt{5}$. Et je diviſe le premier produit $96 + 32\sqrt{5}$ par le ſecond 16. Et l'expoſant $6 + 2\sqrt{5}$ eſt celuy qui réſoût la queſtion. Et il en eſt ainſi des autres ſemblables. Et diviſant de la même ſorte $588 + 132\sqrt{2}$ par $12 + 2\sqrt{2}$ ; on trouvera pour expoſant $48 + 3\sqrt{2}$.

*Multiplier* $56 + 24\sqrt{5}$ *par* $6 - 2\sqrt{5}$
$-112\sqrt{5} - 240$
$336 + 144\sqrt{5}$
1er $96 + 32\sqrt{5}$ *diviſé par* 16
*Et* $6 + 2\sqrt{5}$ *Multiplier par* $6 - 2\sqrt{5}$
$-12\sqrt{5} - 20$
$36 + 12\sqrt{5}$
1er *prod.* $16$
2d *prod.*
*expoſant* $6 + 2\sqrt{5}$

*Multiplier* $588 + 132\sqrt{2}$ *par* $12 - 2\sqrt{2}$
$-1176\sqrt{2} - 528$
$7056 + 1584\sqrt{2}$
1er $6528 + 408\sqrt{2}$.
*diviſé par* 136
*Et* $12 + 2\sqrt{2}$ *par* $12 - 2\sqrt{2}$
$-24\sqrt{2} - 8$
$144 + 24\sqrt{2}$
136 2d *produit.*
$48 + 3\sqrt{2}$ *expoſant.*

### Second exemple.

Pour diviſer $2\sqrt{5} + \sqrt{14}$ par $\sqrt{10} + \sqrt{6}$. Je multiplie chacun de ces



Digitized by Google

binomes par $\sqrt{10}-\sqrt{6}$. Et je diviſe le premier produit $10\sqrt{2}+2\sqrt{35}-2\sqrt{30}-2\sqrt{21}$ par le ſecond produit 4. Et l'expoſant $\frac{1}{2}\sqrt{2}+\frac{1}{2}\sqrt{35}-\frac{1}{2}\sqrt{30}-\frac{1}{2}\sqrt{21}$ eſt celuy qui réſoût la queſtion.

*Binome à diviſer* $2\sqrt{5}+\sqrt{14}$ — *Diviſeur* $\sqrt{10}+\sqrt{6}$

*Multiplié par* $\sqrt{10}-\sqrt{6}$ — *Multiplié par* $\sqrt{10}+\sqrt{6}$

$$\left\{\begin{array}{r} -2\sqrt{30}-2\sqrt{21} \\ 10\sqrt{2}+2\sqrt{35} \end{array}\right. \qquad \left\{\begin{array}{r} +2\sqrt{15}-6 \\ 10+2\sqrt{15} \end{array}\right.$$

1er *Produit* $10\sqrt{2}+2\sqrt{35}-2\sqrt{30}-2\sqrt{21}$. (2d *Produit* $10+2\sqrt{15}-6$ 304.

*diviſé par* 4. $\frac{5}{2}\sqrt{2}+\frac{1}{2}\sqrt{35}-\frac{1}{2}\sqrt{30}-\frac{1}{2}\sqrt{21}$ *expoſant.*

## TROISIEME EXEMPLE.

Pour diviſer 12 par $3+\sqrt{2}-\sqrt{3}$. J'écris $\frac{12}{3+\sqrt{2}-\sqrt{3}}$ qui réſoût la queſtion. Ou pour n'avoir aucune fraction ; je multiplie 12 & $3+\sqrt{2}-\sqrt{3}$ par $3+\sqrt{2}+\sqrt{3}$, & enſuitte chacun des produits $36+12\sqrt{2}+12\sqrt{3}$ & $8+6\sqrt{2}$ par $-8+6\sqrt{2}$. Et je diviſe le premier des nouveaux produits, qui eſt $-144+120\sqrt{2}-96\sqrt{3}+72\sqrt{6}$, par le ſecond 8 ; & l'expoſant $-18+15\sqrt{2}-12\sqrt{3}+9\sqrt{6}$ eſt celuy qui réſoût la queſtion.

*Multiplier l'antécédent* 12 — *Et le conſequent* $3+\sqrt{2}-\sqrt{3}$

*par* $3+\sqrt{2}+\sqrt{3}$ — *par* $3+\sqrt{2}+\sqrt{3}$

1er *produit* $36+12\sqrt{2}+12\sqrt{3}$ — 2d *produit* $8+6\sqrt{2}$

*Multiplié par* $-8+6\sqrt{2}$ — *Multiplié par* $-8+6\sqrt{2}$

$$\left\{\begin{array}{r} 216\sqrt{2}+144+72\sqrt{6} \\ -288-96\sqrt{2}-96\sqrt{3} \end{array}\right. \qquad \text{Produit } 8\text{ 30}-64+72.$$

*Produit* $-144+120\sqrt{2}-96\sqrt{3}+72\sqrt{6}$ ($-18+15\sqrt{2}-12\sqrt{3}+9\sqrt{6}$ *expoſant.*

*Diviſé par le produit* 8.

## QUATRIEME EXEMPLE.

Pour diviſer $10+5\sqrt{C.3}$ par $\sqrt{C.2}+\sqrt{C.3}$. Je multiplie chacun de ces binomes, ou le premier ſeul $10+5\sqrt{C.3}$ par $\sqrt{C.4}-\sqrt{C.6}+\sqrt{C.9}$. Et je diviſe le produit $10\sqrt{C.4}-10\sqrt{C.6}+5\sqrt{C.12}+10\sqrt{C.9}-5\sqrt{C.18}+15$ par un autre produit 5 30 2 + 3. Et l'expoſant $2\sqrt{C.4}-2\sqrt{C.6}+\sqrt{C.12}+2\sqrt{C.9}-\sqrt{C.18}+3$ eſt celuy qui réſoût la queſtion.

*Binome à diviſer* $10+5\sqrt{C.3}$. *Son diviſeur* $\sqrt{C.2}+\sqrt{C.3}$.

*Multiplié par* $\sqrt{C.4}-\sqrt{C.6}+\sqrt{C.9}$

$$\left\{\begin{array}{r} 5\sqrt{C.12}-5\sqrt{C.18}+15 \\ 10\sqrt{C.4}-10\sqrt{C.6}+10\sqrt{C.9} \end{array}\right.$$

*Produit* $10\sqrt{C.4}-10\sqrt{C.6}+10\sqrt{C.9}+5\sqrt{C.12}-5\sqrt{C.18}+15$

*Diviſé par* $5.(2\sqrt{C.4}-2\sqrt{C.6}+2\sqrt{C.9}+\sqrt{C.12}-\sqrt{C.18}+3$ *expoſant.*

Digitized by Google

### Cinquieme exemple.

Pour diviſer 15 par $\sqrt{2}+\sqrt{3}$. Je multiplie 15 par $-\sqrt{8}+\sqrt{12}-\sqrt{18}+\sqrt{27}$. Et je diviſe enſuitte le produit par 5. Et l'expoſant $-3\sqrt{8}+3\sqrt{12}-3\sqrt{18}+3\sqrt{27}$ eſt celuy qui réſoût la queſtion.

$$\left\{\frac{15}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}\right. \propto \frac{-15\sqrt{8}+15\sqrt{12}-15\sqrt{18}+15\sqrt{27}}{5} \text{ expoſant.}$$

### Sixieme exemple.

Pour diviſer $\sqrt{a^4+2a^3b-2ab^3-b^4}$ par $a+b$. Je réduis la premiére à ſon expoſant $a+b\sqrt{aa-bb}$, & j'écris $\sqrt{aa-bb}$ qui réſoût la queſtion.

$$\left\{\frac{\sqrt{a^4+2a^3b-2ab^3-b^4}}{a+b}\right. \propto \frac{a+b\sqrt{aa-bb}}{a+b} \propto \sqrt{aa-bb} \text{ expoſant.}$$

Et pour diviſer $a^3b-abbc$ par $aa+a\sqrt{bc}$. Je dis : $a^3b$ diviſée par $aa$ donne $ab$, & j'ôte $a^3b+aab\sqrt{c}$. Et je dis enſuitte $-aab\sqrt{bc}$ diviſée par $aa$ donne $-b\sqrt{bc}$, & j'ôte $-aab\sqrt{bc}-abbc$, ce qui ne laiſſe rien. Et $ab-b\sqrt{bc}$ réſoût la queſtion. Et pareillement, $aabb-cdd$ diviſée par $\sqrt{ab}-\sqrt{cd}$ donne $\overline{ab+cd}\sqrt{ab}+\overline{ab+cd}\sqrt{cd}$. Et $a^3-abc+aa-bc\sqrt{bc}$ diviſée par $a-\sqrt{bc}$ donne $aa+bc+2a\sqrt{bc}$.

$$\left\{\frac{a^3b-abbc}{aa+a\sqrt{bc}}\right. \propto ab-b\sqrt{bc}. \quad \left\{\frac{aabb-cdd}{\sqrt{ab}-\sqrt{cd}}\right. \propto ab\sqrt{ab}+cd\sqrt{ab}+ab\sqrt{cd}+cd\sqrt{cd}.$$

$$\left\{\frac{a^3-abc+aa-bc\sqrt{bc}}{a-\sqrt{bc}}\right. \propto aa+bc+2a\sqrt{bc}. \quad \left\{\frac{a^3+bc\sqrt{bc}}{a+\sqrt{bc}}\right. \propto aa+bc-a\sqrt{bc}.$$

$$\left\{\frac{aa-bc}{a+\sqrt{bc}}\right. \propto a-\sqrt{bc}. \quad \left\{\frac{ab-cd}{\sqrt{ab}-\sqrt{cd}}\right. \propto \sqrt{ab}+\sqrt{cd}. \quad \left\{\frac{ab+b\sqrt{bc}}{a+\sqrt{bc}}\right. \propto b.$$

### Septieme exemple.

Et pour diviſer $180+24x+3xx+2x^3-x^4$ par $x+3\sqrt{xx+12}$. Je les diviſe l'un & l'autre afin d'abbréger par $x+3$ ; & les expoſans $60-12x+5xx-x^3$ & $\sqrt{xx+12}$ ſont les termes de la fraction $\frac{60-12x+5xx-x^3}{\sqrt{xx+12}}$. Et ces deux termes étant diviſez l'un & l'autre par par $xx+12$, les expoſans ſont encore $5-x$ & $\frac{1}{\sqrt{xx+12}}$, dont le premier étant enfin diviſé par le ſecond, l'expoſant $5-x\sqrt{xx+12}$ réſoût la queſtion.

$$\left\{\frac{180+24x+3xx+2x^3-x^4}{x\sqrt{xx+12}+3\sqrt{xx+12}}\right. \propto \frac{60-12x+5xx-x^3}{\sqrt{xx+12}} \propto 5-x\sqrt{xx+12}.$$

Et pour diviſer $180+24x+3xx+2x^3-x^4$ par $8\sqrt{xx+12}$. Je diviſe chacun de ces deux termes par $xx+12$, & le premier expoſant



Digitized by Google

$15 + 2x - xx$ par le ſecond $\frac{8}{\sqrt{xx+12}}$. Et l'expoſant nouveau $\frac{15+2x-xx}{8}$ $\sqrt{xx+12}$ eſt celuy qui réſoût la queſtion.

$$\left\{\frac{180+24x+3xx+x^3-x^4}{8\sqrt{xx+12}}\right\} \text{ ∞ } \frac{15+2x-xx}{8}\sqrt{xx+12}.$$

Et ſi les calculs paroiſſent trop penibles ou embarraſſez, ou ſi l'on ne peut trouver un expoſant entier qui ſoit aſſez ſimple ; on ſe contentera d'écrire ſimplement les multinomes en fractions. Comme pour diviſer $aa + \sqrt{abcd}$ par $a + \sqrt{bc}$ ; j'écris ſimplement $\frac{aa+\sqrt{abcd}}{a+\sqrt{bc}}$. Et pour diviſer $c - d$ par $\sqrt{a^4+b^4}$ ; j'écris $\frac{c-d}{\sqrt{a^4+b^4}}$. Et ainſi des autres.

## XI PROBLEME.

14. *Pour tirer les racines des grandeurs incomplexes & incommenſurables.*

b. 1. On ſuivra les régles ordinaires de l'expreſſion [b] des grandeurs incommenſurables. Comme pour tirer la racine quarrée de $\sqrt{2}$ ; j'écris $\sqrt{\sqrt{2}}$. Et pour en tirer la racine cubique ; j'écris $\sqrt{C}\sqrt{2}$. Et pour tirer la racine quarrée de $\sqrt{C.4}$ ; j'écris $\sqrt{C.2}$. Et pareillement $\sqrt{12^c.3}$ ſera la racine $6^c$ de $\sqrt{3}$. Et $\sqrt{\sqrt{\sqrt{2}}}$ la $4^c$ de $\sqrt{2}$. Et $\sqrt{C}\sqrt{C.3}$ la cubique de $\sqrt{C.3}$. Et $\sqrt{2}$ la cubique de $\sqrt{2}$ ou de $\sqrt{8}$.

## I THEOREME.

15. Tout quarré d'un binome $\sqrt{a} + \sqrt{b}$, où chaque membre ne peut avoir au plus que le ſigne $\sqrt{}$, eſt encore un binome $a + b + 2\sqrt{ab}$, dont un membre eſt commenſurable, & l'autre ſous le ſigne $\sqrt{}$. Et le quarré $aa + 2ab + bb$ de la partie commenſurable $a + b$ moins le quarré $4ab$ de l'autre $2\sqrt{ab}$ eſt un quarré parfait $aa - 2ab + bb$, dont la racine $a - b$ eſt une différence des quarrez $a$ & $b$ des deux membres $\sqrt{a}$ & $\sqrt{b}$. Et cette différence $a - b$ étant ajoûtée à leur ſomme $a + b$, donne un double $2a$ du quarré du membre $\sqrt{a}$. Et la même différence $a - b$ étant ôtée de la ſomme $a + b$ laiſſe un double $2b$ du quarré de l'autre membre $\sqrt{b}$.

## COROLLAIRE ET PROBLEME XII.

16. *Pour tirer la racine quarrée d'un binome dont un membre eſt commenſurable.*

On prend les quarrez des deux membres ; & ôtant le moindre du plus grand, on tire la racine du reſte. On ajoûte enſuitte cette même racine, que je nomme $a - b$, à la partie commenſurable $a + b$, & on l'ôte auſſi de la même partie. Et prenant la moitié $a$ de la ſomme $2a$, & la moitié $b$ de la différence $2b$, on tire les racines quarrées de ces mêmes moitiez.

Digitized by Google

Et la somme $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ de ces deux racines satisfait [b] au problème, si chaque membre du binome a le signe +; ou leur différence $\sqrt{a}-\sqrt{b}$, si le membre incommensurable a le signe —. b. 15.

### Premier exemple.

Pour tirer la racine quarrée de $33+\sqrt{800}$. Je prens les deux quarrez 1089 & 800, l'un de 33, & l'autre de 800; & leur différence 289, dont je tire la racine quarrée 17. J'ajoûte ensuitte 17 à 33, & j'ôte aussi 17 de 33; & prenant les moitiez 25 & 8, l'une de la somme 50, & l'autre du reste 16; je tire encore leurs racines quarrées 5 & $\sqrt{8}$. Et j'écris $5+\sqrt{8}$ ou $5+2\sqrt{2}$ qui résoût la question.

*Multiplier* 33 ⟨ *par* 33 ⟨ *Et* $\sqrt{800}$ ⟨ *par* $\sqrt{800}$ ⟨ *Ajoûter* 33 ⟨ *& ôter* 17 ⟨ *De* 33 ⟨ *ôter* 17

*Grand quarré* 1089 (*petit* 800 (*somme* 50 (*Reste* 16

*ôter* 800 (*sa moitié* 25 (*sa moitié* 8

*Reste* 289 (17 *côté* (*son côté* 5 (*côté* $\sqrt{8}$. (*Et* $5+\sqrt{8}$ *côté cherché.*

### Second exemple.

Pour tirer la racine quarrée de $116+12\sqrt{80}$. Comme le quarré 4 en est un diviseur; je le divise par 4 afin d'abbréger, & je réserve le côté 2 de 4. Et pour trouver celuy de l'exposant $29+3\sqrt{80}$. Je dis: le quarré de 29 est 841, & celuy de $3\sqrt{80}$ ou de $\sqrt{720}$ est 720. Et 720 étant ôté de 841, le reste est 121 dont je prens la racine quarrée 11. J'ajoûte ensuitte 11 à 29, & je l'ôte aussi de 29; & prenant les moitiez 20 & 9, l'une de la somme 40, & l'autre du reste 18; je tire encore leurs racines quarrées $\sqrt{20}$ & 3. Et le binome $3+\sqrt{20}$ ou $3+2\sqrt{5}$ est la racine quarrée de $29+3\sqrt{80}$. Et l'ayant multiplié par le côté 2 que j'avois reservé, le binome $6+4\sqrt{5}$ est la racine quarrée de $116+12\sqrt{80}$ qu'on avoit proposé.

*Multiplier* 29 ⟨ *par* 29 ⟨ *Et* $\sqrt{720}$ ⟨ *par* $\sqrt{720}$ ⟨ *A ajoûter* 11 ⟨ *ôter* 11 ⟨ *De* 29 ⟨ *ôter* 11

*Grand quarré* 841. (*petit* 720. (*somme* 40 (*Reste* 18

*ôter* 720 (*moitié* 20 (*moitié* 9

*Reste* 121 (11 *côté* (*côté* $\sqrt{20}$. (*côté* 3. ⟨ *Et* $6+4\sqrt{5}$ *côté de* $116+48\sqrt{5}$. ⟨ $3+\sqrt{20}$ *côté de* $29+4\sqrt{80}$.

### Troisieme exemple.

Pour tirer la racine quarrée de $\sqrt{20}+\sqrt{15}$. Je puis d'abord le diviser par $\sqrt{5}$ pour abbréger & rendre un membre commensurable, & tirer ensuitte la racine quarrée de l'expofant $2+\sqrt{3}$. Je dis donc: La différence des quarrez 4 & 3 des membres 2 & $\sqrt{3}$ est 1, dont je prens la racine quarrée 1. Et l'ajoûtant au membre 2, & l'ôtant pareillement de 2, je prens

Digitized by Google

les moitiez $\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{2}$, l'une de la ſomme 3,& l'autre de la différence 1; & je tire encore les racines quarrées $\sqrt{\frac{1}{2}}$ & $\sqrt{\frac{1}{2}}$ de ces deux moitiez, & le binome $\sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}}$ eſt la racine quarrée de $2 + \sqrt{3}$. Et parceque j'ai diviſé d'abord $\sqrt{20} + \sqrt{15}$ par $\sqrt{5}$, je multiplie par le côté $\sqrt{\sqrt{5}}$ du diviſeur $\sqrt{5}$ le binome que j'ai découvert ou ſon égal $\sqrt{\sqrt{\frac{9}{4}}} + \sqrt{\sqrt{\frac{1}{4}}}$. Et le produit $\sqrt{\sqrt{11\frac{1}{4}}} + \sqrt{\sqrt{1\frac{1}{4}}}$ eſt la racine quarrée du binome qu'on avoit propoſé.

| | | | |
|---|---|---|---|
| *Multiplier* 2 | Et $\sqrt{3}$ | *A* 2 | *De* 2 |
| *par* 2 | par $\sqrt{\frac{1}{2}}$ | *ajoûter* 1 | *ôter* 1 |
| *Grand quarré* 4 | *petit* 3 | *ſomme* 3 | *Reſte* 1 |
| *ôter* 3 | | *moitié* $\frac{3}{2}$ | *moitié* $\frac{1}{2}$. |
| *Reſte* 1 | *côté* 1 | *côté* $\sqrt{\frac{3}{2}}$ | *côté* $\sqrt{\frac{1}{2}}$. |

$\left\{\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{2}}\right.$ *côté de* $2 + \sqrt{3}$. $\left\{\text{Et } \sqrt{\sqrt{11\frac{1}{4}}} + \sqrt{\sqrt{1\frac{1}{4}}}\right.$ *côté de* $\sqrt{20} + \sqrt{15}$.

### QUATRIEME EXEMPLE.

Pour tirer la racine quarrée du trinome $26 - 4\sqrt{5} - \sqrt{640 - 256\sqrt{5}}$ par la régle précédente; je prens le quarré $756 - 208\sqrt{5}$ de $26 - 4\sqrt{5}$, & le quarré $640 - 256\sqrt{5}$ de $\sqrt{640 - 256\sqrt{5}}$. Et ôtant le moindre du du plus grand, je prens le reſte $116 + 48\sqrt{5}$, & j'en tire la racine quarrée $6 + 4\sqrt{5}$. J'ajoûte enſuitte la même racine à la partie $26 - 4\sqrt{5}$, & je l'ôte auſſi de la même partie. Et prenant les moitiez 16 & $10 - 4\sqrt{5}$, l'une de la ſomme 32, & l'autre du reſte $20 - 8\sqrt{5}$; je tire encore leurs racines quarrées 4 & $\sqrt{10 - 4\sqrt{5}}$, & le binome $4 - \sqrt{10 - 4\sqrt{5}}$ eſt la racine quarrée du trinome qu'on avoit propoſé.

| | | | |
|---|---|---|---|
| *Multiplier* $26 - 4\sqrt{5}$ | Et $\sqrt{640 - 256\sqrt{5}}$ | *A* $26 - 4\sqrt{5}$ | *De* $26 - 4\sqrt{5}$ |
| *par* $26 - 4\sqrt{5}$ | *par* $\sqrt{640 - 256\sqrt{5}}$ | *ajoûter* $6 + 4\sqrt{5}$ | *ôter* $6 + 4\sqrt{5}$ |
| *Grand quarré* $756 - 208\sqrt{5}$. | *petit* $640 - 256\sqrt{5}$. | *ſomme* 32 | *Reſte* $20 - 8\sqrt{5}$ |
| *ôter* $640 - 256\sqrt{5}$ | | *moitié* 16 | *moitié* $10 - 4\sqrt{5}$ |
| *Reſte* $116 + 48\sqrt{5}$ | (*ſa racine* $6 + 4\sqrt{5}$ | *côté* 4. | *côté* $\sqrt{10 - 4\sqrt{5}}$ |

*Et* $4 - \sqrt{10 - 4\sqrt{5}}$ *racine quarrée de* $26 - 4\sqrt{5} - \sqrt{640 - 256\sqrt{5}}$.

### II THEOREME.

17. TOute puiſſance d'un binome $a + \sqrt{b}$ dont un membre eſt commenſurable, & l'autre ſous le ſigne $\sqrt{}$, eſt encore un binome où un membre eſt commenſurable, & l'autre ſous le ſigne radical $\sqrt{}$. Et le quarré du membre commenſurable moins le quarré de l'incommenſurable laiſſe pour reſte une puiſſance parfaite & du même degré que celle qu'on propoſe

propoſe ; & qui a pour racine la différence $aa - b$ des quarrez $aa$ & $b$ des deux membres $a$ & $\sqrt{b}$ de la racine linéaire ou du binome $a + \sqrt{b}$.

Demonstration.

Le quarré du binome $a + \sqrt{b}$ eſt déja le binome $aa + b + 2a\sqrt{b}$. Et la différence $a^4 - 2aab + bb$ des quarrez $a^4 + 2aab + bb$ & $4aab$, l'un d'un membre, & l'autre de l'autre, eſt un quarré parfait, qui a pour racine la différence $aa - b$ des quarrez des deux membres $a$ & $\sqrt{b}$ de la racine $a + \sqrt{b}$.

Et le cube $a^3 + 3ab + 3aa\sqrt{b} + b\sqrt{b}$ du binome $a + \sqrt{b}$ eſt pareillement un binome, où le premier membre eſt commenſurable. Et la différence $a^6 - 3a^4b + 3aabb - b^3$ des quarrez $a^6 + 6a^4b + 9aabb$ & $9a^4b + 6aabb + b^3$, l'un du membre $a^3 + 3ab$, & l'autre de l'autre $3aa\sqrt{b} + b\sqrt{b}$, eſt pareillement un cube, dont la racine cubique eſt $aa - b$.

Et le quarré du quarré $a^4 + 6aab + bb + 4a^3\sqrt{b} + 4abb\sqrt{b}$ du binome $a + \sqrt{b}$ eſt auſſi un binome, où le premier membre eſt commenſurable. Et le quarré $a^8 + 12a^6b + 38a^4bb + 12aab^3 + b^4$ du membre $a^4 + 6aab + bb$ moins le quarré $16a^6b + 32a^4bb + 16aab^3$ de l'autre membre eſt la puiſſance quatriéme & parfaite $a^8 - 4a^6b + 6a^4bb - 4aab^3 + b^4$ de la grandeur $aa - b$, qui eſt commenſurable.

Et la 5$^e$ puiſſance $a^5 + 10a^3b + 5abb + 5a^4\sqrt{b} + 10aab\sqrt{b} + bb\sqrt{b}$ du binome $a + \sqrt{b}$ eſt encore un binome, où le premier membre eſt commenſurable. Et la différence des quarrez $a^{10} + 20a^8b + 110a^6bb + 100a^4b^3 + 25aab^4$ & $25a^8b + 100a^6bb + 110a^4b^3 + 20aab^4 + b^5$, l'un d'un membre, & l'autre de l'autre, eſt la puiſſance 5$^e$ & parfaite $a^{10} - 5a^8b + 10a^6bb - 10a^4b^3 + 5aab^4 - b^5$ de la grandeur commenſurable $aa - b$.

Et il en eſt ainſi des autres puiſſances juſques à l'infini, obſervant ſeulement que ſi $\sqrt{b}$ ſurpaſſe $a$ ; il faut écrire $-a + \sqrt{b}$, & changer les ſignes + en −, & − en +, dans chaque puiſſance où le nombre des degrez eſt impair ; comme dans les cubiques, 5$^{es}$, 7$^{es}$, &c. Ce qu'on doit toûjours ſuppoſer dans la ſuitte.

## I COROLLAIRE ET PROBLEME XIII.

18. *Pour réſoudre un binome, ou pour tirer ſa racine linéaire, lorſqu'elle eſt un binome, dont un membre eſt commenſurable, & que tout eſt ſans fraction.*

On prendra les quarrez des deux membres ; & ôtant le moindre du plus grand, on tirera une racine linéaire $aa - b$ ou $b - aa$ du reſte, ſemblable à celle que l'on cherche, & du binome encore une pareille approchée & qui ſurpaſſe à $\frac{1}{2}$ prés la juſte valeur, mais non pas davantage : & par cette racine approchée que je nomme $a + \sqrt{b}$, on diviſera la différence $xx - b$ ou $b - aa$ des quarrez. Et ſi le membre commenſurable eſt plus grand que l'autre ; l'expoſant de la diviſion que je nomme $a - \sqrt{b}$ ſera ajoûté à la racine approchée $a + \sqrt{b}$. Et prenant une moitié $a$ de la ſomme $2a$, on ôtera de ſon quarré $aa$ la différence $aa - b$ des deux pre-



Digitized by Google

miers quarrez, & du reſte $b$ on tirera la racine quarrée $\sqrt{b}$. Et ſi le membre incommenſurable eſt le plus grand des deux; on ôtera l'expoſant de la diviſion, que je nomme $-a+\sqrt{b}$, de la racine approchée $a+\sqrt{b}$. Et prenant une moitié $a$ du reſte $2a$, on ajoûtera à ſon quarré $aa$ la différence $b-aa$ des deux premiers quarrez. Et de la ſomme $b$ on tirera la racine quarrée. Et enfin le binome $a+\sqrt{b}$ réſoudra la queſtion, ſi chaque membre eſt poſitif; ou $a-\sqrt{b}$, ſi le ſecond membre eſt négatif; ou $-a+\sqrt{b}$, ſi le premier eſt négatif. Divers éxemples pourront fixer & éclaircir ces régles.

### Premier exemple.

Pour tirer la racine cubique du binome $20+\sqrt{392}$. Je prens les deux quarrez 400 & 392 de ſes deux membres 20 & $\sqrt{392}$. Et ôtant 392 de 400; je tire du reſte, qui eſt 8, la racine cubique 2; & du binome $20+\sqrt{392}$, qui vaut environ 39 ou 40, je tire une racine cubique approchée, dont la juſte valeur eſt entre 3 & $3\frac{1}{2}$. Je choiſis donc $3\frac{1}{2}$, & je diviſe la racine cubique 2 de la différence 8 par la cubique approchée $3\frac{1}{2}$. Et comme le membre commenſurable eſt plus grand que l'autre, j'ajoûte l'expoſant $\frac{4}{7}$ à la racine cubique approchée $3\frac{1}{2}$. Et de la ſomme $4\frac{1}{14}$ je prens la moitié ſans fraction qui eſt 2. Je dis enſuitte: le quarré de la même moitié 2 eſt 4, dont j'ôte la racine cubique 2 de la différence 8 des deux quarrez 400 & 392. Et tirant du reſte, qui eſt encore 2, une racine quarrée $\sqrt{2}$; je l'ajoûte à la moitié 2 que j'ai déja trouvée, & le binome $2+\sqrt{2}$ réſoût la queſtion; comme il eſt aiſé de s'en aſſûrer, en comparant ſon cube $20+\sqrt{392}$ avec celuy que l'on a propoſé & qui eſt le même. Comme on ſuppoſe toûjours dans ces ſortes des réſolutions que la moitié $a$ eſt un nombre entier, ce qui eſt ſouvent faux, on eſt obligé d'élever le binome qu'on trouve à une puiſſance pareille à la propoſée, afin de juger avec aſſûrance, ſi les ſuppoſitions ſont juſtes ou non.

*Juſte valeur de* $20+\sqrt{392}$ *entre* 39 *&* 40. (*Racine* $3^c$ *de* 40 *entre* 3 *&* $3\frac{1}{2}$.

{ *Multiplier* 20 *par* 20 } { *Et* $\sqrt{392}$ *par* $\sqrt{392}$ } { *De* 400 *ôter* 392 } { *Diviſer* 2 *par* $3\frac{1}{2}$ } { $\frac{4}{7}$ *expoſant* ($3\frac{1}{2}$ *racine approchée.*

(*Quarré* 400. (*Quarré* 392. (*Différence* 8 (*Sa racine* $3^c$. 2. ($4\frac{1}{14}$ *Somme*

(*Du quarré* 4 *de la moitié* 2 *ôter la racine* $3^c$ 2 *de la différence* 8. *Reſte* 2.

(*Et* $\sqrt{2}$ *ſa racine quarrée.* (*Et* $2+\sqrt{2}$ *racine cubique cherchée.*

Digitized by Google

### Second exemple.

Pour tirer la racine cubique de $25 + 22\sqrt{2}$. Je prens les quarrez 625 & 968 de ſes membres. Et ôtant 625 de 968, je tire du reſte 343 la racine cubique 7, & du binome une cubique approchée, dont la juſte valeur eſt entre 4 & $3\frac{1}{2}$. Je prens donc 4, & je diviſe par 4 la racine cubique 7. Et comme le membre commenſurable eſt plus petit que l'autre, j'ôte l'expoſant $\frac{7}{4}$ de la racine cubique & approchée 4. Et du reſte $2\frac{1}{4}$ je prens la moitié ſans fraction qui eſt 1. Je dis enſuitte 1 eſt le quarré de la moitié 1, & ajoûtant au quarré 1 la racine cubique 7 de la différence des quarrez, la ſomme eſt 8, dont je tire la racine quarrée $2\sqrt{2}$. Et l'ajoûtant à la moitié 1, le binome $1 + 2\sqrt{2}$ eſt celuy qui réſoût la queſtion, puiſqu'on voit que ſon cube eſt celuy qu'on propoſe.

*Juſte valeur de* $25 + 22\sqrt{2}$ *entre* 56 *&* 55. (*Racine* 3$^{e}$ *de* 56 *entre* $3\frac{1}{2}$ *&* 4.

Multiplier 25 par 25 — Et $\sqrt{468}$ par $\sqrt{968}$ — De 968 ôter 625 — Diviſer 7 par 4. — $\frac{7}{4}$ expoſant ôté de 4 racine approchée.

(*Quarré* 625. (*Quarré* 968. *Reſte* 343 (*Sa racine* 3$^{e}$. 7. — $2\frac{1}{4}$ *Reſte*; 1 *moitié*

(*Au quarré* 1 *de la moitié* 1 *ajoûter la racine* 3$^{e}$ 7 *de la différence* 343. *Somme* 8.

(*Et* $2\sqrt{2}$ *ſa racine quarrée.* (*Et* $1 + 2\sqrt{2}$ *racine cubique cherchée.*

### Troisieme exemple.

Pour tirer la racine 5$^{e}$ du binome $176 + 80\sqrt{5}$. Je prens les quarrez 30976 & 32000 des deux membres 176 & $\sqrt{32000}$. Et ôtant le premier du ſecond, je tire du reſte 1024 la racine 5$^{e}$ qui eſt 4, & du binome une 5$^{e}$ approchée, dont la juſte valeur eſt entre 3 & $3\frac{1}{2}$. Je prens donc $3\frac{1}{2}$, & par elle je diviſe la racine 5$^{e}$ 4. Et comme le membre commenſurable eſt

*Juſte valeur de* $176 + 80\sqrt{5}$ *approche fort de* 355. (*Racine* 5$^{e}$ *de* 355 *entre* 3 *&* $3\frac{1}{2}$

Multiplier 176 par 176. — Et $\sqrt{32000}$ par $\sqrt{32000}$ — De 32000 ôter 30976 — Diviſer 4 par $3\frac{1}{2}$. — $\frac{8}{7}$ expoſ. ôté. de $3\frac{1}{2}$

(*Quarré* 30976. (*Quarré* 32000. (*Reſte* 1024 (*Sa racine* 5$^{e}$. (*Sa moitié ſans fraction* 1 — $2\frac{5}{14}$ *Reſte*

(*Au quarré* 1 *de la moitié* 1 *ajoûter la racine* 5$^{e}$ 4 *de la différence* 1024. *Somme* 5.

(*Et* $\sqrt{5}$ *ſa racine* 5$^{e}$. (*Et* $1 + \sqrt{5}$ *racine* 5$^{e}$ *de* $176 + 80\sqrt{5}$.



Digitized by Google

plus petit que l'incommenſurable, j'ôte l'expoſant $\frac{8}{7}$ de la racine 5$^e$ & approchée $3\frac{1}{2}$. Et du reſte $2\frac{5}{14}$ je prens la moitié ſans fraction qui eſt 1. Je dis enſuite : le quarré de la moitié 1 eſt 1, à qui j'ajoûte la racine 5$^e$ 4 de la différence 1024 des quarrez. Et tirant une racine quarrée $\sqrt{5}$ de la ſomme 5, j'ajoûte $\sqrt{5}$ à la moitié 1, & j'écris $1 + \sqrt{5}$. Et pour voir ſi ce binome eſt la racine 5$^e$ que je cherche, j'en prens la 5$^e$ puiſſance $176 + 80\sqrt{5}$ qui eſt la même qu'on propoſe. De ſorte que le binome $1 + \sqrt{5}$ eſt la juſte racine qui réſoût la queſtion.

### QUATRIEME EXEMPLE.

Pour tirer la racine 7$^e$ du binome $2704 + \sqrt{7311488}$. Je prens les quarrez 7311616 & 7311488 de ſes membres. Et ôtant le ſecond du premier, je tire du reſte 128 la racine 7$^e$ qui eſt 2, & du binome une 7$^e$ approchée. Et voyant que la juſte valeur eſt entre 3 & $3\frac{1}{2}$, je prens $3\frac{1}{2}$, & par elle je diviſe la racine 7$^e$ 2. Et parceque le membre commenſurable eſt plus grand que l'autre ; j'ajoûte l'expoſant $\frac{4}{7}$ à la racine approchée $3\frac{1}{2}$. Et je prens la moitié ſans fraction de la ſomme $4\frac{1}{14}$. Je dis enſuite : le quarré de cette moitié 2 eſt 4, & j'ôte de 4 la racine 7$^e$ 2 de la différence 128 des quarrez. Et tirant du reſte qui eſt 2 la racine quarrée $\sqrt{2}$, je l'ajoûte à la moitié 2, & le binome $2 + \sqrt{2}$ réſoût au juſte la queſtion, comme on le reconnoît en cherchant ſa puiſſance 7$^e$.

Si la puiſſance 7$^e$ du binome n'étoit pas celuy qu'on propoſe, les grandeurs *a* & *b* ſeroient incommenſurables, & nul binome ne réſoûdroit la queſtion.

*Juſte valeur de* $2704 + \sqrt{7311418}$ *approche fort de* 5408. (*Racine* 7$^e$ *de* 5408 *entre* 3 & $3\frac{1}{2}$.

{ *Mult.* 2704 *par* 2704 } { *Et* $\sqrt{7311488}$ *par* $\sqrt{7311483}$ } { *De* 7311616 *ôter* 7311488 } { *Diviſer* 2 *par* $3\frac{1}{2}$. } { $\frac{4}{7}$ *expoſant.* *Et* $3\frac{1}{2}$

(7311616. (7311488. (*Reſte* 128 (2 *ſa racine* 7$^e$. ($4\frac{1}{14}$ *ſomme.*

(*Sa moitié ſans fraction* 2.

(*Et* $\sqrt{2}$ *ſa racine quarrée.* (*Et* $2 + \sqrt{2}$ *racine* 7$^e$ *de* $2704 + \sqrt{7311488}$.

## II COROLLAIRE ET PROBLEME XIV.

19. *Pour tirer telle racine qu'on voudra d'un binome, lorſque la racine qu'on cherche eſt pareillement un binome.*

On ôtera premiérement les fractions, s'il y en a ; & par les multiplications ou diviſions qu'on jugera néceſſaires, on fera encore en ſorte que

Digitized by Google

l'un des membres ſoit commenſurable, & l'autre ſous le ſigne √, & la différence des quarrez des membres une puiſſance parfaite & ſemblable à celle qu'on propoſe. Ce qu'on peut toûjours faire en multipliant le binome qui ſera ſans fraction, & qui aura un membre commenſurable, & l'autre ſous le ſigne √, par une puiſſance premiére, ou ſeconde, ou troiſiéme, ou quatriéme, ou cinquiéme, de la différence des quarrez, &c; ſi l'on cherche une racine cubique, ou une cinquiéme, ou une ſeptiéme, &c; c'eſt à dire par une linéaire, ſi on cherche une racine cubique; & par une quarrée, ſi on en cherche une $5^{e}$; & par une troiſiéme, ſi on cherche la racine $7^{e}$. Et ainſi des autres. Et le binome étant ainſi préparé, les régles précédentes réſoûdront le problême.

### Premier exemple.

Pour tirer telle racine qu'on voudra du binome $11\sqrt{\frac{2}{5}} + \frac{5}{2}\sqrt{5}$. Je le multiplie par $\sqrt{5}$, & le produit $11\sqrt{2} + \frac{25}{2}$ par 2. Et je trouve le binome $22\sqrt{2} + 25$ qui eſt ſans fraction, & où le membre 25 eſt commenſurable.

Et pour tirer pareillement telle racine qu'on voudra du binome $11\sqrt{2} + \sqrt{243}$. Je le multiplie par $\sqrt{2}$; & le produit $22 + \sqrt{486}$ eſt un binome, où un membre 22 eſt commenſurable.

Et même pour tirer telle racine qu'on voudra du binome $11\sqrt{C.3} + \sqrt[6]{C}.17578125$. Je diviſe chaque membre par $\sqrt{C.3}$, & l'expoſant $11 + 5\sqrt{5}$ eſt un binome où un membre eſt commenſurable, & l'autre ſeulement ſous le ſigne √.

### Second exemple.

Pour tirer la racine cubique de $22 + \sqrt{486}$. Je prens les deux quarrez 484 & 486 de ſes membres, & la différence 2 de ces mêmes quarrez. Et comme la racine cubique de la différence 2 n'eſt point commenſurable; je multiplie chaque membre par 2. Ce qui fournit un binome nouveau $44 + 2\sqrt{486}$, dont je trouve la racine cubique $2 + \sqrt{6}$, laquelle étant diviſée par $\sqrt{C.2}$, parce que le cube 2 a multiplié le premier binome; l'expoſant $\sqrt{C.4} + \sqrt[6]{C}.54$ réſoût la queſtion.

Et pour tirer la racine $5^{e}$ du binome $11 + 5\sqrt{5}$. Comme la différence 4 des quarrez 121 & 125 de ſes membres n'a point un nombre pour racine $5^{e}$; je multiplie ce binome par le quarré 16 de la différence 4, & le produit eſt $176 + 80\sqrt{5}$, dont ayant pris la racine $5^{e}$ $1 + \sqrt{5}$; je la diviſe par $\sqrt[5]{C.16}$, parceque 16 a multiplié le premier binome. Et l'expoſant $\frac{1+\sqrt{5}}{\sqrt[5]{C.16}}$ réſoût la queſtion. Il en eſt ainſi des autres. Et il ſuffit, pour voir ſi les ſuppoſitions ſont juſtes, de prendre ſeulement les parties commenſurables comme $a^{5} + 10a^{3}b + 5abb$, en ſuppoſant dans le binome $1 + \sqrt{5}$ le membre 1 pour $a$, & le nombre 5 pour $b$.



Digitized by Google

## III THEOREME.

20. LEs quarrez des binomes ſont auſſi des binomes, ſi leur forme eſt $\sqrt{a} + \sqrt{b}$. Car leur quarré eſt $a + b + 2\sqrt{ab}$.

Et le trinome $\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}$ a pour quarré un quadrinome $a + b + c + 2\sqrt{ab} + 2\sqrt{ac} + 2\sqrt{bc}$. Et le quarré d'un quadrinome $\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} + \sqrt{d}$ eſt un ſeptinome $a + b + c + d + 2\sqrt{ab} + 2\sqrt{ac} + 2\sqrt{ad} + 2\sqrt{bc} + 2\sqrt{bd} + 2\sqrt{cd}$.

Mais le quarré d'un quadrinome $a + \sqrt{bc} + \sqrt{bd} + \sqrt{cd}$ n'eſt qu'un quadrinome $aa + bc + bd + cd + 2a\sqrt{bc} + 2d\sqrt{bc} + 2a\sqrt{bd} + 2c\sqrt{bd} + 2a\sqrt{cd} + 2b\sqrt{cd}$.

Et le quarré d'un quadrinome $\sqrt{ab} + \sqrt{ac} + \sqrt{b} + \sqrt{c}$ n'eſt auſſi qu'un quadrinome $ab + ac + b + c + 2a\sqrt{bc} + 2b\sqrt{bc} + 2b\sqrt{a} + 2c\sqrt{a} + 4\sqrt{abc}$.

Mais le quarré d'un quadrinome $a + \sqrt{bc} - \sqrt{ab} + \sqrt{ac}$ n'eſt qu'un trinome $aa + bc + ab + ac - 2a\sqrt{ab} + 2c\sqrt{ab} + 2a\sqrt{ac} - 2b\sqrt{ac}$.

Et le quarré d'un quadrinome $-a + \sqrt{ab} + \sqrt{a} + \sqrt{b}$ n'eſt auſſi qu'un trinome $aa + ab + a + b - 2a\sqrt{ab} + 2\sqrt{ab} - 2a\sqrt{a} + 2b\sqrt{a}$.

Et les quarrez des multinomes à 5 membres auront 11 membres; ſi leur forme eſt $\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} + \sqrt{d} + \sqrt{e}$. Mais ils en auront ſeulement 8; ſi la forme eſt $a + \sqrt{bc} + \sqrt{bd} + \sqrt{cd} + \sqrt{e}$. Et ils n'en auront que 7; ſi la forme eſt $a + \sqrt{bc} + \sqrt{ab} + \sqrt{ac} + \sqrt{d}$.

Et les quarrez des multinomes à 6 membres auront 16 membres; ſi leur forme eſt $\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} + \sqrt{d} + \sqrt{e} + \sqrt{f}$. Et ſeulement 13; ſi elle eſt $a + \sqrt{bc} + \sqrt{bd} + \sqrt{cd} + \sqrt{e} + \sqrt{f}$. Et 12 ſeulement; ſi elle eſt $a + \sqrt{ab} - \sqrt{ac} + \sqrt{bc} + \sqrt{d} + \sqrt{e}$. Et 8; ſi elle eſt $a + \sqrt{ab} - \sqrt{ac} + \sqrt{bc} + \sqrt{be} + \sqrt{ce}$. Et encore 8; ſi elle eſt $\sqrt{ab} + \sqrt{ac} + \sqrt{bc} + \sqrt{bd} + \sqrt{cd}$. Et pareillement 8; ſi elle eſt $a + \sqrt{bc} + \sqrt{bd} + \sqrt{cd} + \sqrt{be} + \sqrt{ce}$. Et 9; ſi elle eſt $a + \sqrt{ab} + \sqrt{ac} + \sqrt{bc} + \sqrt{be} + \sqrt{ce}$. Et 8; ſi elle eſt $\sqrt{ab} + \sqrt{ac} + \sqrt{ad} + \sqrt{b} + \sqrt{c} + \sqrt{d}$.

Et les quarrez des multinomes à 7 membres auront 22 membres; ſi leur forme eſt $\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} + \sqrt{d} + \sqrt{e} + \sqrt{f} + \sqrt{g}$. Et 19; ſi elle eſt $a + \sqrt{bc} + \sqrt{bd} + \sqrt{cd} + \sqrt{e} + \sqrt{f} + \sqrt{g}$. Et 18; ſi elle eſt $a - \sqrt{ab} + \sqrt{ac} + \sqrt{bc} + \sqrt{e} + \sqrt{f} + \sqrt{g}$. Et 16; ſi elle eſt $a + \sqrt{bc} + \sqrt{bd} + \sqrt{cd} + \sqrt{ef} + \sqrt{eg} + \sqrt{fg}$. Et 15; ſi elle eſt $a - \sqrt{ab} + \sqrt{ac} + \sqrt{bc} + \sqrt{de} + \sqrt{df} + \sqrt{ef}$. Et 14; ſi elle eſt $a - \sqrt{ab} + \sqrt{ac} + \sqrt{bc} - \sqrt{ad} + \sqrt{ae} + \sqrt{de}$. Et encore 14; ſi elle eſt $a + \sqrt{bc} + \sqrt{bd} + \sqrt{cd} + \sqrt{ce} + \sqrt{de} + \sqrt{f}$. Et ſeulement 8; ſi elle eſt $a + \sqrt{bc} + \sqrt{bd} + \sqrt{cd} + \sqrt{be} + \sqrt{ce} + \sqrt{de}$. Et ſeulement 7; ſi elle eſt $a - \sqrt{ab} + \sqrt{ac} + \sqrt{bc} + \sqrt{ad} + \sqrt{bd} + \sqrt{cd}$.

Et on en peut trouver pluſieurs autres ſemblables, en ſuivant le même ordre, lorſque les multinomes auront plus de ſept membres, & qu'il n'y aura point de ſigne plus élevé que celuy de $\sqrt{}$.

Digitized by Google

## I COROLLAIRE ET PROBLEME XV.

41. *Pour tirer la racine quarrée d'un multinome où un membre eſt commenſurable, & chaque autre ſous le ſigne √.*

On le rapportera ſucceſſivement aux divers modéles des quarrez dont on vient de parler, & qui peuvent ſervir à ſa réſolution. Les exemples ſuivans formeront une idée plus diſtincte de cette régle générale.

### Premier exemple.

Pour tirer la racine quarrée du binome $33 + 2\sqrt{200}$. Je le rapporte au modéle $\overline{a+b} + 2\sqrt{ab}$, dont la racine quarrée eſt $\sqrt{a} + \sqrt{b}$. Et prenant la moitié $\sqrt{ab}$ ou $\sqrt{200}$ du membre incommenſurable $2\sqrt{200}$ ou $2\sqrt{ab}$; je dis: 200 eſt un plan des nombres 2 & 100, ou 4 ou 50, ou 8 & 25. Et voyant que ces deux enſemble 8 & 25 forment la partie commenſurable 33 ou $\overline{a+b}$, j'écris $\sqrt{8} + \sqrt{25}$ ou $5 + 2\sqrt{2}$ qui réſoût la queſtion.

*Quarré* $\begin{cases} 33 + 2\sqrt{200}. \\ \overline{a+b} + 2\sqrt{ab}. \end{cases}$ *Diviſeurs* $\begin{cases} 25+8 \text{ ∞ } 33. \\ a+b. \end{cases}$ *Racine 2e* $\begin{cases} 5 + 2\sqrt{2}. \\ \sqrt{a} + \sqrt{b}. \end{cases}$

### Second exemple.

Pour tirer la racine quarrée du binome $164 - 2\sqrt{2880}$. Pour abbréger, je diviſe d'abord chaque membre par le quarré 4 ou $\sqrt{16}$. Et trouvant le nouveau binome $41 - 2\sqrt{180}$, que je rapporte au modele $\overline{a+b} - 2\sqrt{ab}$, dont $\sqrt{a} - \sqrt{b}$ eſt la racine quarrée; je prens la moitié $\sqrt{180}$ ou $\sqrt{ab}$ de $2\sqrt{180}$ ou $2\sqrt{ab}$; & je dis: 180 eſt un plan des deux nombres 2 & 90, ou 4 & 45, ou 6 & 30, ou 12 & 15, ou des deux 36 & 5 qui font enſemble 41 ou $a+b$. De ſorte que j'écris $\sqrt{36} - \sqrt{5}$ pour côté du binome $41 - 2\sqrt{180}$. Et multipliant cette même racine par le côté 2 du quarré 4 par qui j'ai diviſé le binome qu'on propoſe, le produit ou le nouveau binome $24 - 2\sqrt{5}$ qui eſt celuy qui réſoût la queſtion.

*Quarré* $\begin{cases} 41 - 2\sqrt{180}. \\ \overline{a+b} - 2\sqrt{ab}. \end{cases}$ *Diviſeurs* $\begin{cases} 36+5 \text{ ∞ } 41. \\ a+b. \end{cases}$ *Racine 2e* $\begin{cases} \sqrt{36} - \sqrt{5}. \\ \sqrt{a} - \sqrt{b}. \end{cases}$

### Troisieme exemple.

Pour tirer la racine quarrée du trinome $35 + 2\sqrt{54} - 2\sqrt{10}$. Sans avoir égard aux quarrez des binomes, ni à ceux des trinomes, qui ne peuvent être des trinomes; je rapporte le trinome qu'on propoſe au trinome $\overline{aa+ab+ac+bc} - 2a\sqrt{ab} + 2c\sqrt{ab} + 2a\sqrt{ac} - 2b\sqrt{ac}$, qui eſt un quarré du quadrinome $a - \sqrt{ab} + \sqrt{ac} + \sqrt{bc}$; & je prens les moitiez $\sqrt{54}$ & $\sqrt{10}$, qui répondent aux moitiez $-a\sqrt{ab} + c\sqrt{ab}$ & $-a\sqrt{ac} + b\sqrt{ac}$, ou aux moitiez $\sqrt{a^2b} - 2aabc + abcc$ & $\sqrt{a^2c} - 2aabc + abbc$, qui renferment ſous leur ſigne, la premiére un ſurſolide des quatre nombres $a, b, c-a, c-a$, & l'autre un ſurſolide des quatre $a, c, -a+b, -a+b$. Et

considérant sur ces modéles les nombres 54 & 10, le premier comme un sursolide des nombres 2, 3, 3, 3, répondans aux quatre $a$, $b$, $c-a$, $c-a$; & l'autre 10 comme un sursolide des nombres 2, 5, 1, 1, où des quatre $a$, $c$, $b-a$, $b-a$; j'écris pour $a-\sqrt{ab}+\sqrt{ac}+\sqrt{bc}$ le quadrinome $2-\sqrt{6}+\sqrt{10}+\sqrt{15}$, qui résoût la question, parceque les quarrez ensemble 4, 6, 10, 15, de ses quatre membres rendent le membre commensurable 35.

*Trinome quarré* $35+2\sqrt{54}-2\sqrt{10}$

*Quarré* $\overline{aa+ab+ac+bc+2\sqrt{a^3b}+2aabc+abcc-2\sqrt{a^3c}-2aabc+abbc}$.

*Diviseurs* $\begin{cases} a. & b.c-a.c-a \\ 2. & 3. \quad 3. \quad\quad 3. \end{cases}$ *Diviseurs* $\begin{cases} a. & c.b-a.b-a. \\ 2. & 5. \quad 1. \quad\quad 1. \end{cases}$

*Racine quarrée* $\begin{cases} a-\sqrt{ab}+\sqrt{ac}+\sqrt{bc}. \\ 2-\sqrt{6}+\sqrt{10}+\sqrt{15}. \end{cases}$

## QUATRIEME EXEMPLE.

Pour tirer la racine quarrée du trinome $15-2\sqrt{6}+2\sqrt{2}$. Je le rapporte au trinome général $\overline{aa+ab+ac+bc-2\sqrt{a^3b}-2aabc+abcc+2\sqrt{a^3c}-2aabc+abbc}$, qui est un quarré du quadrinome $a+\sqrt{ab}+\sqrt{ac}+\sqrt{bc}$. Et prenant les moitiez $\sqrt{6}$ & $\sqrt{2}$, qui répondent l'une à la moitié $\sqrt{a^3b}-2aabc+abcc$, & l'autre à la moitié $\sqrt{a^3c}-2aabc+abbc$; je considére 6 comme un sursolide des nombres 2, 3, 1, 1, ou $a$, $b$, $a-c$, $a-c$; & 2 comme un sursolide des nombres 2, 1, 1, 1, ou $a$, $c$, $b-a$, $b-a$; & j'écris le quadrinome $a+\sqrt{ab}+\sqrt{ac}+\sqrt{bc}$ ou $-2+\sqrt{6}+\sqrt{2}+\sqrt{3}$. Et parceque les quarrez 4, 6, 2, 3, de ses quatre membres forment ensemble le nombre commensurable 15; il résoût la question.

*Trinome quarré* $15-2\sqrt{6}+2\sqrt{2}$.

*Quarré* $\overline{aa+ab+ac+bc-2\sqrt{a^3b}-2aabc+abcc+2\sqrt{a^3c}-2aabc+abbc}$.

*Diviseurs* $\begin{cases} a. & b. & a-c. & a-c. \\ 2. & 3. & 1. & 1. \end{cases}$ *Diviseurs* $\begin{cases} a. & c. & b-a. & b-a. \\ 2. & 1. & 1. & 1. \end{cases}$

*Racine quarrée* $\begin{cases} -a+\sqrt{ab}+\sqrt{ac}+\sqrt{bc}. \\ -2+\sqrt{6}+\sqrt{2}+\sqrt{3}. \end{cases}$

## CINQUIEM EXEMPLE.

Pour tirer la racine quarrée du trinome $140+16\sqrt{3}+8\sqrt{6}$. Pour abbréger, je le divise d'abord par le quarré 4, & je trouve le trinome $35+2\sqrt{6}+4\sqrt{3}$ que je rapporte au trinome $\overline{aa+ab+ac+bc-2a\sqrt{ab}+2c\sqrt{ab}+2a\sqrt{ac}-2b\sqrt{ac}}$. Et considérant 6 comme un sursolide des nombres 3, 2, 1, 1; ou $a$, $b$, $c-a$, $c-a$; & le quarré 12 de la moitié $2\sqrt{3}$ comme un sursolide des nombres 3, 4, 1, 1; ou $a$, $c$, $a-b$, $a-b$;

je

je forme le quadrinome $a - \sqrt{ab} + \sqrt{ac} + \sqrt{bc}$ ou $3 - \sqrt{6} + \sqrt{12} + \sqrt{8}$. Et parceque les quarrez 9, 6, 12, 8, rendent le membre commensurable 35; il eſt la racine quarrée du trinome $35 + 2\sqrt{6} + 4\sqrt{3}$. Et celuy qu'on propoſe ayant été diviſé par 4; je dois multiplier par ſon côté 2 le quadrinome découvert, ce qui donne le nouveau quadrinome $6 - 2\sqrt{6} + 4\sqrt{3} + 4\sqrt{2}$ qui réſoût la queſtion.

*Trinome quarré* $35 + 2\sqrt{6} + 4\sqrt{3}$.

*Quarré* $\overline{aa + ab + ac + bc} + 2\sqrt{a^3b - 2aabc + abcc} + 2\sqrt{a^2c - 2aabc + abbc}$.

*Diviſeurs* $\begin{cases} a. & b. & c - a. & c - a. \\ 3. & 2. & 1. & 1. \end{cases}$ *Diviſeurs* $\begin{cases} a. & c. & a - b. & a - b. \\ 3. & 4. & 1. & 1. \end{cases}$

*Racine quarrée* $\begin{cases} a - \sqrt{ab} + \sqrt{ac} + \sqrt{bc}. \\ 3 - \sqrt{6} + \sqrt{12} + \sqrt{8}. \end{cases}$

### SIXIEME EXEMPLE.

Pour tirer la racine quarrée du trinome $391 + 2\sqrt{10140} + 2\sqrt{4410}$. Je conſidére 10140 comme un ſurſolide des quatre nombres 5, 12, 13, 13. ou $a, b, c - a, c - a$; & 4410 comme un ſurſolide des quatre 5, 18, 7, 7, ou $a, c, b - a, b - a$. Comme il faut de part & d'autre un diviſeur commun $a$, comme 5 ou 10, & qu'il y en ait deux égaux d'une part $a - c$, & $a - c$, ou $c - a$ & $c - a$, & deux égaux de l'autre $a - b$ & $a - b$, ou $b - a$ & $b - a$; je laiſſe tous les nombres dont 10140 & 4410 pourroient être ſurſolides, entre leſquels je ne découvre point cette communication mutuelle. Et ceux que j'ai choiſis me paroiſſant propres, je forme le quadrinome $a + \sqrt{ab} + \sqrt{ac} + \sqrt{bc}$, ou $5 + 2\sqrt{15} + 3\sqrt{10} + 6\sqrt{6}$. Et parceque les quarrez 25, 60, 90, 216, de ſes quatre membres rendent le membre commensurable 391 de celuy qu'on propoſe; il en eſt au juſte la racine quarrée. Tous les trinomes que l'on peut réſoudre ſe peuvent rapporter à l'un de ces modéles qui précédent, ou à celuy de l'éxemple ſuivant, en obſervant les ſignes + & −.

*Trinome quarré* $391 + 2\sqrt{10140} + 2\sqrt{4410}$.

*Quarré* $\overline{aa + ab + ac + bc} + 2\sqrt{a^3b - 2aabc + abcc} + 2\sqrt{a^2c - 2aabc + abbc}$.

*Diviſeurs* $\begin{cases} a. & b. & c - a. & c - a. \\ 5. & 12. & 13. & 13. \end{cases}$ *Diviſeurs* $\begin{cases} a. & c. & b - a. & b - a. \\ 5. & 18. & 7. & 7. \end{cases}$

*Racine quarrée.* $\begin{cases} a + \sqrt{ab} + \sqrt{ac} + \sqrt{bc}. \\ 5 + 2\sqrt{15} + 3\sqrt{10} + 6\sqrt{6}. \end{cases}$

### SEPTIEME EXEMPLE.

Pour réſoudre le trinome $32 - 4\sqrt{15} + 4\sqrt{3}$. Je le rapporte au trinome $\overline{aa + ab + a + b} - 2a\sqrt{ab} + 2\sqrt{ab} - 2a\sqrt{a} - 2b\sqrt{a}$, qui eſt un quarré du quadrinome $a + \sqrt{ab} + \sqrt{a} + \sqrt{b}$; & prenant les moitiez

$2\sqrt{15}$ & $2\sqrt{3}$, ou $\sqrt{60}$ & $\sqrt{12}$, qui répondent l'une à la moitié $a\sqrt{ab} - 1\sqrt{ab}$, & l'autre à la moitié $-a\sqrt{a} + b\sqrt{a}$; je considére 60 comme un ſurſolide des quatre nombres 2, 2, 3, 5, ou $a - 1$, $a - 1$, $a$, $b$; & 12 comme un ſurſolide des trois 2, 2, 3, ou $-x + b$, $-a + b$, $x$. Et je forme le quadrinome $-a + \sqrt{ab} + \sqrt{a} + \sqrt{b}$, ou $-3 + \sqrt{15} + \sqrt{3} + \sqrt{5}$. Et parceque les quarrez 9, 15, 3, 5, de ſes quatre membres rendent le membre commenſurable 32 de celuy qu'on propoſe; il en eſt la racine quarrée.

*Trinome quarré* $32 - 4\sqrt{15} + 4\sqrt{3}$.

*Quarré* $\overline{xa + ab + ac + bc} - 2\sqrt{\overline{xa + ab} \cdot \overline{aa + ab}} + 2\sqrt{\overline{aa} \cdot \overline{xab + abb}}$.

*Diviſeurs* $\begin{cases} x. & b. & x-a. & a-b. \\ 3. & 5. & 2. & 2. \end{cases}$ *Diviſeurs* $\begin{cases} a. & b-a. & b-a. \\ 3. & 2. & 2. \end{cases}$

*Racine quarrée* $\begin{cases} -a + \sqrt{ab} + \sqrt{a} + \sqrt{b}. \\ -3 + \sqrt{15} + \sqrt{3} + \sqrt{5}. \end{cases}$

## HUITIEME EXEMPLE.

Pour tirer la racine quarrée du quadrinome $10 + 2\sqrt{10} + 2\sqrt{15} + 2\sqrt{6}$. Je le rapporte au quadrinome $aa + b + c + 2\sqrt{ab} + 2\sqrt{ac} + 2\sqrt{bc}$, qui a pour racine le trinome $\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}$. Et prenant les moitiez $\sqrt{10}$, $\sqrt{15}$, $\sqrt{6}$, ou $\sqrt{ab}$, $\sqrt{ac}$, $\sqrt{bc}$; je conſidére le premier membre 10 ou $ab$ comme un plan des nombres 5 & 2 ou $a$ & $b$, & 15 ou $ac$ comme un plan des deux 5 & 3 ou $a$ & $c$, & 6 comme un plan des deux 2 & 3 ou $b$ & $c$. Et parceque ces mêmes nombres 5, 2, 3, forment enſemble le membre commenſurable 10; le trinome $\sqrt{5} + \sqrt{2} + \sqrt{3}$ eſt au juſte la racine quarrée du quadrinome qu'on propoſe.

*Quarré* $\overline{\begin{matrix} 10 \\ a + b + c \end{matrix}} + 2\sqrt{10} + 2\sqrt{15} + 2\sqrt{6}$. *Diviſeurs* $\begin{cases} 5. & 2. & 5. & 3. & 2. & 3. \\ a. & b. & a. & c. & b. & c. \end{cases}$

*Racine quarrée* $\begin{cases} \sqrt{5} + \sqrt{2} + \sqrt{3}. \\ \sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}. \end{cases}$

## NEUVIEME EXEMPLE.

Pour tirer la racine quarrée du quadrinome $154 + 2\sqrt{154} + 2\sqrt{150} + 2\sqrt{148}$. Aprés avoir reconnu par les mêmes régles du huitiéme exemple que nul trinome n'en eſt la racine. Je le rapporte au quadrinome $\overline{aa + bc + bd + cd} + 2a\sqrt{bc} + 2a\sqrt{bc} + 2a\sqrt{bd} + 2a\sqrt{bd} + 2a\sqrt{cd} + 2a\sqrt{cd} + 2b\sqrt{cd}$, qui a pour racine quarrée le quadrinome $a + \sqrt{bc} + \sqrt{bd} + \sqrt{cd}$. Et prenant les moitiez $\sqrt{154}$, $\sqrt{150}$, $\sqrt{148}$; je conſidére le premier nombre 154 comme un ſurſolide des quatre 2, 3, 3, 3, ou $b$, $c$, $a + d$, $a + d$; & le ſecond 150 comme un ſurſolide des nombres 2, 1, 5, 5, ou $b$, $d$, $a + c$, $a + c$; & le troiſiéme 148 comme un ſurſolide des nombres 3, 1, 4, 4, ou $c$, $d$, $a + b$, $a + b$. Et je forme le quadrinome $a + \sqrt{bc} + \sqrt{bd} + \sqrt{cd}$ ou $2 + \sqrt{6} + \sqrt{2}$

Digitized by Google

$+\sqrt{3}$. Et parceque les quarrez 4, 6, 2, 3, de ſes quatre membres rendent le membre commenſurable 15 de celuy qu'on propoſe; il en eſt au juſte la racine quarrée.

*Quadrinome quarré* $15+2\sqrt{54}+2\sqrt{50}+2\sqrt{48}$.

*Quarré* $\overline{aa+b+bd+cd+2a+2d\sqrt{bc}+2a+2c\sqrt{bd}+2a+2b\sqrt{cd}}$ { 2. a.

*Diviſeurs* { b. c. a+d. a+d. | b. d. a+c. a+c. | c. d. a+b. a+b. / 2. 3. 3. 3. | 2. 1. 5 5. | 3. 1. 4. 4.

*Racine quarrée* $\begin{cases} a+\sqrt{bc}+\sqrt{bd}+\sqrt{cd} \\ 2+\sqrt{3}+\sqrt{2}+\sqrt{3}. \end{cases}$

## Dixieme exemple.

Et on trouvera de la même ſorte que le quadrinome $2+\sqrt{2}+\sqrt{14}+\sqrt{7}$ eſt la racine quarrée du quadrinome $27+2\sqrt{162}+2\sqrt{126}+2\sqrt{112}$.

*Quadrinome quarré* $27+2\sqrt{162}+2\sqrt{126}+2\sqrt{112}$. { a.

*Quarré* $\overline{aa+bc+bd+cd+2a+2d\sqrt{bc}+2a+2c\sqrt{bd}+2a+2b\sqrt{cd}}$ { 2.

*Diviſeurs* { b. c. a+d. a+d. | b. d. a+c. a+c. | c. d. a+b. a+b. / 2. 1. 9. 9. | 2. 7. 3. 3. | 1. 7. 4. 4.

*Racine quarrée* $\begin{cases} a+\sqrt{bc}+\sqrt{bd}+\sqrt{cd}. \\ 2+\sqrt{2}+\sqrt{14}+\sqrt{7}. \end{cases}$

## Onzieme exemple.

Pour tirer la racine quarrée du quadrinome $24+2\sqrt{135}+2\sqrt{128}+2\sqrt{120}$. Je le rapporte au quadrinome $ab+ac+b+c+2a\sqrt{bc}+2\sqrt{bc}+2b\sqrt{ca}+2c\sqrt{a}+2\sqrt{4abc}$, dont la racine quarrée eſt le quadrinome $\sqrt{ab}+\sqrt{ac}+\sqrt{b}+\sqrt{c}$. Et prenant les moitiez $\sqrt{135}$, $\sqrt{128}$, $\sqrt{120}$; je conſidére 135 comme un ſurſolide des quatre nombres 5, 3, 3, 3, ou $b$, $c$, $a+1$, $a+1$; & 128 comme un ſurſolide des quatre 2, 1, 8, 8, ou $a$, 1, $b+c$, $b+c$; & 120 comme un ſurſolide des quatre 4, 2, 5, 3, ou 4, $a$, $b$, $c$. Et je forme le quadrinome $\sqrt{ab}+\sqrt{ac}+\sqrt{b}+\sqrt{c}$, ou $\sqrt{10}+\sqrt{6}+\sqrt{5}+\sqrt{3}$. Et parceque les quarrez enſemble 10, 6, 5, 3, de ſes quatre membres rendent le membre commenſurable 24 du quadrinome qu'on propoſe; il en eſt au juſte la racine quarrée.

*Quadrinome quarré* $24+2\sqrt{135}+\sqrt{128}+2\sqrt{120}$.

*Quarré* $\overline{ab+ac+b+c+2a+2\sqrt{bc}+2b+2c\sqrt{a}+2\sqrt{4abc}}$.

*Diviſeurs* { b. c. a+1. a+1. | a. 1. b+c. b+c. | 4. a. b. c. / 5. 3. 3. 3. | 2. 1. 8. 8. | 4. 2. 5. 3.

*Racine quarrée* $\begin{cases} \sqrt{ab}+\sqrt{ac}+\sqrt{b}+\sqrt{c}. \\ \sqrt{10}+\sqrt{6}+\sqrt{5}+\sqrt{3}. \end{cases}$



Digitized by Google

### Douzieme exemple.

Ou trouvera de la même ſorte que le quadrinome $\sqrt{72} + \sqrt{60} + \sqrt{12} + \sqrt{10}$, ou $6\sqrt{2} + 2\sqrt{15} + 2\sqrt{3} + \sqrt{10}$ eſt la racine quarrée du quadrinome $154 + 2\sqrt{5880} + 2\sqrt{2904} + 2\sqrt{2880}$. Et on réſoudra de la même ſorte tous ceux qui leur ſont ſemblables.

*Quadrinome quarré* $154 + 2\sqrt{5880} + 2\sqrt{2904} + 2\sqrt{2880}$.

*Quarré* $\overline{ab} + \overline{ac} + \overline{b} + \overline{c} + 2a + 2\sqrt{bc} + 2\overline{b} + 2c\sqrt{a} + 2\sqrt{4abc}$

*Diviſeurs* $\left\{\begin{matrix} b. & c. & a+1. & a+1, & a. & 1. & b+c. & b+c. \\ 12. & 10. & 7. & 7. & 6. & 1. & 22. & 22. \end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix} 4. & a. & b. & c. \\ 4. & 6. & 12. & 10. \end{matrix}\right.$

*Racine quarrée* $\left\{\begin{matrix} \sqrt{ab} + \sqrt{ac} + \sqrt{b} + \sqrt{c}. \\ 6\sqrt{2} + 2\sqrt{15} + 2\sqrt{3} + \sqrt{10}. \end{matrix}\right.$

### Treizieme exemple.

Pour tirer la racine quarrée du quadrinome $-4 + 2\sqrt{18} + 2\sqrt{6} - 2\sqrt{12}$, où le nombre negatif $-4$ ne peut être une ſomme poſitive des quarrez, je diviſe chaque membre par $\sqrt{2}$ qui en eſt un diviſeur ſans reſte & ſans fraction, & je trouve le quadrinome $-2\sqrt{2} + 6 + 2\sqrt{3} - 2\sqrt{6}$, dont la racine quarrée trouvée ſelon les régles eſt $1 + \sqrt{3} - \sqrt{2}$, ou $\sqrt{a} + \sqrt{b} - \sqrt{c}$; & ce trinome étant multiplié par le côté $\sqrt{2}$ du diviſeur $\sqrt{2}$ dont je me ſuis ſervi; le produit ou le trinome $\sqrt{2} + \sqrt{18} - \sqrt{8}$ eſt au juſte la racine quarrée du quadrinome que l'on a propoſé.

*Quadrinome quarré* $\left\{\begin{matrix} 6 & + & 2\sqrt{3} & - 2\sqrt{2} & - 2\sqrt{6}. \\ a + b + c & + 2\sqrt{ab} & - 2\sqrt{ac} & - 2\sqrt{bc}. \end{matrix}\right.$

*Diviſeurs* $\left\{\begin{matrix} a. & b. \\ 1. & 3. \end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix} a. & c. \\ 1. & 2. \end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix} b. & c. \\ 3. & 2. \end{matrix}\right.$ *côté* $\left\{\begin{matrix} \sqrt{a} + \sqrt{b} - \sqrt{c}. \\ \sqrt{1} + \sqrt{3} - \sqrt{2}. \end{matrix}\right.$

*Côté du quadrinome propoſé* $\left\{\begin{matrix} \sqrt{\sqrt{aad}} + \sqrt{\sqrt{bbd}} - \sqrt{\sqrt{ccd}}. \\ \sqrt{\sqrt{2}} + \sqrt{\sqrt{18}} - \sqrt{\sqrt{8}}. \end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix} \sqrt{d}. \\ \sqrt{2}. \end{matrix}\right.$

Il en eſt à peu prés de la même ſorte des multinomes qui peuvent avoir des racines quarrées, où chaque membre eſt ſous le ſigne radical $\sqrt{\sqrt{}}$, comme celles qui ſuivent.

$(\sqrt{\sqrt{abb}} + \sqrt{\sqrt{acc}} + \sqrt{\sqrt{add}} + \sqrt{\sqrt{ace}}. (\sqrt{\sqrt{abb}} + \sqrt{\sqrt{acc}} + \sqrt{\sqrt{add}} + \sqrt{\sqrt{aee}} + \sqrt{\sqrt{aff}}.$ &c.

### Quatorzieme exemple.

Pour tirer la racine quarrée du ſeptinome $13 + 2\sqrt{21} + 2\sqrt{14} - 2\sqrt{7} + 2\sqrt{6} - 2\sqrt{3} - 2\sqrt{2}$. Je le rapporte au ſeptinome $\overline{a + b + c + d} + 2\sqrt{ab} + 2\sqrt{ac} - 2\sqrt{ad} + 2\sqrt{bc} - 2\sqrt{bd} - 2\sqrt{cd}$, dont le quadrinome $\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} - \sqrt{d}$ eſt la racine quarrée. Et prenant les moitiez des membres incommenſurables, je dis: 21 eſt un plan des nombres 7 & 3 ou $a$ & $b$, & 14 un plan des nombres 7 & 2 ou $a$ & $c$, & 7 un plan des

Digitized by Google

nombres 7 & 1 ou *a* & *d*, & 6 un plan des deux 3 & 2 ou *b* & *c*, & 3 un plan des deux 3 &1 ou *b* & *d*,& 2 un plan des deux 2 & 1 ou *c* & *d*. Et parceque les nombres 7, 3, 2, 1, rendent enſemble le membre commenſurable 13; le quadrinome $\sqrt{7}+\sqrt{3}+\sqrt{2}-1$ ou $\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}-\sqrt{d}$ réſoût la queſtion.

*Septinome* $\left.\begin{matrix}13\end{matrix}\right\}+2\sqrt{21}+2\sqrt{14}-2\sqrt{7}+2\sqrt{6}-2\sqrt{3}-2\sqrt{2}.$

*quarré* $\left\{\begin{matrix}a+b+c+d+2\sqrt{ab}+2\sqrt{ac}-2\sqrt{ad}+2\sqrt{bc}-2\sqrt{bd}-2\sqrt{cd}.\end{matrix}\right.$

*Diviſeurs* $\left\{\begin{matrix}a.\ b.\ \}a.\ c.\ \}a.\ d.\ \}b.\ c.\ \}b.\ d.\ \}c.\ d.\\ 7\cdot 3.\ \}7\cdot 2.\ \}7\cdot 1.\ \}3\cdot 2.\ \}3.\ 1.\ \}2.\ 1.\end{matrix}\right.$

*Racine quarrée du ſeptinome* $\left\{\begin{matrix}\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}-\sqrt{d}.\\ \sqrt{7}+\sqrt{3}+\sqrt{2}-\sqrt{1}.\end{matrix}\right.$

### Quinzieme exemple.

Pour tirer la racine quarrée du ſeptinome $17+2\sqrt{35}+2\sqrt{21}+2\sqrt{15}-2\sqrt{14}-2\sqrt{10}-2\sqrt{6}$. Je dis en le rapportant à la forme précédente: 35 eſt un plan des nombres 7 & 5, & 21 des nombres 7 & 3, & 15 des deux 5 & 3, & 14 des deux 7 & 2, & 10 des deux 5 & 2, & 6 des deux 3 & 2. Et parce que le membre 17 eſt au juſte la ſomme des nombres 7, 5, 3, 2, ou *a*, *b*, *c*, *d*; le quadrinome $\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}-\sqrt{d}$ ou $\sqrt{7}+\sqrt{5}+\sqrt{3}-\sqrt{2}$ eſt celuy qui réſoût la queſtion.

*Septinome* $\left.\begin{matrix}17\end{matrix}\right\}+2\sqrt{35}+2\sqrt{21}+2\sqrt{15}-2\sqrt{14}-2\sqrt{10}-2\sqrt{6}.$

*quarré* $\left\{\begin{matrix}a+b+c+d+2\sqrt{ab}+2\sqrt{ac}+2\sqrt{bc}-2\sqrt{ad}-2\sqrt{bd}-2\sqrt{cd}.\end{matrix}\right.$

*Diviſeurs* $\left\{\begin{matrix}a.\ b.\ \}a.\ c.\ \}b.\ c.\ \}a.\ d.\ \}b.\ d.\ \}c.\ d.\\ 7\cdot 5.\ \}7\cdot 3.\ \}5\cdot 3.\ \}7\cdot 2.\ \}5\cdot 2.\ \}3\cdot 2.\end{matrix}\right.$

*Racine quarrée du ſeptinome* $\left\{\begin{matrix}\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}-\sqrt{d}.\\ \sqrt{7}+\sqrt{5}+\sqrt{3}-\sqrt{2}.\end{matrix}\right.$

## II COROLLAIRE.

22. Et choiſiſſant parmi les diverſes combinaiſons celles qui peuvent être utiles, on formera tous les divers modéles qui pourront ſervir à la réſolution des différentes eſpéces de multinomes numériques. Mais il faudra toûjours avoir égard aux ſignes + & −. De ſorte qu'il n'y a plus rien à déſirer pour l'extraction des racines quarrées.

## III COROLLAIRE.

23. Si les ſolides alternatifs d'un multinome, où eſt le ſeul ſigne radical √, ſont tous incommenſurables entr'eux; ſon cube renferme autant de membres qu'il y en a dans la racine, & qu'il y a de ſolides alternatifs. De ſorte que ſi on prend les nombres du troiſiéme ordre, & qu'on



Digitized by Google

tinuë ajoûte les naturels; les sommes seront ceux des membres des divers multinomes cubiques, le premier 4 du cube d'un trinome, le second 8 du cube d'un quadrinome, & ainsi du reste.

Tout cela est clair par la formation même de ces divers cubes, & je me contenterai d'apporter des éxemples pour faire juger de l'ordre qu'on peut suivre pour leur réfolution. Et on pourra former divers modéles pour les autres semblables aux précédens, si la curiosité permet de tenter ces sortes de calculs, ou que la nécessité de s'en servir y engage quelqu'un.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *Nombres du troisiéme ordre.* | 1. | 4. | 10. | 20. | 35. | 56. | 84. | 120. | &c. |
| *Nombres des membres des côtez.* | 2. | 3. | 4. | 5. | 6. | 7. | 8. | 9. | 10. &c. |
| *Nombres des membres des cubes.* | 2. | 4. | 8. | 15. | 26. | 42. | 64. | 93. | 130. &c. |

## PREMIER EXEMPLE.

Pour tirer la racine cubique du binome $20+\sqrt{392}$ ou $\sqrt{400}+\sqrt{392}$. Je le rapporte au binome $\sqrt{a^3+6aab+9abb}+\sqrt{b^3+6abb+9aab}$, & je considére 400 comme un solide des nombres 4, 10, 10, ou $a$, $a+3b$, $a+3b$; & 392 comme un solide des nombres, 2, 14, 14, ou $b$, $b+3a$, $b+3a$. Et le binome $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ ou $2+\sqrt{2}$ est au juste la racine cubique de celuy qu'on propose.

| *Binome cubique.* | *Diviseurs.* | |
|---|---|---|
| $20+\sqrt{392}$ ou $\sqrt{400}+\sqrt{392}$. | $a.\ a+3b.\ a+3b.$ | $b.\ b+3a.\ b+3a.$ |
| $\sqrt{a^3+6aab+9abb}+\sqrt{b^3+6abb+9aab}$. | 4. 10. 10. | 2. 14. 14. |

*Racine cubique du binome* $\sqrt{a}+\sqrt{b}$. $2+\sqrt{2}$.

## SECOND EXEMPLE.

Pour tirer la racine cubique du binome $22+9\sqrt{6}$. Je le divise par $\sqrt{2}$, afin que la différence des parties rappellées sous les signes soit un cube parfait. Et j'ai le nouveau binome $11\sqrt{2}+9\sqrt{3}$ ou $\sqrt{242}+\sqrt{243}$, que je rapporte au binome $\sqrt{a^3+6aab+9abb}+\sqrt{b^3+6abb+9aab}$. Et je considére 242 comme un solide des nombres 2, 11, 11, ou $a$, $a+3b$, $a+3b$; & 243 comme un solide des nombres 3, 9, 9, ou $b$, $b+3a$, $b+3a$. Et le binome $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ ou $\sqrt{2}+\sqrt{3}$ est déja la racine cubique du binome $\sqrt{242}+\sqrt{243}$. Et comme $\sqrt{2}$ a divisé le binome qu'on propose; le produit de $\sqrt{2}+\sqrt{3}$ par $\sqrt{C.2}$ dont le cube $\sqrt{2}$ a fait la division, sera le binome $\sqrt{C.4}+\sqrt{6^c.54}$ qui réfoût la queſtion.

| *Binome cubique.* | *Diviseurs.* | |
|---|---|---|
| $11\sqrt{2}+9\sqrt{3}$ ou $\sqrt{242}+\sqrt{243}$. | $a.\ a+3b.\ a+3b.$ | $b.\ b+3a.\ b+3a.$ |
| $\sqrt{a^3+6aab+9abb}+\sqrt{b^3+6abb+9aab}$. | 2. 11. 11. | 3. 9. 9. |

*Racine cubique* $\sqrt{a}+\sqrt{b}$. $\sqrt{2}+\sqrt{3}$.

Digitized by Google

On auroit pû pareillement dans le premier exemple diviſer le binome $20+\sqrt{392}$ par le plus grand diviſeur commun $2\sqrt{2}$ de ſes membres, & chercher enſuitte la racine cubique $\sqrt{2}+1$ du diviſeur $\sqrt{50}+\sqrt{49}$, en conſidérant 50 comme un ſolide des trois nombres 2, 5, 5, ou $a$, $a+3b$, $a+3b$; & 49 comme un ſolide des nombres, 1, 7, 7, ou $b$, $b+3a$, $b+3a$. Mais à la fin il auroit fallu multiplier le binome $\sqrt{2}+1$ par la racine cubique $\sqrt{2}$ du cube $2\sqrt{2}$, par qui la diviſion auroit été faite. On réſoudroit auſſi de la même ſorte tous les binomes qui ſe peuvent réſoudre, aprés les avoir diviſé par le plus grand diviſeur commun des deux membres.

| *Binome cubique.* | *Diviſeurs.* |
|---|---|
| $5\sqrt{2}+7$ ou $\sqrt{50}+\sqrt{49}$. | $5a.a+3b.a+3b.$ $5b.b+3a.b+3a.$ |
| $\sqrt{a^3}+6aab+3abb+\sqrt{b^3}+6abb+9aab.$ | 2. 5. 5. 1. 7. 7. |

*Racine cubique* $\begin{cases}\sqrt{a}+\sqrt{b}.\\ \sqrt{2}+1.\end{cases}$

### Troiſieme exemple.

Pour tirer la racine cubique du quadrinome $64\sqrt{2}+384+42\sqrt{3}+12\sqrt{30}$. Je le rapporte au quadrinome $a+3b+3c\sqrt{a}+b+3a+3c\sqrt{b}+c+3a+3b\sqrt{c}+6\sqrt{abc}$. Et conſidérant tous ſes membres, je voi que le moindre eſt $6\sqrt{abc}$, parce qu'ayant retranché de chaque autre grandeur rappellée ſous ſon ſigne la grandeur $36abc$, le reſte eſt encore le produit d'un nombre par un nombre quarré. De ſorte que le membre $12\sqrt{30}$ étant le plus petit des quatre, il répond au membre $6\sqrt{abc}$, & 120 au ſolide $abc$. Choiſiſſant donc parmi les diviſeurs de 120 les trois 8, 5, 3, & conſidérant, aprés avoir tout engagé ſous les ſignes, les membres $\sqrt{8192}$, $\sqrt{7220}$, $\sqrt{5292}$, je voi que le nombre 8192 eſt un ſolide des trois 8, 32, 32, ou $a$, $a+3b+3c$, $a+3b+3c$; & 7220 un ſolide des nombres 5, 38, 38, ou $b$, $b+3a+3c$, $b+3a+3c$; & 5292 un ſolide des trois 3, 42, 42 ou $c$, $c+3a+3b$, $c+3a+3b$. Et ainſi le trinome $\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}$ ou $\sqrt{8}+\sqrt{5}+\sqrt{3}$ eſt au juſte la racine cubique du quadrinome qu'on propoſe. Tous les autres diviſeurs de 130, entre leſquels on ne peut trouver les communications ſemblables aux précédentes, ſont d'abord réjettez.

| *Diviſeurs* | $5a.b.c.$ | $5a.a+3b+3c.$ | $5b.b+3a+3c.$ | $5c.c+3a+3b.$ |
|---|---|---|---|---|
| | 8. 5. 3. | 8. 32. 32. | 5. 38. 38. | 3. 42. 42. |

### Quatrieme exemple.

Pour tirer la racine cubique du quadrinome $-216+144\sqrt{2}+207\sqrt{3}+111\sqrt{6}$. Voyant que 216 eſt le moindre des membres, je prens ſa 6e partie $\sqrt{1296}$. Et conſidérant 1296 comme un ſolide $abc$ des nombres 8, 27, 6, ou $a$, $b$, $c$, & voyant au ſecond membre que tout engagé ſous le ſigne eſt un ſolide des nombres 8, 107, 107, ou $a$, $a+3b+3c$,

$a+3b+3c$; & tout au troiſiéme un ſolide des nombres 27, 69, 69, ou $b$, $b+3a+3c$, $b+3a+3c$; & tout au dernier un ſolide des nombres 6, 111, 111, ou $c$, $c+3a+3b$, $c+3a+3b$; je forme le trinome $\sqrt{a}+\sqrt{b}-\sqrt{c}$ ou $2\sqrt{2}+3\sqrt{3}-\sqrt{6}$ qui réſoût la queſtion.

*Diviſeurs* $\left\{\begin{matrix} a. & b. & c. \\ 8. & 27. & 6. \end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix} a. & a+3b+3c. \\ 8. & 107. & 107. \end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix} b. & b+3a+3c. \\ 27. & 69. & 69. \end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix} c. & c+3a+3b. \\ 6. & 111. & 111. \end{matrix}\right.$

## CINQUIEME EXEMPLE.

Pour tirer la racine cubique du multinome à 8 membres $124+120\sqrt{3}+172\sqrt{5}+270\sqrt{2}+12\sqrt{15}+18\sqrt{6}+36\sqrt{10}+36\sqrt{30}$. Je le rapporte au cube dont la racine cubique eſt un quadrinome $\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}+\sqrt{d}$, & je choiſis les quatre moindres de ſes membres $12\sqrt{15}$, $18\sqrt{6}$, $36\sqrt{10}$, $36\sqrt{30}$, qui répondent aux quatre $6\sqrt{abc}$, $6\sqrt{abd}$, $6\sqrt{acd}$, $6\sqrt{bcd}$. Et diviſant par 6 chacun des quatre membres, & engageant enſuitte ſous leurs ſignes tout ce qui en eſt hors dans les quatre expoſans, je conſidére 60 comme un ſolide $abc$ des nombres 1, 3, 20; & 54 comme un ſolide des nombres 1, 3, 18, ou $a$, $b$, $d$; & 360 comme un ſolide $acd$ des trois 1, 20, 18; & 1080 comme un ſolide $bcd$ des nombres 3, 20, 18; & j'écris le quadrinome $\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}+\sqrt{d}$ ou $1+\sqrt{3}+2\sqrt{5}+3\sqrt{2}$, qui réſoût la queſtion, parce qu'en diviſant le premier membre 124 du multinome propoſé par le premier 1 du nouveau quadrinome, l'expoſant 124 vaut $a+3b+3c+3d$, & diviſant le ſecond $120\sqrt{3}$ par le ſecond $\sqrt{3}$, l'expoſant 120 vaut $b+3a+3c+3d$, & diviſant le troiſiéme par $\sqrt{20}$ l'expoſant 86 vaut $c+3a+3b+3d$, & le quatriéme diviſé par $\sqrt{18}$ l'expoſant 90 vaut $d+3a+3b+3c$.

*Diviſeurs.*

$\left\{\begin{matrix} a. & b. & c. \\ 1. & 3. & 20. \end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix} a. & b. & d. \\ 1. & 3. & 18. \end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix} a. & c. & d. \\ 1. & 20. & 18. \end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix} b. & c. & d. \\ 3. & 20. & 18. \end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix} a. & a+3b+3c+3d. \\ 1. & 124. \end{matrix}\right.$

$\left\{\begin{matrix} b. & b+3a+3c+3d. \\ 3. & 120. \end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix} c. & c+3a+3b+3d. \\ 20. & 86. \end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix} d. & d+3a+3b+3c. \\ 18. & 90. \end{matrix}\right.$

*Racine cubique* $\left\{\begin{matrix} \sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}+\sqrt{d}. \\ 1+\sqrt{3}+\sqrt{20}+\sqrt{18}. \end{matrix}\right.$

## SIXIEME EXEMPLE.

Pour tirer la racine cubique du multinome à 15 membres $494+251\sqrt{2}+243\sqrt{6}+235\sqrt{10}+387\sqrt{7}+24\sqrt{3}+24\sqrt{5}+36\sqrt{14}+24\sqrt{15}+36\sqrt{42}+36\sqrt{70}+12\sqrt{30}+36\sqrt{21}+36\sqrt{35}+36\sqrt{105}$. Je prens les 6$^{es}$ parties des 10 membres qui ſont les plus petits, & qui doivent répondre aux 6$^{es}$ des dix alternatives $6\sqrt{abc}$, $6\sqrt{abd}$, $6\sqrt{abe}$, $6\sqrt{acd}$, $6\sqrt{ace}$, $6\sqrt{ade}$, $6\sqrt{bcd}$, $6\sqrt{bce}$, $6\sqrt{bde}$, $6\sqrt{cde}$. Et je conſidére le ſolide $abc$ ou 48 comme un produit des nombres 4, 2, 6; & 80 comme un ſolide $abd$ des trois 4, 2, 10; & 504 comme un ſolide des trois 4, 2, 63, ou $a$, $b$, $e$; & 240 comme un ſolide des trois 4, 6, 10, ou $a$, $c$, $d$;

& 1512

&1512 comme un ſolide *ace* des trois 4, 6, 63 ; & 2520 comme un ſolide *ade* des trois 4, 10, 63 ; & 120 comme un ſolide des trois 2, 6, 10, ou *b*, *e*, *d* ; & 756 comme un ſolide *bce* des trois 2, 6, 63 ; & 1260 comme un ſolide *bde* des trois 2, 10, 63 ; & 3780 comme un ſolide *cde* des trois 6, 10, 63 ; je laiſſe tous les autres diviſeurs qui n'ont point entr'eux ces mêmes communications. Et formant le multinome $\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}+\sqrt{d}+\sqrt{e}$ ou $\sqrt{4}+\sqrt{2}+\sqrt{6}+\sqrt{10}+\sqrt{63}$, je diviſe le membre 494 par $\sqrt{4}$ ou 2, & le membre $251\sqrt{2}$ par $\sqrt{2}$, & $243\sqrt{6}$ par $\sqrt{6}$, & $235\sqrt{10}$ par $\sqrt{10}$, & enfin $387\sqrt{7}$ par $\sqrt{63}$ ; & voyant que le premier expoſant 247 vaut $a+3b+3c+3d+3e$, & que le ſecond 251 vaut $b+3a+3c+3d+3e$, & que le troiſiéme 243 vaut $c+3a+3b+3d+3e$, & que le quatriéme 235 vaut $d+3a+3b+3c+3e$, & qu'enfin le cinquiéme 129 vaut $e+3a+3b+3c+3d$ ; Je ſuis certain que le multinome $2+\sqrt{2}+\sqrt{6}+\sqrt{10}+\sqrt{63}$ eſt au juſte la racine cubique du multinome propoſé. Et il en eſt ainſi des autres qui ont 26 membres, ou 42, ou 64, &c. en conſidérant les ſolides alternatifs, & s'en ſervant comme on vient de le faire.

*Diviſeurs.*

$\left\{\begin{matrix}a.\ b\_c.\\ 4.\ 2.\ 6.\end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix}a.\ b.\ d.\\ 4.\ 2.\ 10.\end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix}a.\ b.\ e.\\ 4.\ 2.\ 63.\end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix}a.\ c.\ d.\\ 4.\ 6.\ 10.\end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix}a.\ c.\ e.\\ 4.\ 6.\ 63.\end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix}a.\ d.\ e.\\ 4.\ 10.\ 63.\end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix}b.\ c.\ d.\\ 2.\ 6.\ 10.\end{matrix}\right.$

$\left\{\begin{matrix}b.\ c.\ e.\\ 2.\ 6.\ 63.\end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix}b.\ d.\ e.\\ 2.\ 10.\ 63.\end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix}c.\ d.\ e.\\ 6.\ 10.\ 63.\end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix}a.\ a+3b+3c+3d+3e.\\ 4.\qquad 247.\qquad 247.\end{matrix}\right.$

$\left\{\begin{matrix}b.\ b+3a+3c+3d+3e.\\ 2.\qquad 251.\qquad 251.\end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix}c.\ c+3a+3b+3d+3e\\ 6.\qquad 243.\qquad 243.\end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix}d.\ d+3a+3b+3c+3e.\\ 10.\qquad 235.\qquad 235.\end{matrix}\right.$

$\left\{\begin{matrix}e.\ e+3a+3b+3c+3d.\\ 63.\qquad 129.\qquad 129.\end{matrix}\right.$ *Racine cubique.* $\left\{\begin{matrix}\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}+\sqrt{d}+\sqrt{e}.\\ 2+\sqrt{2}+\sqrt{6}+\sqrt{10}+\sqrt{63}.\end{matrix}\right.$

## III COROLLAIRE.

24. Et on pourra former de ſemblables modéles pour extraire les racines $5^{es}$, ou $7^{es}$, ou $11^{es}$, ou $13^{es}$, ou $17^{es}$, ou $19^{es}$, ou $23^{es}$, ou les autres dont les nombres ſont ſimples ; lorſque les racines ont ſeulement le ſigne radical $\surd$, en ſe ſervant comme aux deux éxemples qui précédent des produits alternatifs ou de 5, ou de 7 dimenſions, ou de ceux qui en auront 11, ou 13, ou 17, ou 19, ou 23 ; &c. De ſorte qu'il ne reſte plus rien à déſirer ſur ce ſujet.

## IV COROLLAIRE.

25. Les cubes des binomes ont trois membres, ſi leur forme eſt $\surd C.\ a+\surd C.\ b$. Et les cubes des trinomes en ont 8, ſi elle eſt $\surd C.\ a+\surd C.\ b+\surd C.\ c$. Et ceux des quadrinomes 17, ſi elle eſt $\surd C.\ a+\surd C.\ b+\surd C.\ c+\surd C.\ d$. Et ainſi du reſte : c'eſt à dire que diſpoſant les nombres du ſecond ordre 1, 3, 6, 10, 15, &c ; & ſous eux les naturels qui leur répondent 1, 2, 3, 4, 5, &c ; & encore 1 ſous 1 : les trois unitez enſemble forment 3 diſpoſé ſous 2 ; & les trois nombres enſemble 3, 2, 3, forment 8 diſpoſé ſous 3 ; & les trois enſemble 6, 3, 8, forment 17 diſ-



Digitized by Google

posé sous 4. Et ainsi de suitte jusques à l'infini. Et on peut tirer des régles de leurs divers modéles comme des précédens.

*Nombres du second ordre.* 1. 3. 6. 10. 15. 21. 28. 36. 45. 55. &c.
*Nombres des membres des côtez.* 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. &c.
*Nombres des membres de leurs cubes.* 1. 3. 8. 17. 31. 51. 78. 113. 157. 211. &c.

### Premier exemple.

Pour tirer la racine cubique du trinome $10 + 3\sqrt{C.128} + 3\sqrt{C.32}$. Je le rapporte au trinome $\overline{a+b} + 3\sqrt{C.aab} + 3\sqrt{C.abb}$, dont la racine cubique est $\sqrt{C.a} + \sqrt{C.b}$. Et considérant 128 comme un solide des nombres 8, 8, 2, ou $a, a, b$; & 32 comme un solide $abb$ des nombres 8, 2, 2; j'écris le binome $\sqrt{C.8} + \sqrt{C.2}$ ou $2 + \sqrt{C.2}$. Et parceque les cubes 8 & 2 de ses membres rendent le membre commensurable 10; le binome $2 + \sqrt{C.2}$. résoût la quaſtion.

$$\textit{Trinome cubique} \begin{cases} 10 + 3\sqrt{C.128} + 3\sqrt{C.32}. \\ a+b+3\sqrt{C.aab} + 3\sqrt{C.abb}. \end{cases}$$

$$\textit{Diviſeurs} \begin{cases} a.\ a.\ b. \\ 8.\ 8.\ 2. \end{cases} \begin{cases} a.\ b.\ b. \\ 8.\ 2.\ 2. \end{cases} \quad \textit{Racine cubique} \begin{cases} \sqrt{C.a} + \sqrt{C.b}. \\ 2 + \sqrt{C.2}. \end{cases}$$

Ou ſi l'on l'aime mieux; multipliant 128 par 32, & tirant du produit 4096 la racine cubique 16; ſi on diviſe 128 & 32 par 16, les expoſans ſont 8 & 2, & leur ſomme rend le membre commenſurable 10. De ſorte que le binome $\sqrt{C.8} + \sqrt{C.2}$ réſoût comme auparavant la queſtion. Et tous les ſemblables ſe peuvent réſoudre de la même ſorte.

$$\begin{cases} aab \text{ par } abb \text{ ∞ } a^3b^3. \\ 128 \text{ fois } 32 \text{ ∞ } 4096. \end{cases} \begin{cases} \sqrt{C.a^3b^3} \text{ ∞ } ab. \\ \sqrt{C.4096.} \text{ ∞ } 16. \end{cases} \begin{cases} \frac{aab}{ab} \text{ ∞ } a. \\ \frac{128}{16} \text{ ∞ } 8. \end{cases} \begin{cases} \frac{abb}{ab} \text{ ∞ } b. \\ \frac{32}{16} \text{ ∞ } 2. \end{cases}$$

$\S 8 + 2 \text{ ∞ } 10 \text{ ∞ } a+b.$ $\S$ *Racine cubique* $2 + \sqrt{C.2}$ *ou* $\sqrt{C.8} + \sqrt{C.2}$.

### Second exemple.

Pour tirer la racine cubique du multinome à 8 membres $6 + 3\sqrt{C.2} + 3\sqrt{C.4} + 3\sqrt{C.3} + 6\sqrt{C.6} + 3\sqrt{C.12} + 3\sqrt{C.9} + 3\sqrt{C.18}$. Je le rapporte au multinome $\overline{a+b+c} + 3\sqrt{C.aab} + 3\sqrt{C.abb} + 3\sqrt{C.aac} + 6\sqrt{C.abc} + 3\sqrt{C.bbc} + 3\sqrt{C.acc} + 3\sqrt{C.bcc}$; & prenant les tiers des membres, je considére 2 comme un ſolide $aab$ des nombres 1, 1, 2; & 4

$\S 6 + 3\sqrt{C.2} + 3\sqrt{C.4} + 3\sqrt{C.3} + 6\sqrt{C.6} + 3\sqrt{C.12} + 3\sqrt{C.9} + 3\sqrt{C.18}$.

$$\textit{Diviſeurs} \begin{cases} a.\ a.\ b. \\ 1.\ 1.\ 2. \end{cases} \begin{cases} a.\ b.\ b. \\ 1.\ 2.\ 2. \end{cases} \begin{cases} a.\ a.\ c. \\ 1.\ 1.\ 3. \end{cases} \begin{cases} a.\ b.\ c. \\ 1.\ 2.\ 3. \end{cases} \begin{cases} b.\ b.\ c. \\ 2.\ 2.\ 3. \end{cases} \begin{cases} a.\ c.\ c. \\ 1.\ 3.\ 3. \end{cases} \begin{cases} b.\ c.\ c. \\ 2.\ 3.\ 3. \end{cases}$$

$$\textit{Racine cubique} \begin{cases} \sqrt{C.a} + \sqrt{C.b} + \sqrt{C.c}. \\ 1 + \sqrt{C.2} + \sqrt{C.3}. \end{cases}$$

Digitized by Google

comme un ſolide *abb* des nombres 1, 2, 2; & 3 comme un ſolide *aac* des nombres 1, 1, 3. Je ne paſſe pas plus loin, mais formant le binome $1 + \sqrt{C.2} + \sqrt{C.3}$, je voi ſi le cube du binome eſt celuy qu'on propoſe.

Ou s'il eſt plus commode; multipliant 2 qui eſt ſous le premier ſigne par 4 qui eſt ſous le ſecond, & tirant du produit 8 la racine cubique 2 qui répond au plan *ab*, & diviſant 4 qui eſt ſous le ſecond par 2 ou par *ab*, l'expoſant 2 eſt celuy qui répond au nombre *b*, & *a* par conſequent vaut 1, & 6 moins 3 ou $a + b + c$ moins *a* & moins *b*, vaut 3 ou *c*. Et connoiſſant 1, 2, 3, ou *a*, *b*, *c*; le trinome $1 + \sqrt{C.2} + \sqrt{C.3}$ ou $\sqrt{C.a} + \sqrt{C.b} + \sqrt{C.c}$ eſt pareillement connû. Et il en eſt à peu prés de même des autres multinomes.

$$\left\{\begin{array}{l} aab \text{ par } abb \propto a^3b^3. \\ 2 \text{ fois } 4 \propto 8. \end{array}\right. \quad \left\{\begin{array}{l} \sqrt{C.}\, a^3b^3 \propto ab. \\ \sqrt{C.}\, 8 \propto 2. \end{array}\right. \quad \left\{\begin{array}{l} \frac{abb}{bb} \propto b. \\ \frac{4}{2} \propto 2. \end{array}\right. \quad \left\{\begin{array}{l} \frac{abb}{ab} \propto a. \\ \frac{4}{4} \propto 1. \end{array}\right. \quad \left.\begin{array}{l} \\ \\ \end{array}\right\} \S 6 - 3 \propto c.$$

$$\textit{Racine cubique} \left\{\begin{array}{l} \sqrt{C.}\, a + \sqrt{C.}\, b + \sqrt{C.}\, c. \\ 1 + \sqrt{C.}\, 2 + \sqrt{C.}\, 3. \end{array}\right.$$

## COROLLAIRE GENERAL.

26. Et on pourroit diſpoſer auſſi diverſes formes, qui fourniroient des régles pour les puiſſances cubiques des divers multinomes des autres eſpéces que celles-ci, ou de celles mêmes qui ont moins de membres, quoique leurs racines linéaires en ayent un certain nombre. Et on dira auſſi la même choſe des autres multinomes, dont les racines auront des ſignes radicaux plus élevez que ceux dont j'ai parlé. De ſorte que cette matiére me paroît approfondie autant qu'on le peut déſirer, & beaucoup plus qu'il n'eſt néceſſaire pour les divers uſages que l'on en peut faire.



Digitized by Google

# NOUVEAUX ELEMENS DES MATHEMATIQUES.

## *LIVRE ONZIEME.*

### DE L'USAGE EN GENERAL.

### *DES PROPORTIONS ET DES PROGRESSIONS.*

DEFINITION.

ON nomme *règle d'or* ou *de proportion* ou *règle de trois*, celle qui enſeigne à trouver un des termes d'une proportion géométrique. Et nous dirons que la régle eſt *droitte*, ſi c'eſt pour un des termes d'une proportion droitte. Et qu'elle eſt *renverſée* ou *réciproque*, ſi c'eſt pour un des termes d'une proportion réciproque.

Et ſi on partage une grandeur en pluſieurs parties proportionelles à d'autres grandeurs; la régle eſt appellée *régle de compagnie*.

Et ſi on allie des choſes de diverſes valeurs pour en former un certain mélange d'une valeur moyenne entre ces diverſes valeurs; la régle eſt appellée *régle d'alliage*.

Et ſi on ſuppoſe au hazard certaines grandeurs connuës pour ſatisfaire aux diverſes queſtions; les régles ſont nommées *de fauſſes poſitions*. Et ces régles ſont ſimples ou doubles, ſelon que l'on ſuppoſe moins ou plus de grandeurs.

On nomme *égalité* la comparaiſon de deux grandeurs égales. Et ces

mêmes grandeurs ſont nommées les deux *membres* de l'égalité. Comme ſi on ſuppoſe une grandeur $a - b$ égale à une autre $z + c$, ou qu'on écrive d'une maniére abbrégée $a - b \propto z + c$; on dit ſimplement que c'eſt une égalité, & les grandeurs égales $a - b$ & $z + c$ diſpoſées de part & d'autre du ſigne $\propto$ de l'égalité ſont les deux membres de la même égalité. Les ſçavans donnent ordinairement aux égalitez le nom *d'équations*.

*Equation ou égalité* $\left\{\begin{matrix} a-b \propto z+c. \\ 15-4 \propto 6+5. \end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix} 1^{er} \text{ membre} \\ \text{de l'égalité} \end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix} a-b. \\ 15-4. \end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix} 2^{d} \text{ membre} \\ \end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix} z+c. \\ 6+5. \end{matrix}\right.$

## I PROBLEME.

1. *Pour juger ſi une proportion eſt droitte ou renverſée.*

On verra ſi deux de ſes termes qui ſont de même eſpéce ou d'un même genre, & qu'on nomme *homogénes*, agiſſent réciproquement ſur une choſe diſtinguée des termes de la proportion. Car ſi cela eſt; c'eſt une proportion réciproque. Et ſi cela n'eſt pas; la proportion eſt droitte.

Comme ſi l'on dit qu'un homme qui dépenſe à raiſon de deux écus pour trois jours, doit dépenſer quatre écus pour ſix jours; la proportion eſt droitte; le rapport étant le même des 2 écus aux 3 jours que des 4 écus aux 6 jours, ou des 2 écus aux 4 écus que des 3 jours aux 6 jours.

Et ſi l'on dit que 2 ouvriers employant 6 jours pour faire un ouvrage, 4 ouvriers ne doivent employer que 3 jours à ce même ouvrage; la proportion eſt réciproque: les 2 ouvriers & les 4 ouvriers agiſſant réciproquement ſur un même ouvrage, en ſorte que s'il y a 2 fois plus d'ouvriers, il leur faut la moitié moins de temps pour achever l'ouvrage.

## II PROBLEME.

2. *Pour trouver un des termes de la proportion droitte, lorſqu'on en connoit trois.*

Ayant nommé généralement $z$, $y$, $x$, $v$, les 4 termes de la proportion droitte $z. y :: x. v$. On aura par la principale de ſes propriétez le pro-

*Pour un terme de la proportion.*

*Pour le premier terme.*

$$\left\{\begin{matrix} z.y :: x.v. \left\{\begin{matrix} z \propto \frac{yx}{v}. \end{matrix}\right. \\ z.b :: c.d. \left\{\begin{matrix} z \propto \frac{bc}{d}. \end{matrix}\right. \\ z.6 :: 10.15. \left\{\begin{matrix} z \propto \frac{60}{15} \propto 4. \end{matrix}\right. \end{matrix}\right.$$

*Pour le ſecond terme.*

$$\left\{\begin{matrix} z.y :: x.v. \left\{\begin{matrix} y \propto \frac{zv}{x}. \end{matrix}\right. \\ a.y :: c.d. \left\{\begin{matrix} y \propto \frac{ad}{c}. \end{matrix}\right. \\ 4.y :: 10.15. \left\{\begin{matrix} y \propto \frac{60}{10} \propto 6. \end{matrix}\right. \end{matrix}\right.$$

*Pour le troiſiéme terme.*

$$\left\{\begin{matrix} z.y :: x.v. \left\{\begin{matrix} x \propto \frac{zv}{y}. \end{matrix}\right. \\ a.b :: x.d. \left\{\begin{matrix} x \propto \frac{ad}{b}. \end{matrix}\right. \\ 4.6 :: x.15. \left\{\begin{matrix} x \propto \frac{60}{6} \propto 10. \end{matrix}\right. \end{matrix}\right.$$

*Pour le quatriéme terme.*

$$\left\{\begin{matrix} z.y :: x.v. \left\{\begin{matrix} v \propto \frac{yx}{z}. \end{matrix}\right. \\ a.b :: c.v. \left\{\begin{matrix} v \propto \frac{bc}{a}. \end{matrix}\right. \\ 4.6 :: 10.v. \left\{\begin{matrix} v \propto \frac{60}{4} \propto 15. \end{matrix}\right. \end{matrix}\right.$$



Digitized by Google

duit $zv$ des extrêmes égal [b] au produit $yx$ des moyens. Et si on diviſe les deux membres de l'égalité $zv \propto yx$ par $v$; on [c] aura $z \propto \frac{yx}{v}$. Et ſi chaque membre eſt diviſé par $x$; on [c] aura $\frac{zv}{x} \propto y$. Et ſi chacun eſt diviſé par $y$, on [c] aura $\frac{zv}{y} \propto x$. Et ſi chacun eſt diviſé par $z$; on [c] aura $v \propto \frac{yx}{z}$. Et la queſtion eſt réſoluë généralement.

b. 38. 7.
c. 27. 4.

## III PROBLEME.

3. *POur trouver un des termes de la proportion réciproque, lorſqu'on en connoît trois.*

Si les termes $x, y, z, v$, ſont ceux d'une proportion réciproque; comme le produit $yx$ des deux premiers eſt [b] égal au produit $zv$ des deux autres; on trouvera en diviſant comme au problême qui précéde les [c] quatre réſolutions $x \propto \frac{zv}{y}$, & $y \propto \frac{zv}{x}$, & $z \propto \frac{yx}{v}$, & $v \propto \frac{yx}{z}$. De ſorte que la queſtion eſt réſoluë dans toute ſon étenduë.

b. 48. 7.
c. 27. 4.

*Pour un terme de la proportion réciproque.*

*Pour le premier terme.*

$$\begin{cases} x.\ y.\ z.\ v. \\ x.\ b.\ a.\ d. \\ x.\ 6.\ 4.\ 15. \end{cases} \begin{cases} x \propto \frac{zv}{y}. \\ x \propto \frac{ad}{b}. \\ x \propto \frac{60}{6} \propto 10. \end{cases}$$

*Pour le ſecond terme.*

$$\begin{cases} x.\ y.\ z.\ v. \\ c.\ y.\ a.\ d. \\ 10.\ y.\ 4.\ 15. \end{cases} \begin{cases} y \propto \frac{zv}{x}. \\ y \propto \frac{ad}{c}. \\ y \propto \frac{60}{10} \propto 6. \end{cases}$$

*Pour le troiſiéme terme.*

$$\begin{cases} x.\ y.\ z.\ v. \\ c.\ b.\ z.\ d. \\ 10.\ 6.\ z.\ 15. \end{cases} \begin{cases} z \propto \frac{yx}{v}. \\ z \propto \frac{bc}{d}. \\ z \propto \frac{60}{15} \propto 4. \end{cases}$$

*Pour le quatriéme terme.*

$$\begin{cases} x.\ y.\ z.\ v. \\ c.\ b.\ a.\ v. \\ 10.\ 6.\ 4.\ v. \end{cases} \begin{cases} v \propto \frac{yx}{z}. \\ v \propto \frac{bc}{a}. \\ v \propto \frac{60}{4} \propto 15. \end{cases}$$

## I. COROLLAIRE ET PROBLEME IV.

### *POUR LA REGLE D'OR.*

4. *POur trouver le terme inconnu d'une proportion, lorſqu'on en connoît trois.*

On éxamine [b] ſi la proportion eſt droitte, ou réciproque. Et ſi elle eſt droitte; on écrit le terme à qui la queſtion ſe rapporte à la ſeconde place, & celuy du même genre ou de la même eſpéce à la premiére. Et ſi elle eſt réciproque; on écrit à la premiére le terme à qui la queſtion ſe rapporte, ou ſur qui tombe l'interrogation, & celuy du même genre ou de la même

b. 1.

Digitized by Google

eſpèce à la ſeconde. Et on écrit enſuite le terme qui reſte à la troiſiéme. Et les ayant ainſi diſpoſé, on multiplie le ſecond par le troiſiéme, & on diviſe l'expoſant découvert par le premier. Ou s'il eſt plus commode, on diviſe un des deux moyens par le premier, & on multiplie l'expoſant découvert par l'autre. Et la queſtion eſt pleinement réſoluë. Les exemples ſuivans éclairciront & fixeront ces diverſes régles. c. 263.

### Premier exemple.

Si une perſonne dépenſe à raiſon de 16 écus pour 20 jours; quelle dépenſe fera-t-elle en un an?

Comme la queſtion ſuppoſe une proportion droitte, j'écris un an ou 365 jours ſur qui tombe l'interrogation à la ſeconde place, les 20 jours qui ſont du même genre à la premiére, & les 16 écus à la troiſiéme. Et alors je multiplie 365 par 16, & je diviſe le produit 5840 par le premier terme 20. Et l'expoſant 292 réſoût la queſtion.

$$\begin{cases} 1^{ere}\ place. & 2^{e}\ place :: 3^{e}\ place. & 4^{e}\ place. \\ 20\ jours. & 365\ jours :: 16\ écus. & v\ nombre\ inconnu. \end{cases} \quad \begin{cases} 365\ fois\ 16 \gg 5840. \\ v \gg \frac{5840}{20} \gg 292\ écus. \end{cases}$$

Ou s'il eſt plus commode: je diviſe 16 par 20, & je multiplie l'expoſant $\frac{4}{5}$ par 365. Ou plûtôt ayant trouvé $\frac{4}{5}$, je diviſe encore par le dénominateur 5 le terme 365; & je multiplie l'expoſant 73 par le numérateur 4. Ou ſi je le juge à propos; je diviſe 365 par 20, & je multiplie l'expoſant $18\frac{1}{4}$ par 16. Et je trouve toûjours un même nombre 292 qui réſoût la queſtion.

$$\begin{cases} 1^{ere}. & 2^{e}. & 3^{e}. & 4^{e}. \\ 20. & 365 :: & 16. & v. \end{cases} \begin{cases} \frac{16}{20} \gg \frac{4}{5}. \ (365\ fois \frac{4}{5} \gg 292. \ (On \frac{365}{5} \gg 73.\ Et\ 4 fois\ 73 \gg 292. \\ On \frac{365}{20} \gg 18\frac{5}{20} \gg 18\frac{1}{4}. \ (Et\ 16 fois\ 18\frac{1}{4} \gg 292\ écus \gg v. \end{cases}$$

### Second exemple.

Le baſſin d'une fontaine à trois ouvertures. Par la premiére toute l'eau qui remplit le baſſin s'écoule en trois heures, par la ſeconde en 5, & par la troiſiéme en 6. On demande en combien de temps toute l'eau s'écoulera, ſi on ouvre en même temps les trois ouvertures?

Par la ſuppoſition 1 où toute l'eau du baſſin s'écoule en 3 heures ſi on lâche la premiére ouverture. Et par conſéquent il s'en écoule $\frac{1}{3}$ en une heure par la même ouverture. Et pareillement $\frac{1}{5}$ en une heure par la ſeconde, & $\frac{1}{6}$ par la troiſiéme dans le même temps; & $\frac{1}{3}$ plus $\frac{1}{5}$ plus $\frac{1}{6}$ ou $\frac{21}{30}$ ou $\frac{7}{10}$ en une heure par les trois ouvertures enſemble. Je dis donc: Si $\frac{7}{10}$ de toute

Digitized by Google

l'eau qui remplit le baſſin s'écoulent dans 1 une heure, dans combien de temps s'écouleront $\frac{10}{10}$ ou 1, c'eſt á dire toute l'eau du baſſin ?

Et je diſpoſe 1 ou l'eau du baſſin ſur qui tombe l'interrogation à la ſeconde place, les $\frac{7}{10}$ de la même eau à la premiére, & 1 heure à la troiſiéme. Et alors je multiplie le ſecond terme 1 par le troiſiéme 1, & je diviſe le produit 1 par $\frac{7}{10}$, & l'expoſant $\frac{10}{7}$ ou $1\frac{3}{7}$ marque que toute l'eau s'écouleroit dans 1^e heure & $\frac{3}{7}$ d'une autre heure, ou dans 1 heure 27 minutes & 42 ſecondes & un peu plus de 51 troiſiémes. On ſuppoſe l'heure diviſée en ſeulement en 60 minutes, & non comme le degré de la circonférence en 360.

| *Par la 1^ere ouverture.* | | | | *Par la ſeconde.* | | | | *Par la troiſiéme.* | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *heures.* | *heure* | : : *eau.* | *eau.* | *heures.* | *heure* | : : *eau.* | *eau.* | *heures.* | *heure* | : : *eau.* | *eau.* |
| 3. | 1 | : : 1. | $\frac{1}{3}$. | 5. | 1 | : : 1. | $\frac{1}{5}$. | 6. | 1 | : : 1. | $\frac{1}{6}$. |

| *Parties d'eau raſſemblées.* | | | | *Parties d'eau. toute l'eau* : : *heure. heures cherchées.* | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\frac{1}{3}$ | + $\frac{1}{5}$ | + $\frac{1}{6}$ | ∞ $\frac{21}{30}$ ∞ $\frac{7}{10}$. | $\frac{7}{10}$ *du baſſin.* | 1 *baſſin* : : | 1. | $\frac{10}{7}$ ∞ $1\frac{3}{7}$. |

### TROISIEME EXEMPLE.

Quatre tuyaux rempliſſent le baſſin ; le premier ſeul en 8 heures, le ſecond en 9, le troiſiéme en 12, & le quatriéme en 18. Et par quatre autres ouvertures toute l'eau s'écoule, par la premiére en 2 heures, par la ſeconde en 3, & en 4 par la troiſiéme, & par la quatriéme en 6. Dans combien de temps s'écoulera toute l'eau qui remplit le baſſin, ſi on lâche en même temps toutes les ouvertures & tous les tuyaux ?

Par la premiére ſuppoſition tous les tuyaux enſemble verſent en une heure $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{18}$, ou $\frac{3}{8}$ de toute l'eau qui peut remplir le baſſin. Et par la ſeconde ſuppoſition il s'en écoule en une heure $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$, c'eſt à dire $\frac{5}{4}$ de toute l'eau qui le peut remplir. Et retranchant $\frac{3}{8}$ des $\frac{5}{4}$, on ce qu'ont verſé tous les tuyaux enſemble dans une heure de ce qui s'eſt écoulé auſſi dans une heure par toutes les ouvertures enſemble, le reſte $\frac{7}{8}$ eſt la quantité d'eau qui s'écoule en une heure avec celle que tous les tuyaux verſent auſſi dans une heure. Je dis donc : ſi $\frac{7}{8}$ eſt le ſurplus de toute l'eau qui s'écoule en une heure, dans combien toute l'eau s'écoulera-t-elle ? Et

la

la régle droitte donne $\frac{8}{7}$ ou $1\frac{1}{7}$. Et ainſi toute l'eau s'écoulera dans 1 heure & 8 minutes & 34 ſecondes & un peu plus de 17 troiſiémes.

$\left\{\begin{matrix}\textit{L'eau qui entre.}\\ \frac{1}{8}+\frac{1}{9}+\frac{1}{12}+\frac{1}{18}\propto\frac{3}{8}.\end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix}\textit{L'eau qui ſort.}\\ \frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}\propto\frac{5}{4}.\end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix}\textit{Le ſurplus qui ſort.}\\ \frac{5}{4}-\frac{3}{8}\propto\frac{7}{8}.\end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix}\textit{Proportion.}\\ \frac{7}{8}.1::1.\frac{8}{7}\propto 1\frac{1}{7}.\end{matrix}\right.$

### Quatriéme exemple.

153600 ouvriers bâtirent en 7 ans le Temple de Jeruſalem. On demande en combien d'années 33600 ouvriers l'auroient pû bâtir ?

Ayant connû que la queſtion ſuppoſe une proportion réciproque, puis qu'il faut d'autant plus d'années pour bâtir le Temple qu'il y a moins d'ouvriers ; je diſpoſe à la premiére place les 33600 ouvriers ſur qui tombe l'interrogation, & les 153600 ouvriers à la ſeconde, & les 7 années à la troiſiéme. Et alors je multiplie le ſecond terme 153600 par le troiſiéme 7, & je diviſe le produit 1075200 par le premier 33600. Et l'expoſant 32 réſoût la queſtion.

$\left\{\begin{matrix}1^{ere}\ \textit{place.}.\\ 33600\ \textit{ouvriers.}\end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix}2^{e}\ \textit{place.}\\ 153600\ \textit{ouvriers.}\end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix}3^{e}\ \textit{place.}\\ 7\ \textit{années.}\end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix}4^{e}\ \textit{place.}\\ v\ \textit{nombre inconnu.}\end{matrix}\right.$

$\left\{\begin{matrix}153600\ \textit{fois}\ 7\propto 1075200.\\ \frac{1075200}{33600}\propto 32\ \textit{années}\propto v.\end{matrix}\right.$

Ou plûtôt afin d'abbréger, je diviſe 153600 par 33600, & je multiplie l'expoſant $4\frac{4}{7}$ par 7 ; & le produit 32 eſt comme auparavant le nombre des années qui réſoût la queſtion.

$\left\{\begin{matrix}1^{ere}. & 2^{e}. & 3^{e}. & 4^{e}.\\ 33600. & 153600. & 7. & v.\end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix}\frac{153600}{33600}\propto 4\frac{4}{7}.\\ 7\ \textit{fois}\ 4\frac{4}{7}\propto 32\propto v.\end{matrix}\right.$

## II COROLLAIRE ET PROBLEME V.

5. *Pour continuer une progreſſion dont on connoît les deux premiers termes.*

On multiplie le ſecond $b$ par luy-même, & on diviſe le produit $bb$ par le premier terme $a$ ; & l'expoſant $\frac{bb}{a}$ fournit [b] le troiſiéme. Et on trouvera de la même ſorte par le moyen du ſecond $b$ & du troiſiéme $\frac{bb}{a}$ le [b] quatriéme $\frac{b^3}{aa}$. Et par le moyen du troiſiéme & du quatriéme le [b] cinquiéme $\frac{b^4}{a^3}$. Et ainſi du reſte. Et ſi $a$ eſt diviſeur de $b$, ou que $b$ ſoit égal

b. 2.

*Progreſſion générale.* $\left\{\begin{matrix}\div\ a.\ b.\ \frac{bb}{a}.\ \frac{b^3}{aa}.\ \frac{b^4}{a^3}.\ \frac{b^5}{a^4}.\ \frac{b^6}{a^5}.\ \frac{b^7}{a^6}.\ \frac{b^8}{a^7}.\ \frac{b^9}{a^8}.\\ \div\ 3.\ 4.\ \frac{16}{3}.\ \frac{64}{9}.\ \frac{256}{27}.\ \frac{1024}{81}.\ \frac{4096}{243}.\ \frac{16384}{729}.\ \frac{65536}{2187}.\ \frac{262144}{6561}.\end{matrix}\right.$



Digitized by Google

au plan *ac* du terme *a* par un nombre *c*; on aura [b] la progreſſion ſoûmultiple qu'on expoſe ici.

*Progreſſion ſoûmultiple.* $\left\{\begin{array}{l} \text{a. ac. acc. ac}^3\text{. ac}^4\text{. ac}^5\text{. ac}^6\text{. ac}^7\text{. ac}^8\text{. ac}^9\text{. ac}^{10}\text{.} \\ \text{3. 6. 12. 24. 48. 96. 192. 384. 768. 1536. 3072.} \end{array}\right.$

EXEMPLE.

Si les biens d'un pupille montent à 8000 livres, & qu'il n'en ait rien dépenſé pendant 6 années; on demande combien luy devra ſon Tuteur à la fin de ce terme, en ſuppoſant que le capital & les arrérages doivent toûjours profiter au denier 20?

Pour réſoudre la queſtion; on diviſera le capital 8000 par 20, & l'expoſant 400 marquera les arrérages de la premiére année. Et ſi on les ajoûte au capital 8000, & que la ſomme 8400 ſoit diviſée par 20; on aura 420 livres d'arrérages pour la ſeconde année. Et ſi on ajoûte ces nouveaux arrérages à la ſomme précédente 8400, & que la nouvelle ſomme 8820 ſoit auſſi diviſée par 20; on aura 441 livres d'arrérages pour la troiſiéme année. Et ajoûtant de la même ſorte ces derniers arrérages à 8820, & diviſant la ſomme 9261 par 20; on trouvera $463\frac{1}{20}$ ou 463 & 1 ſol d'arrérages pour la quatriéme année. Et ſi on ajoûte encore ces arrérages à la ſomme 9261, & qu'on diviſe enſuitte la nouvelle ſomme $9724\frac{1}{20}$ par 20; on aura $486\frac{81}{400}$ pour arrérages de la cinquiéme année. Et les ajoûtant à $9724\frac{1}{20}$, & diviſant la ſomme $10210\frac{101}{400}$ par 20; on trouvera enfin les arrérages $510\frac{4101}{8000}$ de la ſixiéme année. Et raſſemblant ces divers arrérages avec le capital; la ſomme entiére $10720\frac{6121}{8000}$ marquera que le Tuteur doit rendre à ſon pupille 10720 livres 15 ſols 3 deniers & $\frac{63}{100}$ d'un denier.

Ou ſi on l'aime mieux; on prendra le capital 8000 pour le premier terme d'une progreſſion, & ſa 20[e] partie 400 pour le ſecond terme, & 20 pour le troiſiéme, & 1 pour le quatriéme, & $\frac{1}{20}$ pour le cinquiéme, & $\frac{1}{400}$ pour le ſixiéme, & $\frac{1}{8000}$ pour le ſeptiéme. Et le premier terme ou le capital ſera pris alors 1 fois, & le ſecond terme 400 ſera pris 6 fois, ou autant de fois qu'il y a d'unitez dans le nombre des 6 années, ou dans le ſixiéme des nombres du premier ordre; ce qui revient au même. Et le troiſiéme 20 ſera pris 15 fois, ou autant de fois qu'il y a d'unitez dans le cinquiéme des nombres du ſecond ordre. Et le quatriéme 1 ſera pris 20 fois, ou autant de fois qu'il y a d'unitez dans le quatriéme des nombres du troiſiéme ordre. Et le cinquiéme $\frac{1}{20}$ ſera pris 15 fois, ou autant de fois qu'il y a

Digitized by Google

d'unitez dans le troiſiéme des nombres du quatriéme ordre. Et le ſixiéme $\frac{1}{400}$ ſera pris 6 fois, ou autant de fois qu'il y a d'unitez dans le ſecond des nombres du cinquiéme ordre. Et enfin le dernier terme $\frac{1}{800}$ ſera pris 1 fois, ou autant de fois qu'il y d'unitez dans le premier des nombres du ſixiéme ordre. Et la ſomme entiére $10720\frac{6121}{8000}$ réſoûdra comme auparavant la queſtion. Et les queſtions ſemblables pourront toutes ſe réſoûdre de la même ſorte, en ſe ſervant des nombres ou des cellules des rangs paralléles, qui ont autant de degrez qu'il y a de termes moins un, ou qu'il y a d'années.

*Progreſſion* ∴ 8000. 400. 20. 1. $\frac{1}{20}$. $\frac{1}{400}$. $\frac{1}{800}$.
*combien de fois.* 1. 6. 15. 20. 15. 6. 1.

*Capital* 8000 *livres.*
*Arrérages de la 1ere année.* 400 *livres.*
*Arrérages de la 2e année.* 420. *Ou* 400 + 20 *livres.*
*Arrérages de la 3e année.* 441. *Ou* 400 + 40 + 1 *livres.*
*Arrérages de la 4e année.* $463\frac{1}{20}$. *Ou* 400 + 60 + 3 + $\frac{1}{20}$ *livres.*
*Arrérages de la 5e année.* $486\frac{81}{400}$. *Ou* 400 + 80 + 6 + $\frac{4}{20}$ + $\frac{1}{400}$ *livres.*
*Arrérages de la 6e année.* $510\frac{4101}{8000}$. *Ou* 400 + 100 + 10 + $\frac{10}{20}$ + $\frac{5}{400}$ + $\frac{1}{800}$ *livres.*

*Somme totale.* $10720\frac{6121}{8000}$ ∞ 10720 *livres* 15 *ſols* $3\frac{61}{100}$ *deniers.*

## III COROLLAIRE ET PROBLEME VI.

6. *Pour trouver tel terme qu'on voudra d'une progreſſion, dont les deux premiers ſont connus.*

On diviſe le ſecond par le premier, & on élève l'expoſant à une puiſſance qui ait autant de degrez moins deux qu'il y a d'unitez dans le nombre qui répond au terme. Et on multiplie cette même puiſſance par le ſecond terme. Et le produit réſoût [b] la queſtion. Comme pour trouver le 7e terme; je diviſe $b$ par $a$, & j'élève l'expoſant $\frac{b}{a}$ à ſa 5e puiſſance $\frac{b^5}{a^5}$, laquelle étant multipliée par $b$, le produit $\frac{b^6}{a^5}$ réſoût la queſtion. [b. 5.]

*Progreſſion* ∴ $a$. $b$. $\frac{bb}{a}$. $\frac{b^3}{aa}$. $\frac{b^4}{a^3}$. $\frac{b^5}{a^4}$. $\frac{b^6}{a^5}$. } 7e terme $\frac{b^6}{a^5}$ ∞ $\frac{4096}{243}$.
∴ 3. 4. $\frac{16}{3}$. $\frac{64}{9}$. $\frac{256}{27}$. $\frac{1024}{81}$. $\frac{4096}{243}$. }



Digitized by Google

### PREMIER EXEMPLE.

Suppoſant 10 perſonnes au monde vers la fin du premier ſiécle, & 10 fois autant vers la fin du ſecond, & ainſi du reſte. On demande combien de perſonnes auroient pû ſe trouver au monde à la fin du 16ᵉ ſiécle peu avant le déluge ?

Pour réſoûdre la queſtion ; il ne faut que trouver le 16ᵉ terme de la progreſſion décuple ou de 10 à 100. Ce que je fais diviſant 100 par 10, & élevant l'expoſant 10 à ſa puiſſance 14ᵉ 100000000000000. Et multipliant enſuitte cette même puiſſance par le ſecond terme 100 ; le produit 10000000000000000, qui vaut dix millions de milliars, eſt le nombre qui réſoût la queſtion.

### SECOND EXEMPLE.

Monſieur de Brébœuf, voulant former une forte idée de l'éternité par une conception néanmoins bornée, ſuppoſe un nombre dont les chiffres s'étendent d'un pole juſques à l'autre. Or ſuppoſant que Dieu même employe une heure pour écrire ainſi tous ces chiffres, qu'à la premiére des 60 minutes il y en ait un ſeulement d'écrit, & 10 écrits à la ſeconde, & ainſi du reſte. On demande combien il y auroit de chiffres écrits dans la derniére des 60 minutes ?

Pour réſoûdre la queſtion. Je diviſe 10 par 1, & j'élêve l'expoſant 10 à ſa 58ᵉ puiſſance, laquelle étant multipliée par 10, le produit A, où 59 zéro ſuivent 1, réſoût la queſtion. Et ſuppoſant 10 chiffres écrits dans la longueur du pouce, ou 12 fois 10 ou 120 dans la longueur d'un pied, ou 15000 fois 120 ou 1800000 dans une lieuë commune d'une heure de chemin qui eſt de 15000 pieds ; dix cent mille millions de fois cent mille milliars de mille millions de milliars de lieuës ne ſeroient pas encore la dix cent mille millionniéme partie des mille milliars de lieuës qu'occuperoit la longueur du ſeul chiffre écrit la derniére minute. Quel eſt donc ce nombre effroyable que la main de Dieu auroit écrit la derniére minute? C'eſt ce qui paroît inconcevable à l'imagination la plus forte, quoique ce ne ſoit qu'un point & comme rien par rapport à l'éternité.

A ⊃ 100000000000000000000000000000000000000000000000000000000000.

### IV COROLLAIRE ET PROBLEME VII.

7. *Connoiſſant le premier & le ſecond & le dernier des termes d'une progreſſion, où le premier ſurpaſſe le ſecond ; pour trouver la ſomme entiére de la progreſſion.*

On écrira à la premiére place d'une proportion droitte l'excez $a - b$ dont le premier $a$ ſurpaſſe le ſecond $b$, & le ſecond terme $b$ à la ſeconde place, & à la troiſiéme la différence $a - g$ dont le premier $a$ ſurpaſſe le dernier $g$, & la régle droitte fournira le quatriéme $\frac{ab - bg}{a - b}$, qui eſt la

b. 67. 7. ſomme de tous ceux qui ſuivent [b] le premier. De ſorte qu'ayant ajoûté à

ce quatriéme terme de la proportion le premier $a$ de la progreſſion; la nouvelle ſomme $\frac{aa-bg}{a-b}$ ſera celle de tous les termes raſſemblez de la progreſſion.

*Proportion.*

$$\left\{\begin{array}{l}1^{er}\ terme.\\ a.\\ 2916.\end{array}\right.\left\{\begin{array}{l}Le\ 2^{d}.\\ b.\\ 1944.\end{array}\right.\left\{\begin{array}{l}Le\ dernier.\\ g.\\ 256.\end{array}\right.\left\{\begin{array}{l}a-b.\ \ b\ ::\ a-g.\ \frac{ab-bg}{a-b}.\\ 972.\ \ 1944::\ 2660.\ \ 5320.\end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{l}Somme\\ \frac{aa-bg}{a-b}.\\ 8236.\end{array}\right.\left\{\begin{array}{l}Progreſſion\ entiére.\\ \div\ a\ \ b.\ \ c.\ \ d.\ \ e.\ \ f.\ \ g.\\ \div\ 2916.\ 1944.\ 1296.\ 864.\ 576.\ 384.\ 256.\end{array}\right.$$

Exemple.

Si on diſtribuë à telle condition diverſes piéces d'un riche cabinet, qu'on vende la premiére 16384 livres, & la ſeconde la moitié de ce prix ou 8192 livres, & ainſi du reſte juſques à la derniére qu'on donne pour 10 ſols; on demande quel eſt le prix entier de toutes ces diverſes piéces?

Pour réſoûdre la queſtion, on ôtera 8192 de 16384, & on mettra le reſte 8192 à la premiére place d'une proportion droitte, & le ſecond terme 8192 à la ſeconde place, & à la troiſiéme l'excez $16383\frac{1}{2}$ dont le premier 16384 livres ſurpaſſe le dernier 10 ſols $\propto \frac{1}{2}$ livre. Et diviſant le ſecond terme 8192 de la proportion par le premier 8192, & multipliant l'expoſant 1 par le troiſiéme $16383\frac{1}{2}$; ſi on ajoûte au produit le premier terme 16384 de la progreſſion, la ſomme $32767\frac{1}{2}$ ſera la ſomme entiére de la progreſſion. $\left\{\begin{array}{l}1^{er}\ terme\ a \propto 16384.\ Le\ 2^{d}\ b \propto 8192.\ Le\ dernier\ g \propto \frac{1}{2}.\end{array}\right.$

$$Proportion\left\{\begin{array}{l}a-b.\ \ b\ ::\ a-g.\ \frac{ab-bg}{a-b}.\\ 8192.\ \ 8192::\ 16383\frac{1}{2}.\ 16383\frac{1}{2}.\end{array}\right.\qquad Somme\ entiére\left\{\begin{array}{l}\frac{aa-bg}{a-b}.\\ 32767\frac{1}{2}.\end{array}\right.$$

*Progreſſion entiére.*

$\left\{\begin{array}{l}\div\ 16384.\ 8192.\ 4096.\ 2048.\ 1024.\ 512.\ 256.\ 128.\ 64.\ 32.\ 16.\ 8.\ 4.\ 2.\ 1.\ \frac{1}{2}.\end{array}\right.$

## V COROLLAIRE ET PROBLEME VIII.

8. Et ſi le nombre des termes eſt infini. Comme le dernier $g$ eſt infiniment petit, ou qu'il touche le rien de plus prés, on le [b] ſuppoſe égal à zéro; & la proportion étant [c] alors $a-b.b::a.\frac{ab}{a-b}$. la [d] ſomme [b. 86. 7.] [c. 87. 7.] [d. 7.]



Digitized by Google

entiére des termes infinis qui ſuivent le premier eſt $\frac{ab}{a-b}$. Et ſi on luy
d. 7. ajoûte le premier terme $a$; la nouvelle ſomme $\frac{aa}{a-b}$ ſera [d] celle des termes infinis de la progreſſion.

*Proportion*

$a-b.\ b::\ a.\ \frac{ab}{a-b}.$

$2-1.\ 1::\ 2.\ 2.$

$3-1.\ 1::\ 3.\ \frac{3}{2}.$

$4-1.\ 1::\ 4.\ \frac{4}{3}.$

*Somme de la progreſſion infinie*

$\frac{aa}{a-b}.$

$4.$

$4\frac{1}{2}.$

$5\frac{1}{3}.$

PREMIER EXEMPLE.

On donne par là la ſolûtion du Sophiſme des anciens contre le mouvement. Suppoſant, diſoient-ils, qu'Achille aille dix fois plus vîte qu'une tortuë, jamais Achille ne l'attrapera. Car lors qu'Achille aura parcourû la premiére lieuë, la tortuë en aura parcourû la 10[e] partie. Et lors qu'enſuitte Achille aura parcourû la 10[e] partie de la ſeconde lieuë, la tortuë aura parcourû la 10[e] de la même 10[e], ou une 100[e] de la ſeconde lieuë. Et ainſi juſques à l'infini.

Cela ſuppoſe que toutes ces 10[es] de 10[es] à l'infini faſſent une eſpace infini de lieuës, qui ne ſont pourtant priſes toutes enſemble qu'une 9[e] de la ſeconde lieuë. De ſorte qu'Achille doit attraper la tortuë à la premiére 9[e] de cette ſeconde lieuë. Parce qu'en effet allant 10 fois plus vîte que la tortuë, il doit avoir parcourû 10 fois autant de chemin dans le même temps, c'eſt à dire $\frac{10}{9}$ ou $1\frac{1}{9}$, lorſque la tortuë en aura parcourû ſeulement $\frac{1}{9}$.

$\{a \gg 1.\ b \gg \frac{1}{10}.\ g \gg \frac{1}{0} \gg 0.$

$a-b.\ b::\ a-g.\ \frac{ab-bg}{a-b}.$

$\frac{9}{10}.\ \frac{1}{10}::\ 1.\ \frac{1}{9}.$

*Somme entiére*

$\frac{aa-bg}{a-b}.$

$\frac{10}{9} \gg 1\frac{1}{9}.$

SECOND EXEMPLE.

Si un horloge a deux aiguilles, l'une des heures qui fait ſon tour en 12 heures, & l'autre des minutes qui fait le même tour en une heure; pour marquer tous les points auſquels les aiguilles ſe rencontrent.

$\{a \gg 12.\ b \gg 1.\ g \gg 0.$

$a-b.\ b::\ a.\ \frac{ab}{a-b}.$

$11.^{a}\ 1::12.\ \frac{12}{11}.$

*Somme entiére*

$\frac{aa}{a-b}.$

$13\frac{1}{11}.$

*Rencontres des aiguilles.* 1[ere]. 2[e]. 3[e]. 4[e]. 5[e]. 6[e]. 7[e]. 8[e]. 9[e]. 10[e]. 11[e].

*Temps des rencontres.* $1\frac{1}{11}.\ 2\frac{2}{11}.\ 3\frac{3}{11}.\ 4\frac{4}{11}.\ 5\frac{5}{11}.\ 6\frac{6}{11}.\ 7\frac{7}{11}.\ 8\frac{8}{11}.\ 9\frac{9}{11}.\ 10\frac{10}{11}.\ 11\frac{11}{11} \gg 12.$

Digitized by Google

Lorſque l'aiguille des heures fera ſon tour, celle des minutes en fera $\frac{1}{12}$. Et lorſque l'aiguille des heures fera $\frac{1}{12}$, celle des minutes fera $\frac{1}{12}$ de la même $\frac{1}{12}$. Et ainſi à l'infini. De ſorte que l'aiguille des heures attrappera celle des minutes vers la $\frac{1}{11}$ minute de la ſeconde heure. Et ainſi du reſte.

### Troisieme exemple.

Si Mars fait ſon cours en 2 ans, & que Jupiter faſſe le ſien en 12, & qu'ils ſe rencontrent tous deux conjoints au premier degré du Zodiaque. En quel temps leur conjonction pourra-t-elle arriver de nouveau, & dans quel degré du Zodiaque?

Pendant que Mars parcourt le Zodiaque, Jupiter en parcourt $\frac{1}{6}$. Et lorſque Mars en parcourt $\frac{1}{6}$, Jupiter parcourt $\frac{1}{6}$ de la même $\frac{1}{6}$. Et ainſi à l'infini De ſorte que Mars attrappera Jupiter vers la 5$^{e}$ partie du Zodiaque ou au degré 72$^{e}$.

$$\left\{a \gg 1.\ b \gg \tfrac{1}{6}.\ g \gg 0.\right. \quad \begin{matrix} a-b. & b :: & a. & \frac{ab}{a-b}. \\ \frac{5}{6}. & \frac{1}{6} :: & 1. & \frac{1}{5}. \end{matrix} \quad \textit{Somme entiére} \left\{\begin{matrix} \frac{aa}{a-b}. \\ 1\frac{1}{5}. \end{matrix}\right.$$

Mais ſi Jupiter acheve ſon cours en 12 années, il en achevera la 5$^{e}$ partie en $\frac{12}{5}$ ou en 2 années & 146 jours. De ſorte que les degrez du Zodiaque ſeroient ceux-ci.

*Degrez* {72. 144. 216. 288. 360. 72. 144. 216. 288. 360. 72. &c.

### Quatrieme exemple.

On ſuppoſe que le ſaint Patriarche Abraham importuné par le mauvais riche, & ne pouvant envoyer le Lazare pour le ſoulager, faiſſe enfin diſtiller une goutte d'eau qui tombe en cette ſorte pendant l'éternité entiére. La premiére minute cette goutte deſcend de 100 lieuës, & la ſeconde de 99. Et ainſi de ſuitte ſelon la progreſſion de 100 à 99. On demande combien de lieuës cette goutte doit deſcendre pendant toute l'éternité? Et on trouve qu'elle ne peut deſcendre que de 10000 lieuës. De ſorte que ſi le mauvais riche en étoit d'abord éloigné de 10000 lieuës; il ſera contraint de l'attendre éternellement, ſans qu'elle puiſſe jamais arriver juſqu'à luy.

$$\{a \gg 100.\ b \gg 99.\ g \gg 0.\quad \begin{matrix} a-b. & b :: & a. & \frac{ab}{a-b}. \\ 1. & 99 :: & 100. & 9900. \end{matrix} \quad \textit{Somme entiére} \left\{\begin{matrix} \frac{aa}{a-b}. \\ 10000. \end{matrix}\right.$$

## VI COROLLAIRE ET PROBLEME IX.

9. *Connoiſſant les extrêmes d'une progreſſion, & le nombre des termes; pour trouver tous les termes moyens.*

Digitized by Google

On multiplie le dernier terme $g$ par une puiſſance du premier terme $a$, qui ait autant de degrez qu'il y a de termes moyens, ou qui ait autant de degrez moins deux qu'il y a d'unitez dans le nombre des termes. Et enſuitte on tire du produit une racine exprimée par le nombre des termes
b. 6. diminué de l'unité ; & on découvre le ſecond terme [b] de la progreſſion. Et alors on cherche le troiſiéme & chaque autre par le moyen de la régle droitte. Les éxemples éclairciront & fixeront ces régles.

### Premier exemple.

Pour trouver un nombre ſeul moyen proportionel entre les deux 54 & 216. Je multiplie ces deux l'un par l'autre ; & je tire enſuitte du produit 11664 la racine quarrée 108 qui réſoût la queſtion.

$$1^{er}\ terme\begin{cases}.a.\\54.\end{cases}\ Le\ 3^{e}\begin{cases}g\\216.\end{cases}\ Leur\ plan\begin{cases}ag.\\11664.\end{cases}\ 2^{d}\ terme\begin{cases}\sqrt{ag.}\\108.\end{cases}\ \begin{cases}\div\\\div\end{cases}\ 54.\ 108.\ 216.$$

### Second exemple.

Pour trouver deux nombres moyens proportionels entre 6 & 48. Je multiplie le dernier 48 par le quarré 36 du premier terme 6 ; & je tire enſuitte du produit 1728 la racine cubique 12, qui eſt le ſecond des quatre termes de la progreſſion, ou le premier des deux moyens qu'on cherche. Et la régle droitte donne alors facilement le terme 24 qui reſte à découvrir.

$$1^{er}\ terme\begin{cases}a.\\6.\end{cases}\ Le\ 4^{e}\begin{cases}g\\48\end{cases}\ Le\ 2^{d}\begin{cases}\sqrt{C.aag.}\\12.\end{cases}\ Le\ 3^{e}\begin{cases}\frac{\sqrt{C.a^4gg.}}{a}\\24.\end{cases}\ \begin{cases}\div\\\div\end{cases}\ 6.\ 12.\ 24.\ 48.$$

### Troisieme exemple.

La premiére des trois moyennes entre $a$ & $e$ ſera par la même raiſon $\sqrt{\sqrt{a^3e}}$. Et la premiére des quatre moyennes entre les deux $a$ & $f$ ſera $\sqrt{5^c.a^4f}$. Et la premiére des cinq moyennes entre $a$ & $g$ ſera $\sqrt{6^e.a^5g}$. Et ainſi du reſte.

$$Progreſſion\begin{cases}\div.\ a.\ b.\ c.\ d.\ e.\ f.\ g.\ h.\ i.\ k.\ \&c.\\ \div.\ a.\ b.\ \frac{bb}{a}.\ \frac{b^3}{aa}.\ \frac{b^4}{a^3}.\ \frac{b^5}{a^4}.\ \frac{b^6}{a^5}.\ \frac{b^7}{a^6}.\ \frac{b^8}{a^7}.\ \frac{b^9}{a^8}.\ \&c.\\ \div.\ 6.\ 12.\ 24.\ 48.\ 96.\ 192.\ 384.\ 768.\ 1536.\ 3072.\ \&c.\end{cases}$$

$$\{b \gg \sqrt{ac} \gg \sqrt{C.aad} \gg \sqrt{\sqrt{a^3e}} \gg \sqrt{5^c.a^4f} \gg \sqrt{6^e.a^5g} \gg \sqrt{7^e.a^6h} \gg \sqrt{8^e.a^7i} \gg \sqrt{9^e.a^8k} \gg 12.$$

### Quatrieme exemple.

Une perſonne à qui on doit 8820 livres à la fin d'une année offre diminution à raiſon du denier 9 en un an, lorſqu'on voudra luy avancer la ſomme. On demande qu'elle ſera la diminution, ſi l'on paye au bout de 6 mois, ou à la moitié du terme ?

Pour réſoûdre la queſtion. Je dis : ſi 9 livres payées au bout des 12 mois en doivent ſeulement 8 payant argent contant, combien 8820 payées

à la fin de l'année doivent-elles si on paye au commencement ? & la régle droitte donne 7840 qu'on doit seulement payer au commencement. Et ôtant 7840 de 8820, le reste 980 est la diminution en payant d'abord.

Et si on paye à la moitié du terme ; il est visible que le payement des 7840 livres que l'on fait d'abord est à celuy qu'on fait à la fin des 6 mois, comme celuy-ci à l'autre des 8820 fait à la fin du terme. Et la racine quarrée la plus proche du produit des deux nombres, ou le moyen proportionel entr'eux le plus approché est le nombre 8500. Et ce nombre est la somme qu'il faudroit payer à la fin des 6 mois. Et ôtant 8500 des 8820, le reste 320 est la diminution qui seroit faite alors.

Et si le payement se faisoit au bout de 4 mois ; on chercheroit le premier des deux moyens proportionels entre 7840 & 8820. Et si c'étoit à la fin du premier quartier ou au bout de trois mois ; on chercheroit le premier des trois moyens proportionels.

### Cinquieme exemple.

Une personne ayant un an de terme pour payer à une autre 17579 livres 12 sols 6 deniers, offre de payer cette somme au bout de 6 mois, pourvû qu'on luy rabbatte les interests à raison du denier 20 par an ; on demande ce qu'on luy doit rabbattre en payant à la fin des 6 mois.

Premiérement si 240 deniers font 1 livre, 150 deniers ou les 12 sols 6 deniers font $\frac{5}{8}$ d'une livre. De sorte qu'on doit payer $17579\frac{5}{8}$ de livres à la fin de l'année. Et prenant $\frac{1}{10}$ pour $a$, afin d'éviter les fractions ; la même somme sera $17579625a^1$. Et alors on dira : Si 21 livres payées à la fin de l'année viennent de 20 livres payées argent contant, la somme $17579625a^1$ payée à la fin de l'année viendra de la somme $16742500a^1$ payée argent contant. Et la somme moyenne proportionelle entre ces deux est à peu prés $17155957a^1$ qu'il faudroit payer à la fin des 6 mois. Et mettant pour $a$ sa valeur $\frac{1}{10}$ ; on trouvera que la personne doit payer à son creancier à la fin des 6 mois la somme de 17155 livres 19 sols & presque 2 deniers, ou $17155\frac{957}{1000}$ de livres. De sorte que le créancier luy doit rabbattre 423 livres 13 sols 4 deniers sur la premiére somme.

Et si le payement se fait au bout de 4 mois ; la premiére des deux sommes moyennes proportionelles entre les sommes $17579625a^1$ & $16742500a^1$ est $17017016a^1$ ou 17017 livres & environ 4 deniers qu'il faudroit payer à la fin de ce terme. De sorte qu'il y auroit 562 livres 12 sols 2 deniers de diminution sur la premiére somme.

## VII COROLLAIRE ET PROBLEME X.

10. Si les opérations sont trop longues & embarrassées, comme lorsqu'il y a plusieurs termes entre les extrêmes de la progression ; on les abbrége par le moyen de certaines tables nommées *tables des interests*, & qui se forment ainsi.



Digitized by Google

On ſuppoſe qu'un grand nombre de la progreſſion décuple comme 10000000 eſt une ſomme capitale & jointe à l'intereſt qu'elle produit dans une année, & ce nombre eſt nommé *la racine* des tables. Et convenant de l'intereſt du denier 20 par éxemple pour chaque année, le capital 20 & ſon intereſt 1 donnera 21 à la fin de l'année. Et ſi 21 viennent de 20, la racine 10000000 viendra de $9523809\frac{11}{21}$. On peut négliger la fraction, ou ajoûter 1 ſi elle ſurpaſſe $\frac{1}{2}$; comme ici où la racine viendra de 9523810.

De ſorte que 9523810 ſera le capital. Et ſi on luy ajoûte l'intereſt qu'il produit dans un an, ou ſa 20^e^ partie 476190; on trouvera la racine même 10000000 des tables. Et ſi on diviſe le quarré du capital par 10000000, ou ſi pour abbréger on multiplie le capital par 20, & que le produit ſoit diviſé par 21; l'expoſant 9070295 eſt le capital, qui étant joint à ſon intereſt donneroit la racine 10000000 aprés deux années.

Et les ſommes capitales qui d'une année à l'autre donnent toûjours 10000000 pour le capital joint à ſon intereſt, étant les termes d'une progreſſion géométrique, dont les deux premiers 9523810 & 9070295 ſont déja connûs: ſi on la continuë; ſon troiſiéme terme 8638376 ſera le capital qui recevant encore ſon intereſt donne auſſi 10000000 à la troiſiéme année; & le quatriéme 8227025 celuy qui recevant auſſi ſon intereſt donne la racine aprés la quatriéme. Et ainſi du reſte. Et le rapport de chaque terme à ſon conſécutif étant celuy de 21 à 20, il ſuffira pour trouver les termes de multiplier toûjours le dernier par 20, & de diviſer le produit par 21. Ce qui donnera pour expoſant un capital pour l'année ſuivante.

Si l'intereſt étoit du denier 16; on multiplieroit la racine par 16, & le produit ſeroit enſuitte diviſé par 17. Et ainſi du reſte. Et ce ſeroit la même choſe d'un autre intereſt. Stevin a calculé ces tables pour 30 ans depuis l'intereſt du denier 1 juſqu'à celuy du denier 16 pour 100; & pour les intereſts qu'on nomme des deniers 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22. Et la table de 5 pour 100 eſt auſſi la même que celle du denier 20, & celle de 10 pour 100 la même auſſi que celle du denier 10.

*Années. au denier* 10. *à* 12 *pour* 100. *au denier* 15. *au denier* 16. *au denier* 20.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1. | 9090909. | 8928571. | 9375000. | 9411765. | 9623810. |
| 2. | 8264463. | 7971938. | 8789062. | 8858132. | 9070295. |
| 3. | 7513148. | 7117802. | 8239746. | 8337065. | 8638376. |
| 4. | 6830135. | 6355180. | 7724762. | 7846649. | 8227025. |
| 5. | 6209214. | 5674268. | 7241964. | 7385081. | 7835262. |
| 6. | 5644740. | 5066311. | 6789341. | 6950664. | 7462154. |
| 7. | 5131582. | 4523492. | 6365007. | 6541801. | 7106813. |
| 8. | 4665075. | 4038832. | 5967194. | 6156989. | 6768393. |
| 9. | 4240977. | 3606100. | 5594244. | 5794813. | 6446089. |
| 10. | 3855434. | 3219732. | 5244604. | 5453942. | 6139132. |
| 11. | 3504940. | 2874761. | 4916816. | 5133122. | 5846792. |
| 12. | 3186309. | 2566751. | 4609515. | 4831174. | 5568373. |

Digitized by Google

EXEMPLE DE L'USAGE DES TABLES.

Pour faire uſage des tables précédentes : comme ſi tous les biens d'un pupille montent ſeulement à 1600 écus, & qu'ils doivent profiter au denier 20 par an ; pour trouver à combien doit monter le capital avec les arrérages à la fin de la 8^e année ?

On cherchera dans la colomne du denier 20 le nombre 6768393 qui répond au juſte à celuy des 8 années. Et on dira : ſi le capital 6768393 avec ſes intereſts monte la 8^e année juſques à 10000000 écus, à combien montera le capital des 1600 écus avec ſes arrérages à la fin de cette 8^e année. Et l'on trouvera $2363\frac{62}{67}$, ou environ 2364 écus.

## DEFINITION.

11. SI deux progreſſions l'une arithmétique & l'autre géométrique ſont tellement diſpoſées, que leurs termes ſe répondent chacun à chacun, & ſelon le même ordre ; ceux de l'arithmétique ſont nommez *expoſans* ou *logarithmes* des termes qui leur répondent dans la géométrique. Comme le le terme $c+7d$ qui eſt l'expoſant ou le logarithme du terme $\frac{b^7}{a^6}$.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *Progreſſion arithmétique* | ÷. $c$. | $c+d$. | $c+2d$. | $c+3d$. | $c+4d$. | $c+5d$. | $c+6d$. | $c+7d$. |
| | ÷. 1. | 3. | 5. | 7. | 9. | 11. | 13. | 15. |
| *Progreſſion géométrique* | ÷. $a$. | $b$. | $\frac{bb}{a}$. | $\frac{b^3}{aa}$. | $\frac{b^4}{a^3}$. | $\frac{b^5}{a^4}$. | $\frac{b^6}{a^5}$. | $\frac{b^7}{a^6}$. |
| | ÷. 2. | 4. | 8. | 16. | 32. | 64. | 128. | 256. |

## I COROLLAIRE.

12. SI certains termes de la géométrique ſont en proportion ou en progreſſion ; leurs expoſans ſont pareillement en proportion ou en progreſſion arithmétique. Et ſi le produit de deux termes de la géométrique eſt égal au produit de deux autres, ou au quarré d'un ſeul ; les logarithmes enſemble des extrêmes ſont une même ſomme que les deux enſemble des deux moyens, ou que le double du logarithme ſeul du terme moyen.

## PROBLEME XI.

13. POur former *les logarithmes des nombres naturels*, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, &c.

1°. On prend 0 pour expoſant ou pour logarithme de l'unité, & 10000000 pour celuy de 10, & le double 20000000 pour logarithme [b] du quarré 100 de 10, & le triple 30000000 pour [b] logarithme du cube 1000 de 10, Et ainſi de ſuitte juſques où l'on voudra. Où l'on peut b. 12.



Digitized by Google

obſerver que tous les logarithmes des nombres, qui ſont entre 10 & 100, doivent commencer par 1. Et tous ceux des nombres qui ſont entre 100 & 1000, doivent commencer par 2. Et par 3, ſi les nombres ſont entre 1000 & 10000. Et ainſi de ſuitte. Et ces nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, ſont nommez *les caractériſtiques* des logarithmes dont ils ſont le commencement.

| | |
|---|---|
| 1. | 00000000. |
| 10. | 10000000. |
| 100. | 20000000. |
| 1000. | 30000000. |
| 10000. | 40000000. |
| 100000. | 50000000. |
| 1000000. | 60000000. |
| 10000000. | 70000000. |
| 100000000. | 80000000. |
| 1000000000. | 90000000. |
| 10000000000. | 100000000. |

2°. Et pour avoir les logarithmes des nombres interpoſez, celuy par exemple de 9 qui eſt entre 1 & 10. On ajoûte aux nombres 1 & 10 autant de zéro qu'il y en a dans le logarithme de 10; comme ſept, ou huit, ou plus ſi l'on veut. Enſuitte on multiplie l'un par l'autre ces deux nombres ainſi augmentez, & du produit 10000000000000 on tire une
c. 3. racine approchée 31622777 moyenne [c] proportionelle entre les deux nombres augmentez chacun de ſept zéro. Et par conſéquent ſi on diviſe la
d. 2 & 34. 8. même racine par 10000000; l'expoſant ſera moyen [d] proportionel entre 1 & 10, & il aura pour logarithme la moitié 50000000 de logarithmes 0000000 & 10000000. Et ſi la racine approchée étoit 9 même ſuivi de
c. 12. ſept zéro; le logarithme 50000000 ſeroit [d] celuy [c] de 9. Mais comme elle eſt moindre, & qu'elle en approche plus néanmoins que le nombre A; on cherchera entre B & Z un moyen proportionel C, qui vaut moins que le nombre 90000000, mais qui en approche encore plus que B. Et ainſi entre Z & C on cherchera un autre moyen proportionel D. Et parcequ'il eſt moindre auſſi que 90000000, & qu'il en approche plus que C; on cherche entre Z & D un moyen E, qui n'étant pas encore aſſez grand, engage à ſon tour à chercher un moyen Y entre Z & E. Et comme Y ſurpaſſe 90000000, & qu'il en approche pourtant plus que Z; entre Y & E on prend un moyen F. Et pareillement entre Y & F un moyen X; & entre X & F un autre moyen V, qui ſurpaſſe 90000000. De ſorte que l'on cherche entre V & F un moyen T; & entre T & F un moyen G. Et ainſi de ſuitte approchant toûjours du nombre 90000000 de plus prés en plus prés, juſques à ce que l'on y puiſſe arriver enfin; comme ici aprés avoir cherché 25 divers moyens proportionels.

Et ce nombre étant ainſi découvert, ou un autre ſemblable; ſon logarithme l'eſt auſſi. Car comme la moitié des logarithmes des nombres A & Z eſt le logarithme de B diviſé par 100000000, la moitié 75000000 des deux logarithmes des nombres Z & B eſt celuy de C, & la moitié des deux logarithmes des nombres Z & C eſt le logarithme du nombre E qu'on ſuppoſe toûjours diviſé par 1000000. Et ainſi du reſte juſques à 95424251, qui eſt enfin le logarithme du nombre *e* diviſé par 10000000 ou de 9.

Digitized by Google

| *Proportion Geom.* | | *Logarithmes.* |
|---|---|---|
| A | 100000000 | 000000000 |
| B | 31622777 | 050000000 |
| Z | 100000000 | 100000000 |
| Z | 100000000 | 100000000 |
| C | 56234132 | 075000000 |
| B | 31622777 | 050000000 |
| Z | 100000000 | 100000000 |
| D | 74989421 | 087500000 |
| C | 56234132 | 075000000 |
| Z | 100000000 | 100000000 |
| E | 86596432 | 093750000 |
| D | 74989421 | 087500000 |
| Z | 100000000 | 100000000 |
| Y | 93057204 | 096875000 |
| E | 86596432 | 093750000 |
| Y | 93057204 | 096875000 |
| F | 89768713 | 095312500 |
| E | 86596432 | 093750000 |
| Y | 93057204 | 096875000 |
| X | 91398170 | 096093750 |
| F | 89768713 | 095312500 |
| X | 91398170 | 096093750 |
| V | 90579777 | 095703125 |
| F | 89768713 | 095312500 |
| V | 90579777 | 095703125 |
| T | 90173333 | 095507812 |
| F | 89768713 | 095312500 |
| T | 90173333 | 095507812 |
| G | 89970796 | 095410156 |
| F | 89768713 | 095312500 |
| T | 90173333 | 095507812 |
| S | 90072008 | 095458984 |
| G | 89970796 | 095410156 |
| S | 90072008 | 095458984 |
| R | 90021388 | 095434570 |
| G | 89970796 | 095410156 |
| R | 90021388 | 095434570 |
| H | 89996088 | 095422363 |
| G | 89970796 | 095410156 |

| *Proportion Geom.* | | *Logarithmes.* |
|---|---|---|
| R | 90021388 | 095434570 |
| Q | 90008737 | 095428467 |
| H | 89996088 | 095422363 |
| Q | 90008737 | 095428467 |
| P | 90002412 | 095425415 |
| H | 89996088 | 095422363 |
| P | 90002412 | 095425415 |
| I | 89999250 | 095423889 |
| H | 89996088 | 095422363 |
| P | 90002412 | 095425415 |
| O | 90000831 | 095424652 |
| I | 89999250 | 095423889 |
| O | 90000831 | 095424652 |
| N | 90000041 | 095424271 |
| I | 89999250 | 095423889 |
| N | 90000041 | 095424271 |
| K | 89999650 | 095424080 |
| I | 89999250 | 095423889 |
| N | 90000041 | 095424271 |
| L | 89999845 | 095424217 |
| K | 89999650 | 095424080 |
| N | 90000041 | 095424271 |
| M | 89999943 | 095424223 |
| L | 89999845 | 095424217 |
| N | 90000041 | 095424271 |
| *a* | 89999992 | 095424247 |
| M | 89999943 | 095424223 |
| N | 90000041 | 095424271 |
| *z* | 90000016 | 095424259 |
| *a* | 89999992 | 095424247 |
| *z* | 90000016 | 095424259 |
| *y* | 90000004 | 095424253 |
| *a* | 89999992 | 095424247 |
| *y* | 90000004 | 095424253 |
| *b* | 89999998 | 095424250 |
| *a* | 89999992 | 095424247 |
| *y* | 90000004 | 095424253 |
| *c* | 90000000 | 095424251 |
| *b* | 89999998 | 095424250 |



Digitized by Google

## AUTRE EXEMPLE ET I COROLLAIRE.

14. ET on trouvera de la même sorte aprés 23 extractions de racines quarrées que 3010300 est le logarithme de 2. Et cherchant de la même sorte ceux des seuls nombres simples, qui se découvrent d'autant plus aisément qu'ils sont plus grands; il sera facile de trouver tous ceux des nombres composez. Car le double 6020600 du logarithme de 2 sera celuy de 2 fois 2 ou 4. Et le triple 9030900 du logarithme de 2 celuy de son cube 8. Et le quadruple 12041200 celuy du quarré de quarré 16. Et ainsi du reste.

Et la somme des logarithmes 3010300 & 4771212 des nombres simples 2 & 3 sera le logarithme de 2 fois 3 ou 6. Et la somme 11760912 des logarithmes 4771212 & 6989700 des nombres 3 & 5 est le logarithme de leur produit 15. Et ainsi du reste. Plusieurs personnes employées pour surmonter la difficulté des supputations des divers logarithmes, ont travaillé pendant un grand nombre d'années à en former les tables.

## II COROLLAIRE ET PROBLEME XII.

15. *POur multiplier, diviser, & tirer des racines quarrées, ou cubiques, ou autres, ayant le livre où sont les logarithmes.*

On cherche dans la table les nombres sur lesquels on veut opérer, & prenant leurs logarithmes, leur somme répond au produit dans la table. Et si on retranche le logarithme du diviseur de l'autre logarithme du nombre qu'on divise; le reste doit aussi répondre dans la table à l'exposant qu'on cherche; ou au juste si l'exposant est entier, ou de fort prés s'il n'est pas entier. Mais il faut remarquer que les logarithmes des fractions moindres que l'unité sont négatifs ou moindres que zéro, comme — 1760912 qui est le logarithme de 2 divisé par 3 ou de la fraction $\frac{2}{3}$.

### EXEMPLE.

Pour trouver un 4^e^ nombre proportionel aux trois 2253, 3223, 55295 On ajoûte en une somme les logarithmes 3508260 3 & 3742646 5 du second & du troisiéme, & de leur somme 72519069 on ôte le logarithme 3352761 2 du premier terme 2253; & le reste 38991457, ou son plus approchant 38991089 qui soit dans la table, est le logarithme qui répond dans la même table au nombre 7861 qui est le plus approchant de celuy que l'on cherche. Et on pourroit trouver de la même sorte les divers termes d'une proportion géométrique dont le premier & le second sont connûs.

Esta proposicio es equivocada. Vna dels logar. de Segon y 3^r^. 7.2509069 loga del y 3.3527612 Resta ... 3.8981457. y él Nr. es 7909. y $\frac{11}{25}$.

## XIII PROBLEME.

### *POUR LA REGLE DE COMPAGNIE SIMPLE.*

16. *POur partager un nombre en plusieurs parties proportionelles à certains nombres.*

On écrit chacun de ces nombres *a*, *b*, *c*, en particulier à la seconde

Digitized by Google

place d'une proportion droite, & leur ſomme entiére $a+b+c$ à la premiére, & le nombre $g$ à la troiſiéme. Et enſuitte on applique autant de fois la régle droitte qu'il y a de ſeconds termes, & les nouveaux ou quatriémes qu'on trouve ſatisfont au problême; comme les trois $\frac{ag}{a+b+c}$ & $\frac{bg}{a+b+c}$ & $\frac{cg}{a+b+c}$, qui ont entr'eux les mêmes rapports que les numérateurs $ag$, $bg$, $cg$, ou que les nombres $a$, $b$, $c$; & dont la ſomme entiére eſt $g$.

| *Somme des nombres connus.* | *Nombres connus.* | *Nombre à partager.* | *Parties proportionelles.* |
|---|---|---|---|
| $a+b+c \propto 3350.$ | $1^{ere}\ a \propto 469$ :: | $g \propto 2950.$ | $1^{ere}\ \frac{ag}{a+b+c} \propto 413.$ |
| $a+b+c \propto 3350.$ | $2^{d}\ b \propto 670$ :: | $g \propto 2950.$ | $2^{e}\ \frac{bg}{a+b+c} \propto 590.$ |
| $a+b+c \propto 3350$ | $3^{e}\ c \propto 2211$ :: | $g \propto 2950.$ | $3^{e}\ \frac{cg}{a+b+c} \propto 1947.$ |

Et pareillement les quatre parties de toute grandeur $g$ proportionelles aux quatre grandeurs $a$, $b$, $c$, $d$, ſeroient celles-ci.

$$1^{ere}\ \frac{ag}{a+b+c+d}.\quad 2^{e}\ \frac{bg}{a+b+c+d}.\quad 3^{e}\ \frac{cg}{a+b+c+d}.\quad 4^{e}\ \frac{dg}{a+b+c+d}.$$

Et les cinq parties de $g$ proportionelles aux cinq grandeurs $a$, $b$, $c$, $d$, $e$, ſont les cinq qui ſuivent. Et ainſi du reſte juſques à l'infini.

$$1^{ere}\ \frac{ag}{a+b+c+d+e}.\quad 2^{e}\ \frac{bg}{a+b+c+d+e}.\quad 3^{e}\ \frac{cg}{a+b+c+d+e}.$$
$$4^{e}\ \frac{dg}{a+b+c+d+e}.\quad 5^{e}\ \frac{eg}{a+b+c+d+e}.$$

### Premier exemple.

Trois Marchands ont fait une bourſe commune, où le premier a mis 2000 livres, le ſecond 5000, & le troiſiéme 3000; & ils ont fait un gain commun de 4000 livres, on demande ce que chacun d'eux doit tirer du profit à raiſon de l'argent qu'il a contribué?

Pour réſoudre la queſtion. J'écris chaque contribution à la ſeconde place, & la ſomme 10000 des mêmes contributions à la premiére, & les 4000 livres de gain à la troiſiéme. J'applique trois fois enſuitte la régle droitte, & je trouve que le premier doit tirer 800 livres du gain, le ſecond 2000 livres, & le troiſiéme 1200 livres.

| *Contribution totale.* | *Contributions particuliéres.* | *Gain total.* | *Gains particuliers.* |
|---|---|---|---|
| 10000 *livres.* | $1^{ere}$ 2000 *livres* :: | 4000 *livres.* | $1^{er}$ 800 *livres.* |
| 10000 *livres.* | $2^{e}$ 5000 *livres* :: | 4000 *livres.* | $2^{d}$ 2000 *livres.* |
| 10000 *livres.* | $3^{e}$ 3000 *livres* :: | 4000 *livres.* | $3^{e}$ 1200 *livres.* |

Digitized by Google

SECOND EXEMPLE.

Et s'ils avoient contribué, le premier 2000 livres, le ſecond 5000, le troiſiéme 3000, & un quatriéme 6000; & fait encore un gain commun de 4000 livres. La régle droitte appliquée 4 fois découvre que le premier doit tirer 500 livres du gain, le ſecond 1250, le troiſiéme 750, & le quatriéme 1500.

| *Contribution totale.* | *Contributions particuliéres.* | *Gain total.* | *Gains particuliers.* |
|---|---|---|---|
| 16000 *livres.* | 1ere 2000 *livres* :: | 4000 *livres.* | 1er 500 *livres.* |
| 16000 *livres.* | 2e 5000 *livres* :: | 4000 *livres.* | 2d 1250 *livres.* |
| 16000 *livres.* | 3e 3000 *livres* :: | 4000 *livres.* | 3e 750 *livres.* |
| 16000 *livres.* | 4e 6000 *livres* :: | 4000 *livres.* | 4e 1500 *livres.* |

TROISIEME EXEMPLE.

Deux Commis ont ordre de leurs maîtres de ſe rendre conte l'un à l'autre, & que ſi l'un doit plus qu'il n'a, cela ſoit payé de l'argent de l'autre; & de trafiquer enſuitte en commun. Il ſe trouve ſur cet ordre que l'un ayant 5000 livres, en paye 2000 dont l'autre eſt redevable, & qu'employant en commune marchandiſe les 3000 qui reſtent, ils font un gain de 12000 livres. On demande qu'elle part chacun des maîtres peut prétendre à ce gain.

Pour réſoudre la queſtion. J'écris à la ſeconde place les 5000 livres que le premier apporte en commun, & la debte des 2000 livres du ſecond ou — 2000 livres; & la ſomme 3000 de ce qu'apporte l'un & de ce qu'ôte l'autre à la premiére place, & les 12000 livres de gain à la troiſiéme. J'applique enſuitte 2 fois la régle droitte, & je trouve que le premier doit gaigner 20000 livres, & le ſecond luy en payer 8000 ſans rien prétendre au gain des 12000. Parce qu'ayant payé ſa debte de 2000 livres de l'argent du premier, il l'a empêché de l'employer dans une marchandiſe où il y avoit le quadruple à gaigner.

| *Contribution totale.* | *Contributions particuliéres.* | *Gain total.* | *En particulier.* |
|---|---|---|---|
| +3000 *livres.* | 1ere +5000 *livres*:: | +12000 *livres.* | +20000 *gain du* 1er. |
| +3000 *livres.* | 2e —2000 *livres*:: | +12000 *livres.* | — 8000 *perte du* 2d. |

QUATRIEME EXEMPLE.

Et au contraire s'il y avoit 12000 livres de perte; celuy qui avoit 5000 livres en doit perdre 20000, & le ſecond par conſéquent en gaigner 8000, quoique cela paroiſſe un paradoxe. Parce qu'ayant payé ſes 2000 livres de l'argent du premier, il l'a empêché de les employer dans une marchandiſe où il y avoit le quadruple à perdre.

| *Contribution totale.* | *Contributions particuliéres.* | *Perte totale.* | *En particulier.* |
|---|---|---|---|
| +3000 *livres.* | +5000 *livres* :: | —12000 *livres.* | —20000 *perte du* 1er. |
| +3000 *livres.* | —2000 *livres* :: | —12000 *livres.* | + 8000 *gain du* 2d. |

DEFINITION.

Digitized by Google

## DEFINITION.

17. SI deux rapports composez ſont égaux ; la proportion s'appelle *compoſée*, & la régle qui cherche un de ſes termes eſt auſſi nommée *régle d'or* ou *de proportion compoſée* ; *droitte*, ſi la proportion eſt droitte ; & *renverſée*, ſi elle eſt renverſée.

Et ſi on partage une grandeur en pluſieurs parties proportionelles à certains rapports compoſez ; la régle de compagnie s'appelle *compoſée*.

## XIV PROBLEME.

### *POUR LA REGLE D'OR COMPOSE'E.*

18. *POur trouver un terme d'une proportion compoſée, lorſque les autres ſont connus.*

Si elle eſt droitte ; on écrit le terme principal à qui la queſtion ſe rapporte à la ſeconde place, & ſous luy ſes termes dépendans ; & à la premiére le terme du même genre, & ſous luy tous ſes dépendans. Et ſi elle eſt réciproque ; on écrit à la premiére le terme à qui la queſtion ſe rapporte, & ſous luy tous les dépendans de l'autre qui eſt du même genre ; & cet autre à la ſeconde, & ſous luy tous les dépendans du premier ; & enfin le terme qui reſte à la troiſiéme place. Enſuitte on multiplie dans chaque place tout ce que l'on y trouve. Ce qui réduit la queſtion à trois termes. Et la régle [b] commune découvre le quatriéme & réſoût la queſtion. b. 4.
Les éxemples éclairciront & fixeront ces régles.

### Premier exemple.

Si le port de 200 livres tranſportées des 300 lieuës coûte 40 écus ; combien coûtera le port de 400 livres tranſportées de 500 lieuës ?

Comme la queſtion ſuppoſe une proportion droitte ; j'écris les 400 livres ſur qui tombe l'interrogation à la ſeconde place, & ſous ce terme les 500 lieuës qui s'y rapportent ; & les 200 livres à la premiére, & ſous ce terme les 300 lieuës qui s'y rapportent ; & enfin les 40 écus à la troiſiéme place. Je multiplie enſuitte à la premiére place 200 par 300, & à la ſeconde 400 par 500. Ce qui réduit la queſtion aux trois termes 60000, 200000, 40, d'une proportion droitte. Et la régle commune découvre le quatriéme $133\frac{1}{3}$. Et ainſi le port des 400 livres tranſportées de 500 lieuës coûteroit par la ſuppoſition 133 écus & 20 ſoûs ou 400 livres, & chaque livre de marchandiſe reviendroit au juſte à 20 ſoûs de port.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 200 *livres de marchandiſe.* | 400 *livres de marchandiſe.* | | | |
| 300 *lieuës de chemin.* | 500 *lieuës de chemin.* | | 40 *écus* | ? |
| 60000. | 200000 | :: | 40 *écus.* | $133\frac{1}{3}$ *écus.* |



Digitized by Google

### Second exemple.

8 Marchands, qui avoient chacun 100 piéces de vin à 16 écus la piéce, ont fait enſemble un gain de 3200 écus; quel gain doivent faire à proportion 11 Marchands, qui ont chacun 128 piéces à 12 écus la piéce?

Comme la queſtion ſuppoſe une proportion droitte; j'écris à la ſeconde place les 11 Marchands ſur qui tombe l'interrogation, & ſous 11 les 128 piéces & les 12 écus de chacune; & les 8 Marchands à la premiére, & ſous 8 les 100 piéces & les 16 écus de chacune. Je multiplie enſuitte à la premiére place 100 par 8 & le produit par 16, & à la ſeconde 128 par 11 & le produit par 12. Et la queſtion étant alors réduitte aux trois premiers termes 12800, 16896, 3200, d'une proportion droitte; la régle commune découvre le quatriéme 4224 qui réſoût la queſtion.

| 8 *Marchands.* 100 *piéces.* 16 *écus.* | 11 *Marchands.* 128 *piéces.* 12 *écus.* | 3200 *écus* | ? *écus.* |
|---|---|---|---|
| 12800 *ſolide.* | 16896 *ſolide* :: | 3200 *écus.* | 4224 *écus.* |

### Troisieme exemple et demonstration.

On trouvera de la même ſorte, ſi 8 Marchands font en 2 mois avec 1000 écus chacun un gain commun de 700 écus; que 10 Marchands à proportion font en 4 mois avec 4000 écus chacun un gain commun de 7000 écus. On voit à l'œil la demonſtration.

| 8 *Marchands.* 1000 *écus.* 2 *mois.* | 10 *Marchands.* 4000 *écus.* 4 *mois.* | *gain des* 8. 700 *écus* | *gain des* 10. ? |
|---|---|---|---|
| 16000 *ſolide.* | 160000 *ſolide* :: | 700 *écus.* | 7000 *écus.* |

*Il eſt égal de dire* { 8 *Marchands avec* 1000 *écus chacun dans* 2 *mois gaignent* 700 *écus.* } *Et* { 10 *Marchands avec* 4000 *écus chacun dans* 4 *mois gaignent* ? }

*ou de dire* { 1 *Marchand ſeul avec* 8000 *écus dans* 2 *mois gaigne* 700 *écus.* } *Et* { 1 *Marchand ſeul avec* 40000 *écus dans* 4 *mois gaigne* ? }

*ou de dire* { 1 *ſeul Marchand avec* 16000 *écus dans* 1 *ſeul mois gaigne* 700 *écus* :: } *Et* { 1 *ſeul Marchand avec* 160000 *écus dans* 1 *ſeul mois gaigne* 7000 *écus.*

### Troisieme exemple.

Si cent hommes conſument en un mois 12 piéces de 500 pintes chacune; en quel temps à proportion 1240 hommes en conſumeront-ils 64 piéces de 600 pintes chacune?

Comme la queſtion ſuppoſe une proportion renverſée; j'écris à la pre-

Digitized by Google

miére place les 1240 hommes sur qui tombe l'interrogation, & sous 1240 les 12 piéces que boivent les 100 hommes, & les 500 pintes de chacune; & les 100 hommes à la seconde, & sous 100 les 64 piéces que boivent les 1240 hommes & les 600 pintes de chacune. Je multiplie ensuitte à la premiére place 1240 par 12, & le produit par 500; & à la seconde 100 par 64, & le produit par 600: & j'écris 1 mois ou 30 jours à la troisiéme place. Et la question étant ainsi réduitte aux trois premiers termes d'une proportion droitte; la régle commune découvre le quatriéme $15\frac{15}{31}$, qui marque que les 1240 hommes auront leur provision de vin pour 15 jours & demi.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1240 *hommes.* 12 *piéces.* 500 *pintes.* | 100 *hommes.* 64 *piéces.* 600 *pintes.* | 30 *jours* | ? *jours.* |
| 7440000 *solide.* | 3840000 *solide* | :: 30 *jours.* | $15\frac{15}{31}$ *jours.* |

Quatrieme exemple et demonstration.

Si 4 Laboureurs cultivent en 3 jours 8 arpens de terre; on trouvera que 3 Laboureurs ne cultiveront 24 arpens que dans 12 jours. Et ainsi des autres.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 3 *Laboureurs.* 8 *arpens.* | 4 *Laboureurs.* 24 *arpens.* | 3 *jours* | ? *jours.* |
| 24 *Produit.* | 96 *Produit* | :: 3 *jours.* | 12 *jours.* |

*Il est égal de dire* 4 *Laboureurs cultivent* 8 *arpens en* 3 *jours* *comme* 1 *Laboureur cultive* 2 *arpens en* 3 *jours.*

*Et de dire* 3 *Laboureurs cultivent* 24 *arpens en* 12 *jours* *comme* 1 *Laboureur seul cultive* 8 *arpens en* 12 *jours.*

*Ou de dire* 1 *seul cultive* 2 *arpens en* 3 *jours* :: *comme* 1 *seul en cultive* 8 *en* 12 *jours.*

## XV PROBLEME.

### *POUR LA REGLE DE COMPAGNIE COMPOSEE.*

19. *Pour diviser une grandeur en plusieurs parties proportionelles à certains rapports composez.*

On écrit chacun des termes composez à la seconde place d'une proportion droitte, leur somme à la premiére, & la grandeur à la troisiéme. Et on applique ensuitte autant de fois la régle ordinaire qu'il y a de seconds termes. Et les nouveaux qu'on trouve résolvent la question.

Exemple.

4 Personnes ont fait une bourse commune, où le premier a mis 20 Loüis d'or pour 4 mois, le second 40 pour 5 mois, le troisiéme 60 pour 6 mois, & le quatriéme 80 pour 7 mois. Ils ont fait avec cela un gain de 240 Loüis



Digitized by Google

d'or. Quel gain chacun doit-il en tirer en particulier à raiſon de ce qu'il a fourni, & du temps pour lequel il l'a fourni ?

Pour réſoudre la queſtion. Je multiplie les 20 Loüis de la premiére perſonne par leurs 4 mois, les 40 de la ſeconde par leurs 5 mois, les 60 de la troiſiéme par leurs 6 mois, & les 80 de la quatriéme par leurs 7 mois. Et j'écris chacun des produits 80, 200, 360, 560, à la ſeconde place d'une proportion droitte, leur ſomme 1200 à la premiére, & les 240 Loüis d'or du gain commun à la troiſiéme. J'applique enſuitte quatre fois la régle ordinaire. Et les nouveaux ou quatriémes termes 14, 48, 72, 112, réſolvent la queſtion, ou expoſent que la premiére perſonne doit tirer 14 Loüis d'or pour ſa part du gain, & la ſeconde 48, & la troiſiéme 72, & la quatriéme 112.

| 1ere *perſonne* 20 *Loüis.* *pour 4 mois.* | 2e 40 *Loüis.* *pour 5 mois.* | 3e 60 *Loüis.* *pour 6 mois.* | 4e 80 *Loüis.* *pour 7 mois.* |
|---|---|---|---|
| 1er *Produit* 80. | 2d 200. | 3e 360. | 4e 560. |

| *Somme totale des produits.* | *Les produits en particulier.* | *Gain total.* | *Gains particuliers.* |
|---|---|---|---|
| 1200. | 1er 80 :: | 240 *Loüis d'or.* | 1er 14 *Loüis d'or.* |
| 1200. | 2d 200 :: | 240 *Loüis d'or.* | 2d 48 *Loüis d'or.* |
| 1200. | 3e 360 :: | 240 *Loüis d'or.* | 3e 72 *Loüis d'or.* |
| 1200. | 4e 560 :: | 240 *Loüis d'or.* | 4e 112 *Loüis d'or.* |

DEMONSTRATION.

Si la premiére perſonne fournit $a$ pour le temps $z$, & la ſeconde $b$ pour le temps $y$, & la troiſiéme $c$ pour le temps $x$, & que le gain ſoit $g$. Ce gain ſera diviſé en trois parties proportionnelles aux produits $az$, $by$, $cx$, prenant ſelon la régle les termes $\frac{agz}{az+by+cx}$, $\frac{bgy}{az+by+cx}$, $\frac{cgx}{az+by+cx}$; parceque leur ſomme eſt $g$, & qu'ils ont entr'eux les mêmes rapports que leurs antécédens $agz$, $bgy$, $cgx$, ou que les termes $az$, $by$, $cx$, qui ſont compoſez des ſommes par les temps pour leſquels on les fournit.

## XVI PROBLEME.

### *POUR LES REGLES D'ALLIAGE.*

20. *POur allier des choſes de même poids ou de même meſure & de divers prix, en ſorte que leur mélange en faſſe une ſeule encore de même poids ou de même meſure & d'un prix moyen entre les deux autres.*

On prendra l'excez $a$ dont le grand prix $m+a$ ſurpaſſe le prix moyen $m$, & le deffaut $z$ ou ce qui manque au moindre $m-z$ pour arriver à la juſte valeur du prix moyen $m$. Enſuitte on diviſera l'une & l'autre des grandeurs $z$ & $a$ par la ſomme $a+z$ des deux ; & les deux expoſans $\frac{z}{a+z}$ & $\frac{a}{a+z}$ marqueront, le premier ce qu'on doit prendre de la premiére

des choſes propoſées, & le ſecond ce qu'on doit prendre de la ſeconde pour avoir celle du prix moyen $m$.

Car ces deux parties enſemble ſont 1, c'eſt à dire une choſe de même poids ou meſure que chacune de celles dont elles ſont tirées. Mais 1 ou la premiére choſe eſt à ſon prix $m+a$, comme ſa partie $\frac{z}{a+z}$ eſt au prix moyen $\frac{mz+az}{a+z}$ de la même partie. Et pareillement 1 ou la ſeconde choſe eſt à ſon prix $m-z$, comme ſa partie $\frac{a}{a+z}$ eſt au prix $\frac{am-az}{a+z}$ de la même partie. Et ainſi les deux parties

$\frac{z}{a+z}$ & $\frac{a}{a+z}$, qui ſont enſemble 1 ou la troiſiéme choſe, auront enſemble pour leurs prix les prix enſemble $\frac{mz+az}{a+z}$ & $\frac{am-az}{a+z}$, ou $\frac{mz+am}{a+z}$ ou le prix moyen $m$.

*Grand prix* $\begin{cases} m+a. \\ 76+8. \end{cases}$
*Prix moyen* $\begin{cases} m. \\ 76. \end{cases}$
*Moindre prix* $\begin{cases} m-z. \\ 76-13. \end{cases}$

$\begin{cases} 1^{ere}\ choſe. & Prix :: & Partie. & Prix. \\ 1. & m+a :: & \frac{z}{a+z}. & \frac{mz+az}{a+z}. \\ 1. & 84 :: & \frac{13}{21}. & 52. \end{cases}$ $\begin{cases} 2^{e}\ choſe. & Prix :: & Partie. & Prix. \\ 1. & m-z :: & \frac{a}{a+z}. & \frac{am-az}{a+z}. \\ 1. & 63 :: & \frac{8}{21}. & 24. \end{cases}$

$\begin{cases} Somme\ des\ parties\ ou\ 3^{e}\ choſe. \\ \frac{z}{a+z}+\frac{a}{a+z} \propto \frac{a+z}{a+z} \propto 1. \end{cases}$ $\begin{cases} Prix\ des\ parties\ ou\ le\ prix\ moyen. \\ \frac{mz+az}{a+z}+\frac{am-az}{a+z} \propto \frac{am+mz}{a+z} \propto m \propto 76. \end{cases}$

## Exemple.

Un Orfévre veut mêler de l'or, qui vaut 130 piſtoles le marc, avec de l'or qui n'en vaut que 124, pour en faire un marc de 128 piſtoles. Quelle quantité prendra-t-il de chacun ?

Je prens l'excez 4 dont 128 ſurpaſſe 124, & le deffaut 2 qui empêche que 128 n'arrive juſqu'à 130. Enſuitte je diviſe chacun des nombres 4 & 2 par leur ſomme 6, & les expoſans $\frac{2}{3}$ & $\frac{1}{3}$ marquent le premier la quantité d'or que l'Orfévre doit prendre du marc qui vaut 130 piſtoles, & l'autre celle qu'il prendra du ſecond.

$\begin{cases} 1^{er}\ or. & Son\ prix :: & Partie. & Son\ prix. \\ 1\ marc. & 130\ piſtoles :: & \frac{4}{6} \propto \frac{2}{3}. & 86\frac{2}{3}\ piſtoles. \end{cases}$ $\begin{cases} Excez. & Deffaut. & Prix\ moyen. \\ z \propto 2. & a \propto 4. & m \propto 128. \end{cases}$

$\begin{cases} 2^{d}\ or. & Son\ prix :: & Partie. & Son\ prix. \\ 1\ marc. & 124\ piſtoles :: & \frac{2}{6} \propto \frac{1}{3}. & 41\frac{1}{3}\ piſtoles. \end{cases}$



Digitized by Google

## I COROLLAIRE ET PROBLEME XVII.

21. *Si on veut que le mélange des deux choſes ſoit tel, que celle que forment leurs parties ſoit du prix moyen & en certaine quantité.*

On multipliera par cette quantité que j'appellerai $g$ chacune des parties $\frac{z}{a+z}$ & $\frac{a}{a+z}$. Et les produits $\frac{gz}{a+z}$ & $\frac{ag}{a+z}$ réſoûdront [b] la queſtion.

b. 20. Et on trouvera auſſi ces mêmes parties, en partageant la quantité $g$ en deux parties proportionelles à l'excez $z$ & au deffaut $a$.

*Somme de l'excez & du deffaut* $\left\{\begin{array}{l} z+a. \ \textit{Excez}\ z \propto 13 :: \\ 13+8. \ \textit{Deffaut}\ a \propto 8 :: \end{array}\right.$ *Quantité* $g$. $1512$.

$1^{\text{ere}}$ *partie* $\frac{gz}{a+z} \propto 936$.

$2^{e}$ *partie* $\frac{az}{a+z} \propto 576$.

### PREMIER EXEMPLE.

Avec deux ſortes de vin, l'un de 8 ſoûs la pinte, & l'autre de 5, en faire une piéce de 400 pintes & du prix de 40 écus.

Pour réſoûdre la queſtion. Je dis en premier lieu: Si 400 pintes valent 40 écus, à combien la pinte? Et je trouve qu'elle vaut $\frac{1}{10}$ d'un écu ou 6 ſoûs. De ſorte que les 6 ſoûs ſeront le prix moyen entre 8 ſoûs & 5 ſoûs. C'eſt pourquoi je prens l'excez 1 dont 6 ſurpaſſe 5, & le deffaut 2 qui empêche que 6 ne puiſſe égaler 8. Et je diviſe 1 & 2 par leur ſomme 3. Et l'expoſant $\frac{1}{3}$ marque la partie qu'on prendra d'une pinte à 8 ſoûs, & l'autre $\frac{2}{3}$ celle qu'on prendra d'une pinte à 5 ſoûs pour en faire une pinte à 6 ſoûs. Et prenant 400 fois $\frac{1}{3}$ & 400 fois $\frac{2}{3}$, les produits $133\frac{1}{3}$ & $266\frac{2}{3}$ marquent, le premier combien on prendra de pintes à 8 ſoûs, & l'autre combien on en prendra de pintes à 5 ſoûs, pour faire la piéce entiére des 400 pintes du prix de 40 écus.

*Le grand prix de 8 ſoûs.*
*Le prix moyen de 6 ſoûs.*
*Le moindre prix de 5 ſoûs.*

$$\left\{\begin{array}{l} \textit{Somme de l'excez \& du deffaut} \\ 3. \end{array}\right. \quad \begin{array}{ll} \textit{Excez}\ 1 :: & 133\frac{1}{3}\ \textit{à 8 ſoûs.} \\ 400\ \textit{pintes.} & \\ \textit{Deffaut}\ 2 :: & 266\frac{2}{3}\ \textit{à 5 ſoûs.} \end{array}$$

### SECOND EXEMPLE.

Hieron Prince de Syracuſe ayant ordonné qu'on fiſt une couronne d'or, & ſe défiant de la fidelité de l'ouvrier, pria Archimédes de reconnoître s'il y avoit du mélange & combien, ſans endommager la couronne.

Archimédes voulant ſatisfaire à ce Prince, & trouver la réſolution de ce

Digitized by Google

qu'il luy propoſoit, prit deux lingots du poids chacun de la couronne; le premier d'un or auſſi pur que celuy qu'avoit receu l'ouvrier, & l'autre d'argent pur. Et plongeant ſucceſſivement la couronne & chaque lingot dans un vaſe plein d'eau, il meſura chacun des volûmes d'eau que firent ſortir l'or pur & la couronne & le lingot d'argent; & voyant que l'or pur en faiſoit moins ſortir que la couronne, il s'aſſûra déja qu'il y avoit du mélange.

Et pour reconnoître au juſte ce mélange. Soit $m$ la quantité d'eau que la couronne fait ſortir, $m+a$ celle que fait ſortir le lingot d'argent, & $m-z$ celle que fait ſortir le lingot d'or pur. Comme la quantité $m$ eſt un mélange des deux quantitez d'eau que font ſortir les deux parties, l'une d'or pur, & l'autre d'argent qui ſont dans la couronne; il eſt viſible que cette quantité $m$ eſt un alliage des autres quantitez d'eau $m+a$ & $m-z$ qu'ont fait ſortir les deux lingots. C'eſt pourquoi partageant la quantité $m$ en deux parties proportionelles à l'excez $z$ & au deffaut $a$, la partie $\frac{mz}{a+z}$ eſt la quantité d'eau que fait ſortir l'argent qui eſt dans la couronne, & la partie $\frac{am}{a+z}$ eſt la quantité d'eau que fait ſortir tout l'or de la couronne.

*Quantitez d'eau qu'a fait ſortir*

| *Le lingot d'argent.* | *La couronne.* | *Le lingot d'or pur.* |
|---|---|---|
| $m+a \propto 9\frac{1}{4}$ *onces.* | $m \propto 8$ *onces.* | $m-z \propto 7\frac{3}{4}$ *onces.* |

*Premiere proportion.*

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $z+a.$ | $m$ | :: | $z \propto \frac{1}{4}$ *d'once.* | $\frac{mz}{a+z} \propto \frac{4}{3}$ | *onces d'eau pour l'argent.* |
| $\frac{3}{4}$ *onces.* | 8 *onces* | :: | $a \propto \frac{3}{4}$ *d'once.* | $\frac{am}{a+z} \propto \frac{20}{3}$ | *onces d'eau pour l'or.* |

Si on partage donc tout le poids $p$ de la couronne en deux parties proportionelles aux deux quantitez d'eau $\frac{mz}{a+z}$ & $\frac{am}{a+z}$; la partie $\frac{pz}{a+z}$ marquera tout le poids de l'argent qui eſt dans la couronne, & la partie $\frac{ap}{a+z}$ l'autre partie de l'or qui s'y trouve. Et on trouveroit ces mêmes parties en partageant tout le poids $p$ de la couronne en deux parties proportionelles à l'excez $z$ & au deffaut $a$.

*Seconde proportion.*

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $m.$ | $p$ | :: | $\frac{mz}{a+z} \propto \frac{4}{3}$ *onces.* | $\frac{pz}{a+z} \propto 16$ | *onces d'argent.* |
| 8 *onces.* | 96 *onces* | :: | $\frac{az}{a+z} \propto \frac{20}{3}$ *onces.* | $\frac{ap}{a+z} \propto 80$ | *onces d'or pur.* |

Autre resolution.

La même queſtion ſe peut réſoûdre encore en cette ſorte. L'expérience

apprend que les métaux péſent moins dans l'eau que dans l'air, mais que l'or y perd moins de ſon poids que l'argent. Nommant donc $m$ le poids dans l'eau de la couronne, & $m+z$ celuy de l'or pur, & $m-a$ encore celuy dans l'eau de l'argent pur. Si on partage le poids $m$ en deux parties proportionelles à l'excez $a$ & au deffaut $z$; la partie $\frac{mz}{a+z}$ ſera le poids dans l'eau de la partie d'argent qui eſt dans la couronne, & la partie $\frac{am}{a+z}$ ſera le poids dans l'eau de la partie d'or pur qu'a employé l'ouvrier.

*Poids dans l'eau* { *De la couronne.* $m \propto 90$ *onces.* } { *Du lingot d'or.* $m+a \propto 95$ *onces.* } { *Du lingot d'argent.* $m-z \propto 89$ *onces.*

*Première proportion.*

$$\left\{\begin{array}{l} z+a. \\ 6\ \text{onces.} \end{array}\right. \left\{\begin{array}{lll} m & :: & z \propto 1\ \text{once.} \\ 90\ \text{onces} & :: & a \propto 5\ \text{onces.} \end{array}\right. \left\{\begin{array}{l} \frac{mz}{a+z} \propto 15\ \text{onces d'argent dans l'eau.} \\ \frac{am}{a+z} \propto 75\ \text{onces d'or pur dans l'eau.} \end{array}\right.$$

Si on partage donc tout le poids $p$ en l'air de la couronne en deux parties proportionelles aux poids $\frac{mz}{a+z}$ & $\frac{am}{a+z}$, ou ſimplement en deux parties proportionelles au deffaut $z$ & à l'excez $a$; la partie $\frac{pz}{a+z}$ ſera comme auparavant le poids en l'air de la partie d'argent mêlée dans la couronne, & la partie $\frac{ap}{a+z}$ ſera le poids en l'air de la partie d'or pur qu'a employé l'ouvrier.

*Seconde proportion.*

| *Poids dans l'eau.* | *Dans l'air.* | | *Dans l'eau.* | *Dans l'air.* |
|---|---|---|---|---|
| $m.$ | $p$ | :: | $\frac{mz}{a+z} \propto 15$ onces. | $\frac{pz}{a+z} \propto 16$ *onces d'argent.* |
| 90 onces. | 96 onces | :: | $\frac{am}{a+z} \propto 75$ onces. | $\frac{ap}{a+z} \propto 80$ *onces d'or pur.* |

## II COROLLAIRE ET PROBLEME XVIII.

22. *Si on veut que le mélange des deux choſes ſoit tel, que celle que forment leurs parties ſoit du prix moyen, & s'y trouve le moins de fois au juſte qu'on pourra ſans fraction.*

On diviſera l'excez $z$ & le deffaut $a$ par leur plus grand diviſeur commun $g$, & le premier expoſant $y$ marquera combien il faut prendre de fois la première choſe, & le ſecond $b$ combien de fois la ſeconde. Et la ſomme $y+b$ combien le mélange comprend de fois au juſte la choſe du prix moyen $m$.

Car pour faire une juſte compenſation; il faut que les deux nombres qui marquent, l'un combien on doit prendre de fois la première choſe, & l'autre la ſeconde, ſoient entr'eux comme l'excez $z$ & le défaut $a$, ou comme leurs expoſans $y$ & $b$. Mais ces expoſans $y$ & $b$ ſont les plus ſimples

ples dont le rapport puiſſe être égal au leur, étant premiers entr'eux. Et par conſéquent ils ſont les moindres qui puiſſent expoſer, l'un combien de fois la premiére choſe, & l'autre combien de fois la ſeconde doivent ſe trouver dans le mélange. Mais ſi on prend la premiére choſe ou ſon prix $m + a$ ou $m + bg$ autant de fois qu'il y a d'unitez dans $y$, & la ſeconde choſe $m - z$ ou ſon prix $m - yg$ autant de fois qu'il y a d'unitez dans $b$; les produits $my + bgy$ & $mb - bgy$ ſeront enſemble égaux au produit $my + mb$ du prix moyen $m$ par la ſomme $y + b$ des expoſans $y$ & $b$. D'où il s'enſuit que la choſe du prix moyen $m$ eſt priſe au juſte autant de fois qu'il y a d'unitez dans $y + b$. Et le mélange eſt le plus ſimple que l'on pouvoit faire ſans fraction.

| *Expoſans.* | *Proportion.* | *Pour la 1ere choſe.* | *Pour la 2e choſe.* |
|---|---|---|---|
| $\frac{z}{g} \propto y. \frac{a}{g} \propto b.$ | $z. a :: y. b.$ | $my + ay \propto my + bgy.$ | $mb - bz \propto mb - bgy.$ |
| $\frac{42}{6} \propto 7. \frac{54}{6} \propto 9.$ | $42. 54 :: 7. 9.$ | $7m + 378.$ | $9m - 378.$ |

Exemple.

Avec des piéces de 15 ſoûs & des piéces de 30, faire autant de livres qu'il y aura de piéces. Comme 1 livre a 15 ſoûs plus que la piéce de 5 ſoûs, & qu'elle a 10 ſoûs moins que celle de 30 ſoûs. Je diviſe 15 & 10 par leur plus grand diviſeur commun 5. Et les expoſans 3 & 2 marquent que 3 piéces de 30 ſoûs & 2 de 5 ſont au juſte 5 livres en 5 piéces.

§ *Deffaut* 10. *Excez* 15. $\{\frac{15}{5} \propto 3. \frac{10}{5} \propto 2.$ § *3 piéces de* 30 *&* 2 *de* 5 $\propto$ 5 *livres.*

## III COROLLAIRE ET PROBLEME XIX.

23. *Pour allier ſans fraction pluſieurs choſes, en ſorte que celle du prix moyen ſoit dans le mélange le moins de fois qu'il ſe pourra ſans reſte.*

On prendra deux ſommes l'une de tous les excez $z$, $y$, $x$, &c; & l'autre de tous les deffauts $a$, $b$, $c$, $d$, &c. Et on ôtera la moindre de l'autre plus grande. Aprés cela on compenſera le reſte avec un ou deux des excez ou deffauts qui forment la moindre ſomme, ſi cela eſt poſſible; ou le reſte & un des deffauts ou des excez de la grande ſomme avec un ou deux des deffauts ou excez de la moindre; ou le reſte & deux ou trois de la grande avec deux ou trois de la moindre. Et ainſi du reſte. Et lorſqu'on aura fait la moindre de ces compenſations qui ſera poſſible; on prendra chaque choſe une fois, & de plus toutes celles dont les prix auront ſervi pour la compenſation du reſte. Les exemples éclairciront & fixeront ces régles.

Premier exemple.

Si le ſaffran vaut 10 ſoûs l'once, & la canelle 8, & la muſcade 6, & le poivre 4, & le géroffle 3. Quel ſera le plus ſimple mélange qu'on en puiſſe faire ſans fraction, & à raiſon de 7 ſoûs l'once?



Digitized by Google

Pour réſoûdre la queſtion. Je dis : 7 ont 3 moins que 10, & 1 moins que 8. Et 1 plus que 6, & 3 plus que 4, & 4 plus que 3. Et je prens d'une part la ſomme 4 des deffauts 3 & 1, & de l'autre la ſomme 8 des excez 1, 3, 4. Et ôtant la moindre ſomme 4 de la plus grande 8, le reſte eſt 4 que je compenſe avec les deffauts 3 & 1 dont la ſomme fait 4. Et alors je prens une once de chacune des eſpéces, plus encore une du ſaffran & une de la canelle, dont les deffauts 3 & 1 ont été compenſez avec le reſte 4. Et le mélange entier eſt de 7 onces à 7 ſoûs chacune. Et la queſtion eſt pleinement réſoluë.

*Saffran* 10 *ſoûs*. *Canelle* 8. *prix moyen* 7. *Muſcade* 6. *Poivre* 4. *Géroffle* 3.
*Deffaut* —3. *Deffaut* —1. *Excez* +1. *Excez* +3. *Excez* +4.

*Somme* — 4 *des deffauts*. *Somme* + 8 *des excez*. *Compenſation* 2 *fois* — 4 & + 8 ∞ 0.

*Réſolution.*

*Saffran* 2 *onces*. *Canelle* 2 *onces*. *Muſcade* 1 *once*. *Poivre* 1 *once*. *Géroffle* 1 *once*.

### Second exemple.

Avec des écus, des piéces de 30 ſoûs, & de 15, & de 5, faire autant de livres que l'on prendra de piéces. Je dis : La livre a 40 ſoûs moins qu'un écu, & 10 ſoûs moins qu'une piéce de 30 ſoûs ; & 5 plus qu'une piéce de 15, & 15 plus qu'une piéce de 5. C'eſt pourquoi je prens la ſomme 50 des deffauts 40 & 10, & la ſomme 20 des excez 5 & 15. Et retranchant la ſomme 20 de la ſomme 50, je compenſe le reſte 30 avec 2 fois 15. Et alors je prens chaque piéce une fois, & encore 2 piéces de 5 ſoûs chacune. Et je connois qu'un écu, une piéce de 30 ſoûs, & une de 15, & 3 de 5, font 6 livres en 6 piéces & réſolvent la queſtion.

*Deffauts* 40 + 10 ∞ 50. *Excez* 5 + 15 ∞ 20. *Compenſation* 50 — 20 — 2 *fois* 15 ∞ 0.
*Réſolution.* ℔ 1 *écu* + 1 *piéce de* 30 *ſoûs* + 1 *de* 15 *ſoûs* + 3 *de* 5 *ſoûs* ∞ 6 *livres.*

### Troisieme exemple.

Avec trois ſortes de métaux l'un de 63 écus le marc, un autre de 45 écus, & le troiſiéme de 56 ; pour faire autant de marcs de 60 écus chacun que l'on aura pris de marcs de ces divers métaux, en ſorte que l'on en prenne le moins qu'on pourra ſans fraction.

Pour réſoûdre la queſtion, je dis : 60 a 3 moins que 63, & 15 plus que 45, & 4 plus que 56. Et je prens d'une part le deffaut 3, & de l'autre la ſomme 19 des excez 15 & 4. Et ôtant 3 de 19, je compenſe le reſte 16 & 2 fois l'excez 4, ou le nombre 24, avec 8 fois le reſte 3. Et prenant alors un marc de chacun des métaux, & 2 encore de celuy qui vaut 56 écus, & 8 pareillement de celuy qui vaut 63 écus ; je connois que 9 marcs du premier, & un du ſecond, & 3 de celuy qui reſte, font enſemble 13 marcs de 60 écus chacun.

*Deffaut* —3. *Excez* 15 + 4 ∞ 19. *Compenſation* 19 — 3 + 8 — 8 *fois* 3 ∞ 0.
*Réſolution.* ℔ 9 *marcs du* 1^er^ + 1 *du* 2^d^ + 3 *du* 3^e^ ∞ 13 *marcs de* 60 *écus.*

Digitized by Google

### Quatrieme exemple.

Et pour trouver aiſément ces compenſations qu'on doit faire, comme au troiſiéme éxemple; j'appelle $a$ le marc de 63 écus, & $z$ celuy de 45 écus, & $y$ celuy de 56 écus, & $m$ celuy des 60. Et je dis : $a - 3 + z - 15 + y - 4 \propto 3m$. Et prenant 5 fois $a - 3$, pour le compenſer avec $z - 15$, parcequ'il eſt 5 fois dans 15; & prenant encore 4 fois $a - 3$ & 3 fois $y + 4$, pour compenſer $a - 3$ & $y + 4$; je trouve $5a - 15 + 4a - 12 + z - 15 + 3y + 12 \propto 9a + z + 3y \propto 13m$. Et je connois que 9 marcs du premier des métaux, & un marc du ſecond, & 3 du troiſiéme, ſont enſemble 13 marcs de 60 écus chacun. Et la queſtion eſt réſoluë.

*Réſolution.* $\{5a - 15 + 4a - 12 + z - 15 + 3y + 12 \propto 9a + z + 3y \propto 13m$.

## IV COROLLAIRE ET PROBLEME XX.

24. *Pour allier ſans fraction pluſieurs choſes, en ſorte que celle du prix moyen ſoit dans le mélange un certain nombre de fois au juſte & ſans fraction.*

On alliera toutes celles d'une part avec toutes celles de l'autre de la maniére la plus ſimple. Et enſuitte on les alliera encore alternativement & de la maniére auſſi la plus ſimple une à une, & une à deux, & une à trois, & deux à deux, & une à quatre, & deux à trois, & trois à trois, & une à cinq, & deux à quatre. Et ainſi du reſte. Et enſuitte on raſſemblera tels & autant de ces mélanges qu'il ſera néceſſaire pour former celuy qu'on demande, en ſorte néanmoins que chacune des choſes y ſoit une fois. Et ſi l'on fait cet aſſemblage en toutes les maniéres poſſibles, ou ſelon les régles des combinaiſons; on aura auſſi toutes les réſolutions poſſibles de la queſtion qu'on aura propoſée. Les éxemples éclairciront ces régles.

### Premier exemple.

Avec du ſaffran de 10 ſous l'once, de la canelle de 8, de la muſcade de 6, & du poivre de 4, & du géroffle de 3, faire un mélange ſans fraction de 336 onces à raiſon de 7 ſous chacune.

Si on prend $a$ pour 10, & $b$ pour 8, & $z$ pour 6, & $y$ pour 4, & $x$ pour 3, & $m$ pour 7; on aura le prix moyen $m \propto a - 3 \propto b - 1 \propto z + 1 \propto y + 3 \propto x + 4$. D'où je tire le plus ſimple mélange $2a + 2b + z + y + x$ de tous ces divers prix, qui vaut préciſément $7m$. Et alliant auſſi de la maniére la plus ſimple chacun des prix $a$ & $b$ avec chacun des autres, & chacun d'une part avec ceux de l'autre pris deux à deux alternativement, & les deux $a$ & $b$ enſemble avec les autres pris encore deux à deux alternativement, je trouve tous les divers mélanges $a + 3z \propto 4m$. Et $a + y \propto 2m$. Et $4a + 3x \propto 7m$. Et $b + z \propto 2m$. Et $3b + y \propto 4m$. Et $4b + x \propto 5m$. Et $2a + 3z + y \propto 6m$. Et $2a + 2z + x \propto 5m$. Et $5a + b + 4x \propto 10m$. Et $4b + z + y \propto 6m$. Et $5b + z + x \propto 7m$. Et $7b + y + x \propto 9m$. Et $a + b + 4z \propto 6m$. Et $a + 3b + 2y \propto 6m$. Et $a + b + x \propto 3m$. Et $a + b + z + y \propto 4m$. Et $a + 2b + z + x \propto 5m$.



Digitized by Google

Et prenant alors une fois le mélange entier & le plus ſimple $2a + 2b + z + y + x \propto 7m$; j'ôte 7 du nombre propoſé 336. Et conſidérant le reſte 329, je joins & je répéte tels & tant que je veux de ces divers mélanges, en ſorte que leur ſomme ſoit égale à $329m$. Et je trouve autant de réſolutions différentes que je puis réitérer en diverſes maniéres de ſemblables opérations. Comme ſi le premier aſſemblage $2a + 2b + y + x$, & le quatriéme $4a + 3x$, & le douziéme $5b + z + x$, ſont combinez 47 à 47 en toutes les diverſes maniéres, & le premier ajoûté une fois à chacune de ces combinaiſons différentes; on aura déja en cela ſeul juſques à 1046 diverſes réſolutions, ou autant qu'il y a d'unitez dans le 46$^{e}$ des nombres du ſecond ordre.

Et ſi on combine pareillement 81 à 81 le ſecond mélange $a + 3z$, & le 6$^{e}$ $3b + y$, & le dix-ſeptiéme $a + b + z + y$, & qu'on ajoûte à chacune de ces combinaiſons le ſeptiéme $4b + x$, & le premier $2a + 2b + z + y + x$; on aura encore un tres-grand nombre d'autres réſolutions. Et ſi on combine de la même ſorte 65 à 65 le ſeptiéme mélange $4b + x$, & le 9$^{e}$ $2a + 2z + x$, & le 18$^{e}$ $a + 2b + z + x$, & qu'on ajoûte à chacune de ces combinaiſons le premier $2a + 2b + z + y + x$, & le ſecond $a + 3z$; on aura encore un tres-grand nombre de réſolutions. Et encore d'autres, ſi au lieu du ſecond $a + 3z$, on ajoûte le ſeptiéme $3b + y$. Et encore de nouvelles, ſi on ajoûte le dix-ſeptiéme $a + b + z + y$ au lieu du ſeptiéme. Et on trouveroit de la même ſorte un nombre immenſe d'autres réſolutions; & même une infinité, ſi on vouloit y mêler des fractions. Je me contente d'en expoſer ici ſeulement quelques-unes qui ſont ſans fraction.

| *a. b. z. y. x.* | *a. b. z. y. x.* | *a. b. z. y. z.* | *a. b. z. y. x.* |
|---|---|---|---|
| 96.96.48.48.48. | 94. 99.48.47.48. | 97.94.49.48.48. | 95. 98.47.48.48. |
| 98.94.47.47.50. | 92.102.48.46.48. | 98.92.50.48.48. | 94.100.46.48.48. |
| 100.92.46.46.52. | 90.105.48.45.48. | 99.90.51.48.48. | 93.102.45.48.48. |
| 102.90.45.45.54. | 88.108.48.44.48. | 100.88.52.48.48. | 92.104.44.48.48. |
| &c. | &c. | &c. | &c. |

Et lorſqu'on aura trouvé quelques réſolutions; il ſera facile d'en trouver beaucoup d'autres, ſi on a ſoin de comparer les divers prix ſelon l'égalité, & deux à deux, ou trois à trois, ou quatre à quatre, &c; & de ſubſtituer les uns à la place des autres qui leur ſont égaux dans la réſolution dont on ſe veut ſervir. Comme dans la queſtion préſente où $a + z \propto 2b$. Et $a + y \propto b + z$. Et $2a + y \propto 3b$. Et $a + 2y \propto 3z$. Et $a + 2x \propto 2z + y$. Et $b + 2x \propto z + 2y$. Et $b + y \propto 2z$. Et $z + 2x \propto 3y$. Si on met autant de fois qu'on le pourra dans la réſolution découverte, qui eſt $96a + 96b + 48z + 48y + 48x \propto 336m$, le mélange $a + z$ pour $2b$, ou $2b$ pour $a + z$; ou $b + z$ pour $a + y$, ou $a + y$ pour $b + z$; ou $2a + y$ pour $3b$, ou $3b$ pour $2a + y$; ou $a + 2y$ pour $3z$, ou $3z$ pour $a + 2y$; ou $a + 2x$ pour $2z + y$, ou $2z + y$ pour $a + 2x$; ou $b + 2x$ pour $z + 2y$, ou $z + 2y$ pour $b + 2x$; ou $b + y$ pour $2z$, ou $2z$ pour $b + y$; ou $z + 2x$ pour $3y$, ou $3y$ pour $z + 2x$; on trouvera ſucceſſivement

Digitized by Google

les résolutions qui ne sont ici que commencées, & qui peuvent être aisément continuées.

*Résolution* $96a + 96b + 48z + 48y + 48x \propto 336m$.

| $a+z$ pour $2b$. | | | | $2b$ pour $a+z$. | | | | $b+z$ pour $a+y$. | | | | $a+y$ pour $b+z$. | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *a.* | *b.* | *z.* | *y.* | *x.* | *a.* | *b.* | *z.* | *y.* | *x.* | *a.* | *b.* | *z.* | *y.* | *x.* | *a.* | *b.* | *z.* | *y.* | *x.* |
| 96. | 96. | 48. | 48. | 48. | 96. | 96. | 48. | 48. | 48. | 96. | 96. | 48. | 48. | 48. | 96. | 96. | 48. | 48. | 48. |
| 97. | 94. | 49. | 48. | 48. | 95. | 98. | 47. | 48. | 48. | 95. | 97. | 49. | 47. | 48. | 97. | 95. | 47. | 49. | 48. |
| 98. | 92. | 50. | 48. | 48. | 94. | 100. | 46. | 48. | 48. | 94. | 98. | 50. | 46. | 48. | 98. | 94. | 46. | 50. | 48. |
| 99. | 90. | 51. | 48. | 48. | 93. | 102. | 45. | 48. | 48. | 93. | 99. | 51. | 45. | 48. | 99. | 93. | 45. | 51. | 48. |
| &c. | | | | | &c. | | | | | &c. | | | | | &c. | | | | |

| $2a+y$ pour $3b$. | | | | | $3b$ pour $2a+y$. | | | | | $a+2y$ pour $3z$. | | | | | $3z$ pour $a+2y$. | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *a.* | *b.* | *z.* | *y.* | *x.* | *a.* | *b.* | *z.* | *y.* | *x.* | *a.* | *b.* | *z.* | *y.* | *x.* | *a.* | *b.* | *z.* | *y.* | *x.* |
| 96. | 96. | 48. | 48. | 48. | 96. | 96. | 48. | 48. | 48. | 96. | 96. | 48. | 48. | 48. | 96. | 96. | 48. | 48. | 48. |
| 98. | 93. | 48. | 49. | 48. | 94. | 99. | 48. | 47. | 48. | 97. | 96. | 45. | 50. | 48. | 95. | 96. | 51. | 46. | 48. |
| 100. | 90. | 48. | 50. | 48. | 92. | 102. | 48. | 46. | 48. | 98. | 96. | 42. | 52. | 48. | 94. | 96. | 54. | 44. | 48. |
| 102. | 87. | 48. | 51. | 48. | 90. | 105. | 48. | 45. | 48. | 99. | 96. | 39. | 54. | 48. | 93. | 96. | 57. | 42. | 48. |
| &c. | | | | | &c. | | | | | &c. | | | | | &c. | | | | |

| $a+2x$ pour $2z+y$. | | | | | $2z+y$ pour $a+2x$. | | | | | $b+2x$ pour $z+2y$. | | | | | $z+2y$ pour $2x$. | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *a.* | *b.* | *z.* | *y.* | *x.* | *a.* | *b.* | *z.* | *y.* | *x.* | *a.* | *b.* | *z.* | *y* | *x.* | *a.* | *b.* | *z.* | *y.* | *x.* |
| 96. | 96. | 48. | 48. | 48. | 96. | 96. | 48. | 48. | 48. | 96. | 96. | 48. | 48. | 48. | 96. | 96. | 48. | 48. | 48. |
| 97. | 96. | 46. | 47. | 50. | 95. | 96. | 50. | 49. | 46. | 96. | 97. | 47. | 46. | 50. | 96. | 95. | 49. | 50. | 46. |
| 98. | 96. | 44. | 46. | 52. | 94. | 96. | 52. | 50. | 44. | 96. | 98. | 46. | 44. | 52. | 96. | 94. | 50. | 52. | 44. |
| 99. | 96. | 42. | 45. | 54. | 93. | 96. | 54. | 51. | 42. | 96. | 99. | 45. | 42. | 54. | 96. | 93. | 51. | 54. | 42. |
| &c. | | | | | &c. | | | | | &c. | | | | | &c. | | | | |

| $b+y$ pour $2z$. | | | | | $2z$ pour $b+y$ | | | | | $z+2x$ pour $3y$. | | | | | $3y$ pour $z+2x$. | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *a.* | *b.* | *z.* | *y* | *x.* | *a.* | *b.* | *z.* | *y.* | *x.* | *a.* | *b.* | *z.* | *y.* | *x.* | *a.* | *b.* | *z.* | *y.* | *x.* |
| 96. | 96. | 48. | 48. | 48. | 96. | 96. | 48. | 48. | 48. | 96. | 96. | 48. | 48. | 48. | 96. | 96. | 48. | 48. | 48. |
| 96. | 97. | 46. | 49. | 48. | 96. | 95. | 50. | 47. | 48. | 96. | 96. | 49. | 45. | 50. | 96. | 96. | 47. | 51. | 46. |
| 96. | 98. | 44. | 50. | 48. | 96. | 94. | 52. | 46. | 48. | 96. | 96. | 50. | 42. | 52. | 96. | 96. | 46. | 54. | 44. |
| 96. | 99. | 42. | 51. | 48. | 96. | 93. | 54. | 45. | 48. | 96. | 96. | 51. | 39. | 54. | 96. | 96. | 45. | 57. | 42. |
| &c. | | | | | &c. | | | | | &c. | | | | | &c. | | | | |

### Second exemple.

30 personnes ont dépensé 100 pistoles; chaque homme 5, chaque femme 3, chaque enfant 2, & chaque serviteur 1. On demande combien il y avoit d'hommes, combien de femmes, combien d'enfans, & combien de serviteurs?

Puisque 30 personnes dépensent 100 pistoles; une personne en dépense $\frac{10}{3}$, qui sera le prix moyen $m$. Et prenant $a$ pour 5, & $z$ pour 3, & $y$ pour 2, & $x$ pour 1; je trouve $m \propto a - \frac{1}{3} \propto z + \frac{1}{3} \propto y + \frac{4}{3} \propto x + \frac{7}{3}$.

D'où je tire le plus ſimple mélange $3a + 4z + y + x \propto 9m$. Et formant auſſi les autres mélanges alternatifs les plus ſimples ; je trouve $a + 5z \propto 6m$. Et $4a + 5y \propto 9m$. Et $7a + 5x \propto 12m$. Et $a + z + y \propto 3m$. Et $2a + 3z + x \propto 6m$. Et $3a + 2y + x \propto 6m$. Et joignant ou répétant enſemble tels & tant que je veux de ces divers mélanges, en ſorte que la ſomme ſoit égale à $30m$, & comprenne au moins une fois chaque prix ; je trouve autant de réſolutions différentes, que je puis diverſement réitérer de ſemblables opérations.

Comme ſi l'on combine en toutes les maniéres & deux à deux le premier aſſemblage $3a + 4z + y + x$, & le troiſiéme $4a + 5y$, & le triple $3a + 3z + 3y$ du cinquiéme, & l'aſſemblage $2a + 6z + y$ du ſecond & du cinquiéme, & l'aſſemblage $4a + z + 3y + x$ du cinquiéme & du ſeptiéme ; on trouvera parmi ces 15 combinaiſons qu'il y en a 12 différentes. Et ſi on ajoûte à chacune le cinquiéme aſſemblage $a + z + y$, & le premier $3a + 4z + y + x$ ; on aura déja 12 réſolutions différentes. Et on trouvera les autres en cherchant les autres combinaiſons qui valent $30m$ & comprennent au moins une fois chaque choſe.

Mais on peut obſerver qu'il y en a quelquefois qu'on découvre par certains détours, comme la réſolution $15a + 4z + 2y + 9x$ qu'on trouve en combinant le double du 4$^e$ mélange avec le quadruple du 5$^e$, & ôtant de l'aſſemblage qui vaut $36m$ le 8$^e$ $3a + 2y + x$ qui n'en vaut que $6$.

Et ſuppoſant qu'une réſolution ſeule ait été découverte ; il ſera facile de trouver les autres, ſi on a ſoin de comparer les divers prix deux à deux ſelon l'égalité, & de ſubſtituer les uns à la place des autres qui leur ſont égaux. Comme ſi dans la réſolution $16a + 2z + 2y + 10x \propto 30m$ formée par le double du 4$^e$ & 5$^e$ mélange, on met $2z$ pour $a + x$ autant de fois qu'on pourra, ou $2y$ pour $z + x$, on trouvera les réſolutions qui ſuivent.

| *2z pour a+x.* | | | | *2z pour a+x.* | | | | *2y pour z+x.* | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *a.* | *z.* | *y.* | *x.* | *a.* | *z.* | *y.* | *x.* | *a.* | *z.* | *y.* | *x.* |
| 16. | 2. | 2. | 10. | 16. | 2. | 4. | 8. | 15. | 3. | 4. | 8. |
| 15. | 4. | 2. | 9. | 15. | 3. | 4. | 8. | 15. | 2. | 6. | 7. |
| 14. | 6. | 2. | 8. | 14. | 5. | 4. | 7. | 15. | 1. | 8. | 6. |
| 13. | 8. | 2. | 8. | 13. | 7. | 4. | 6. | *2z pour a+x.* | | | |
| 12. | 10. | 2. | 5. | 12. | 9. | 4. | 5. | 14. | 3. | 8. | 5. |
| 11. | 12. | 2. | 6. | 11. | 11. | 4. | 4. | 13. | 5. | 8. | 4. |
| 10. | 14. | 2. | 4. | 10. | 13. | 4. | 3. | 12. | 7. | 8. | 3. |
| 9. | 16. | 2. | 3. | 9. | 15. | 4. | 2. | 11. | 9. | 8. | 2. |
| 8. | 18. | 2. | 2. | 8. | 17. | 4. | 1. | 10. | 11. | 8. | 1. |
| 7. | 20. | 2. | 1. | *2y pour z+x.* | | | | *z+x pour 2y.* | | | |
| *2y pour z+x.* | | | | 24. | 5. | 4. | 7. | *22.* | *7.* | *8.* | *3.* |
| *26.* | *2.* | *2.* | *29.* | 14. | 4. | 6. | 6. | 12. | 8. | 6. | 4. |
| 16. | 1. | 4. | 9. | *23.* | *7.* | *4.* | *6.* | *21.* | *9.* | *8.* | *2.* |
| | | | | 13. | 6. | 6. | 5. | 11. | 10. | 6. | 3. |

*Alternativement*
*2y pour z+x.*
*& 2z pour a+x.*

| *a.* | *z.* | *y.* | *x.* |
|---|---|---|---|
| *24.* | *5.* | *8.* | *5.* |
| 14. | 2. | 10. | 4. |
| 14. | 1. | 12. | 3. |
| 13. | 3. | 12. | 2. |
| 12. | 5. | 12. | 1. |
| 13. | 4. | 10. | 3. |
| *23.* | *3.* | *22.* | *2.* |
| 13. | 2. | 14. | 1. |
| 11. | 8. | 10. | 1. |
| 10. | 12. | 6. | 2. |
| 9. | 14. | 6. | 1. |
| *22.* | *4.* | *20.* | *3.* |
| 12. | 6. | 10. | 2. |

Digitized by Google

### Troisieme exemple.

100 Perſonnes ont dépenſé 100 piſtoles ; chaque homme 3, chaque femme une, chaque enfant $\frac{1}{2}$, & chaque ſerviteur $\frac{1}{7}$. On demande chaque nombre en particulier des hommes, des femmes, des enfans, & des ſerviteurs ?

Comme il y a 100 perſonnes, & autant de piſtoles ; le prix moyen $m$ eſt 1, qui eſt auſſi celuy de chaque femme. C'eſt pourquoi prenant $a$ pour 3, & $z$ pour $\frac{1}{2}$, & $y$ pour $\frac{1}{7}$ ; je dis : $m \propto a - z \propto z + \frac{1}{2} \propto y + \frac{6}{7}$. Ou $3m \propto a - \frac{28}{14} + z + \frac{7}{14} + y + \frac{12}{14} \propto a + z + y - \frac{9}{14}$. D'où je tire les mélanges les plus ſimples $a + 4z \propto 5m$. Et $3a + 7y \propto 10m$. Et $4a + 4z + 7y \propto 15m$. Et ajoûtant au dernier la ſomme $85m$ pour autant de femmes, je trouve la réſolution $4a + 85m + 4z + 7y \propto 100m$ ; où mettant autant de fois qu'on le peut $a + 4z$ pour $5m$, & $3a + 7y$ pour $10m$, & $12z$ pour $5m + 7y$ ; on trouvera les réſolutions ſuivantes.

*Mettre l'aſſemblage $a + 4z$ pour ſon égal $5m$.*

| a. | m. | z. | y. | a. | m. | z. | y. | a. | m. | z. | y. | a. | m. | z. | y. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 4. | 85. | 4. | 7. | 5. | 80. | 8. | 7. | 6. | 75. | 12. | 7. | 7. | 70. | 16. | 7. |
| 7. | 75. | 4. | 14. | 8. | 70. | 8. | 14. | 9. | 65. | 12. | 14. | 10. | 60. | 16. | 14. |
| 10. | 65. | 4. | 21. | 11. | 60. | 8. | 21. | 12. | 55. | 12. | 21. | 13. | 50. | 16. | 21. |
| 13. | 55. | 4. | 28. | 14. | 50. | 8. | 28. | 15. | 45. | 12. | 28. | 16. | 40. | 16. | 28. |
| 16. | 45. | 4. | 35. | 17. | 40. | 8. | 35. | 18. | 35. | 12. | 35 | 19. | 30. | 16. | 35. |
| 19. | 35. | 4. | 42. | 20. | 30. | 8. | 42. | 21. | 25. | 12. | 42. | 22. | 20. | 16. | 42. |
| 22. | 25. | 4. | 49. | 23. | 20. | 8. | 49. | 24. | 15. | 12. | 49. | 25. | 10. | 16. | 49. |
| 25. | 15. | 4. | 56. | 26. | 10. | 8. | 56. | 27. | 5. | 12. | 56. | ℔. | ℥ϕ. | 2ϧ. | ℔. |
| 28. | 5. | 4. | 63. | | | | | | | | | 8. | 65. | 20. | 7. |

*Mettre $3a + 7y$ pour ſon égal $10m$.*

| 8. | 65. | 2ϕ. | ℔. | 9. | 60. | 24. | 7. | 10. | 55. | 28. | 7. | 11. | 50. | 32. | 7. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 11. | 55. | 20. | 14. | 12. | 50. | 24. | 14. | 13. | 45. | 28. | 14. | 14. | 40. | 32. | 14. |
| 14. | 45. | 20. | 21. | 15. | 40. | 24. | 21. | 16. | 35. | 28. | 21. | 17. | 30. | 32. | 21. |
| 17. | 35. | 20. | 28. | 18. | 30. | 24. | 28. | 19. | 25. | 28. | 28. | 20. | 20. | 32. | 28. |
| 20. | 25. | 20. | 35. | 21. | 20. | 24. | 35. | 22. | 15. | 28. | 35. | 23. | 10. | 32. | 35. |
| 23. | 15. | 20. | 42. | 24. | 10. | 24. | 42. | 25. | 5. | 28. | 42. | | | | |
| 26. | 5. | 20. | 49. | 12. | 5ϕ. | 3ϧ. | ℔. | 12. | 45. | 36. | 7. | | | | |

| 12. | 45. | 36. | 7. | 13. | 40. | 40. | 7. | 14. | 35. | 44. | 7. | 15. | 30. | 48. | 7. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 15. | 35. | 36. | 14. | 16. | 30. | 40. | 14. | 17. | 25. | 44. | 14. | 18. | 20. | 48. | 14. |
| 18. | 25. | 36. | 21. | 19. | 20. | 40. | 21. | 20. | 15. | 44. | 21. | 21. | 10. | 48. | 21. |
| 21. | 15. | 36. | 28. | 22. | 10. | 40. | 28. | 23. | 5. | 44. | 28. | | | | |
| 24. | 5. | 36. | 35. | 15. | 3ϕ. | 48. | ℔. | 16. | 25. | 52. | 7. | | | | |

| 24. | 25. | 32. | ℔. | 17. | 20. | 56. | 7. | 18. | 15. | 60. | 7. | 19. | 10. | 64. | 7. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 19. | 15. | 52. | 14. | 20. | 10. | 56. | 14. | 21. | 5. | 60. | 14. | | | | |
| 22. | 5. | 52. | 21. | | | | | | | | | | | | |

Digitized by Google

### Quatrieme exemple.

60 Perſonnes ont dépenſé les 100 piſtoles; chaque homme 2, chaque femme $\frac{2}{3}$, chaque enfant $\frac{2}{5}$, & chaque ſerviteur $\frac{1}{2}$. Combien y avoit-il d'hommes, combien de femmes, & combien d'enfans, & de ſerviteurs?

Le prix moyen $m$ eſt $\frac{100}{60}$ ou $\frac{50}{30}$. Et prenant $a$ pour 2, & $z$ pour $\frac{2}{3}$ ou pour $\frac{20}{30}$, & $y$ pour $\frac{3}{5}$ ou pour $\frac{18}{30}$, & $x$ pour $\frac{1}{2}$ ou pour $\frac{15}{30}$; je trouve les mélanges ſimples $3a+z \propto 4m$. Et $16a+5y \propto 21m$. Et $7a+2x \propto 9m$. & $26a+12+5y+2x \propto 34m$. Et parceque les nombres 4, 21, 9, 34, ne peuvent former au juſte $60-34$ ou 26, qu'en prenant 2 fois 4 & 2 fois 9; ou parcequ'on ne peut comparer les divers prix ſelon l'égalité d'une autre maniére utile à la réſolution; je puis prendre ſeulement une fois l'égalité $26a+z+5y+2x \propto 34m$, & 2 fois chaque autre $3a+z \propto 4m$, & $7a+2x \propto 9m$, pour former la réſolution unique $46a+3z+5y+6x \propto 60m$.

*Unique réſolution.* $\{46a+3z+5y+6x \propto 60m$.

## XX PROBLEME.

### *POUR LA REGLE DES FAUSSES POSITIONS.*

25. POur réſoudre une queſtion propoſée. On ſuppoſe au hazard qu'un nombre y ſatisfait, & on obſerve l'erreur qui en réſulte. Et on ſuppoſe encore qu'un nouveau nombre y peut ſatisfaire, & on obſerve encore la nouvelle erreur, s'il s'en trouve. Et mettant au ſecond terme d'une proportion droitte la différence des ſuppoſitions, & au premier la différence des erreurs, & chaque erreur à la troiſiéme, on cherche les quatriémes termes; & ajoûtant chacun à ſa ſuppoſition ou ſeulement un des deux, tout eſt pleinement réſolu. Les éxemples éclairciront ces régles. On doit preſcrire ailleurs une autre méthode incomparablement plus facile pour réſoûdre les queſtions, & d'une étenduë infiniment plus grande. De ſorte que celle-ci eſt de peu d'importance.

### Premier exemple.

Trois perſonnes ont 100 années, & la premiére en a 12 plus que les deux autres enſemble, & la ſeconde a deux fois l'âge de la troiſiéme & 8 années de ſurplus. On demande chaque âge?

Soit 1 le troiſiéme & le moindre nombre. Le ſecond eſt donc 10, & le troiſiéme 23. Mais les trois qui font 100 années, n'en font ici pourtant que 34. Ce qui fait une erreur de 66. Suppoſant donc de nouveau que 2 ſoit le troiſiéme ou le moindre nombre. Le ſecond eſt donc 12, & le troiſiéme 26. Et les trois qui devroient faire 100, ne font que 40. Ce qui cauſe une erreur de 60. C'eſt pourquoi ôtant la ſuppoſition 1 de l'autre ſuppoſition

Digitized by Google

ſuppoſition 2, & l'erreur 60 de l'autre 66, j'ordonne une proportion droitte où la différence 1 des ſuppoſitions eſt au ſecond terme, & l'autre 6 des erreurs au premier. Et chaque ſuppoſition ou une ſeule au troiſiéme, & ajoûtant le quatriéme terme 11 à la ſuppoſition 1, ou le quatriéme 10 à la ſuppoſition 2; le nombre 12 réſoût la queſtion. Et les nombres des années ſont 12, 32, 56.

1ere *ſuppoſition* 1. 1ere *erreur* 66.
2e *ſuppoſition* 2. 2e *erreur* 60.
*Différence* 1. { *Différence* 6 . 1 :: *Différence des ſuppoſitions.* { 66 1ere *erreur.* 11 + 1 / 60 2e *erreur.* 10 + 1 } } 3e *âge.*

SECOND EXEMPLE.

Un homme dit en mourant qu'il laiſſe à ſon aîné 1 écu ſur ſes biens & la 7e partie du reſte, & 2 au ſecond & la 7e partie du nouveau reſte, & 3 au 3e & la 7e partie de ce qui reſte encore. Et ainſi de ſuitte juſqu'au dernier qui ne laiſſe aucun reſte. Et tous ſe trouvent également partagez. On demande le nombre des enfans, & combien peut avoir chacun d'eux?

Suppoſant 1 écu pour la 7e partie du reſte que le premier des enfans doit avoir; tous les biens ne ſont que 8 écus. Et l'aîné ayant receu ſa part; il n'en reſte que 6 ſur qui le ſecond prenant 2 écus & la 7e partie des 4 qui reſtent, il aura 2 écus & $\frac{4}{7}$ ou $\frac{4}{7}$ plus que ſon aîné. Ce qui cauſe une erreur des $\frac{4}{7}$, puiſqu'ils doivent être également partagez. Suppoſant donc de nouveau 2 écus pour la 7e partie du reſte que l'aîné doit prendre avec un écu; tous les biens ne ſont que 15 écus, dont l'aîné ayant receu ſa part, il en reſte 12, ſur qui le ſecond prenant 2 écus & la 7e partie des 10 qui reſtent, il aura 2 écus & $\frac{10}{7}$ ou 3 écus & $\frac{3}{7}$ d'un écu; ce qui cauſe une nouvelle erreur des $\frac{3}{7}$. C'eſt pourquoi ôtant la ſuppoſition 1 de la ſuppoſition 2, & l'erreur $\frac{3}{7}$ de l'autre $\frac{4}{7}$, j'écris la différence 1 des ſuppoſitions au ſecond terme d'une proportion droitte, & la différence $\frac{1}{7}$ des erreurs au premier, & l'une des erreurs $\frac{4}{7}$ & $\frac{3}{7}$ au troiſiéme terme. Et ajoûtant le quatriéme 4 à la ſuppoſition 1, ou le quatriéme 3 à la ſuppoſition 2, le nombre 5 eſt la 7e partie du premier reſte. Et ainſi ce reſte eſt 35, & tous les biens ſont 36 écus, dont 6 enfans reçoivent également chacun 6 écus.

1ere *ſuppoſition* 1. 1ere *erreur* $\frac{4}{7}$.
2e *ſuppoſition* 2. 2e *erreur* $\frac{3}{7}$.
*Différence* 1. { *Différence* $\frac{1}{7}$. *Différence des ſuppoſitions.* 1 :: { $\frac{4}{7}$ 1ere *erreur.* 4 + 1 / $\frac{3}{7}$ 2e *erreur.* 3 + 2 } } 7e *partie.*



Digitized by Google

*Réſolution univerſelle.*

Et ſi le premier des enfans ne prenoit qu'un écu & le tiers du reſte, & le ſecond 2 & le tiers du reſte, & ainſi de ſuitte juſques au dernier; le Pére auroit laiſſé 4 écus & 2 enfans. Et ſi le premier prenoit un écu & le quart du reſte, & le ſecond 2 & le quart du reſte; 3 enfans prendroient chacun 3 écus ſur 9 écus. Et ſi c'étoit $\frac{1}{13}$ du reſte; il y auroit 144 écus, & 12 enfans dont chacun auroit 12 écus. Et ainſi de telle autre partie qu'on voudra juſques à l'infini, prenant le dénominateur même de la fraction diminué de l'unité pour le nombre des enfans, & le quarré du nombre des enfans pour le nombre entier de tous les écus qu'aura laiſſé leur Pere. Ce qui fournit un théorême aſſez curieux touchant la nature des nombres quarrez.

## *DES PROPORTIONS ET PROGRESSIONS HARMONIQUES.*

### DEFINITIONS.

ON nomme *proportion harmonique* la comparaiſon de trois termes, où le premier eſt au troiſiéme, comme la différence du premier au ſecond eſt à celle du ſecond au troiſiéme. Les grandeurs par exemple $aa + 3ad + 2dd$, $aa + 2ad$, $aa + ad$, peuvent exprimer généralement les termes d'une proportion harmonique, où le premier terme ſurpaſſe le ſecond. Et les grandeurs $aa - ad$, $aa - dd$, $aa + ad$, ceux d'une harmonique, où le ſecond ſurpaſſe le premier. Parceque dans l'une le premier terme $aa + 3ad + 2dd$ eſt au troiſiéme $aa + ad$, comme l'excez $ad + 2dd$ dont le premier ſurpaſſe le ſecond eſt à l'excez $ad$ dont le ſecond ſurpaſſe le troiſiéme. Et dans l'autre le premier $aa - ad$ eſt au troiſiéme $aa + ad$, comme l'excez $ad - dd$, dont le ſecond ſurpaſſe le premier, eſt à l'excez $ad + dd$ dont le troiſiéme ſurpaſſe le ſecond. Et dans celle-ci la grandeur $a$ ſurpaſſe l'autre $d$.

| *Proportion géométrique.* | | | *Proportion géométrique.* | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $aa + 3ad + 2dd.$ | $aa + ad :: ad + 2dd.$ | $ad.$ | $aa - ad.$ | $aa + ad :: ad - dd.$ | $ad + dd.$ |
| $4 + 6 + 2.$ | $4 + 2 :: 2 + 2.$ | $2.$ | $4 - 2.$ | $4 + 2 :: 2 - 1.$ | $2 + 1.$ |

| *Proportion harmonique.* | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $aa + 3ad + 2dd.$ | $aa + 2ad.$ | $aa + ad.$ | $aa - ad.$ | $aa - dd.$ | $aa + ad.$ |
| $12$ | $8.$ | $6.$ | $2.$ | $3.$ | $6.$ |

S'il y a plus de trois termes; on dit que c'eſt une *progreſſion harmonique*. Et alors ſi le premier terme ſurpaſſe le ſecond; nommant $a$ le ſecond & $d$ la différence ou l'excez dont le premier le doit ſurpaſſer, la progreſſion ſera celle-ci.

*Progreſſion harmonique.*

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $a + d.$ | $a.$ | $\frac{aa + ad}{a + 2d}.$ | $\frac{aa + ad}{a + 3d}.$ | $\frac{aa + ad}{a + 4d}.$ | $\frac{aa + ad}{a + 5d}.$ | $\frac{aa + ad}{a + 6d}.$ | $\frac{aa + ad}{a + 7d}.$ |
| $30.$ | $20.$ | $15.$ | $12.$ | $10.$ | $8\frac{4}{7}.$ | $7\frac{1}{2}.$ | $6\frac{2}{3}.$ |

Digitized by Google

## COROLLAIRE.

EN toute progreſſion harmonique, les termes qui ont des intervalles égaux ſont pareillement en progreſſion ; comme le 1er le 3e le 5e le 7e &c. Et le 1er le 4e le 7e le 10e le 13e. Et ainſi des autres.

*Progreſſion harmonique.*

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $a+d.$ | $\frac{aa+ad}{a+2d}.$ | $\frac{aa+ad}{a+4d}.$ | $\frac{aa+ad}{a+6d}.$ | $\frac{aa+ad}{a+8d}.$ | &c. |
| 30. | 15. | 10. | $7\frac{1}{2}.$ | 6. | &c. |

## *DE LA PROPORTION CONTR'HARMONIQUE.*

### DEFINITION.

ET on dit auſſi qu'une proportion eſt *contr'harmonique*, lorſque le troiſiéme eſt au premier, comme l'excez dont le premier ſurpaſſe le ſecond, eſt à l'excez dont celui-ci ſurpaſſe le troiſiéme; ou comme l'excez dont le ſecond ſurpaſſe le premier, eſt à l'excez dont le troiſiéme ſurpaſſe le ſecond. Les grandeurs $aa+ad$, $aa+dd$, $ad+dd$, exprimeront en général les termes de telle proportion contr'harmonique qu'on voudra. Et $a$ ſurpaſſera $d$, ſi le premier terme ſurpaſſe le ſecond. Et ſi le premier terme eſt moindre que le ſecond, la grandeur $a$ ſera moindre auſſi que la grandeur $d$.

| *Proportion géométrique.* | | | *Proportion contr'harmonique.* | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $ad+dd.$ | $aa+ad::ad-dd.$ | $aa-ad.$ | $aa+ad.$ | $aa+dd.$ | $ad+dd.$ |
| $2+1.$ | $4+2::2-1.$ | $4-1.$ | 6. | 5. | 3. |

| *Proportion géométrique.* | | | *Proportion contr'harmonique.* | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $ad+dd.$ | $aa+ad::dd-ad.$ | $ad-aa.$ | $aa+ad.$ | $aa+dd.$ | $ad+dd.$ |
| $2+4.$ | $1+2::4-2.$ | $2-1.$ | 3. | 5. | 6. |



Digitized by Google

# NOUVEAUX ELEMENS DES MATHEMATIQUES.

## *LIVRE DOUZIEME.*

### DE CERTAINES PROPRIETEZ DES NOMBRES *QUI SERVENT EN GEOMETRIE.*

#### DEFINITIONS.

1.

OUT ce qu'on a dit en général des *plans* & des *quarrez*, des *solides* & des *cubes*, dans ce premier Traitté, peut s'appliquer en ſa maniére à la Géométrie; comme on le fera voir, lorſqu'on expliquera cette ſcience en particulier. Mais par avance on pourra ſuppoſer ici les notions ſenſibles qu'on attache à ces termes, quoi qu'on n'ait point encore appris la Géométrie.

2. *Le plan* eſt un produit de la longueur par la largeur; comme ſi la ſurface d'une feüille de papier couppé porte 10 pouces de largeur ſur 16 pouces de longueur. Et ſi la longueur & la largeur ſont égales; le plan eſt un *quarré*, comme chacune des ſix faces d'un dé.

3. *Le ſolide* eſt un produit du plan par la hauteur; ou des trois dimenſions, qui ſont la longueur, la largeur, & la profondeur: Comme ſi le maſſif d'un mur porte 6 pieds de largeur ou d'épaiſſeur ſur 50 pieds de longueur & ſur 15 de hauteur. Et lorſque les trois dimenſions ſont égales; le ſolide eſt un cube, comme un dé, dont la longueur, la largeur &

Digitized by Google

la hauteur ſont égales. Cela ſuffit pour expliquer & pour réſoudre diverſes queſtions qu'on fait ſur les figures.

### Premier exemple.

On demande combien l'Arche qui ſauva Noé des eaux du déluge pouvoit contenir d'animaux? Pour réſoudre la queſtion, il faut ſçavoir qu'elle avoit 450 pieds de longueur, 75 de largeur, & trois étages chacun de 15 pieds de hauteur. De ſorte que ſi on multiplie 450 par 75; on verra déja que le plan de l'Arche étoit de 33750 pieds quarrez. Et ſi on veut multiplier ce plan par les 45 pieds de la hauteur de l'Arche; on trouvera qu'elle contenoit en tout juſques à 1518750 pieds cubiques. Et ſuppoſant qu'il y eût dans chaque étage pluſieurs chambres égales de 15 pieds de largeur ſur 25 pieds de longueur; on trouvera pour le plan de chaque chambre 15 fois 25 ou 375 pieds quarrez. Et ſi on diviſe le plan de l'Arche ou 33750 pieds quarrez par le plan de chacune des chambres ou par 375; l'expoſant marquera que chaque étage pouvoit avoir 90 de ces chambres, ou que toute l'Arche en pouvoit avoir 3 fois 90 ou 270. Ainſi en ſuppoſant un étage entier pour la famille de Noé, pour ſes proviſions & pour tous les fourrages; il reſte deux étages ou 180 chambres du plan chacune de 375 pieds quarrez. Suppoſant donc qu'il y eût l'un portant l'autre 50 animaux dans chacune, quoiqu'elle pût aiſément contenir juſques à 80 brebis; on trouvera que l'Arche pouvoit loger tres-commodément juſques à 9000 animaux, ſans conter tous les oiſeaux, les reptiles, & les inſectes, à qui l'on pouvoit pratiquer de petites demeures dans la hauteur des ais de ſéparation.

### Second exemple.

Si une campagne de 352 pieds de largeur contient 2141920 pieds quarrez, qu'elle en eſt la longueur? Pour réſoudre la queſtion, il ne faut que diviſer le plan des 2141920 pieds quarrez par la largeur des 352 pieds linéaires; & l'expoſant 6085 ſera le nombre des pieds linéaires de la longueur qu'on cherche.

### Troiſieme exemple.

Quel ſeroit le côté d'un quarré égal à la ſurface entiére du globe terreſtre? Pour réſoudre la queſtion, il faut apprendre de la Géométrie que la ſurface du globe terreſtre eſt environ de 23755876 lieuës quarrées. Et ainſi on tirera la racine quarrée 4874 de ce nombre. Et cette racine ſera la longueur ou la largeur du quarré dont il eſt queſtion.

### Quatrieme exemple.

Quel ſeroit le côté d'un cube égal au globe entier de la terre? Pour réſoudre la queſtion, il faut encore apprendre de la Géométrie que la ſolidité entiére du globe terreſtre eſt environ de 10881913696 lieuës cubiques. Ainſi l'on tirera de ce nombre la racine cubique 2216, qui marque combien il y aura de lieuës linéaires dans la longueur, ou dans la largeur, ou



Digitized by Google

dans la hauteur du cube, dont les dimensions sont toutes égales.

Si on suppose que l'enfer contienne une espace cubique de 160103007 lieuës cubiques; on trouvera de la même sorte que chaque dimension de ce profond abyme, où les tourbillons ténébreux du souffre & des flammes devorantes doivent envelopper & tourmenter éternellement les impies, seroit de 543 lieuës linéaires.

### Cinquieme exemple.

Si un jardin a les $\frac{3}{4}$ de la longueur d'un arpent & les $\frac{2}{3}$ de la largeur; qu'elle en sera la mesure au juste? Le produit de $\frac{3}{4}$ par $\frac{2}{3}$ marque que le plan du jardin contient au juste la moitié d'un arpent quarré. C'est ce qui paroît dans la figure 28$^{e}$ qui peut répréſenter un arpent quarré. Car on y voit 12 petits plans égaux, qui ont chacun $\frac{1}{3}$ de la largeur sur $\frac{1}{4}$ de la longueur. Et le produit des $\frac{2}{3}$ de la largeur par les $\frac{3}{4}$ contient $\frac{6}{12}$ du tout, c'est-à-dire une moitié de 12 petits plans ou de l'arpent quarré qu'ils forment tous ensemble.

Et si le jardin n'avoit dans sa longueur que la moitié de la longueur d'un arpent quarré, & dans sa largeur que la moitié de sa largeur. Le produit $\frac{1}{4}$ des fractions $\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{2}$ seroit la partie d'un arpent quarré que le jardin contiendroit au juste. Comme il paroît encore dans la figure 29$^{e}$; où l'on voit quatre petits quarrez, qui ont chacun $\frac{1}{2}$ de largeur sur $\frac{1}{2}$ de longueur. De sorte que le quarré de la moitié de la longueur ou de la moitié de la largeur d'un arpent quarré n'en contient que le quart. Et le quarré des $\frac{2}{3}$ n'en contiendroit que $\frac{4}{9}$, comme on le voit dans la figure 30$^{e}$.

### Sixieme exemple.

Si un parc contient dans toute son étenduë $\frac{4}{9}$ d'une lieuë quarrée, & qu'il ait dans sa largeur $\frac{10}{21}$ d'une lieuë linéaire; pour sçavoir quelle en est la longueur? On divisera le plan $\frac{4}{9}$ par le côté $\frac{10}{21}$, & l'exposant $\frac{14}{15}$ marquera que la longueur du parc contient $\frac{14}{15}$ d'une lieuë linéaire. Ce qui paroît sensiblement dans la figure 31$^{e}$ qui répréſente une lieuë quarrée. Car si la largeur est conçûë comme partagée en 21 parties égales, & la longueur en 15; il est visible que la lieuë quarrée contiendra 21 fois 15 ou 315 petits plans égaux, qui porteront chacun $\frac{1}{21}$ de la largeur sur $\frac{1}{15}$ de longueur.

Digitized by Google

Et le plan des $\frac{10}{21}$ de la largeur par les $\frac{14}{15}$ de la longueur contiendra 140 de ces petits plans, c'eſt-à-dire 4 fois 35, ou 4 fois $\frac{1}{9}$ des 315 qui forment tous enſemble la lieuë quarrée; car 35 eſt la 9e partie de 315.

### Septieme exemple.

S'il faut pour un manteau 5 aûnes & 3 quartiers d'un drap large de 5 quartiers; combien faudroit-il d'une étoffe large de 3 quartiers pour toute la doublure? Pour réſoudre la queſtion, on multipliera $5\frac{3}{4}$ par $\frac{5}{4}$, & le produit $7\frac{3}{16}$ ou $\frac{115}{16}$ marquera combien il y a d'aûnes quarrées employées au manteau. C'eſt pourquoi on diviſera ce nombre par $\frac{1}{4}$ que l'étoffe de la doublure porte dans ſa largeur, & l'expoſant $9\frac{7}{12}$ marquera qu'il faut 9 aûnes & $\frac{7}{12}$ d'une aûne de cette même étoffe pour la doublure entiére.

### Huitieme exemple.

Si une terraſſe revêtuë, qui porte 6 toiſes de largeur ſur 2 toiſes de hauteur, contient juſques à 400 toiſes cubiques; pour ſçavoir qu'elle en eſt la longueur? On diviſera 400 par le plan 12 des 6 toiſes de largeur & des 2 de hauteur. Et l'expoſant $33\frac{1}{3}$ marquera que la longueur eſt de 33 toiſes 2 pieds.

## DU TOISE'.

4. ON ſçait que la toiſe linéaire eſt de 6 pieds linéaires, & le pied linéaire de 12 pouces linéaires, & le pouce linéaire de 12 lignes, & la ligne eſt encore diviſée en 12 parties égales & linéaires, que l'on nomme *des points*.

Et par conſéquent une toiſe quarrée vaut 6 fois 6 ou 36 pieds quarrez, & le pied quarré vaut 12 fois 12 ou 144 pouces quarrez, & le pouce quarré vaut 144 fois le quarré de la ligne, & le quarré de la ligne vaut 144 points quarrez. D'où il s'enſuit encore que la toiſe quarrée vaut 5184 pouces quarrez, ou 746496 fois le quarré de la ligne, ou 4 fois 26873856 points quarrez. Et le pied quarré contient 20736 fois le quarré de la ligne, ou 4 fois 746496 points quarrez.

Et on trouvera de la même ſorte que la toiſe cubique vaut 216 pieds cubiques, & le pied cubique 1728 pouces cubiques, & le pouce cubique 1728 fois le cube de la ligne, qui vaut auſſi 1728 fois le cube du point.

Il n'y a pas [b] beaucoup de difficulté à ajoûter ces ſortes de grandeurs les unes aux autres, les linéaires aux linéaires, les planes aux planes, & les ſolides aux ſolides; en conſidérant ce qu'il faut retenir d'une moindre eſpéce pour une autre plus grande. Et il eſt encore facile d'ôter b. 21. 2.

Digitized by Google

b. 21. 1. les unes des autres, en obſervant ce qu'on a dit[b] ſur la fin du ſecond Livre.

La difficulté principale conſiſte à multiplier les unes par les autres, & à diviſer les unes par les autres. Ces deux régles ſe peuvent faire par deux voyes générales. La premiére eſt de tout réduire à la moindre dénomination; & la ſeconde qui paroît ſouvent la meilleure, eſt de réduire tout à la plus grande. Mais l'une & l'autre de ces deux méthodes eſt trop longue. Ce qui oblige à en chercher d'autres plus abbrégées.

## DE LA MULTIPLICATION.

5. LA méthode commune eſt de réduire les toiſes & les pouces à la dénomination des pieds, en multipliant les toiſes par 6, & diviſant les pouces par 12, lorſque les produits doivent être plans. Mais les toiſes quarrées ſeroient multipliées par 36, & les pouces quarrez diviſez par 144, s'il étoit queſtion de les multiplier par des longueurs, & de fournir des ſolides. On néglige les lignes dans cette méthode, pour éviter la longueur & l'embarras des calculs.

### PREMIER EXEMPLE.

Si on vouloit multiplier 24 toiſes 4 pieds 6 pouces par 9 toiſes 5 pieds 9 pouces; on prendroit d'une part 6 fois 24 ou 144 pieds pour 24 toiſes, & $\frac{6}{12}$ d'un pied ou $\frac{1}{2}$ pied pour 6 pouces; & de l'autre 9 fois 6 ou 54 pieds pour 9 toiſes, & $\frac{9}{12}$ ou $\frac{3}{4}$ d'un pied pour 9 pouces. Et les deux ſommes $148\frac{1}{2}$ & $59\frac{3}{4}$ étant multipliées l'une par l'autre; leur produit $8872\frac{7}{8}$ ſeroit le nombre des pouces quarrez que doit contenir le plan des grandeurs propoſées. Et parceque $\frac{7}{8}$ ſurpaſſe $\frac{1}{2}$, on met 1 au lieu de $\frac{7}{8}$, afin d'éviter les fractions; & on diviſe le nombre 8873 par 36. Et l'expoſant fournit 246 toiſes quarrées & environ 17 pieds quarrez.

### SECOND EXEMPLE.

Pour multiplier un plan de 50 toiſes 25 pieds 108 pouces par la hauteur de 2 toiſes 6 pieds 2 pouces. On prendra d'une part 36 fois 50 ou 1800 pieds quarrez pour 54 toiſes quarrées, & $\frac{108}{144}$ ou $\frac{3}{4}$ d'un pied quarré pour les 108 pouces quarrez; & de l'autre 12 pieds linéaires pour 2 toiſes de hauteur, & $\frac{2}{12}$ ou $\frac{1}{6}$ d'un pied linéaire pour 2 pouces. Enſuitte on multipliera la premiére ſomme $1825\frac{3}{4}$ par la ſeconde $18\frac{1}{6}$; & on diviſera le produit $33167\frac{19}{24}$ ou 33168 par 216. Et l'expoſant $153\frac{5}{9}$ ou $153\frac{120}{216}$ marquera que le produit qu'on cherche contient au juſte 153 toiſes cubiques & 120 pieds cubiques.

AUTRE

## AUTRE METHODE.

6. POur éviter les longueurs de la méthode précédente, les Ingénieurs habiles uſent de celle-ci. Ils conçoivent la toiſe quarrée ou cubique comme diviſée en 6 parties égales qu'ils appellent *pieds*, & le pied en 12 égales qu'ils appellent *pouces*, & le pouce en 12 *lignes*, & la ligne en 12 *points*. Mais lorſqu'ils ont trouvé leur produit, ils remettent les valeurs & les noms ordinaires, prenant 6 pieds quarrez pour chaque pied de cette nouvelle diviſion, & 6 fois 12 ou 72 pouces quarrez ou $\frac{1}{2}$ pied quarré pour chacun de ces nouveaux pouces, & 6 pouces quarrez pour chacune des lignes, & un demi-pouce quarré pour chacun des points. Et ils prennent auſſi dans les ſolides 36 pieds cubiques pour 1 pied de la nouvelle diviſion, & 3 pieds cubiques pour chacun de ces nouveaux pouces, & le quart d'un pied cubique ou 432 pouces cubiques pour chacune des lignes, & 36 pouces cubiques pour chacun des points.

Et ils concluënt de leurs ſuppoſitions que les toiſes ordinaires multipliées par les toiſes ordinaires produiſent des toiſes de 6 pieds, & par les pieds ordinaires qu'elles produiſent des pieds de 12 pouces, & par les pouces ordinaires des pouces de 12 lignes, & par les lignes ordinaires des lignes de 12 points, & par les points ordinaires des points de 12 à la ligne.

### EXEMPLE.

Pour multiplier une longueur 1*a* de 4 toiſes 5 pieds 9 pouces 6 lignes par une largeur de 3 toiſes 4 pieds 6 pouces 9 lignes. Je multiplie premiérement en cette ſorte 1*a* par 3 toiſes. Je dis : 3 fois 6 lignes font 18 lignes, ou 1 pouce que je retiens & 6 lignes que j'écris. Et 3 fois 9 pouces font 27 pouces, plus 1 que j'ai retenu font 28, ou 2 pieds que je retiens & 4 pouces que j'écris. Et 3 fois 5 pieds font 15 pieds, plus les 2 réſervez font 17 pieds, ou 2 toiſes & 5 pieds; j'écris 5 ſous les pieds, & je réſerve 2. Et 3 fois 4 toiſes font 12 toiſes plus 2 réſervées font 14 que j'écris ſous les toiſes.

Je multiplie enſuitte 1*a* par 4 pieds avec cet artifice. Je dis : 1*a* multipliée par 1 toiſe donne 1*a* pour produit. Et par conſéquent 1*a* multipliée par 4 pieds ou par $\frac{2}{3}$ d'une toiſe donne $\frac{2}{3}a$ pour produit. Prenant donc $\frac{1}{3}a$ deux fois, ou $\frac{1}{2}a$ pour 3 pieds & $\frac{1}{3}$ de la même partie $\frac{1}{2}a$ pour 1 pied qui reſte, j'aurai le produit 2*z* ou 1*ac* de la longueur 1*a* par 4 pieds.

*Voyez la page ſuivante.*

Venant donc alors aux 6 lignes. Je dis : Puiſque 6 lignes ſont $\frac{1}{4}$ de 2 pouces; le produit 1*y* de 6 lignes par *a* eſt $\frac{1}{4}$ de 2. Et enfin pour les 9 points, je dis: Puiſque 9 points ſont les $\frac{3}{4}$ d'une ligne, ils ſont $\frac{1}{8}$ des 6 pouces, ou



Digitized by Google

de 72 lignes. Et par conſéquent le produit de 9 points par $1a$ eſt $\frac{9}{8}$ du produit précédent $1y$.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $1a \propto$ 4 *toiſes* | 5 *pieds* | 9 *pouces* | 6 *lignes* | 0 *points* | | |
| 3 | 4 | 6 | 9 | 0 | | |
| $b$ | $c$ | $d$ | $e$ | | | |
| $3a \propto 14$ | 5 | 4 | $6 \propto ab$ | | | |
| $\frac{1}{2}ac \propto 1$ | 3 | 11 | $2 \propto \frac{1}{3}a \propto 1x.$ | | | |
| $\frac{1}{2}ac \propto 1$ | 3 | 11 | $2 \propto \frac{1}{3}a \propto 1x.$ | | | |
| $1ad \propto 0$ | 2 | 5 | 9 | $6 \propto \frac{1}{4}x \propto 1y.$ | | |
| $1ae \propto 0$ | 0 | 5 | 8 | 8 | $3 \propto \frac{1}{9}y.$ | |
| *Produit* 18 | 4 | 0 | 4 | 2 | 3 | *multiplié* |
| *par* 1 *toiſe.* | 6 *pieds.* $\frac{1}{2}$ *pied.* | | 6 *pouces.* | $\frac{1}{2}$ *pouce.* | 6 *lignes.* | |
| *Produit* 18 *toiſes* 24 *pieds* 0 | | | | 25 *pouces* | 18 *lignes quarrées.* | |

Il y auroit quelque changement dans les opérations, ſi on prenoit $\frac{1}{2}a$ pour 3 pieds, & $\frac{1}{6}a$ ou $\frac{1}{3}$ de la moitié de la longueur $1a$ pour 1 pied.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $1a \propto$ 4 *toiſes* | 5 *pieds* | 9 *pouces* | 6 *lignes* | 0 *points* | | |
| 3 | 4 | 6 | 9 | 0 | | |
| $b$ | $c$ | $d$ | $e$ | | | |
| $3a \propto 14$ | 5 | 4 | $6 \propto ab.$ | | | |
| $\frac{3}{4}ac \propto 2$ | 2 | 10 | $9 \propto \frac{1}{2}a \propto 1x.$ | | | |
| $\frac{1}{4}ac \propto 0$ | 4 | 11 | $7 \propto \frac{1}{3}x \propto \frac{1}{6}a \propto 1v.$ | | | |
| $\frac{1}{2}ad \propto 0$ | 1 | 2 | 10 | $9 \propto \frac{1}{4}v.$ | | |
| $\frac{1}{2}ad \propto 0$ | 1 | 2 | 10 | $9 \propto \frac{1}{4}v \propto 1t.$ | | |
| $1ae \propto 0$ | 0 | 3 | 8 | 8 | $3 \propto \frac{1}{4}t.$ | |
| *Produit* 18 | 4 | 0 | 4 | 2 | 3 | *&c.* |

On peut ordinairement diverſifier l'application des régles en pluſieurs maniéres, qu'un peu d'uſage ou de pénétration découvrira ſans peine, ſur tout à ceux qui auront bien compris les propriétez principales des nombres compoſez & de leurs aliquotes ou de ceux qui les compoſent. Monſieur De la Londe un des plus habiles Ingénieurs du Roy a trouvé moyen d'abbréger cette méthode, & d'en faciliter l'uſage par une autre qui m'a

Digitized by Google

parû tout-à-fait élégante & ſimple, & qui ſera ſans doute préférée aux autres. Sa méthode eſt telle.

## METHODE PLUS FACILE ET PLUS COURTE *INVENTE'E PAR M^r DE LA LONDE.*

7. Il faut doubler de part & d'autre les pieds les pouces les lignes & les points, & multiplier enſuitte chaque partie d'une part par chacune de l'autre, en commençant à droitte, & diſpoſer les produits par ordre & chacun dans ſon rang, en telle ſorte que ceux de la plus haute eſpêce viennent tomber à droitte ſous les multiplicateurs qui ſervent à les former. Les exemples éclairciront & fixeront ces régles. Et nous en fournirons enſuitte la démonſtration.

### Premier exemple.

Pour multiplier la longueur 1*a* de 2 toiſes 4 pieds 0 pouces 6 lignes par la largeur 1*b* de 3 toiſes 2 pieds 2 pouces 6 lignes. J'écris 2 toiſes 8 demi-pieds 1 demi-pouce 0 demie-ligne pour 1*a*, & 3 toiſes 4 demi-pieds 5 demi-pouces 0 demie-ligne pour 1*b*. Aprés cela je commence à multiplier 1*a* par 3 toiſes, & je dis : 3 toiſes par 1 demi-pouce, ou ſimplement ; fois 1 font 3 demi-pouces, & j'écris 3 ſous les demi-pouces ; & 3 fois 8 demi-pieds font 24 demi-pieds de 12 à la toiſe quarrée, c'eſt-à-dire 2 fois 12 de ces pieds ou 2 toiſes, que je réſerve pour le rang des toiſes, & j'écris 0 ſous les demi-pieds, parcequ'il n'eſt rien reſté ; & venant aux toiſes, je dis : 3 fois 2 font 6, qui avec les 2 retenuës font 8 que j'écris ſous les toiſes.

Je dis enſuitte en venant aux 4 demi-pieds : 4 fois 1 ou 4 demi-pieds par 1 demi-pouce donnent 4 demies-lignes, que j'écris ſous les lignes, en avançant d'un rang vers la droitte ; & 4 demi-pieds par 8 demi-pieds donnent 32 demi-pouces, ou 2 fois 12 plus 8, j'écris 8 ſous les demi-pouces, & je retiens 2 demi-pieds ; & 4 demi-pieds par 2 toiſes donnent 8 demi-pieds, qui avec les 2 réſervez ſont 10 que j'écris ſous les demi-pieds. *Voyez la page ſuivante.*

Et enfin pour les 5 demi-pouces, je dis en commençant aux pouces : 5 fois 1 font 5 demi-points, & j'écris 5 dans un rang plus à droitte ; & 5 fois 8 font 40 ou 3 fois 12 plus 4, & j'écris 4 ſous les lignes ; & 5 fois 2 font 10, qui avec les 3 retenus ſont 13, c'eſt-à-dire 1 fois 12 plus 1, j'écris le reſte 1 ſous les demi-pouces, & j'avance 1 ſous les demi-pieds.

Et raſſemblant tous ces divers produits, leur ſomme fournira le produit entier que l'on cherche. Mais pour le réduire aux dénominations précédentes, où la toiſe quarrée eſt conceuë comme diviſée en 6 pieds, & chacun de ces pouces en 12 lignes, & chacune de ces lignes en 12 pieds ; on aura ſoin de prendre la moitié des parties ou des eſpêces qui ſuivent les toiſes. Ce qui donnera 9 toiſes 0 pieds 0 pouces 8 lignes 2 points & demi ou $\frac{6}{12}$ du point. Et ſi on vouloit donner les dénominations ordinaires à ce même produit ou aux autres ſemblables ; il faudroit multiplier les



Digitized by Google

pieds par 6 pieds quarrez, & les pouces par $\frac{1}{2}$ pied quarré, & les lignes par 6 pouces quarrez, & les points par $\frac{1}{2}$ pouce quarré, & les $11^{es}$ du point par 6 lignes; & ainſi du reſte.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1*a* ✕ 2 | *toiſes* 8 | *demi-pieds* 1 | *demi-pouce* 0 | *demie-ligne* 0 | *demi-point* | |
| 1*b* ✕ 3 | 4 | 5 | 0 | 0 | | |
| | 8 0 | 3 | | | | |
| | 10 | 8 | 4 | | | |
| | 1 | 1 | 4 | 5 | | |
| | 9 0 | 0 | 8 | 5 | *Produit* | |
| *Ou* | 9 0 | 0 | 4 | 2 | 6 | |
| *par* 1 *toiſe* 6 *pieds* | | $\frac{1}{2}$ *pied* | 6 *pouces* | $\frac{1}{2}$ *pouce* | 6 *lignes* | |
| *Ou* 9 *toiſes quarrées* | | 0 *pied quarré* | 25 *pouces quarrez* | | 36 *lignes* | |

SECOND EXEMPLE.

Pour multiplier une longueur 1*a* de 1 toiſe 5 pieds 1 pouce 7 lignes par une largeur de 2 toiſes 3 pieds 0 pouces 6 lignes. J'écris 1 toiſe 10 demi-pieds 3 demi-pouces 2 demi-lignes pour 1*a*, & 2 toiſes 6 demi-pieds 1 demi-pouce pour 1*b*. Et commençant par 2 toiſes, je dis au rang des demi-lignes : 2 fois 2 font 4 que j'écris ſous ce rang; & au ſuivant 2 fois 3 font 6 que j'écris ſous 3; & enſuitte 2 fois 10 font 20 ou 1 fois 12 plus 8, j'écris 8 ſous 10, & je réſerve 1; & pour les toiſes : 2 fois 2 font 4 plus 1 réſervé font 5 que j'écris ſous les toiſes.

Je dis enſuitte pour les 6 demi-pieds au rang des demi-lignes : 6 fois 2 font 12 demi-points ou 1 demi-ligne, j'écris 0 dans le rang des demi-points, & je réſerve 1; je dis enſuitte au rang des demi-pouces : 6 fois 3 font 18, & 1 que j'avois retenu font 19, ou 1 fois 12 plus 7, j'écris 7 au rang des demi-lignes, & je retiens 1; je dis encore : 6 fois 10 font 60 & 1 font 61, ou 5 fois 12 plus 1, & j'écris 1 au rang des demi-pouces, en réſervant 5; & enfin 6 fois 2 font 6, & 5 réſervez font 11, que j'écris ſous les demi-pieds. Et pour 1 demi-pouce, je dis : 1 fois 1*a* fait 1*a*, mais je l'écris en ſorte que 1 du rang des toiſes vienne tomber ſous 1 du rang des demi-pouces. Et la ſomme entiére de ces divers produits réſout la queſtion.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1*a* ✕ 1 *toiſe* 10 | *demi-pieds* 3 | *demi-pouces* 2 | *demi-lignes* 0 | | 0 | |
| 1*b* ✕ 2 | 6 | 1 | | | | |
| 3 | 8 | 6 | 4 | | | |
| | 11 | 1 | 7 | 0 | | |
| | | 1 | 10 | 3 | 2 | |
| *Produit* 4 | 7 | 9 | 9 | 3 | 2 | |
| *Ou* 4 | 3 | 10 | 10 | 7 | 7 | |
| *par* 1 *toiſe* 6 *pieds* | | $\frac{1}{2}$ *pied* | 6 *pouces* | $\frac{1}{2}$ *pouce* | 6 *lignes* | |
| *Ou* 4 *toiſes* | 23 *pieds quarrez* | | 63 *pouces* | | 114 *lignes* | |

Digitized by Google

### Troisieme exemple.

Pour multiplier un plan 1*a* de 4 toiſes quarrées plus 3 pieds de 6 à la toiſe & 7 pouces par une épaiſſeur 1*b* de 2 toiſes 4 pieds 5 pouces 6 lignes. On écrira 4 toiſes 7 demi-pieds 2 demi-pouces pour 1*a*, & 2 toiſes 8 demi-pieds 11 demi-pouces pour 1*b*. Et le reſte s'achèvera comme aux exemples qui précédent. Cette méthode toute courte qu'elle eſt, peut encore s'abbréger en diverſes rencontres par le moyen des aliquotes ou des diverſes parties que l'on peut concevoir dans les moindres eſpèces ou dans les fractions des toiſes.

Pour réduire aux meſures ordinaires de la Géométrie ces ſortes de fractions; aprés qu'on aura pris leurs moitiez, il faudra multiplier les pieds par 36 pieds cubiques, & les pouces par trois pieds cubiques, & les lignes par $\frac{1}{4}$ du pied cubique, & les points par 36 pouces cubiques. C'eſt ainſi que dans l'éxemple propoſé, on trouvera pour produit 12 toiſes cubiques 131 pieds cubiques & 1476 pouces cubiques.

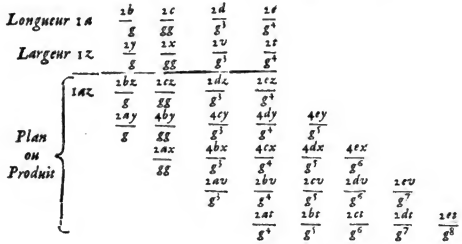
| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1*a* ☒ 4 *toiſes quarrées* | 7 | 2 | 0 | 0 |
| 1*b* ☒ 2 *toiſes linéaires* | 8 *demi-pieds* | 11 *demi-pouces* | 0 | 0 |
| 9 | 2 | 4 | | |
| 3 | 0 | 9 | 4 | |
| | 4 | 2 | 6 | 10 |
| 12 | 7 | 3 | 10 | 10 |
| *Ou* 12 | 3 | 7 | 11 | 5 |
| *par* 1 *toiſe cubique* | 36 *pieds* + | 3 *pieds cubiques* | $\frac{1}{4}$ *du pied* | 36 *pouces* |
| 12 *toiſes cubiques* | 108 *pieds* + | 21 *pieds* + | 2 *pieds* + | 1476 *pouces* |
| *Ou* 12 *toiſes cubiques* | 131 *pieds cubiques &* | 1476 *pouces cubiques.* | | |

### *DEMONSTRATION.*

Si les grandeurs ſont linéaires de part & d'autre; il eſt clair qu'en doublant le nombre des pieds de 6 à la toiſe, on en fait des demi-pieds ou des 12es de la toiſe. Et parcequ'on double auſſi les pouces, les lignes, les points; on fait des demi-pouces, des demies-lignes, & des demi-points; ou des 12es du pied, du pouce, de la ligne, &c. De ſorte que chaque unité d'un rang en vaut 12 au plus proche en tirant vers la droitte, comme chaque unité d'un rang en vaut 10 au plus proche en tirant vers la gauche dans la diſpoſition ordinaire des chiffres. Il y a donc une progreſſion géométrique où la toiſe répréſente l'unité, & le demi-pied en eſt un 12e, & le demi-pouce un 144e, & la demie-ligne un 1728e, & le demi-point un 20736e, &c. Ainſi lorſque les toiſes ou les entiers viennent à multiplier les toiſes & leurs divers rompus; les produits ſont des toiſes

quarrées ou des rompus pareils de ces toiſes quarrées. Et lorſque les demi-pieds ou les $12^{es}$ de la toiſe multiplient les toiſes & leurs rompus; ils fourniſſent des $12^{es}$ de la toiſe quarrée & des $12^{es}$ de ſes rompus dénommez de la même ſorte: ce qui rejette les produits dans un rang plus à droitte. Et lorſque le demi-pouce ou le $12^{e}$ du demi-pied multiplie à ſon tour chacune des eſpèces; cela repouſſe auſſi les produits d'un nouveau rang vers la droitte. Et ainſi du reſte.

On peut voir ici ſenſiblement la démonſtration, en ſuppoſant d'une part $1a$ pour le nombre des toiſes, $1b$ pour le nombre des pieds de $6$ à la toiſe, $1c$ pour celuy des pouces, $1d$ pour celuy des lignes, $1e$ pour celuy des points; & de l'autre part $1z$ pour le nombre des toiſes, $1y$ pour




*Exemple.*

*Longueur de 2 toiſes* $\frac{8}{12}$ $\frac{1}{144}$ $\frac{0}{1728}$ $\frac{0}{20736}$ $\frac{0}{248832}$

*Largeur de 3 toiſes* $\frac{4}{12}$ $\frac{5}{144}$ $\frac{0}{1728}$ $\frac{0}{20736}$ $\frac{0}{248832}$

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 8 | $\frac{0}{12}$ | $\frac{-3}{144}$ | | |
| | $\frac{10}{12}$ | $\frac{8}{144}$ | $\frac{4}{1728}$ | |
| | $\frac{1}{12}$ | $\frac{1}{144}$ | $\frac{4}{1728}$ | $\frac{5}{20736}$ |
| *Plan de 9 toiſes* | $\frac{0}{12}$ | $\frac{0}{144}$ | $\frac{8}{1728}$ | $\frac{5}{20736}$ |
| *Ou de 9 toiſes* | $\frac{0}{6}$ | $\frac{0}{72}$ | $\frac{4}{864}$ | $\frac{2}{10368}$ $\frac{6}{124416}$ |
| *par 1 toiſe* | $\frac{6}{6}$ | $\frac{1}{1}$ | $\frac{6}{6}$ | $\frac{1}{1}$ $\frac{6}{6}$ |
| *Plan de 9 toiſes* | $\frac{0}{36}$ | $\frac{0}{36}$ | $\frac{24}{5184}$ | $\frac{1}{5184}$ $\frac{36}{746496}$ |

*Ou de 9 toiſes quarrées 0 pieds 25 pouces quarrez 36 lignes quarrées.*

Digitized by Google

celuy des pieds de 6 à la toiſe, 1x pour celuy des pouces, 1v pour celuy des lignes, 1r pour celuy des points; & 1g pour le nombre 12.

Ce qu'on obſerve à la fin pour réduire le tout aux dénominations communes & géométriques, ſe conçoit aiſément par ce qu'on a déja dit. Si l'une des grandeurs étoit plane, comme au troiſiéme exemple, la demonſtration n'en ſeroit pas difficile, & ſe formeroit à peu prés ſur le modéle de celle que l'on vient d'établir.

## TABLE POUR LE TOISE'.

8. LOrſqu'on voudra multiplier un certain nombre de toiſes depuis 1 juſques à 100 par des demi-pieds de 12 à la toiſe, ou par des demi-pouces de 12 au demi-pied, ou par demies-lignes de 12 au demi-pouce, ou par des demi-points de 12 à la demie-ligne, &c. On prendra le nombre des toiſes ſur l'un des deux bords de la Table, & celuy des demi-pieds, ou des demi-pouces, ou des demies-lignes, ou des demi-points, qui ne doit jamais ſurpaſſer 11, au haut de la même Table: & le nombre de la Table qui répondra à ces deux nombres, ou qui ſera ſous l'un dans la même colomne, & vis-à-vis de l'autre au même rang paralléle, comprendra le produit qu'on déſire; en ſorte que le point qui s'y trouve, ſéparera vers la droitte des parties d'une même dénomination que celles qui devoient multiplier les toiſes, & vers la gauche d'autres parties d'une dénomination 12 fois auſſi forte; ou des toiſes, lorſqu'on multiplie par des demi-pieds.

### PREMIER EXEMPLE.

Pour trouver par éxemple le produit de 98 toiſes par 8 demi-pieds de 6 pieds à la toiſe. On prendra 98 à gauche ſur le bord de la Table, & 8 au haut; & le nombre 65.4 qui répond à ces deux, marquera que le produit contient 65 toiſes ou planes cubiques, & 4 demi-pieds de 6 pieds à la toiſe. On trouveroit de la même ſorte que le produit de 47 toiſes par 11 demi-pouces contient 43 toiſes & 1 demi-pouce. Et ainſi des autres, en concevant toûjours que la toiſe linéaire ou plane eſt diviſée en 12 demi-pieds, qui ſont auſſi diviſez chacun en 12 demi-pouces, & chaque demi-pouce en 12 demies-lignes, &c.

### SECOND EXEMPLE.

Et pour trouver le produit de 586 toiſes par 9 demies-lignes. Premiérement pour les 500 toiſes, on prendra 10 fois le produit de 50 toiſes par les 9 demies-lignes, c'eſt-à-dire 10 fois 37 demi-pouces & 6 demies-lignes, ou 10 fois 3 demi-pieds 1 demi-pouce & 6 demies-lignes; ce qui vaut déja 31 demi-pieds & 3 demi-pouces, ou 2 toiſes 7 demi-pieds & 3 demi-pouces. Et enſuitte on ajoûtera le produit des 86 toiſes par les 9 demies-lignes, qui eſt de 64 demi-pouces & 6 demies-lignes, ou de 5 demi-pieds 4 demi-pouces & 6 demies-lignes.

Digitized by Google

| Toises. | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0. 1 | 0. 2 | 0. 3 | 0. 4 | 0. 5 | 0. 6 | 0. 7 | 0. 8 | 0. 9 | 0. 10 | 0. 11 |
| 2 | 0. 2 | 0. 4 | 0. 6 | 0. 8 | 0. 10 | 1. 0 | 1. 2 | 1. 4 | 1. 6 | 1. 8 | 1. 10 |
| 3 | 0. 3 | 0. 6 | 0. 9 | 1. 0 | 1. 3 | 1. 6 | 1. 9 | 2. 0 | 2. 3 | 2. 6 | 2. 9 |
| 4 | 0. 4 | 0. 8 | 1. 0 | 1. 4 | 1. 8 | 2. 0 | 2. 4 | 2. 8 | 3. 0 | 3. 4 | 3. 8 |
| 5 | 0. 5 | 0. 10 | 1. 3 | 1. 8 | 2. 1 | 2. 6 | 2. 11 | 3. 4 | 3. 9 | 4. 2 | 4. 7 |
| 6 | 0. 6 | 1. 0 | 1. 6 | 2. 0 | 2. 6 | 3. 0 | 3. 6 | 4. 0 | 4. 6 | 5. 0 | 5. 6 |
| 7 | 0. 7 | 1. 2 | 1. 9 | 2. 4 | 2. 11 | 3. 6 | 4. 1 | 4. 8 | 5. 3 | 5. 10 | 6. 5 |
| 8 | 0. 8 | 1. 4 | 2. 0 | 2. 8 | 3. 4 | 4. 0 | 4. 8 | 5. 4 | 6. 0 | 6. 8 | 7. 4 |
| 9 | 0. 9 | 1. 6 | 2. 3 | 3. 0 | 3. 9 | 4. 6 | 5. 3 | 6. 0 | 6. 9 | 7. 6 | 8. 3 |
| 10 | 0. 10 | 1. 8 | 2. 6 | 3. 4 | 4. 2 | 5. 0 | 5. 10 | 6. 8 | 7. 6 | 8. 4 | 9. 2 |
| 11 | 0. 11 | 1. 10 | 2. 9 | 3. 8 | 4. 7 | 5. 6 | 6. 5 | 7. 4 | 8. 3 | 9. 2 | 10. 1 |
| 12 | 1. 0 | 2. 0 | 3. 0 | 4. 0 | 5. 0 | 6. 0 | 7. 0 | 8. 0 | 9. 0 | 10. 0 | 11. 0 |
| 13 | 1. 1 | 2. 2 | 3. 3 | 4. 4 | 5. 5 | 6. 6 | 7. 7 | 8. 8 | 9. 9 | 10. 10 | 11. 11 |
| 14 | 1. 2 | 2. 4 | 3. 6 | 4. 8 | 5. 10 | 7. 0 | 8. 2 | 9. 4 | 10. 6 | 11. 8 | 12. 10 |
| 15 | 1. 3 | 2. 6 | 3. 9 | 5. 0 | 6. 3 | 7. 6 | 8. 9 | 10. 0 | 11. 3 | 12. 6 | 13. 9 |
| 16 | 1. 4 | 2. 8 | 4. 0 | 5. 4 | 6. 8 | 8. 0 | 9. 4 | 10. 8 | 12. 0 | 13. 4 | 14. 8 |
| 17 | 1. 5 | 2. 10 | 4. 3 | 5. 8 | 7. 1 | 8. 6 | 9. 11 | 11. 4 | 12. 9 | 14. 2 | 15. 7 |
| 18 | 1. 6 | 3. 0 | 4. 6 | 6. 0 | 7. 6 | 9. 0 | 10. 6 | 12. 0 | 13. 6 | 15. 0 | 16. 6 |
| 19 | 1. 7 | 3. 2 | 4. 9 | 6. 4 | 7. 11 | 9. 6 | 11. 1 | 12. 8 | 14. 3 | 15. 10 | 17. 5 |
| 20 | 1. 8 | 3. 4 | 5. 0 | 6. 8 | 8. 4 | 10. 0 | 11. 8 | 13. 4 | 15. 0 | 16. 8 | 18. 4 |
| 21 | 1. 9 | 3. 6 | 5. 3 | 7. 0 | 8. 9 | 10. 6 | 12. 3 | 14. 0 | 15. 9 | 17. 6 | 19. 3 |
| 22 | 1. 10 | 3. 8 | 5. 6 | 7. 4 | 9. 2 | 11. 0 | 12. 10 | 14. 8 | 16. 6 | 18. 4 | 20. 2 |
| 23 | 1. 11 | 3. 10 | 5. 9 | 7. 8 | 9. 7 | 11. 6 | 13. 5 | 15. 4 | 17. 3 | 19. 2 | 21. 1 |
| 24 | 2. 0 | 4. 0 | 6. 0 | 8. 0 | 10. 0 | 12. 0 | 14. 0 | 16. 0 | 18. 0 | 20. 0 | 22. 0 |
| 25 | 2. 1 | 4. 2 | 6. 3 | 8. 4 | 10. 5 | 12. 6 | 14. 7 | 16. 8 | 18. 9 | 20. 10 | 22. 11 |
| 26 | 2. 2 | 4. 4 | 6. 6 | 8. 8 | 10. 10 | 13. 0 | 15. 2 | 17. 4 | 19. 6 | 21. 8 | 23. 10 |
| 27 | 2. 3 | 4. 6 | 6. 9 | 9. 0 | 11. 3 | 13. 6 | 15. 9 | 18. 0 | 20. 3 | 22. 6 | 24. 9 |
| 28 | 2. 4 | 4. 8 | 7. 0 | 9. 4 | 11. 8 | 14. 0 | 16. 4 | 18. 8 | 21. 0 | 23. 4 | 25. 8 |
| 29 | 2. 5 | 4. 10 | 7. 3 | 9. 8 | 12. 1 | 14. 6 | 16. 11 | 19. 4 | 21. 9 | 24. 2 | 26. 7 |
| 30 | 2. 6 | 5. 0 | 7. 6 | 10. 0 | 12. 6 | 15. 0 | 17. 6 | 20. 0 | 22. 6 | 25. 0 | 27. 6 |
| 31 | 2. 7 | 5. 2 | 7. 9 | 10. 4 | 12. 11 | 15. 6 | 18. 1 | 20. 8 | 23. 3 | 25. 10 | 28. 5 |
| 32 | 2. 8 | 5. 4 | 8. 0 | 10. 8 | 13. 4 | 16. 0 | 18. 8 | 21. 4 | 24. 0 | 26. 8 | 29. 4 |
| 33 | 2. 9 | 5. 6 | 8. 3 | 11. 0 | 13. 9 | 16. 6 | 19. 3 | 22. 0 | 24. 9 | 27. 6 | 30. 3 |
| 34 | 2. 10 | 5. 8 | 8. 6 | 11. 4 | 14. 2 | 17. 0 | 19. 10 | 22. 8 | 25. 6 | 28. 4 | 31. 2 |
| 35 | 2. 11 | 5. 10 | 8. 9 | 11. 8 | 14. 7 | 17. 6 | 20. 5 | 23. 4 | 26. 3 | 29. 2 | 32. 1 |
| 36 | 3. 0 | 6. 0 | 9. 0 | 12. 0 | 15. 0 | 18. 0 | 21. 0 | 24. 0 | 27. 0 | 30. 0 | 33. 0 |
| 37 | 3. 1 | 6. 2 | 9. 3 | 12. 4 | 15. 5 | 18. 6 | 21. 7 | 24. 8 | 27. 9 | 30. 10 | 33. 11 |
| 38 | 3. 2 | 6. 4 | 9. 6 | 12. 8 | 15. 10 | 19. 0 | 22. 2 | 25. 4 | 28. 6 | 31. 8 | 34. 10 |
| 39 | 3. 3 | 6. 6 | 9. 9 | 13. 0 | 16. 3 | 19. 6 | 22. 9 | 26. 0 | 29. 3 | 32. 6 | 35. 9 |
| 40 | 3. 4 | 6. 8 | 10. 0 | 13. 4 | 16. 8 | 20. 0 | 23. 4 | 26. 8 | 30. 0 | 33. 4 | 36. 8 |
| 41 | 3. 5 | 6. 10 | 10. 3 | 13. 8 | 17. 1 | 20. 6 | 23. 11 | 27. 4 | 30. 9 | 34. 2 | 37. 7 |
| 42 | 3. 6 | 7. 0 | 10. 6 | 14. 0 | 17. 6 | 21. 0 | 24. 6 | 28. 0 | 31. 6 | 35. 0 | 38. 6 |
| 43 | 3. 7 | 7. 2 | 10. 9 | 14. 4 | 17. 11 | 21. 6 | 25. 1 | 28. 8 | 32. 3 | 35. 10 | 39. 5 |
| 44 | 3. 8 | 7. 4 | 11. 0 | 14. 8 | 18. 4 | 22. 0 | 25. 8 | 29. 4 | 33. 0 | 36. 8 | 40. 4 |
| 45 | 3. 9 | 7. 6 | 11. 3 | 15. 0 | 18. 9 | 22. 6 | 26. 3 | 30. 0 | 33. 9 | 37. 6 | 41. 3 |
| 46 | 3. 10 | 7. 8 | 11. 6 | 15. 4 | 19. 2 | 23. 0 | 26. 10 | 30. 8 | 34. 6 | 38. 4 | 42. 2 |
| 47 | 3. 11 | 7. 10 | 11. 9 | 15. 8 | 19. 7 | 23. 6 | 27. 5 | 31. 4 | 35. 3 | 39. 2 | 43. 1 |
| 48 | 4. 0 | 8. 0 | 12. 0 | 16. 0 | 20. 0 | 24. 0 | 28. 0 | 32. 0 | 36. 0 | 40. 0 | 44. 0 |
| 49 | 4. 1 | 8. 2 | 12. 3 | 16. 4 | 20. 5 | 24. 6 | 28. 7 | 32. 8 | 36. 9 | 40. 10 | 44. 11 |
| 50 | 4. 2 | 8. 4 | 12. 6 | 16. 8 | 20. 10 | 25. 0 | 29. 2 | 33. 4 | 37. 6 | 41. 8 | 45. 10 |



Digitized by Google

| Toises | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 51 | 4. 3 | 8. 6 | 12. 9 | 17. 0 | 21. 3 | 25. 6 | 29. 9 | 34. 0 | 38. 3 | 42. 6 | 46. 9 |
| 52 | 4. 4 | 8. 8 | 13. 0 | 17. 4 | 21. 8 | 26. 0 | 30. 4 | 34. 8 | 39. 0 | 43. 4 | 47. 8 |
| 53 | 4. 5 | 8. 10 | 13. 3 | 17. 8 | 22. 1 | 26. 6 | 30. 11 | 35. 4 | 39. 9 | 44. 2 | 48. 7 |
| 54 | 4. 6 | 9. 0 | 13. 6 | 18. 0 | 22. 6 | 27. 0 | 31. 6 | 36. 0 | 40. 6 | 45. 0 | 49. 6 |
| 55 | 4. 7 | 9. 2 | 13. 9 | 18. 4 | 22. 11 | 27. 6 | 32. 1 | 36. 8 | 41. 3 | 45. 10 | 50. 5 |
| 56 | 4. 8 | 9. 4 | 14. 0 | 18. 8 | 23. 4 | 28. 0 | 32. 8 | 37. 4 | 42. 0 | 46. 8 | 51. 4 |
| 57 | 4. 9 | 9. 6 | 14. 3 | 19. 0 | 23. 9 | 28. 6 | 33. 3 | 38. 0 | 42. 9 | 47. 6 | 52. 3 |
| 58 | 4. 10 | 9. 8 | 14. 6 | 19. 4 | 24. 2 | 29. 0 | 33. 10 | 38. 8 | 43. 6 | 48. 4 | 53. 2 |
| 59 | 4. 11 | 9. 10 | 14. 9 | 19. 8 | 24. 7 | 29. 6 | 34. 5 | 39. 4 | 44. 3 | 49. 2 | 54. 1 |
| 60 | 5. 0 | 10. 0 | 15. 0 | 20. 0 | 25. 0 | 30. 0 | 35. 0 | 40. 0 | 45. 0 | 50. 0 | 55. 0 |
| 61 | 5. 1 | 10. 2 | 15. 3 | 20. 4 | 25. 5 | 30. 6 | 35. 7 | 40. 8 | 45. 9 | 50. 10 | 55. 11 |
| 62 | 5. 2 | 10. 4 | 15. 6 | 20. 8 | 25. 10 | 31. 0 | 36. 2 | 41. 4 | 46. 6 | 51. 8 | 56. 10 |
| 63 | 5. 3 | 10. 6 | 15. 9 | 21. 0 | 26. 3 | 31. 6 | 36. 9 | 42. 0 | 47. 3 | 52. 6 | 57. 9 |
| 64 | 5. 4 | 10. 8 | 16. 0 | 21. 4 | 26. 8 | 32. 0 | 37. 4 | 42. 8 | 48. 0 | 53. 4 | 58. 8 |
| 65 | 5. 5 | 10. 10 | 16. 3 | 21. 8 | 27. 1 | 32. 6 | 37. 11 | 43. 4 | 48. 9 | 54. 2 | 59. 7 |
| 66 | 5. 6 | 11. 0 | 16. 6 | 22. 0 | 27. 6 | 33. 0 | 38. 6 | 44. 0 | 49. 6 | 55. 0 | 60. 6 |
| 67 | 5. 7 | 11. 2 | 16. 9 | 22. 4 | 27. 11 | 33. 6 | 39. 1 | 44. 8 | 50. 3 | 55. 10 | 61. 5 |
| 68 | 5. 8 | 11. 4 | 17. 0 | 22. 8 | 28. 4 | 34. 0 | 39. 8 | 45. 4 | 51. 0 | 56. 8 | 62. 4 |
| 69 | 5. 9 | 11. 6 | 17. 3 | 23. 0 | 28. 9 | 34. 6 | 40. 3 | 46. 0 | 51. 9 | 57. 6 | 63. 3 |
| 70 | 5. 10 | 11. 8 | 17. 6 | 23. 4 | 29. 2 | 35. 0 | 40. 10 | 46. 8 | 52. 6 | 58. 4 | 64. 2 |
| 71 | 5. 11 | 11. 10 | 17. 9 | 23. 8 | 29. 7 | 35. 6 | 41. 5 | 47. 4 | 53. 3 | 59. 2 | 65. 1 |
| 72 | 6. 0 | 12. 0 | 18. 0 | 24. 0 | 30. 0 | 36. 0 | 42. 0 | 48. 0 | 54. 0 | 60. 0 | 66. 0 |
| 73 | 6. 1 | 12. 2 | 18. 3 | 24. 4 | 30. 5 | 36. 6 | 42. 7 | 48. 8 | 54. 9 | 60. 10 | 66. 11 |
| 74 | 6. 2 | 12. 4 | 18. 6 | 24. 8 | 30. 10 | 37. 0 | 43. 2 | 49. 4 | 55. 6 | 61. 8 | 67. 10 |
| 75 | 6. 3 | 12. 6 | 18. 9 | 25. 0 | 31. 3 | 37. 6 | 43. 9 | 50. 0 | 56. 3 | 62. 6 | 68. 9 |
| 76 | 6. 4 | 12. 8 | 19. 0 | 25. 4 | 31. 8 | 38. 0 | 44. 4 | 50. 8 | 57. 0 | 63. 4 | 69. 8 |
| 77 | 6. 5 | 12. 10 | 19. 3 | 25. 8 | 32. 1 | 38. 6 | 44. 11 | 51. 4 | 57. 9 | 64. 2 | 70. 7 |
| 78 | 6. 6 | 13. 0 | 19. 6 | 26. 0 | 32. 6 | 39. 0 | 45. 6 | 52. 0 | 58. 6 | 65. 0 | 71. 6 |
| 79 | 6. 7 | 13. 2 | 19. 9 | 26. 4 | 32. 11 | 39. 6 | 46. 1 | 52. 8 | 59. 3 | 65. 10 | 72. 5 |
| 80 | 6. 8 | 13. 4 | 20. 0 | 26. 8 | 33. 4 | 40. 0 | 46. 8 | 53. 4 | 60. 0 | 66. 8 | 73. 4 |
| 81 | 6. 9 | 13. 6 | 20. 3 | 27. 0 | 33. 9 | 40. 6 | 47. 3 | 54. 0 | 60. 9 | 67. 6 | 74. 3 |
| 82 | 6. 10 | 13. 8 | 20. 6 | 27. 4 | 34. 2 | 41. 0 | 47. 10 | 54. 8 | 61. 6 | 68. 4 | 75. 2 |
| 83 | 6. 11 | 13. 10 | 20. 9 | 27. 8 | 34. 7 | 41. 6 | 48. 5 | 55. 4 | 62. 3 | 69. 2 | 76. 1 |
| 84 | 7. 0 | 14. 0 | 21. 0 | 28. 0 | 35. 0 | 42. 0 | 49. 0 | 56. 0 | 63. 0 | 70. 0 | 77. 0 |
| 85 | 7. 1 | 14. 2 | 21. 3 | 28. 4 | 35. 5 | 42. 6 | 49. 7 | 56. 8 | 63. 9 | 70. 10 | 77. 11 |
| 86 | 7. 2 | 14. 4 | 21. 6 | 28. 8 | 35. 10 | 43. 0 | 50. 2 | 57. 4 | 64. 6 | 71. 8 | 78. 10 |
| 87 | 7. 3 | 14. 6 | 21. 9 | 29. 0 | 36. 3 | 43. 6 | 50. 9 | 58. 0 | 65. 3 | 72. 6 | 79. 9 |
| 88 | 7. 4 | 14. 8 | 22. 0 | 29. 4 | 36. 8 | 44. 0 | 51. 4 | 58. 8 | 66. 0 | 73. 4 | 80. 8 |
| 89 | 7. 5 | 14. 10 | 22. 3 | 29. 8 | 37. 1 | 44. 6 | 51. 11 | 59. 4 | 66. 9 | 74. 2 | 81. 7 |
| 90 | 7. 6 | 15. 0 | 22. 6 | 30. 0 | 37. 6 | 45. 0 | 52. 6 | 60. 0 | 67. 6 | 75. 0 | 82. 6 |
| 91 | 7. 7 | 15. 2 | 22. 9 | 30. 4 | 37. 11 | 45. 6 | 53. 1 | 60. 8 | 68. 3 | 75. 10 | 83. 5 |
| 92 | 7. 8 | 15. 4 | 23. 0 | 30. 8 | 38. 4 | 46. 0 | 53. 8 | 61. 4 | 69. 0 | 76. 8 | 84. 4 |
| 93 | 7. 9 | 15. 6 | 23. 3 | 31. 0 | 38. 9 | 46. 6 | 54. 3 | 62. 0 | 69. 9 | 77. 6 | 85. 3 |
| 94 | 7. 10 | 15. 8 | 23. 6 | 31. 4 | 39. 2 | 47. 0 | 54. 10 | 62. 8 | 70. 6 | 78. 4 | 86. 2 |
| 95 | 7. 11 | 15. 10 | 23. 9 | 31. 8 | 39. 7 | 47. 6 | 55. 5 | 63. 4 | 71. 3 | 79. 2 | 87. 1 |
| 96 | 8. 0 | 16. 0 | 24. 0 | 32. 0 | 40. 0 | 48. 0 | 56. 0 | 64. 0 | 72. 0 | 80. 0 | 88. 0 |
| 97 | 8. 1 | 16. 2 | 24. 3 | 32. 4 | 40. 5 | 48. 6 | 56. 7 | 64. 8 | 72. 9 | 80. 10 | 88. 11 |
| 98 | 8. 2 | 16. 4 | 24. 6 | 32. 8 | 40. 10 | 49. 0 | 57. 2 | 65. 4 | 73. 6 | 81. 8 | 89. 10 |
| 99 | 8. 3 | 16. 6 | 24. 9 | 33. 0 | 41. 3 | 49. 6 | 57. 9 | 66. 0 | 74. 3 | 82. 6 | 90. 9 |
| 100 | 8. 4 | 16. 8 | 25. 0 | 33. 4 | 41. 8 | 50. 0 | 58. 4 | 66. 8 | 75. 0 | 83. 4 | 91. 8 |



Digitized by Google

## QUATRIEME METHODE
## ET PROBLEME GENERAL.

9. *Pour multiplier & pour diviſer des toiſes pieds pouces & lignes par toiſes pieds pouces & lignes.*

b. 55. 9. On réduira de part & d'autre les pieds les pouces & les lignes aux [b] fractions décimales de la toiſe. Et on obſervera enſuitte les régles ordinaires de la multiplication & de la diviſion. Et cette méthode ſervira de la même ſorte, lorſqu'il faudra multiplier ou diviſer des toiſes pieds pouces & lignes, ou des livres ſoûs & deniers par livres ſoûs & deniers. Tout ceci pourra s'éclaircir & ſe fixer par divers éxemples.

### PREMIER EXEMPLE.

Pour multiplier 24 toiſes 4 pieds 6 pouces par 9 toiſes 5 pieds 9 pouces. Les 4 pieds d'une part ſont $\frac{4}{6}$ ou $\frac{2}{3}$ de la toiſe, & les 6 pouces ſont $\frac{6}{12}$ ou $\frac{1}{2}$ du pied ou du 6[e] de la toiſe, c'eſt-à-dire $\frac{1}{12}$ de la toiſe. Et ajoûtant $\frac{1}{12}$ à $\frac{2}{3}$, on aura la fraction $\frac{3}{4}$, & on la changera dans la fraction décimale $\frac{75}{100}$, laquelle étant ajoûtée aux 24 toiſes donne $\frac{2475}{100}$. Et de l'autre part, les 5 pieds ſont $\frac{5}{6}$ de la toiſe, & les 9 pouces ſont $\frac{9}{12}$ ou $\frac{3}{4}$ du pied ou du 6[e] de la toiſe, c'eſt-à-dire $\frac{1}{8}$. Si on change donc les $\frac{5}{6}$ dans une fraction décimale approchée $\frac{833}{1000}$, & l'autre $\frac{1}{8}$ dans la décimale $\frac{125}{1000}$; ces deux décimales feront enſemble $\frac{958}{1000}$. Et ſi on y ajoûte les 9 toiſes; on aura $\frac{9958}{1000}$. Et ſon produit par $\frac{2475}{100}$ donnera $\frac{24646050}{100000}$, c'eſt-à-dire 246 toiſes & $\frac{4605}{10000}$. De ſorte que ſi les toiſes ſont quarrées; la fraction décimale vaudra 36 fois $\frac{4605}{10000}$ ou $\frac{16578}{1000}$, c'eſt-à-dire environ 17 pieds quarrez. Et ſi les toiſes étoient cubiques; elle vaudroit 216 fois $\frac{4605}{10000}$ ou $\frac{99468}{1000}$, c'eſt-à-dire un peu plus de 99 ou preſque 100 pouces cubiques, pour faire un conte rond.

*Multiplier* 24 *toiſes* 4 *pieds* 6 *pouces* ☉ 24|7 5
*par* 9 *toiſes* 5 *pieds* 9 *pouces* ☉ 9|9 5 8
*Produit* 246|460 50.

### SECOND EXEMPLE.

Pour multiplier 16 toiſes 4 pieds 6 pouces par 49 livres 17 ſoûs 9 deniers. On réduira d'une part 4 pieds 6 pouces à la fraction décimale

Digitized by Google

$\frac{75}{100}$, & de l'autre part 17 ſoûs ou $\frac{17}{20}$ d'une livre à la fraction décimale $\frac{85}{100}$, & 9 deniers ou $\frac{9}{12}$ ou $\frac{3}{4}$ d'un ſoû, c'eſt-à-dire $\frac{3}{4}$ du 20$^{e}$ ou $\frac{3}{80}$ de la livre à la fraction décimale $\frac{375}{10000}$. De ſorte qu'ajoûtant d'une part 16 à $\frac{75}{100}$, & de l'autre 49 aux deux fractions enſemble $\frac{85}{100}$ & $\frac{375}{10000}$ ou à leur ſomme $\frac{8875}{10000}$, on trouvera $\frac{1675}{100}$ & $\frac{498875}{10000}$; & leur produit $\frac{835615625}{1000000}$ vaudra 835 livres & $\frac{6}{10}$ ou 12 ſoûs plus 12 fois 20 fois ou 240 fois $\frac{15625}{1000000}$ d'un denier, c'eſt-à-dire $\frac{375}{100}$ ou 4 deniers moins $\frac{1}{4}$. Les dénominateurs des fractions décimales que je mets ici ne ſont point néceſſaires; & je ne m'en ſers que pour préſenter à l'œil & à l'imagination les preuves ſenſibles & naturelles des régles. On abbrége ſouvent l'application même des régles par le moyen des aliquotes. On peut voir toutes les maniéres aiſées que Monſieur De la Londe propoſe, & dont il ſe ſert avec beaucoup d'adreſſe dans ſon *Arithmétique de l'Ingénieur François.*

*Multiplier* 16 *toiſes* 4 *pieds* 6 *pouces* ✕ 16|75
*par* 49 *livres* 17 *ſoûs* 9 *den.* ✕ 49|8875
*Produit* 835|61562 5.

### Troisieme exemple.

Si une perſonne avec 25 livres fait un gain de 17 livres 18 ſoûs 6 deniers; quel gain doit faire à proportion un de ſes aſſociez avec 115 livres 10 ſoûs 3 deniers? Pour réſoûdre la queſtion, on réduira d'une part les 18 ſoûs à la fraction décimale $\frac{9}{10}$, & les 6 deniers ou $\frac{1}{2}$ du 20$^{e}$ ou $\frac{1}{40}$ de la livre à la fraction décimale $\frac{25}{1000}$; de ſorte que 17 livres 18 ſoûs 6 deniers vaudront $\frac{17925}{1000}$ de la livre. Et de l'autre part on réduira 10 ſoûs ou $\frac{1}{2}$ de la livre à la fraction décimale $\frac{50}{100}$, & 3 deniers ou $\frac{1}{4}$ du ſoû ou du 20$^{e}$ de la livre, c'eſt-à-dire $\frac{1}{80}$ à la fraction décimale $\frac{125}{10000}$. Et ainſi les 115 livres 10 ſoûs 3 deniers vaudront $\frac{1155125}{10000}$. Si donc on diviſe cette même valeur par les 25 livres, & qu'on multiplie l'expoſant $\frac{46205}{10000}$ par la valeur précédente $\frac{17925}{1000}$; le produit $\frac{828224625}{10000000}$ vaudra 82 livres & $\frac{8}{10}$ ou 16 ſoûs, & un peu plus de $\frac{2}{100}$, qui étant pris 240 fois donneront $\frac{480}{100}$ d'un denier, c'eſt-à-dire environ 5 deniers.

25 *livres.* 17 *livres* 18 *ſoûs* 6 *deniers* :: 115 *livres* 10 *ſoûs* 3 *deniers.* ?
25 *livres.* 17|925 :: 115|5125 82|8224625.

QUATRIEME EXEMPLE.

Pour diviſer 457 toiſes 5 pieds de 6 à la toiſe 3 pouces 9 lignes par 81 toiſes 5 pieds 9 pouces. On réduira d'une part les 5 pieds ou $\frac{5}{6}$ de la toiſe à la fraction décimale $\frac{83334}{100000}$, & les 3 pouces ou $\frac{1}{4}$ du 6$^e$ ou $\frac{1}{24}$ à la fraction $\frac{4166}{100000}$, & les 9 lignes ou $\frac{3}{4}$ du pouce ou du 12$^e$ du pied ou du 12$^e$ du 6$^e$ de la toiſe, c'eſt-à-dire $\frac{1}{96}$ de la toiſe à la fraction $\frac{1041}{100000}$. De ſorte que les 457 toiſes 5 pieds 3 pouces 9 lignes vaudront $\frac{45788541}{100000}$. Et de l'autre part on réduira encore les 5 pieds à la fraction $\frac{833}{1000}$, & 9 pouces ou $\frac{3}{4}$ du pied ou du 6$^e$ de la toiſe, c'eſt-à-dire $\frac{1}{8}$ de la toiſe à la fraction $\frac{125}{1000}$. Et alors les 81 toiſes 5 pieds 9 pouces vaudront $\frac{81958}{1000}$. Si donc on diviſe $\frac{45788541}{100000}$ par $\frac{81958}{1000}$; l'expoſant $\frac{558}{100}$ vaudra 5 toiſes & $\frac{5}{10}$ ou $\frac{1}{2}$, c'eſt-à-dire 3 pieds de 6 pieds à la toiſe, & $\frac{8}{100}$ d'une toiſe ou 6 fois $\frac{8}{100}$ du pied, ou 72 fois $\frac{8}{100}$ du pouce, ce qui vaut $\frac{576}{100}$ ou un peu moins de 6 pouces.

*Diviſer* 457 *toiſes* 5 *pieds* 3 *pouces* 9 *lignes* ∞ 4 5 7 8 8 5 4 1 { 45788541 / 81958 ∞ 5 5 8 *expoſant.*
*par* 81 *toiſes* 5 *pieds* 9 *pouces* 0 *lignes* ∞ 8 1 9 5 8.

CINQUIEME EXEMPLE.

Si 1 toiſe 4 pieds 3 pouces reviennent à 28 livres, à combien reviendront 81 toiſes 5 pieds 9 pouces? Pour réſoudre la queſtion, on réduira 4 pieds ou $\frac{2}{3}$ de la toiſe à la fraction décimale $\frac{666}{1000}$, & 3 pouces à la décimale $\frac{42}{1000}$, & on ajoûtera $\frac{1}{1000}$, à cauſe des reſtes qui en valent $\frac{4}{3}$. De ſorte que la grandeur 1 toiſe 4 pieds 3 pouces ſera réduitte à cette expreſſion $\frac{1708}{1000}$. Et les 81 toiſes 5 pieds 9 pouces ſeront réduittes de la même ſorte à l'expreſſion $\frac{81958}{1000}$. Les trois premiers termes d'une proportion droitte ſeront donc $\frac{1708}{1000}$. 28 :: $\frac{81958}{1000}$. ? Et par conſéquent on aura le quatriéme, en multipliant le ſecond par le troiſiéme, & diviſant enſuitte le produit par le premier; ou plûtôt afin d'abbréger, en diviſant le ſecond 28 par le premier $\frac{1708}{1000}$, & multipliant l'expoſant $\frac{1000}{61}$ par le troiſiéme $\frac{81958}{1000}$; ce qui eſt facile, en diviſant ſimplement 81958 par 61. Et le quatriéme terme $1343\frac{35}{61}$ vaudra 1343 livres 11 ſoûs & preſque 10 deniers. Cette méthode n'eſt pas ſi éxacte que celle des fractions, quoiqu'elle ſoit plus facile en

Digitized by Google

plusieurs rencontres. Car par les fractions 1 toise 4 pieds 3 pouces valent $1\frac{17}{24}$ ou $\frac{41}{24}$ d'une toise. Et 81 toises 5 pieds 9 pouces valent $81\frac{23}{24}$ ou $\frac{1967}{24}$. De sorte que les trois premiers termes de la proportion droitte seront $\frac{41}{24}$. $28 :: \frac{1967}{24}$. ? Et le quatriéme $1343\frac{11}{41}$ vaut seulement 1343 livres 6 soûs & un peu plus de 4 deniers.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 *toise* 4 *pieds* 3 *pouces.* | 28 *livres* | :: | 81 *toises* 5 *pieds* 9 *pouces.* | ? |
| 1\|708. | 28 | :: | 81\|958. | $1343\frac{55}{61}$. |

### Sixieme exemple.

Si 4 livres 13 soûs 7 deniers sont la redevance annuelle de 196 livres 3 soûs 1 denier ; de combien est-ce sur le même pied que 89 livres 10 soûs 5 deniers seront la redevance ? Pour résoudre la question, on réduira la premiére somme à la dénomination décimale $\frac{4629}{1000}$, & la seconde à la décimale $\frac{19615416}{100000}$, & la troisiéme à la décimale $\frac{8952}{100}$. Aprés cela on divisera le second terme $\frac{19615416}{100000}$ par le premier $\frac{4629}{1000}$, & on multipliera l'exposant $\frac{4237}{100}$ par le troisiéme $\frac{8952}{100}$ ; & le produit $\frac{37929624}{10000}$ qui résoût la question, vaudra 3792 livres $\frac{9}{10}$ ou 18 soûs & $\frac{6}{100}$ ou un peu plus d'un soû. De sorte que la seconde redevance viendra de la somme de 3792 livres 19 soûs 2 deniers.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 4 *livres* 19 *soûs* 7 *deniers.* | 196 *livres* 3 *soûs* 1 *denier* | :: | 89 *livres* 10 *soûs* 5 *deniers.* | ? |
| 4\|629. | 196\|15416 | :: | 89\|52. | 3792\|9624. |

## PREMIERE TABLE

*propre à réduire les pieds ou 6es de toise les pouces & les lignes aux fractions décimales de la toise.*

| Pouces | Pieds. 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | Lignes | Fractions |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0.00000 | 0.16666 | 0.33333 | 0.50000 | 0.66666 | 0.83333 | 0 | 0.00000 |
| 1 | 0.01388 | 0.18055 | 0.34722 | 0.51388 | 0.68055 | 0.84722 | 1 | 0.00115 |
| 2 | 0.02777 | 0.19444 | 0.36111 | 0.52777 | 0.69444 | 0.86111 | 2 | 0.00231 |
| 3 | 0.04166 | 0.20833 | 0.37500 | 0.54166 | 0.70833 | 0.87500 | 3 | 0.00347 |
| 4 | 0.05555 | 0.22222 | 0.38888 | 0.55555 | 0.72222 | 0.88888 | 4 | 0.00462 |
| 5 | 0.06944 | 0.23611 | 0.40277 | 0.56944 | 0.73611 | 0.90277 | 5 | 0.00578 |
| 6 | 0.08333 | 0.25000 | 0.41666 | 0.58333 | 0.75000 | 0.91666 | 6 | 0.00694 |
| 7 | 0.09722 | 0.26388 | 0.43055 | 0.59722 | 0.76388 | 0.93055 | 7 | 0.00810 |
| 8 | 0.11111 | 0.27777 | 0.44444 | 0.61111 | 0.77777 | 0.94444 | 8 | 0.00925 |
| 9 | 0.12500 | 0.29166 | 0.45833 | 0.62500 | 0.79166 | 0.95833 | 9 | 0.01041 |
| 10 | 0.13888 | 0.30555 | 0.47222 | 0.63888 | 0.80555 | 0.97222 | 10 | 0.01157 |
| 11 | 0.15277 | 0.31944 | 0.48611 | 0.65277 | 0.81944 | 0.98611 | 11 | 0.01273 |



Digitized by Google

## SECONDE TABLE

*propre à réduire les pouces & les lignes aux fractions décimales du pied.*

| Lignes. | Pouces. 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0.00000 | 0.08333 | 0.16666 | 0.25000 | 0.33333 | 0.41666 |
| 1 | 0.00694 | 0.09027 | 0.17361 | 0.25694 | 0.34027 | 0.42361 |
| 2 | 0.01388 | 0.09722 | 0.18055 | 0.26388 | 0.34722 | 0.43055 |
| 3 | 0.02083 | 0.10416 | 0.18750 | 0.27083 | 0.35416 | 0.43750 |
| 4 | 0.02777 | 0.11111 | 0.19444 | 0.27777 | 0.36111 | 0.44444 |
| 5 | 0.03472 | 0.11805 | 0.20138 | 0.28472 | 0.36805 | 0.45138 |
| 6 | 0.04166 | 0.12500 | 0.20833 | 0.29166 | 0.37500 | 0.45833 |
| 7 | 0.04861 | 0.13194 | 0.21527 | 0.29861 | 0.38194 | 0.46527 |
| 8 | 0.05555 | 0.13888 | 0.22222 | 0.30555 | 0.38888 | 0.47222 |
| 9 | 0.06250 | 0.14583 | 0.22916 | 0.31250 | 0.39583 | 0.47916 |
| 10 | 0.06944 | 0.15277 | 0.23611 | 0.31944 | 0.40277 | 0.48611 |
| 11 | 0.07638 | 0.15972 | 0.24305 | 0.32638 | 0.40972 | 0.49305 |

## TROISIEME TABLE

*propre à réduire les ſoûs & les deniers aux fractions décimales de la livre.*

| Soûs | Deniers. 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0.00000 | 0.00416 | 0.00833 | 0.01250 | 0.01666 | 0.02083 |
| 1 | 0.05000 | 0.05416 | 0.05833 | 0.06250 | 0.06666 | 0.07083 |
| 2 | 0.10000 | 0.10416 | 0.10833 | 0.11250 | 0.11666 | 0.12083 |
| 3 | 0.15000 | 0.15416 | 0.15833 | 0.16250 | 0.16666 | 0.17083 |
| 4 | 0.20000 | 0.20416 | 0.20833 | 0.21250 | 0.21666 | 0.22083 |
| 5 | 0.25000 | 0.25416 | 0.25833 | 0.26250 | 0.26666 | 0.27083 |
| 6 | 0.30000 | 0.30416 | 0.30833 | 0.31250 | 0.31666 | 0.32083 |
| 7 | 0.35000 | 0.35416 | 0.35833 | 0.36250 | 0.36666 | 0.37083 |
| 8 | 0.40000 | 0.40416 | 0.40833 | 0.41250 | 0.41666 | 0.42083 |
| 9 | 0.45000 | 0.45416 | 0.45833 | 0.46250 | 0.46666 | 0.47083 |
| 10 | 0.50000 | 0.50416 | 0.50833 | 0.51250 | 0.51666 | 0.52083 |
| 11 | 0.55000 | 0.55416 | 0.55833 | 0.56250 | 0.56666 | 0.57083 |
| 12 | 0.60000 | 0.60416 | 0.60833 | 0.61250 | 0.61666 | 0.62083 |
| 13 | 0.65000 | 0.65416 | 0.65833 | 0.66250 | 0.66666 | 0.67083 |
| 14 | 0.70000 | 0.70416 | 0.70833 | 0.71250 | 0.71666 | 0.72083 |
| 15 | 0.75000 | 0.75416 | 0.75833 | 0.76250 | 0.76666 | 0.77083 |
| 16 | 0.80000 | 0.80416 | 0.80833 | 0.81250 | 0.81666 | 0.82083 |
| 17 | 0.85000 | 0.85416 | 0.85833 | 0.86250 | 0.86666 | 0.87083 |
| 18 | 0.90000 | 0.90416 | 0.90833 | 0.91250 | 0.91666 | 0.92083 |
| 19 | 0.95000 | 0.95416 | 0.95833 | 0.96250 | 0.96666 | 0.97083 |

Digitized by Google

## SECONDE TABLE

*propre à réduire les pouces & les lignes aux fractions décimales du pied.*

| Lignes | Pouces. 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0.50000 | 0.58333 | 0.66666 | 0.75000 | 0.83333 | 0.91666 |
| 1 | 0.50694 | 0.59027 | 0.67361 | 0.75694 | 0.84027 | 0.92361 |
| 2 | 0.51388 | 0.59722 | 0.68055 | 0.76388 | 0.84722 | 0.93055 |
| 3 | 0.52083 | 0.60416 | 0.68750 | 0.77083 | 0.85416 | 0.93750 |
| 4 | 0.52777 | 0.61111 | 0.69444 | 0.77777 | 0.86111 | 0.94444 |
| 5 | 0.53472 | 0.61805 | 0.70138 | 0.78472 | 0.86805 | 0.95138 |
| 6 | 0.54166 | 0.62500 | 0.70833 | 0.79166 | 0.87500 | 0.95833 |
| 7 | 0.54861 | 0.63194 | 0.71527 | 0.79861 | 0.88194 | 0.96527 |
| 8 | 0.55555 | 0.63888 | 0.72222 | 0.80555 | 0.88888 | 0.97222 |
| 9 | 0.56250 | 0.64583 | 0.72916 | 0.81250 | 0.89583 | 0.97916 |
| 10 | 0.56944 | 0.65277 | 0.73611 | 0.81944 | 0.90277 | 0.98611 |
| 11 | 0.57638 | 0.65972 | 0.74305 | 0.82638 | 0.90972 | 0.99305 |

## TROISIEME TABLE

*propre à réduire les sous & les deniers aux fractions décimales de la livre.*

| Sous | Deniers 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0.02500 | 0.02916 | 0.03333 | 0.03750 | 0.04166 | 0.04583 |
| 1 | 0.07500 | 0.07916 | 0.08333 | 0.08750 | 0.09166 | 0.09583 |
| 2 | 0.12500 | 0.12916 | 0.13333 | 0.13750 | 0.14166 | 0.14583 |
| 3 | 0.17500 | 0.17916 | 0.18333 | 0.18750 | 0.19166 | 0.19583 |
| 4 | 0.22500 | 0.22916 | 0.23333 | 0.23750 | 0.24166 | 0.24583 |
| 5 | 0.27500 | 0.27916 | 0.28333 | 0.28750 | 0.29166 | 0.29583 |
| 6 | 0.32500 | 0.32916 | 0.33333 | 0.33750 | 0.34166 | 0.34583 |
| 7 | 0.37500 | 0.37916 | 0.38333 | 0.38750 | 0.39166 | 0.39583 |
| 8 | 0.42500 | 0.42916 | 0.43333 | 0.43750 | 0.44166 | 0.44583 |
| 9 | 0.47500 | 0.47916 | 0.48333 | 0.48750 | 0.49166 | 0.49583 |
| 10 | 0.52500 | 0.52916 | 0.53333 | 0.53750 | 0.54166 | 0.54583 |
| 11 | 0.57500 | 0.57916 | 0.58333 | 0.58750 | 0.59166 | 0.59583 |
| 12 | 0.62500 | 0.62916 | 0.63333 | 0.63750 | 0.64166 | 0.64583 |
| 13 | 0.67500 | 0.67916 | 0.68333 | 0.68750 | 0.69166 | 0.69583 |
| 14 | 0.72500 | 0.72916 | 0.73333 | 0.73750 | 0.74166 | 0.74583 |
| 15 | 0.77500 | 0.77916 | 0.78333 | 0.78750 | 0.79166 | 0.79583 |
| 16 | 0.82500 | 0.82916 | 0.83333 | 0.83750 | 0.84166 | 0.84583 |
| 17 | 0.87500 | 0.87916 | 0.88333 | 0.88750 | 0.89166 | 0.89583 |
| 18 | 0.92500 | 0.92916 | 0.93333 | 0.93750 | 0.94166 | 0.94583 |
| 19 | 0.97500 | 0.97916 | 0.98333 | 0.98750 | 0.99166 | 0.99583 |

Digitized by Google

## METHODE PLUS EXACTE POUR LES DIVISIONS DU TOISE'.

10. *POur diviſer des toiſes pieds pouces lignes & points par toiſes pieds pouces lignes & points, en ſuppoſant toûjours les pieds des ſix à la toiſe.*

On doublera de part & d'autre les pieds les pouces les lignes & les points, & on diſpoſera d'abord comme à l'ordinaire les eſpèces par leſquelles on diviſe ſous celles que l'on veut diviſer. Enſuitte on conſidérera combien de fois les toiſes ſont dans les toiſes, & on écrira ſous les diverſes eſpèces un produit du diviſeur entier par l'expoſant qu'on aura découvert, & on ôtera toutes les eſpèces du produit de celles qu'on diviſe.

On avancera enſuitte toutes les eſpèces du diviſeur d'un rang vers la droitte ſous les eſpèces qu'on diviſe, ou ſous celles du reſte qui leur répondent, & on réitérera la diviſion comme auparavant. Et on aura ſoin de parcourir tous les rangs de la même ſorte, à peu prés comme dans les diviſions ordinaires, ou comme dans les diviſions des grandeurs complêxes. Et à la fin la ſomme entiére des divers expoſans qu'on aura ſucceſſivement découverts réſoûdra la queſtion. Les éxemples éclairciront & fixeront ces régles.

### PREMIER EXEMPLE.

Pour diviſer 457 toiſes 5 pieds 3 pouces 9 lignes par 81 toiſes 5 pieds 9 pouces. J'écris d'une part 457 toiſes 10 demi-pieds 7 demi-pouces 6 demies-lignes, & de l'autre 81 toiſes 11 demi-pieds 6 demi-pouces. Je diviſe enſuitte 457 toiſes par 81 toiſes. Et je multiplie l'expoſant 5 par 81 toiſes 11 demi-pieds 6 demi-pouces, ce qui donne un produit de 409 toiſes 9 demi-pieds 6 demi-pouces, que j'ôte des 457 toiſes 10 demi-pieds 7 demi-pouces 6 demies-lignes. Et il reſte 48 toiſes 1 demi-pied 1 demi-pouce & 6 demies-lignes, ſous qui j'avance le diviſeur d'un rang vers la droit-

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| + 457 *toiſes* 10 *demi-pieds* 7 *demi-pouces* 6 *demies-lignes* | | | | | | |
| *81 toiſes 11 demi-pieds 6 demi-pouces* | | | | | | |
| — 409 | 9 | 6 | 0 | | | |
| + 48 | 1 | 1 | 6 | | | |
| *Diviſeur 81* | | *11* | *6* | | | |
| — 573 | | 8 | 6 | | | |
| + 3 | | 5 | 0 | 0 | 0 | |
| | *Diviſeur 81* | | *11* | *6* | | |
| | | *Diviſeur 81* | | *11* | *6* | |
| | | | — 491 | 9 | 0 | |
| | | *Dernier reſte* | + 0 | 3 | 0 | |

*Expoſant* { 5 *toiſes* 7 *demi-pieds* 0 *demi-pouce* 6 *demies-lignes*
*Ou* 5 *toiſes* 3 *pieds* 6 *pouces* 3 *lignes*

te.

te. Et je dis : 48 toises ou 12 fois 48 demi-pieds font 576, auſquels ajoûtant 1 qui ſe trouve au rang des demi-pieds, la ſomme eſt 577, que je diviſe par 81, & je multiplie l'expoſant approché 7 par le diviſeur 81 toiſes 11 demi-pieds 6 demi-pouces ; & je diſpoſe le produit 573 demi-pieds 8 demi-pouces 6 demies-lignes ſous le reſte, dont je le dois encore retrancher, ce qui laiſſe un nouveau reſte de 3 demi-pieds & 5 demi-pouces ou de 492 demies-lignes, qui fourniront encore par la diviſion un expoſant de 6 demies-lignes ; &c.

### Second exemple.

Pour diviſer 81 toiſes 5 pieds 9 pouces par 1 toiſe 4 pieds 3 pouces. J'écris d'une part 81 toiſes 11 demi-pieds 6 demi-pouces, & de l'autre 1 toiſe 8 demi-pieds 6 demi-pouces, & pour une plus grande commodité je marque les demi-pieds ou les $12^{es}$ de la toiſe par le caractére ', & les demi-pouces ou les $144^{es}$ de la toiſe par le caractére '', & les demies-lignes par le caractére ''', & ainſi du reſte juſques où l'on voudra, comme ſi c'étoient des fractions aſtronomiques, me ſouvenant néanmoins toûjours que chaque unité d'un rang en vaut 12 au plus proche à droitte, ou que 12 d'un rang valent ſeulement 1 au plus proche à gauche.

Les grandeurs étant donc ainſi écrites & diſpoſées ſelon leurs rangs les unes ſous les autres, je diviſe 81 toiſes par 1 toiſe. Mais parceque l'expoſant 81 eſt trop grand de beaucoup, & qu'il y auroit trop de peine à tenter juſques où on doit deſcendre ; pour en juger aiſément tout d'un coup, je jette les yeux ſur 8' qui valent $\frac{8}{12}$ ou $\frac{2}{3}$ de la toiſe, & j'ajoûte 1 ou $\frac{3}{3}$ à $\frac{2}{3}$, ce qui donne $\frac{5}{3}$ par qui je diviſe les 81 toiſes. D'où je tire un expoſant approché 48. C'eſt pourquoi je multiplie tout le diviſeur 1 toiſe 8' 6'' par 48 toiſes, & comme le produit vaut au juſte 82 toiſes qui ne ſurpaſſent les 81 toiſes 11' 6'' que des 6'', je reconnois déja que 48 toiſes peuvent être un expoſant aſſez juſte de la diviſion.

*Diviſer* 81 *toiſes* 11' 6'' } *Expoſant approché*
*par* 1 *toiſe* 8' 6'' } 48 *toiſes*
+ 82 *toiſes* 0' 0'' } 48 *fois* 1 *toiſe* 8' 6''
— 81 *toiſes* 11' 6''
*Reſte* 0 *toiſe* 0' 6''

Mais afin d'en approcher encore de plus prés, je prens ſeulement 47 toiſes pour premier expoſant, & je multiplie le diviſeur par 47 toiſes, & je retranche le produit 80 toiſes 3' 6'' des 81 toiſes 11' 6'', ce qui laiſſe pour reſte 1 toiſe 8' 0''. *Voyez la page ſuivante.*

J'avance donc alors le diviſeur d'un rang vers la droitte, & je dis : 1 toiſe 8' valent 20'' que je diviſe par $\frac{5}{3}$, pour deſcendre d'abord, comme dans l'opération précédente, juſques où il eſt à peu prés néceſſaire. Et parceque l'expoſant eſt 12' qui vaut 1 toiſe, je prens ſeulement 11', & je multiplie le diviſeur par ce même expoſant 11', & je retranche le produit 18' 9'' 6''' du reſte 1 toiſe 8', ce qui laiſſe encore pour reſte 1' 2'' 6'''.

J'avance donc de nouveau le diviſeur d'un rang, & je dis : 1' 2'' va-



Digitized by Google

lent $14''$ que je diviſe auſſi par $\frac{5}{3}$ comme aux deux opérations précédentes, & pour de ſemblables raiſons. J'écris l'expoſant approché $8''$ au demi-cercle, & je le multiplie par le diviſeur, & j'ôte le produit $13''\,8'''$ du reſte $1'\,2''\,6'''$, ce qui laiſſe un nouveau reſte de $10''''$.

J'avance donc le diviſeur d'un rang, & je diviſe $10''''$ par $\frac{5}{3}$ comme auparavant; l'expoſant eſt $6'''$; mais ſon produit par le diviſeur 1 toiſe $8'\,6''$ eſt $10'''\,3^{IV}$ qui ſurpaſſe le reſte $10''''$. De ſorte que l'expoſant $6'''$ eſt trop grand, ce qui m'engage à n'écrire au demi-cercle que $5'''$. Je multiplie alors le diviſeur par l'expoſant $5'''$, & j'ôte le produit $8''' \; 6^{IV} \; 6^{V}$ du reſte $10''''$, ce qui laiſſe encore pour reſte $1''' \; 5^{IV} \; 6^{V}$.

J'avance donc encore le diviſeur d'un rang, & je dis : $1''' \; 5^{IV}$ valent $17^{IV}$ que je diviſe par $\frac{5}{3}$, & je multiplie l'expoſant approché $10^{IV}$ par le diviſeur, & j'ôte le produit $17^{IV} \; 1^{V}$ du reſte $1''' \; 5^{IV} \; 6^{V}$, ce qui laiſſe un nouveau reſte de $5^{V}$. Et on peut continuer l'opération juſques où l'on voudra.

| | | | |
|---|---|---|---|
| *Diviſer* — 81 *toiſes* 11′ | 6″ | | |
| *par* 2 *toiſe* 8′ | 6″ | *Expoſant approché* | |
| — 80 *toiſes* 3′ | 6″ | 47 *toiſes* 11′ 8″ 5‴ $10^{IV}$ | |
| | | *ou* | |
| 1er *reſte* — 1 *toiſe* 8′ | 0″ | 0‴ 47 *toiſes* 5 *pieds* 10 *pouces* | |
| *Diviſeur* 2 *toiſe* 8′ | 6″ | 2 *lignes* 11 *points.* | |
| — 18′ | 9″ | 6‴ | |
| 2d *reſte* — 1′ | 2″ | 6‴ $0^{IV}$ | |
| *Diviſeur* 2 *toiſe* 8′ | | 6″ | |
| — 13″ | | 8‴ $0^{IV}$ | |
| 3e *reſte* — 10‴ | | $0^{IV}$ $0^{V}$ | |
| *Diviſeur* 2 *toiſe* 8′ | | 6″ | |
| *Produit trop grand* — 26‴ | | $3^{IV}$ $6^{V}$ | |
| — 8‴ | | $6^{IV}$ $6^{V}$ | |
| 4e *reſte* — 1‴ | | $5^{IV}$ $6^{V}$ | $0^{VI}$ |
| | | 2 *toiſe* 8′ | 6″ |
| | | $17^{IV}$ $1^{V}$ | $0^{VI}$ |
| | | 5e *reſte* — $5^{V}$ | $0^{VI}$ &c. |

TROISIEME EXEMPLE.

Pour tirer la racine quarrée d'un plan de 62 toiſes $4'\,1''\,6'''\,9^{IV}$. On pourra multiplier $6'''$ par 12, & $1''$ par 144, & $4'$ par 1728, & 62 toiſes par 20736, & aprés avoir raſſemblé tous les divers produits avec $9^{IV}$, on cherchera la racine quarrée de la ſomme entiére, & on réduira enſuitte cette même racine aux eſpéces ordinaires. Ou s'il eſt plus commode, on la pourra tirer en cette ſorte.

On dira : le plus grand quarré renfermé dans 62 toiſes, eſt 49 toiſes, & ſa racine vaut 7 toiſes, qu'on doit écrire au demi-cercle. On ôtera enſuitte 49 de 62, ce qui laiſſera un reſte de 13 toiſes. On diviſera enſuitte

Digitized by Google

13 toiſes 4′ ou 160′ par le double des 7 toiſes ou par 14 toiſes, & l'expoſant 11′ ſera multiplié par 14 toiſes, & par 11′: & parceque le produit 154′ 121″ ou 164′ 1″ ſurpaſſe 160′, on ſçaura que l'expoſant 11′ eſt trop grand. On prendra donc 10′ pour expoſant, & l'ayant multiplié par 14 toiſes 10′, on ôtera le produit 140′ 100″ de 13 toiſes 4′ 1″ ou de 160′ 1″, ce qui donnera pour reſte 11′ 9″. Et on écrira l'expoſant 10′ au demi-cercle. On doublera enſuitte 7 toiſes 10′ qui ſont au demi-cercle, & on diviſera par 15 toiſes 8′ le reſte 11′ 9″ 6‴, ou ſimplement 11′ 9″ ou 141″ par 15 toiſes, ce qui donnera un expoſant de 9″. On multipliera donc le diviſeur 15 toiſes 8′ & l'expoſant 9″ par le même expoſant 9″, & on ôtera les produits 11′ 9″ & 6‴ 9IV du reſte 11′ 9″ 6‴ 9IV. Ce qui ne laiſſera aucun reſte. C'eſt pourquoi on ajoûtera 9″ au demi-cercle, & on y trouvera la racine quarrée 7 toiſes 10′ 9″, qui réſoût au juſte la queſtion.

*De* 62 *toiſes* 4′ 1″ 6‴ 9IV — *Racine juſte* 7 *toiſes* 10′ 9″
*ôter* 49
*Du* 1er *reſte* 13 *toiſes* 4′ 1″ ∞ 160′ 1″ — *ou* 7 *toiſes* 5 *pieds* 4 *pouces* 6 *lignes.*
1er *diviſeur* 14 *toiſes*
*ôter* 140′ 100″ ∞ 148′ 4″
*Du* 2d *reſte* 11′ 9″ 6‴ 9IV ∞ 141″ 6‴ 9IV
2d *diviſeur* 15 *toiſes* 8′
*ôter* 11′ 9″ 6‴ 9IV

## Quatrieme exemple.

On trouvera de la même ſorte que la racine quarrée de 111 toiſes 5′ 5″ 8‴ 8IV 0V 9VI eſt 10 toiſes 6′ 8″ 3‴, ou 10 toiſes 3 pieds 4 pouces 1 ligne 6 points. Et lorſqu'on ne pourra découvrir au juſte les racines, on en pourra toûjours approcher par cette méthode de ſi prés qu'on voudra. De ſorte qu'il ne reſte plus rien, ce me ſemble, à déſirer ſur cette matiére. Car on voit aſſez qu'on peut encore étendre les mêmes principes à l'extraction des racines cubiques, & à la réſolution des autres puiſſances plus élevées.

*De* 111 *toiſes* 5′ 5″ 8‴ 8IV 0V 9VI
*ôter* 100 *toiſes* — *Expoſant juſte* 10 *toiſes* 6′ 8″ 3‴
*Du* 1er *reſte* 11 *toiſes* 5′ ∞ 137′ — *ou* 10 *toiſes* 3 *pieds* 4 *pouces* 1 *ligne* 6 *points.*
1er *diviſeur* 20 *toiſes*
*ôter* 10 *toiſes* 3′ ∞ 123′
*Du* 2d *reſte* 1 *toiſe* 2′ 5″ 8‴ 8IV 0V 9VI
2d *diviſeur* 22 *toiſes* 0′
*ôter* 168″ 5‴ 4IV
*Du* 3e *reſte* 5″ 3‴ 4IV 0V 9VI
3e *diviſeur* 22 *toiſes* 4′ 4′
*ôter* 5″ 3‴ 4IV 0V 9VI
0 0 0 0 0



Digitized by Google

## DES FRACTIONS ASTRONOMIQUES.

ON ſçait déja que le cercle eſt diviſé en 360 degrez, & chaque degré en 60 minutes ou premiéres, & chaque minute en 60 ſecondes, & chaque ſeconde en 60 troiſiémes, &c. Et on marque ſimplement les degrez par la lettre *d*, & les minutes par le caractére $'$, & les ſecondes par le caractére $''$, & les troiſiémes par le caractére $'''$. Et ainſi du reſte, comme on l'a déja dit ailleurs.

Il n'eſt pas difficile d'ajoûter les unes aux autres ces ſortes de fractions, ni d'ôter les unes des autres, en obſervant toûjours avec ſoin que les unitez d'un rang doivent en valoir 60 au plus proche à droitte, & que 60 dans un rang valent ſeulement 1 au plus proche à gauche. Ce qui ſert encore pour les multiplications & pour les diviſions, dont nous devons expliquer les régles en peu de mots. Et ſi on veut changer le mot de degré en celuy d'heure, tout ce que nous aurons dit pourra s'appliquer au temps.

## II PROBLEME.

11. *Pour multiplier les fractions aſtronomiques les unes par les autres.*

On diſpoſe par ordre chaque eſpéce en ſon rang; les degrez ſous les degrez, les minutes ſous les minutes, les ſecondes ſous les ſecondes, & ainſi du reſte. Et enſuitte on multiplie chaque partie d'une part par chaque partie de l'autre dans le même ordre & ſelon les mêmes régles que
b. 7. celles [b] du toiſé expliquées dans le 7[e] article. Et toutes choſes ſe démontrent auſſi de la même ſorte; mais il faut prendre un dénominateur 60 au lieu du dénominateur 12 qui ſert dans le toiſé.

### EXEMPLE.

Pour multiplier 2 degrez $5'\ 10''\ 4'''$ par 6 degrez $3'\ 8''\ 7'''$. On écrira par ordre l'une des grandeurs ſous l'autre, en ſorte que les eſpéces ſemblables ſe répondent. Et tout le reſte s'achévera facilement enſuitte, comme on le voit ici dans le figuré. Lorſqu'on y multiplie $8''$ par $10''$, le produit $80^{IV}$ vaut 1 fois $60^{IV}$ plus $20^{IV}$ ou $1'''\ 20^{IV}$. Et lorſqu'on multiplie $7'''$ par $10''$ le produit $70^{V}$ vaut $1^{IV}\ 10^{V}$.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *Multiplier* 2 *degrez* | $5'$ | $10''$ | $4'''$ | | | | |
| *par* 6 *degrez* | $3'$ | $8''$ | $7'''$ | | | | |
| 12 *degrez* | $31'$ | $0'$ | $24'''$ | | | | |
| | $6'$ | $15''$ | $30'''$ | $12^{IV}$ | | | |
| | | $16''$ | $41'''$ | $20^{IV}$ | $32^{V}$ | | |
| | | | $14''$ | $36^{IV}$ | $10^{V}$ | $28^{VI}$ | |
| *Produit* 12 *degrez* | $37'$ | $32''$ | $50'''$ | $8^{IV}$ | $42^{V}$ | $28^{VI}$ | |

## III PROBLEME.

12. *Pour diviſer les fractions aſtronomiques les unes par les autres.*

On ſuivra les mêmes régles qu'on a déja preſcrites pour les diviſions du toiſé, ſe ſouvenant toûjours des valeurs des eſpéces, dont les unitez ſont une progreſſion où le 1er terme eſt 60 à l'égard du ſecond qui eſt 1. Les preuves ſont les mêmes que celles du toiſé. Et les unes & les autres ſont une ſuitte naturelle de la multiplication. On dira auſſi la même choſe de l'extraction des racines quarrées, ou cubiques, ou autres.

### Exemple.

Pour diviſer 12 heures $37'\ 32''\ 50'''\ 8^{IV}\ 42^{V}\ 28^{VI}$ par 6 heures $3'\ 8''\ 7'''$. On les diſpoſera d'abord comme à l'ordinaire. Et on dira 12 heures diviſées par 6 heures, l'expoſant eſt 2, par lequel on multipliera tout le diviſeur. Et le produit ſera retranché de 12 heures $37'\ 32''$. On écrira enſuitte l'expoſant 2 heures au demi-cercle. Et on avancera le diviſeur d'un rang vers la droitte au deſſous du reſte.

On dira donc alors: l'expoſant de $31'$ diviſées par 6 heures eſt $5'$. On multipliera le diviſeur par $5'$, & le produit $30'\ 15''\ 40'''\ 35^{IV}$ ſera retranché du reſte $31'\ 16''\ 36'''\ 8^{IV}$. Et on écrira $5'$ au demi-cercle.

On avancera de nouveau le diviſeur d'un rang, & on dira: $1'\ 0''$ ou $60''$ diviſées par 6 donnent $10''$ pour expoſant. On multipliera le diviſeur par $10''$, & le produit $1'\ 0''\ 31'''\ 21^{IV}\ 10^{V}$ ſera retranché du reſte $1'\ 0''\ 55'''\ 33^{IV}\ 42^{V}$. Et on écrira $10''$ au demi-cercle.

Enfin on avancera encore le diviſeur d'un rang, & on dira: $24'''$ diviſées par 6 donneront $4'''$ pour expoſant. On multipliera le diviſeur par $4'''$, & le produit $24'''\ 12^{IV}\ 32^{V}\ 28^{VI}$ ſera retranché du reſte $24'''\ 12^{IV}\ 32^{V}\ 28^{VI}$, ce qui ne laiſſe aucun reſte. Et ainſi on ajoûtera $4'''$ au demi-cercle. Et on y trouvera un juſte expoſant de 2 heures $5'\ 10''\ 4'''$. Lorſqu'il y a des reſtes, on peut approcher toûjours de la juſte valeur d'auſſi-prés

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| *De* 12 *heures* | $37'$ | $32''$ | $50'''$ | $8^{IV}$ | $42^{V}$ | $28^{VI}$ |
| *Diviſeur* 6 *heures* | $3'$ | $8''$ | $7'''$ | | | *Expoſant juſte.* |
| *ôter* 12 *heures* | $6'$ | $16''$ | $14'''$ | | | 2 *heures* $5'\ 10''\ 4'''$ |
| *Du* 1er *reſte* | $31'$ | $16''$. | $36'''$ | $8^{IV}$ | $42^{V}$ | $28^{VI}$ |
| *Diviſeur* 6 *heures* | $3'$ | $8''$ | $7'''$ | | | |
| *ôter* | $30'$ | $15''$ | $40'''$ | $35^{IV}$ | | |
| *Du* 2d *reſte* | $1'$ | $0''$ | $55'''$ | $33^{IV}$ | $42^{V}$ | $28^{VI}$ |
| *Diviſeur* 6 *heures* | $3'$ | $8''$ | $7'''$ | | | |
| | $1'$ | $0''$ | $31'''$ | $21^{IV}$ | $10^{V}$ | |
| *Du* 3e *reſte* | | | $24'''$ | $12^{IV}$ | $32^{V}$ | $28^{VI}$ |
| *Diviſeur* 6 *heures* | | | $3'$ | $8''$ | $7'''$ | |
| *ôter* | | | $24'''$ | $12^{IV}$ | $32^{V}$ | $28^{VI}$ |
| *Dernier reſte* | | | 0 | 0 | 0 | 0 |



Digitized by Google

qu'on voudra, en obſervant ſucceſſivement les mêmes régles. Si dans la diviſion de quelques eſpèces l'expoſant eſt 0, il faut l'écrire ſelon le rang qui luy doit convenir, pour conſerver plus facilement les valeurs des eſpèces qu'on découvre enſuitte.

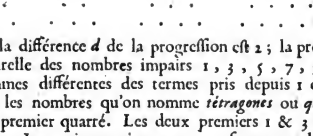
On pourroit former des Tables pour faciliter ces deux opérations, de la même ſorte que les Tables des pages 384[c] & 385[c]. Ceux qui auront le loiſir d'y travailler, pourront ſe contenter d'en faire 12 pages, qui comprendront aux bords extérieurs juſques à 100 degrez, & les colomnes depuis 1 juſques à 60. Mais les Tables des Sinus & des Tangentes, & de leurs Logarithmes, déja toutes formées ſeront d'un ſecours incomparablement plus grand, comme on l'enſeignera dans ſon lieu.

## DES NOMBRES POLYGONES.

### Definitions.

13. ON nommera *nombres polygones* ou de *pluſieurs angles*, les diverſes ſommes des progreſſions arithmétiques, où le premier terme *a* eſt 1, & la différence *d* tel nombre qu'on voudra.

Il y a divers genres de ces polygones. Car ſi la différence *d*, qui regne dans la progreſſion, eſt 1; cette progreſſion ſera la ſuitte naturelle des nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, &c. Et les diverſes ſommes de ſes termes pris depuis 1 conſécutivement formeront les nombres nommez *trigones* ou *triangulaires*. Le premier de ces nombres eſt 1. Et le ſecond eſt 1 + 2 ou 3. Et le troiſiéme eſt 1 + 2 + 3 ou 6. Et le quatriéme eſt 1 + 2 + 3 + 4 ou 10, &c. Ces mêmes nombres ſont ceux du ſecond ordre. Et on les nomme trigones ou triangulaires, parceque leurs unitez ſe peuvent diſpoſer en forme de triangles, où les côtez & les angles ſont égaux, en cette ſorte.



Et ſi la différence *d* de la progreſſion eſt 2; la progreſſion ſera la ſuitte naturelle des nombres impairs 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, &c. Et les ſommes différentes des termes pris depuis 1 conſécutivement formeront les nombres qu'on nomme *tétragones* ou *quarrez*. Le premier 1 ſera le premier quarré. Les deux premiers 1 & 3 formeront le ſecond quarré 4. Les trois premiers 1, 3, 5, formeront le troiſiéme quarré 9, & ainſi du reſte. Ces mêmes nombres ſont appellez quarrez, parce-

Digitized by Google

que leurs unitez peuvent être disposées en forme de quarré, comme on le voit ici.

Et si la différence est 3 ; la progression sera celle des nombres 1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, 25, &c. Et les sommes successives 1, 5, 12, 22, 35, 51, 70, 92, 117, &c, seront les nombres qu'on nomme *pentagones*.

Et si la différence est 4, ou que la progression soit celle des nombres 1, 5, 9, 13, 17, 21, 25, 29, 33, &c ; les sommes successives, 1, 6, 15, 28, 45, 66, 91, 120, 153, &c, seront les nombres qu'on nomme *hexagones*.

Et les sommes successives des termes de la progression 1, 6, 11, 16, 21, 26, 31, 36, 41, &c, où la différence est 5, formeront les nombres *heptagones* 1, 7, 18, 34, 55, 81, 112, 148, 189, &c.

Et les sommes successives seroient nommées *nombres octogones*, si la différence étoit 6 ; & *décagones*, si la différence étoit 8 ; & *dodécagones*, si elle étoit 10. Et on diroit simplement que les sommes successives sont des nombres de 9, de 10, de 11, de 12 côtez, &c ; si la différence étoit 7, ou 8, ou 9, ou 10, &c.

Et le nombre des termes que renferme une de ces diverses sommes est nommé *côté du polygone*. Comme 5, qui est le côté du nombre triangulaire 15 formé par une somme des cinq termes 1, 2, 3, 4, 5. Et 9 est le côté du nombre quarré 81, formé par une somme des neuf termes 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 19. Et 8 est le côté du nombre hexagone 120, formé par une somme des 8 termes 1, 5, 9, 13, 17, 21, 25, 29. De sorte qu'un même nombre peut être quelquefois considéré comme polygone en plusieurs différentes maniéres, selon lesquelles il aura différens côtez. Comme 36 qui est un nombre triangulaire, dont le côté est 8, & un nombre quarré dont le côté est 6 : parcequ'il est une somme des huit termes 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ; ou des six, 1, 3, 5, 7, 9, 11.

## I COROLLAIRE.

14. Tout nombre entier qui surpasse 2 peut être un polygone, qui aura 2 pour chacun de ses divers côtez. Car les unitez de ce nombre pourront être arrangées dans des éloignemens égaux, en telle sorte qu'elles répréfenteront une figure, qui aura des unitez sur chaque côté, & autant d'angles qu'elle aura de côtez, comme on l'observe ici.

*Unité.* *Triangle.* *Quarré.* *Pentagone.* *Hexagone*

## II COROLLAIRE.

15. ON peut considérer l'unité comme un polygone de tel genre ou de telle espéce qu'on voudra; parceque toutes les propriétez générales qui peuvent convenir aux divers polygones, pourront luy convenir en quelque maniére. Mais 2 ne peut se prendre pour aucun polygone; parceque ses deux unitez, quelque arrangement qu'on leur donne, ne peuvent jamais répréſenter une figure angulaire, ni marquer autre choſe que les extrémitez d'une ligne droitte ou courbe. Et de plus les propriétez générales qui conviennent aux divers polygones, ne peuvent jamais convenir à 2. De ſorte que ce nombre eſt luy ſeul exclus eſſentiellement du rang des nombres polygones.

## III COROLLAIRE.

16. UNe des propriétez principales des nombres polygones, c'eſt que le nombre de leurs angles qui eſt encore celuy des côtez, ſurpaſſe toûjours de 2 unitez la différence de la progreſſion. Si les nombres par exemple ſont triangulaires; la différence de la progreſſion eſt 1, & le nombre des angles eſt 3, qui ſurpaſſe 1 de 2 unitez. Et ſi les nombres ſont quarrez; la différence de la progreſſion eſt 2, & le nombre des angles eſt 4, qui ſurpaſſe 2 de 2 unitez. Et ſi ce ſont des nombres pentagones; la différence eſt 3, & le nombre des angles eſt 5, qui ſurpaſſe 3 de 2 unitez.

## IV PROBLEME.

17. *COnnoiſſant le côté d'un nombre polygone, & le nombre des angles ou des côtez, pour trouver le polygone.*

Si on nomme $n$ le côté du polygone, & $b$ le nombre des angles ou des côtez. On prendra un produit $\frac{1}{2}bn - 1n$ du côté $n$ par la moitié du nombre $b$ des angles diminuée de l'unité. Et ajoûtant 2 à ce même produit on ôtera la moitié du nombre $b$ des angles de la ſomme $2 + \frac{1}{2}bn - 1n$. Et le reſte $2 + \frac{1}{2}bn - 1n - \frac{1}{2}b$ ſera enſuitte multiplié par le côté $n$. Et le produit $2n + \frac{1}{2}bnn - 1nn - \frac{1}{2}bn$ ſera le polygone qu'on vouloit découvrir.

Car tout polygone eſt la ſomme d'une progreſſion arithmétique, où le premier [b] terme $a$ eſt 1, & la différence $d$ vaut moins de 2 unitez que le nombre $b$ des [c] angles. De ſorte que la différence $d$ eſt égale à $b-2$. Or on a reconnu qu'en toute progreſſion arithmétique, où le premier terme eſt $a$, & la différence $d$, & le nombre des termes $n$, la ſomme entiére de la [d] progreſſion eſt $an + \frac{1}{2}dnn - \frac{1}{2}dn$. Comme donc le côté du nombre polygone eſt le nombre

b. 13.
c. 16.
d. 32. 7.

bre des termes, dont le polygone même comprend la ſomme entiére, ſi on ſubſtituë pour $a$ ſa valeur 1, & pour $d$ ſa valeur $b-2$ dans l'expreſſion $an+\frac{1}{2}dnn-\frac{1}{2}dn$, elle ſera changée en celle-ci $2n+\frac{1}{2}bnn-1nn-\frac{1}{2}bn$, qui eſt par conſéquent égale au polygone entier que l'on cherche. De ſorte qu'on a preſcrit ce qu'il falloit faire.

## APPLICATION DU PROBLEME AUX DIVERS POLYGONES.

18. SI on vouloit former ſur ce modéle général des réſolutions plus particuliéres pour chaque eſpéce des nombres polygones; il faudroit ſubſtituer ſeulement dans l'expreſſion générale le nombre connu des angles, au lieu de la lettre $b$ qui le répréſente : le nombre 3 par éxemple, ſi l'on cherche un nombre triangulaire; & le nombre 4, ſi l'on en cherche un quarré; & 5, ſi c'eſt un pentagone; & 6 pour l'héxagone; & 12 pour le nombre polygone de 12 angles ou de 12 côtez. Et ainſi des autres. D'où l'on tirera les régles ſuivantes, qui peuvent être continuées tres-facilement juſques où l'on voudra.

*Pour les nombres.*

*Triangulaires*, $\frac{1nn+1n}{2}$. *Quarrez*, $\frac{2nn+0n}{2}$. *Pentagones*, $\frac{3nn-1n}{2}$. *Héxagones*, $\frac{4nn-2n}{2}$. *Heptagones*, $\frac{5nn-3n}{2}$. *Octogones*, $\frac{6nn-4n}{2}$.

Exemple.

Pour trouver le nombre triangulaire, dont le côté eſt 6; on prendra 6 pour $n$, & ſubſtituant ce nombre dans le modéle $\frac{1nn+1n}{2}$ au lieu de la lettre $n$, qui le répréſente, on verra que le nombre triangulaire eſt 21.

Et ſi le côté $n$ eſt 12; le nombre triangulaire $\frac{1nn+1n}{2}$ ſera 78, & le quarré $\frac{2nn+0n}{2}$ ſera 144, & le pentagone $\frac{3nn-1n}{2}$ ſera 210, & l'héxagone $\frac{4nn-2n}{2}$ ſera 276, & l'héptagone $\frac{5nn-3n}{2}$ ſera 342. Et ainſi des autres.

## V PROBLEME.

19. *COnnoiſſant le polygone, & le nombre des angles; pour trouver le côté.*

Si on ôte 2 du nombre des angles, on aura [b] la différence de la progreſſion arithmétique, dont le nombre polygone [c] comprend la ſomme entiére. Et le côté qu'on cherche ſera le nombre des termes de la progreſſion. De ſorte que le problême ſera le même [d] que le ſeptiéme du

[b] 16.
[c] 13.
[d] 33. 7.

septiéme Livre ; & la résolution se pourra former de la même sorte. Mais parce que cette résolution n'est pas méthodique, & qu'on ne croit pas s'y devoir arrêter ; on en formera une autre au premier Livre de la seconde partie de ces nouveaux Elemens dans la question vingtiéme. Si on vouloit exposer ici par avance le modéle de cette résolution, dont alors on verra les raisons à fond ; il ne faudroit que nommer $f$ la somme du polygone entier, & $b$ le nombre connu des angles, & prendre pour côté du polygone le nombre $\frac{1b-4+\sqrt{bb-8b+16+8bf-16f}}{2b-4}$. Ceux qui ne voudront pas se donner la peine d'aller jusques au lieu de la seconde partie, où je viens de renvoyer, pourront se contenter de la démonstration que je vais donner ici.

### Demonstration du probleme.

En toute progression arithmétique, comme $a$, $a+1d$, $a+2d$, $a+3d$, $a+4d$, si on prend un quarré $4aa-4ad+1dd$ de l'excez, dont le double du premier terme $a$ surpasse la différence $d$ de la progression, ou dont la différence $d$ surpasse 2 fois le premier terme $a$, & qu'on ajoûte à ce même quarré un produit $40ad+80dd$ de la somme entiére $5a+10d$ des termes par 8 fois la différence $d$ ; on formera un quarré $4aa+36ad+81dd$, dont le côté $2a+9d$ comprendra toûjours 2 fois le plus grand terme $a+4d$, plus 1 fois la différence $1d$. Si donc la somme $f$ des termes est multipliée par $8d$ ; le produit $8df$ ajoûté au quarré $4aa-4ad+1dd$ donnera $4aa-4ad+1dd+8df$, dont le côté $\sqrt{4aa-4ad+1dd+8df}$ vaudra $2a+9d$. Et ainsi ôtant $1d$ de ce même côté, & prenant la moitié du reste ; on trouvera le plus grand terme $-\frac{1}{2}d+\frac{1}{2}\sqrt{4aa-4ad+1dd+8df}$ de la progression. Et si du plus grand terme on ôte le moindre $a$, & qu'on divise le reste par la différence $d$ ; l'exposant recevant l'unité fournira enfin le nombre $\frac{1d-2a+\sqrt{4aa-4ad+1dd+8df}}{2d}$, qui sera [b] celuy des termes de toute la progression dont la somme étoit $f$. C'est pourquoi si on prend $b-2$, & qu'on substituë cette [c] valeur pour $d$ qui luy étoit égale, & encore 1 pour $a$, dans l'expression précédente du nombre connu des termes ; ce même nombre sera $\frac{1b-4+\sqrt{bb-8b+16+8bf-16f}}{2b-4}$. De sorte que le problême a prescrit ce qu'il falloit faire.

b. 30. 7.
c. 13.

## APPLICATION DU PROBLEME
## *POUR LES COTEZ DES DIVERS POLYGONES.*

20. ET pour former des régles en particulier, qui puissent fournir le côté de chaque espéce de polygone ; on mettra dans l'expression générale qu'on vient de découvrir le nombre des angles ou des côtez à la

Digitized by Google

place de *b*, qui le repréſente : le nombre 3 par éxemple, ſi on veut avoir le côté d'un nombre triangulaire ; & 4, ſi on cherche le côté d'un quarré ; & 5, ſi c'eſt celuy d'un pentagone ; & 6, lors qu'on voudra celuy d'un héxagone ; & 15, ſi c'eſt celuy d'un nombre à 15 angles. Et ainſi des autres. Ce qui pourra fournir les régles ſuivantes.

*Pour les côtez des nombres*

| *Triangulaires.* | *Quarrez.* | *Pentagones.* | *Héxagones.* | *Héptagones.* | *Octogones.* |
|---|---|---|---|---|---|
| $\frac{-1+\sqrt{1+8f}}{2}$. | $\frac{0+\sqrt{0+16f}}{4}$. | $\frac{1+\sqrt{1+24f}}{6}$. | $\frac{2+\sqrt{4+32f}}{8}$. | $\frac{3+\sqrt{9+40f}}{10}$. | $\frac{4+\sqrt{16+48f}}{12}$. |

EXEMPLE.

Pour trouver le côté d'un nombre triangulaire 21 ; on prendra 21 pour *f*, & on ſubſtituëra ce nombre au lieu de la lettre *f* dans le le modéle $\frac{-1+\sqrt{1+8f}}{2}$ du côté des nombres triangulaires. Et le nombre 6 que l'on trouvera, réſoudra la queſtion.

Et ſi le nombre triangulaire étoit 1225 ; on trouveroit de la même ſorte que ſon côté eſt 49. Mais ſi on conſidére 1225 comme un nombre quarré ; on trouvera que ſon côté $\frac{0+\sqrt{0+16f}}{4}$ ou $1\sqrt{f}$ eſt 35. Et ſi on le conſidére comme un héxagone ; le côté $\frac{2+\sqrt{4+32f}}{8}$ ſera 25. Et on trouvera de la même ſorte que les côtez de 81 conſidéré comme un quarré & comme un heptagone ſont 9 & 6.

## I COROLLAIRE.

21. ON peut donc propoſer un nombre polygone, ſans déterminer ſon côté ni le nombre des angles. Et s'il falloit découvrir alors l'un & l'autre ; la queſtion pourroit être quelquesfois indéterminée, puis qu'un même nombre peut être quelquesfois conſidéré comme un polygone en pluſieurs maniéres différentes, ſelon leſquelles il aura différens côtez. Mais les formules précédentes pourroient toûjours ſervir à trouver ces diverſes maniéres. Car le quarré qui aura pour racine le nombre des angles diminué de 4 unitez, ou 4 moins le nombre des angles, recevant un produit du polygone même par 8 fois le nombre des angles diminué de 2 unitez, fournira toûjours un quarré. Et ſi on ajoûte à la racine du quarré le nombre des angles moins 4, & qu'on diviſe la ſomme par le double du nombre des angles diminué de 4 unitez, ou par le double de 4 diminué du nombre des angles ; l'expoſant ſera un nombre entier.

## II COROLLAIRE.

22. C'EST pourquoi ayant propoſé un nombre, ſi on prend le quarré d'un autre moins 4, ou de 4 moins un autre nombre, plus un pro-



Digitized by Google

duit de celuy qu'on propoſe par 8 fois l'autre diminué de 2 unitez ; & qu'alors la ſomme ne ſoit pas un quarré parfait : ou ſi on ajoûte à la racine quarrée de la même ſomme le nouveau nombre moins 4, & qu'en diviſant la ſomme par le double de ce nombre moins 4 ou de 4 moins ce nombre, l'expoſant ne ſoit pas un nombre entier ; le nombre qu'on propoſe ne peut pas être un polygone, où le nouveau nombre ſoit celuy des angles ou des côtez.

## III COROLLAIRE ET PROBLEME VI.

23. *Ainſi pour trouver en combien de manières un nombre propoſé peut être polygone.*

On le nommera $f$. Et on verra ſucceſſivement & par ordre, en mettant ce nombre pour $f$ dans chacune des formules précédentes, celles qui pourront fournir des nombres entiers & commenſurables. Mais on ne paſſera point au delà de la formule qui ſert pour le côté des nombres angulaires, où il y a plus d'angles qu'il n'y a d'unitez dans $f$.

### EXEMPLE.

Pour trouver en combien de maniéres le nombre 36 peut être angulaire ; je le mets premiérement pour $f$ dans la formule $\frac{-1+\sqrt{1+8f}}{2}$ du côté des nombres triangulaires. Et parce que la valeur 8 eſt un nombre entier, je conclus déja que 36 eſt un nombre triangulaire, dont le côté eſt 8. Je connois enſuite que 36 eſt un nombre quarré, dont le côté eſt 6. Mais parce que la valeur du côté des nombres pentagones, ou des héxagones, ou des autres juſques aux nombres de 36 angles, ne peut fournir au juſte un nombre entier ; je conclûs que 36 eſt ſeulement un nombre triangulaire, dont le côté eſt 8, ou un quarré dont le côté eſt 6, ou un nombre de 36 angles ou de 36 côtez, dont le côté eſt 2. Et je ne paſſe point au delà du côté $\frac{32+\sqrt{1024+272f}}{68}$ des nombres à 36 angles.

## VII PROBLEME.

24. *Si on veut étendre le 5^e^ problême, & trouver le nombre des termes & le dernier de tous d'une progreſſion arithmétique, dont on connoît déja la ſomme entiére, & le premier terme, & la différence du premier au ſecond.*

Lors qu'on aura pris $1a$ pour le premier terme, & $1d$ pour la différence, & $1f$ pour la ſomme entiére de la progreſſion arithmétique ; on trouvera en ſuivant les mêmes raiſonnemens qu'au 5^e^ problême, que le dernier & le plus grand terme eſt $-\frac{1}{2}d+\frac{1}{2}\sqrt{4aa-4ad+1dd+8df}$, & que le nombre de tous les termes eſt $\frac{1d-2a+\sqrt{4aa-4ad+1dd+8df}}{2d}$.

Digitized by Google

## VIII PROBLEME.

25. *Connoiſſant la ſomme entiére d'une progreſſion arithmétique, & le premier terme, & la différence ou l'excez dont le ſecond ſurpaſſe le premier; pour trouver la ſomme des quarrez, ou des cubes, ou de telles autres puiſſances qu'on voudra des termes.*

On cherchera par la réſolution précédente le nombre $y$ des termes, & le dernier $z$, ou le terme $t$ qui le ſuit de plus prés. Et prenant $a$ pour le premier terme, & $d$ pour la différence, & $1f$ pour la ſomme entiére; la ſomme de tous les quarrez des termes ſera $\frac{1t^3 - a^3 - yd^3 - 3ddf}{3d}$, comme il paroît clairement[b] par la démonſtration du quatriéme théorême du 7[e] Livre. Et ſi on prend $r$ pour marquer cette ſomme, on pourra déterminer par[c] le 5[e] théorême de ce même Livre la ſomme $1q$ des cubes; & enſuitte par[d] le 6[e] théorême la ſomme $1p$ des 4[es] puiſſances, & [d] la ſomme $n$ des 5[es], & [d] l'autre $m$ des 6[es]. Et ainſi de ſuite juſques où l'on voudra, en ſe ſervant des cellules du rang parallêle, qui convient aux puiſſances plus hautes d'un degré que celles dont on cherche les ſommes.

b. 26. 7.
c. 27. 7.
d. 28. 7.

### *Réſolution générale.*

*Suppoſitions.* $\left\{\begin{array}{l} 1^{er}\ terme. \\ 1a \gg 2. \end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{l} Différence. \\ 1d \gg 2. \end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{l} Somme. \\ f \gg 342. \end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{l} Nombre. \\ 1y \gg 18. \end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{l} Dernier. \\ 1z \gg 36. \end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{l} Le\ ſuivant. \\ z+d \gg 1t \gg 38. \end{array}\right.$

*Pour la ſomme entiére des quarrez.* $\left\{1r \gg \frac{1t^3 - a^3 - yd^3 - 3ddf}{3d} \gg 8436.\right.$

### *Pour la ſomme des cubes.*

$$\left\{1q \gg \frac{1t^4 - a^4 - yd^4 - 4d^3f - 6rdd}{4d} \gg \frac{t^4 - a^4 - yd^4 - 4d^3f - 2di^3 + 2a^3d + 2d^4y + 6d^3f}{4d}.\right.$$

*Pour la ſomme des 4[es] puiſſances.*

$$\left\{1p \gg \frac{t^5 - a^5 - yd^5 - 5d^4 - 10rd^3 - 10qdd}{5d}.\right.$$

*Pour la ſomme des 5[es] puiſſances.*

$$\left\{1n \gg \frac{t^6 - a^6 - yd^6 - 6d^5f - 15rd^4 - 20qd^3 - 15pdd}{6d}.\right.$$

*Pour la ſomme des 6[es] puiſſances.* *&c.*

$$\left\{1m \gg \frac{t^7 - a^7 - yd^7 - 7d^6f - 21rd^5 - 35qd^4 - 35pd^3 - 21ndd}{7d}.\right. \quad \&c.$$

## DE L'ARITHMETIQUE DES INFINIS.

26. SI une grandeur eſt conçeuë comme diviſée en pluſieurs parties égales, & chaque partie en beaucoup d'autres égales, & chaque nouvelle encore en diverſes parties égales, & ainſi de ſuite ſans jamais



Digitized by Google

s'arrêter juſques à l'infini ; le dernier terme de ces diviſions & ſubdiviſions infinies, auquel pourtant on n'arriveroit jamais, ſeroit le zéro même ; & le plus approchant ſeroit une partie infiniment petite & preſque inſenſible à la raiſon même, puiſque nôtre eſprit n'auroit plus de priſe ſur elle ; comme le point dans la ligne, ou la ligne dans le plan, ou le plan dans le ſolide. Et cette partie toute indiviſible & la plus approchante du rien dans lequel elle rentre & ſe confond, répondroit ce ſemble en quelque ſorte à l'unité ſimple ou indiviſible, & la repréſenteroit comme naturellement. De ſorte que la grandeur diviſée & ſubdiviſée juſques à l'infini, & où la derniére & la plus légére de toutes les parties ſe trouveroit infiniment répétée, répondroit au juſte à un nombre infini, où l'unité naturelle ſeroit répétée de la même ſorte.

C'eſt là-deſſus que doit rouler le corps entier de l'arithmétique nommée des infinis, & tout le ſiſtême de la géométrie des indiviſibles produite au jour par Cavallerius, & toute à la mode aujourd'hui parmi les Géométres ; parce qu'elle coûte moins, & qu'elle épargne du temps & de la peine qu'il faudroit employer, ſi on vouloit s'aſſujettir aux régles un peu ſéveres d'une Géométrie plus éxacte & plus lumineuſe. Car je ne puis douter que les Anciens n'en ayent eû connoiſſance ; mais je croi qu'ils l'ont rejettée comme défectueuſe, & qu'ils n'ont pas voulu s'en ſervir, à cauſe des paralogiſmes où elle engage inſenſiblement, lorſqu'on en fait uſage ſans apporter toutes les précautions néceſſaires.

Meſſieurs Wallis & Boüillaud ont traitté fort ſoigneuſement l'arithmétique des infinis ; mais avec cette différence que Mr Wallis ne prouve ſes propoſitions principales que par induction, quoi qu'il ſoit aiſé de les tirer avec Monſieur Paſchal de la propoſition précédente, dont elles ſont une ſuitte naturelle, comme je l'avois déja inſinué dans mon ancien ouvrage, & comme on le verra clairement dans les propoſitions ſuivantes.

## IX PROBLEME.

27. *SI on propoſe une progreſſion arithmétique, qui commence par* 0, *& où tous les termes ſe ſuivent ſelon l'ordre des nombres naturels* 1, 2, 3, 4, 5, *&c ; pour marquer un juſte le rapport qui ſe trouve entre la ſomme entiére des termes & le produit du plus grand de tous par le nombre des termes : ou celuy qui ſe trouve entre la ſomme des quarrez de tous les termes, ou celle de leurs cubes, ou de telles autres puiſſances qu'on voudra, & le produit du plus grand des quarrez, ou des cubes, ou des autres puiſſances par le nombre des termes.*

Si on nomme 1*d* la différence ou le ſecond terme de la progreſſion arithmétique qui commence par 0, & 7*d* le dernier des termes ; les expoſans de ces mêmes termes fourniront une progreſſion arithmétique, où le premier terme ſera encore 0, & le ſecond 1, & le dernier ſera le nombre 1*z*. De ſorte que la ſomme des termes de cette nouvelle [b] progreſſion ſera $\frac{zz+z}{2} \times \frac{1-0}{1} \times \frac{z-1}{1}$ ou $\frac{zz+z}{2}$. Et lors qu'on l'aura multi-

b. 25. 7.

Digitized by Google

pliée par $1d$, qui avoit d'abord diviſé chaque terme, le produit $\frac{dzz+1dz}{2}$ ſera la ſomme entiére de tous les termes de la progreſſion qu'on avoit propoſée. Et cette ſomme comprend une juſte moitié du produit $dzz+1d\zeta$ du plus grand terme $1d\zeta$ par le nombre $\zeta+1$ des termes.

Comme donc la ſomme $\frac{dzz+1dz}{2}$ de tous les termes eſt déterminée; les régles du problême 8^e^ fourniront pour la ſomme entiére des quarrez une grandeur $\frac{z^3dd+1zzdd}{3}+\frac{z^3dd+1zzdd}{6zd}$. Et le produit du plus grand quarré $zzdd$ par le nombre $1z+1$ des termes ſera $\zeta^3dd+1\zeta\zeta dd$. De ſorte que diviſant par ce produit la ſomme des quarrez, l'expoſant $\frac{1}{3}+\frac{1}{6zd}$ marquera le rapport de la ſomme au produit.

Et l'application du problême 8^e^ fournira encore par le moyen de la ſomme $\frac{dzz+1dz}{2}$ des termes celle des cubes, c'eſt-à-dire une grandeur $\frac{z^4d^3+1z^3d^3}{4}+\frac{z^4d^3+1z^3d^3}{4zd}$, laquelle étant diviſée par le produit $\zeta^4d^3+1z^3d^3$ du plus grand cube $\zeta^3d^3$ & du nombre $z+1$ des termes, donne un expoſant $\frac{1}{4}+\frac{1}{4zd}$, qui marque le rapport de la ſomme au produit.

Et on trouvera par l'application de ce même problême une ſomme $\frac{z^5d^4+1z^4d^4}{5}+\frac{3z^5d^4+3z^4d^4}{10zd}+\frac{z^5d^4+1z^4d^4}{30zzdd}-\frac{z^5d^4-1z^4d^4}{30z^3d^3}$ de toutes les quatriémes puiſſances. Et lors qu'on l'aura diviſée par le produit $\zeta^5d^4+1\zeta^4d^4$ de la plus grande 4^e^ puiſſance $z^4d^4$ & du nombre $\zeta+1$ des termes; l'expoſant $\frac{1}{5}+\frac{3}{10zd}+\frac{1}{30zzdd}-\frac{1}{30z^3d^3}$ marquera le rapport de la ſomme au produit.

Et on trouvera de la même ſorte une ſomme $\frac{z^6d^5+1z^5d^5}{6}+\frac{z^6d^5+1z^5d^5}{3zd}+\frac{z^6d^5+1z^5d^5}{12zzdd}-\frac{1z^6d^5-1z^5d^5}{12z^3d^3}$. Et ſi on la diviſe par le produit $z^6d^5+1\zeta^5d^5$ de la plus grande 5^e^ puiſſance $\zeta^5d^5$ & du nombre $z+1$ des termes; l'expoſant $\frac{1}{6}+\frac{1}{3zd}+\frac{1}{12zzdd}-\frac{1}{12z^3d^3}$ marquera le rapport de la ſomme au produit. Et on trouvera de la même ſorte les rapports pour les autres puiſſances.

## I COROLLAIRE GENERAL.

28. SI la progreſſion arithmétique, qui commence par o, & où tous les termes ſe ſuivent ſelon l'ordre des nombres naturels, s'étendoit juſques à l'infini; la ſomme des quarrez ſeroit à autant de fois le plus grand quarré qu'il y a de termes comme 1 eſt à 3. Car le rapport

Digitized by Google

$\frac{1}{3} + \frac{1}{6zd}$ comprend une fraction $\frac{1}{6zd}$ plus petite que telle autre qu'on voudra propoſer : Comme il eſt aiſé de le voir, en mettant ſucceſſivement pour $zd$ chacun des nombres naturels 1, 2, 3, 4, &c. Car les valeurs ſucceſſives de la fraction $\frac{1}{6zd}$ ſeront $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{18}$, $\frac{1}{24}$, &c. De ſorte que ſi le nombre $zd$ augmente à l'infini, ainſi qu'on le ſuppoſe ; la fraction ſera infiniment petite, & de nulle valeur. Et par conſequent le rapport $\frac{1}{1} + \frac{1}{6zd}$ ſera au juſte $\frac{1}{3}$.

Et par un raiſonnement ſemblable, la ſomme des cubes eſt à autant de fois le plus grand de tous qu'il y a de termes, comme 1 eſt à 4. Car le rapport eſt $\frac{1}{4} + \frac{1}{4zd}$, ou la particule $\frac{1}{4zd}$ peut être négligée comme étant infiniment petite ou de nulle valeur. Si on prenoit ſucceſſivement pour $1zd$ chacun des nombres naturels 1, 2, 3, 4, 5, &c ; les valeurs ſucceſſives de la fraction ſeroient $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{20}$, &c, où les dénominateurs augmentent de 4 en 4, comme les précédens le faiſoient de 6 en 6.

Et la ſomme des 4$^{es}$ puiſſances eſt à autant de fois la plus grande, qu'il y a de termes, comme 1 eſt à 5. Car le rapport eſt $\frac{1}{5} + \frac{9zzdd + 1zd - 1}{30z^3d^3}$, où la fraction $\frac{9zzdd + 1zd - 1}{30z^3d^3}$ égale à $\frac{3}{10zd} + \frac{1}{3czzdd} - \frac{1}{30z^3d^3}$ eſt infiniment petite ou de nulle valeur, par des raiſons ſemblables aux précédentes. De ſorte que le rapport eſt au juſte $\frac{1}{5}$.

Et on verra de la même ſorte que la ſomme des 5$^{es}$ puiſſances eſt à autant de fois la plus grande qu'il y a de termes, comme 1 eſt à 6. Et ainſi du reſte juſques à l'infini, en prenant toûjours 1 pour le premier terme du rapport, & celuy des degrez de la puiſſance augmentée d'un pour le dénominateur ou pour le ſecond terme.

M$^r$ De Fermat a fort bien reconnu le défaut de la méthode de M$^r$ Wallis pour les concluſions que l'on vient de former. Mais il s'eſt contenté de prouver ſeulement pour la ſomme des termes par une méthode qui ne peut aller plus loin ; au lieu que celle que nous avons ſuivie conclud directement, & pénétre juſques à l'infini.

*Dans la progreſſion arithmétique infinie* ∴ 0. 1*d*. 2*d*. 3*d*. 4*d*. *&c*.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| *La ſomme* | *des côtez* | *eſt à autant de fois* | *le plus grand côté* | *comme* | 1 | 2. |
| | *des quarrez* | | *le plus grand quarré* | | 1 | 3. |
| | *des cubes* | | *le plus grand cube* | | 1 | 4. |
| | *des 4$^{es}$ puiſſances* | | *la plus grande 4$^e$ puiſſance* | | 1 | *à* 5. |
| | *des 5$^{es}$ puiſſances* | | *la plus grande 5$^e$ puiſſance* | | 1 | *eſt* 6. |
| | *des 6$^{es}$ puiſſances* | | *la plus grande 6$^e$ puiſſance* | | 1 | 7. |
| | *des 7$^{es}$ puiſſances* | | *la plus grande 7$^e$ puiſſance* | | 1 | 8. |
| | *des 8$^{es}$ puiſſances* | | *la plus grande 8$^e$ puiſſance* | | 1 | 9. |
| | *&c.* | | *&c.* | | | |

## X PROBLEME ET II COROLLAIRE.

29. *Si donc on connoît le rapport qui ſe trouve entre la ſomme de certaines puiſſances homogénes ou d'un même degré des termes infinis dont nous avons parlé & la plus grande de toutes ces puiſſances priſe autant de fois qu'il y a de termes ; on connoîtra facilement le rapport qui ſe trouve entre la ſomme de quelques autres puiſſances homogénes de ces mêmes termes & la plus grande de toutes ces puiſſances priſe autant de fois. Car il ſuffira de prendre le terme qui tient le même rang dans la progreſſion arithmétique.*

Si par éxemple la ſomme des quarrez eſt à autant de fois le plus grand de tous qu'il y a de termes, comme 1 eſt à 3 ; celle des côtez eſt à autant de fois le plus grand de tous comme 1 eſt à 2. Parce que 2 eſt moyen proportionel arithmétiquement entre 1 & 3.

Et ſi le rapport pour les cubes eſt $\frac{1}{4}$ ; l'autre pour les quarrez eſt $\frac{1}{3}$. Parce qu'entre 1 & 4 il y a deux moyens proportionels arithmétiquement 2 & 3, dont le premier 2 eſt pour les côtez, & l'autre 3 pour les quarrez.

Et ſi le rapport pour les quarrez eſt $\frac{1}{3}$ ; l'autre pour les quarrez de ces mêmes quarrez eſt $\frac{1}{5}$. Parce que les termes 1, 3, 5, ſont en progreſſion arithmétique. Et le rapport pour les cubes par la même raiſon eſt $\frac{1}{7}$, parce que les termes 1, 3, 5, 7, ſont auſſi en progreſſion arithmétique.

## XI PROBLEME ET III COROLLAIRE.

30. *Et ſi on ſuppoſe que les puiſſances même ſoient en progreſſion arithmétique ; on trouvera de la même ſorte le rapport qui ſe trouve entre la ſomme de toutes leurs racines linéaires & la plus grande de toutes ces racines.*

Si on ſuppoſe par éxemple une ſuitte infinie de quarrez qui ayent entr'eux la même progreſſion que les nombres naturels ; le rapport de tous ces quarrez au plus grand de tous pris autant de fois eſt $\frac{1}{2}$, & le rapport de tous leurs côtez au plus grand de tous pris autant de fois eſt celuy de l'unité à $\frac{3}{2}$. Parce que les termes 1, $\frac{3}{2}$, 2, ſont en progreſſion arithmétique.

Et le rapport pour les cubes infinis qui ont entr'eux la même progreſſion des nombres naturels étant encore $\frac{1}{2}$ ; le rapport pour leurs racines linéaires eſt celuy de l'unité à $\frac{4}{3}$. Et le rapport pour les quarrez de ces mêmes côtez eſt celuy de l'unité à $\frac{5}{3}$. Parce que les termes 1, $\frac{4}{3}$, $\frac{5}{3}$, 2, ſont en progreſſion arithmétique. Et ſi le rapport pour les puiſſances $4^{es}, 5^{es}$, & autres, eſt toûjours $\frac{1}{2}$ ; celuy des côtez linéaires ſera $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{6}$, &c, ou celuy de l'unité à $1\frac{1}{4}$, ou à $1\frac{1}{5}$, &c. Parce que les termes 1, $1\frac{1}{4}$, $1\frac{2}{4}$, $1\frac{3}{4}$, 2, ou 1, $1\frac{1}{5}$,



Digitized by Google

$1\frac{2}{3}$, $1\frac{3}{4}$, $1\frac{4}{5}$, ſont en progreſſion arithmétique. Et ainſi des autres, comme on peut l'obſerver dans la Table ſuivante.

*Dans la progreſſion arithmétique infinie ÷ 0. 1d. 2d. 3d. 4d. 5d. 6d. 7d. &c.*

| *La ſomme des racines* | | *eſt à autant de fois la plus grande de toutes,* | *comme* | *eſt à* | *ou comme* | *eſt à* |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | *quarrées* | | 2 | 3 | | $1\frac{1}{2}$. |
| | *cubiques* | | 3 | 4 | | $1\frac{1}{3}$. |
| | $4^{es}$ | | 4 | 5 | 1 | $1\frac{1}{4}$. |
| | $5^{es}$ | | 5 | 6 | | $1\frac{1}{5}$. |
| | $6^{es}$ | | 6 | 7 | | $1\frac{1}{6}$. |

Et ſi on ſuppoſe encore la même choſe, & qu'on veüille auſſi trouver les rapports pour les diverſes puiſſances des racines linéaires dont on vient de parler; on pourra ſe régler de la même ſorte.

Si on ſuppoſe par éxemple une ſuitte infinie de cubes qui ayent entr'eux la même progreſſion que les nombres naturels; le rapport pour leurs racines linéaires eſt déja celuy de l'unité à $1\frac{1}{3}$, ou celuy de 3 à 4. Et le rapport pour les quarrez de ces mêmes racines, ou pour les racines cubiques des quarrez des termes qui ſont en progreſſion, ce qui revient au même, ſera celuy de l'unité à $1\frac{2}{3}$, ou celuy de 3 à 5. Parce que les termes 1, $1\frac{1}{3}$, $1\frac{2}{3}$, ou $\frac{3}{3}$, $\frac{4}{3}$, $\frac{5}{3}$, ſont en progreſſion arithmétique.

Et le rapport pour les racines linéaires des $4^{es}$ puiſſances infinies, qui ont entr'elles la même progreſſion que les nombres naturels, étant déja celuy de l'unité à $1\frac{1}{4}$ ou de 4 à 5; le rapport pour les cubes de ces mêmes racines, ou pour les racines $4^{es}$ des cubes des termes qui ſont en progreſſion, ſera celuy de l'unité à $1\frac{3}{4}$, ou de 4 à 7. Parce que les termes 1, $1\frac{1}{4}$, $1\frac{2}{4}$, $1\frac{3}{4}$, ou $\frac{4}{4}$, $\frac{5}{4}$, $\frac{6}{4}$, $\frac{7}{4}$, ſont en progreſſion arithmétique.

Et ce ſeroit encore la même choſe pour les racines qui ſont plus compoſées, comme pour les racines quarrées des cubes des racines $5^{es}$ des termes qui ſont en progreſſion. Car le rapport pour les racines $5^{es}$ étant celuy de l'unité à $1\frac{1}{5}$, ou de 5 à 6; le rapport pour leurs cubes eſt celuy de l'unité à $1\frac{3}{5}$ ou de 5 à 8, à cauſe de la progreſſion arithmétique 1, $1\frac{1}{5}$, $1\frac{2}{5}$, $1\frac{3}{5}$, ou $\frac{5}{5}$, $\frac{6}{5}$, $\frac{7}{5}$, $\frac{8}{5}$. Et le rapport pour les racines quarrées de ces mêmes cubes eſt celuy de l'unité à $1\frac{3}{10}$, ou de 10 à 13. Parce que le terme $1\frac{3}{10}$ eſt moyen proportionel arithmétiquement entre 1 & $1\frac{3}{5}$, ou entre 1 &

Digitized by Google

$1\frac{6}{10}$, & que les termes $\frac{10}{10}, \frac{13}{10}, \frac{16}{10}$, ou $1, \frac{13}{10}, \frac{8}{5}$, ſont en progreſſion arithmétique. Et en effet les racines quarrées des racines $5^{es}$ ne ſont autre choſe que les racines $10^{es}$, pour qui l'on prend le rapport de l'unité à $1\frac{1}{10}$, ou de 10 à 11. Et le rapport pour les cubes de ces mêmes racines eſt celuy de l'unité à $1\frac{3}{10}$, ou de 10 à 13, à cauſe de la progreſſion arithmétique $1, 1\frac{1}{10}, 1\frac{2}{10}, 1\frac{3}{10}$, ou $\frac{10}{10}, \frac{11}{10}, \frac{12}{10}, \frac{13}{10}$. Il en eſt ainſi des autres racines & de toutes leurs diverſes puiſſances.

*Table des rapports pour la ſuitte infinie des racines*

| | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *des termes* | $\frac{1}{1}$ | $\frac{2}{1}$ | $\frac{3}{1}$ | $\frac{4}{1}$ | $\frac{5}{1}$ | $\frac{6}{1}$ | $\frac{7}{1}$ | $\frac{8}{1}$ | $\frac{9}{1}$ |
| *de la progreſſion* | $\frac{2}{1}$ | $\frac{3}{2}$ | $\frac{4}{3}$ | $\frac{5}{4}$ | $\frac{6}{5}$ | $\frac{7}{6}$ | $\frac{8}{7}$ | $\frac{9}{8}$ | $\frac{10}{9}$ |
| *de leurs quarrez* | $\frac{1}{1}$ | $\frac{2}{1}$ | $\frac{3}{2}$ | $\frac{4}{3}$ | $\frac{5}{4}$ | $\frac{6}{5}$ | $\frac{7}{6}$ | $\frac{8}{7}$ | $\frac{9}{8}$ |
| | $\frac{3}{2}$ | $\frac{4}{3}$ | $\frac{5}{4}$ | $\frac{6}{5}$ | $\frac{7}{6}$ | $\frac{8}{7}$ | $\frac{9}{8}$ | $\frac{10}{9}$ | $\frac{10}{9}$ |
| *de leurs cubes* | $\frac{1}{1}$ | $\frac{2}{1}$ | $\frac{3}{2}$ | $\frac{4}{3}$ | $\frac{5}{4}$ | $\frac{6}{5}$ | $\frac{7}{6}$ | $\frac{8}{7}$ | $\frac{9}{8}$ |
| | $\frac{4}{3}$ | $\frac{5}{3}$ | $\frac{6}{4}$ | $\frac{7}{5}$ | $\frac{8}{6}$ | $\frac{9}{7}$ | $\frac{10}{8}$ | $\frac{11}{9}$ | $\frac{12}{10}$ |
| *de leurs $4^{es}$ puiſſances* | $\frac{1}{1}$ | $\frac{2}{1}$ | $\frac{3}{2}$ | $\frac{4}{3}$ | $\frac{5}{4}$ | $\frac{6}{5}$ | $\frac{7}{6}$ | $\frac{8}{7}$ | $\frac{9}{8}$ |
| | $\frac{5}{4}$ | $\frac{6}{4}$ | $\frac{7}{5}$ | $\frac{8}{6}$ | $\frac{9}{7}$ | $\frac{10}{8}$ | $\frac{11}{9}$ | $\frac{12}{10}$ | $\frac{13}{10}$ |
| *de leurs $5^{es}$ puiſſances* | $\frac{1}{1}$ | $\frac{2}{1}$ | $\frac{3}{2}$ | $\frac{4}{3}$ | $\frac{5}{4}$ | $\frac{6}{5}$ | $\frac{7}{6}$ | $\frac{8}{7}$ | $\frac{9}{8}$ |
| | $\frac{6}{5}$ | $\frac{7}{5}$ | $\frac{8}{6}$ | $\frac{9}{7}$ | $\frac{10}{8}$ | $\frac{11}{9}$ | $\frac{12}{10}$ | $\frac{13}{10}$ | $\frac{14}{10}$ |
| *de leurs $6^{es}$ puiſſances* | $\frac{1}{1}$ | $\frac{2}{1}$ | $\frac{3}{2}$ | $\frac{4}{3}$ | $\frac{5}{4}$ | $\frac{6}{5}$ | $\frac{7}{6}$ | $\frac{8}{7}$ | $\frac{9}{8}$ |
| | $\frac{7}{6}$ | $\frac{8}{6}$ | $\frac{9}{7}$ | $\frac{10}{8}$ | $\frac{11}{9}$ | $\frac{12}{10}$ | $\frac{13}{10}$ | $\frac{14}{10}$ | $\frac{15}{10}$ |
| *de leurs $7^{es}$ puiſſances* | $\frac{1}{1}$ | $\frac{2}{1}$ | $\frac{3}{2}$ | $\frac{4}{3}$ | $\frac{5}{4}$ | $\frac{6}{5}$ | $\frac{7}{6}$ | $\frac{8}{7}$ | $\frac{9}{8}$ |
| | $\frac{8}{7}$ | $\frac{9}{7}$ | $\frac{10}{8}$ | $\frac{11}{9}$ | $\frac{12}{10}$ | $\frac{13}{10}$ | $\frac{14}{10}$ | $\frac{15}{10}$ | $\frac{16}{10}$ |

Ou l'on peut obſerver que le rapport pour telles puiſſances ou pour telles racines qu'on voudra, ou même pour telles puiſſances qu'on voudra de certaines racines ſera toûjours celui de l'unité à l'expoſant de la puiſſance ou ſimple ou compoſée augmenté de la même unité.

Surquoi il eſt bon d'avertir que comme les puiſſances linéaires, quarrées, cubiques, $4^{es}$, &c, ont pour expoſans les nombres $1, 2, 3, 4$, &c, qui en déſignent les dégrez; de même auſſi les racines quarrées, cubiques, $4^{es}$, $5^{es}$, &c, doivent avoir pour leurs expoſans les fractions $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}$, &c. Car comme en tirant la racine quarrée de la puiſſance $10^{e}$, on trouve la puiſſance $5^{e}$; de même auſſi lorſqu'on multiplie l'expoſant 10 des puiſſances $10^{es}$ par l'autre $\frac{1}{2}$ des racines quarrées, on trouve l'expoſant 5 des puiſſances $5^{es}$. Et comme en tirant la racine $5^{e}$ de la puiſſance 10, on trouve la puiſſance $2^{e}$ ou quarrée; de même auſſi lorſqu'on multiplie l'expoſant 10 des puiſſances $10^{es}$ par l'autre $\frac{1}{5}$ des racines $5^{es}$; on trouve l'expoſant 2 des puiſſances quarrées.



Digitized by Google

Cela donne en étant ſuppoſé, puiſque l'expoſant pour les puiſſances linéaires eſt 1 ; le rapport pour ces mêmes puiſſances eſt 1 à $1 + 1$ ou $\frac{1}{2}$. Et puiſque l'expoſant pour les quarrez eſt 2 ; le rapport pour ces puiſſances eſt 1 à $2 + 1$ ou $\frac{1}{3}$. Et on verra de la même ſorte que le rapport pour les cubes eſt 1 à $3 + 1$ ou $\frac{1}{4}$ ; & pour les 4es puiſſances 1 à $4 + 1$ ou $\frac{1}{5}$, &c. Et parce que l'expoſant des racines quarrées eſt $\frac{1}{2}$ ; le rapport pour ces mêmes racines eſt 1 à $\frac{1}{2} + 1$ ou $\frac{2}{3}$. Et enſuitte le rapport pour les racines cubiques eſt 1 à $\frac{1}{3} + 1$ ou $\frac{1}{4}$ ; Et pour les racines 4es 1 à $\frac{1}{4} + 1$ ou $\frac{4}{5}$.

## IV COROLLAIRE.

31. QUe ſi le premier terme de l'une des ſuittes infinies eſt multiplié par le premier d'une autre, & le ſecond par le ſecond, & ainſi du reſte ; les produits formeront une ſuitte infinie, où l'expoſant ſera la ſomme des deux autres expoſans. Comme ſi les quarrez des termes ſont multipliez par les cubes ; les produits ſeront des 5es puiſſances, dont l'expoſant eſt $5 \propto 2 + 3$.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| *Quarrez* | 0. | 1. | 4. | 9. | 16. | 25. &c. |
| *Cubes* | 0. | 1. | 8. | 27. | 64. | 125. |
| *5es puiſſances* | 0. | 1. | 32. | 343. | 1024. | 3125. |

Et ſi les quarrez, qui ont 2 pour leur expoſant, ſont multipliez par les racines cubiques, qui ont 3 pour le leur ; les produits ſeront des racines cubiques des 7es puiſſances, qui ont pour expoſant $\frac{7}{3}$ ou $2 + \frac{1}{3}$. Et le rapport pour ces puiſſances eſt celuy de l'unité à $\frac{10}{3}$ ou de 3 à 10.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| *Quarrez* | 0. | 1. | 4. | 9. | 16. &c. |
| *Racines cubiques* | √C.0. | √C.1. | √C.2. | √C.3. | √C.4. &c. |
| *ou quarrez* | √C.0. | √C.1. | √C.64. | √C. 729. | √C.4096. &c. |
| *Racines cubiques* | √C.0. | √C.1. | √C.2. | √C.3. | √C.4. &c. |
| *Produits* | √C.0. | √C.1. | √C.128. | √C.2187. | √C.16384. &c. |

Et ſi les racines quarrées, dont l'expoſant eſt $\frac{1}{2}$, ſont multipliées par les racines 5es, qui ont $\frac{1}{5}$ pour leur expoſant ; les produits ſeront les racines 10es des 7es puiſſances, où l'expoſant ſera $\frac{7}{10} \propto \frac{1}{2} + \frac{1}{5}$. Et le rapport pour ces mêmes produits ſera celuy de l'unité à $\frac{17}{10}$ ou de 10 à 17. Et ainſi des autres.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| *Racines quarrées* | √20. | √21. | √22. | √23. |
| *Racinnes 5es* | √5 0. | √5 1. | √5 2. | √5 3. |
| *ou racines 10es* | √10 0. | √10 1. | √10 32. | √10 243. &c. |
| *racines 10es* | √10 0. | √10 1. | √10 4. | √10 9. &c. |
| *Produits* | √10 0. | √10 1. | √10 128. | √10 2187. &c. |

Digitized by Google

Mais si le premier des termes d'une suitte infinie est divisé par le premier d'une autre, & le second par le second, & ainsi du reste; les exposans formeront une nouvelle suitte, qui aura pour exposant l'excez dont le premier des deux exposans surpasse le second.

Comme si les 4es puissances des termes infinis, sont divisées par les cubes de ces mêmes termes; les exposans seront les puissances linéaires dont le degré est $1 \propto 4 - 3$.

*Exposans* $\frac{0a^4}{0a^3} \propto 0a.\ \frac{1a^4}{1a^3} \propto 1a.\ \frac{16a^4}{8a^3} \propto 2a.\ \frac{81a^4}{27a^3} \propto 3a.$ &c.

Et si les puissances cubiques sont divisées par les linéaires; les exposans seront des puissances quarrées, qui ont pour exposant $3 - 1$ ou 2.

*Exposans* $\frac{0a^3}{0a} \propto 0aa.\ \frac{1a^3}{1a} \propto 1aa.\ \frac{8a^3}{2a} \propto 4aa.\ \frac{27a^3}{3a} \propto 9aa.\ \frac{64a^3}{4a} \propto 16aa.$ &c.

Mais si les puissances de la premiére suitte sont moins élevées que celles de la seconde qu'on prend pour diviseurs; les exposans formeront une nouvelle suitte dont les termes seront réciproques à leurs rélatifs dans la suitte que l'on trouveroit en divisant les plus hautes puissances par les moins élevées. Et les exposans vaudront moins que rien.

Si par éxemple on divise les puissances quarrées par les cubiques, ou les linéaires par les quarrées; les termes que l'on trouve sont réciproques à leurs rélatifs des puissances linéaires. $\frac{1}{2a} \cdot \frac{1}{3a} :: 3a.\ 2a.$ Et ainsi du reste.

*Exposans* $\frac{0a^2}{0a^3} \cdot \frac{1a^2}{1a^3} \cdot \frac{4a^2}{8a^3} \cdot \frac{9a^2}{27a^3} \cdot \frac{16a^2}{64a^3} \cdot \frac{25a^2}{125a^3}$. *&c. Ou* $\frac{1}{0a} \cdot \frac{1}{1a} \cdot \frac{1}{2a} \cdot \frac{1}{3a} \cdot \frac{1}{4a} \cdot \frac{1}{5a}$. *&c.*

*Exposans* $\frac{0a^3}{0a^2} \cdot \frac{1a^3}{1a^2} \cdot \frac{8a^3}{4a^2} \cdot \frac{27a^3}{9a^2} \cdot \frac{64a^3}{16a^2} \cdot \frac{125a^3}{25a^2}$. *&c. Ou* $0a.1a.\ 2a.\ 3a.4a.\ 5a.$ *&c.*

Et si on divise les puissances linéaires par les cubiques; les termes que l'on trouve sont réciproques à leurs rélatifs de la suitte infinie des puissances quarrées. Et l'exposant pour ces nouveaux termes est $1 - 3$ ou $- 2$.

*Exposans* $\frac{0a}{0a^3} \cdot \frac{1a}{1a^3} \cdot \frac{2a}{8a^3} \cdot \frac{3a}{27a^3} \cdot \frac{4a}{64a^3}$. *Ou* $\frac{1}{0aa} \cdot \frac{1}{1aa} \cdot \frac{1}{4aa} \cdot \frac{1}{9aa} \cdot \frac{1}{16aa}$. *&c.*

*Exposans* $\frac{0a^3}{0a} \cdot \frac{1a^3}{1a} \cdot \frac{8a^3}{2a} \cdot \frac{27a^3}{3a} \cdot \frac{64a^3}{4a}$. *Ou* $0aa.1aa.\ 4aa.\ 9aa.16aa.$ *&c.*

Et si quelqu'une de ces suittes infinies, qu'on pourra nommer *réciproques*, est multipliée ou divisée par une autre directe ou réciproque, ou si elle en divise quelqu'une; on pourra toûjours observer les régles prescrites ci-devant pour les suittes directes.

Comme si la suitte réciproque de ces puissances quarrées, telle qu'est $\frac{1}{1}, \frac{1}{4}, \frac{1}{9}$, &c, où l'exposant est $- 2$, est multipliée par la suitte $\frac{1}{1}, \frac{1}{8}, \frac{1}{27}$, &c. réciproque aux puissances cubiques, & où l'exposant est $- 3$; on trouvera la suitte $\frac{1}{1}, \frac{1}{32}, \frac{1}{243}$, &c, réciproque aux puissances cinquiémes, & où l'exposant est $- 5 \propto - 2 - 3$.

Et si la suitte $\frac{1}{\sqrt{1}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{3}}$, &c, réciproque aux racines quarrées, & où l'exposant est $- \frac{1}{2}$, est multipliée par la suitte 1, 4, 9, &c, des quar-

rez, où l'expoſant eſt 2 ; on trouvera la ſuitte $\sqrt{1}$, $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, &c, ou $\sqrt{1}$, $\sqrt{8}$, $\sqrt{27}$, &c, des racines quarrées des puiſſances troiſiémes, & où l'expoſant ſera $\frac{1}{2} \propto \frac{1}{2} + 2$.

## V COROLLAIRE.

32. SI l'on ſuppoſe autant de fois le plus grand des termes qu'il y a de termes dans la progreſſion infinie, & que chacun des termes ſoit une fois retranché du plus grand ; tous les reſtes enſemble ſeront la moitié de la ſomme entiére de tous les plus grands termes.

Et ſi chacun des termes eſt ajoûté une fois au plus grand ; la ſomme vaudra trois moitiez de celle des plus grands.

Car ſi on nomme $oa$ le plus petit des termes, & $1a$ le ſecond, & $za$ le plus grand de tous, & $g$ le nombre ou la multitude des termes ; leur ſomme entiére ſera $\frac{1}{2}gza$, c'eſt-à-dire une moitié de la ſomme $gza$ de tous les plus grands termes, laquelle étant ôtée, laiſſe un reſte $\frac{1}{2}gza$. Et étant ajoûtée, la ſomme nouvelle eſt $\frac{1}{2}gza$.

| | |
|---|---|
| $za - oa$ | $za + oa$ |
| $za - 1a$ | $za + 1a$ |
| $za - 2a$ | $za + 2a$ |
| $za - 3a$ | $za + 3a$ |
| &c. | &c. |
| $za - za$ | $za + za$ |
| *Reſte* $gza - \frac{1}{2}gza$. | *Somme* $gza + \frac{1}{2}gza$. |
| *Ou* $\frac{1}{2}gza$. | *Ou* $\frac{1}{2}gza$. |

Et ſi le quarré, ou le cube, ou la 4$^{e}$ puiſſance, &c, de chacun des termes eſt ôté une fois de la puiſſance ſemblable du plus grand de tous ; le reſte vaut les 2 tiers, ou les 3 quarts, ou les 4 cinquiémes, &c, de la ſomme entiére des plus grandes puiſſances.

Et ſi on les ajoûte enſemble ; la ſomme au contraire vaudra 4 tiers, ou 5 quarts, ou 6 cinquiémes, &c, de la ſomme entiére des plus grandes puiſſances.

| | | |
|---|---|---|
| $zzaa \mp oaa$ | $z^3a^3 \mp oa^3$ | $z^4a^4 \mp oa^4$ |
| $zzaa \mp 1aa$ | $z^3a^3 \mp 1a^3$ | $z^4a^4 \mp 1a^4$ |
| $zzaa \mp 4aa$ | $z^3a^3 \mp 8a^3$ | $z^4a^4 \mp 16a^4$ |
| $zzaa \mp 9aa$ | $z^3a^3 \mp 27a^3$ | $z^4a^4 \mp 81a^4$ |
| &c &c | &c &c | &c &c |
| $zzaa \mp zzaa$ | $z^3a^3 \mp z^3a^3$ | $z^4a^4 \mp z4a^4$ |
| $gzzaa \mp \frac{1}{3}gzzaa$. | $gz^3a^3 \mp \frac{1}{4}gz^3a^3$. | $gz^4a^4 \mp \frac{1}{5}gz^4a^4$. &c. |
| *Reſte* $1 - \frac{1}{3} \propto \frac{2}{3}$. | $1 - \frac{1}{4} \propto \frac{3}{4}$. | $1 - \frac{1}{5} \propto \frac{4}{5}$. &c. |
| *Somme* $1 + \frac{1}{3} \propto \frac{4}{3}$. | $1 + \frac{1}{4} \propto \frac{5}{4}$. | $1 + \frac{1}{5} \propto \frac{6}{5}$. &c. |

Et ſi la racine quarrée, ou cubique, ou 4$^{e}$, &c, de chacun des termes

Digitized by Google

eſt une fois retranchée de la racine ſemblable du plus grand de tous ; le reſte vaudra un tiers, ou un quart, ou une 5^e^ partie, &c, de la ſomme entiére des plus grandes racines.

Et ſi on les ajoûte enſemble ; la ſomme vaudra 5 tiers, ou 7 quarts, ou 9 cinquiémes, &c, ou le double moins un tiers, ou un quart, ou une 5^e^ partie, &c, de la ſomme entiére des plus grandes racines.

| | | |
|---|---|---|
| $\sqrt{za} - \sqrt{0a}$ | $\sqrt{C.za} - \sqrt{C.0a}$ | $\sqrt{4^c.za} - \sqrt{4^c.0a}$ |
| $\sqrt{za} - \sqrt{1a}$ | $\sqrt{C.za} - \sqrt{C.1a}$ | $\sqrt{4^c.za} - \sqrt{4^c.1a}$ |
| $\sqrt{za} - \sqrt{2a}$ | $\sqrt{C.za} - \sqrt{C.2a}$ | $\sqrt{4^c.za} - \sqrt{4^c.2a}$ |
| $\sqrt{za} - \sqrt{3a}$ | $\sqrt{C.za} - \sqrt{C.3a}$ | $\sqrt{4^c.za} - \sqrt{4^c.3a}$ |
| &c &c | &c &c | &c &c |
| $\sqrt{za} - \sqrt{za}$. | $\sqrt{C.za} - \sqrt{C.za}$. | $\sqrt{4^c.za} - \sqrt{4^c.za}$. |
| $g\sqrt{za} + \frac{2}{3}g\sqrt{za}$. | $g\sqrt{C.za} + \frac{3}{4}g\sqrt{C.za}$. | $g\sqrt{4^c.za} + \frac{4}{5}g\sqrt{4^c.za}$. &c. |
| *Reſte* $1 - \frac{2}{3} \propto \frac{1}{3}$. | $1 - \frac{3}{4} \propto \frac{1}{4}$. | $1 - \frac{4}{5} \propto \frac{1}{5}$. &c. |
| *Somme* $1 + \frac{2}{3} \propto \frac{5}{3}$. | $1 + \frac{3}{4} \propto \frac{7}{4}$. | $1 + \frac{4}{5} \propto \frac{9}{5}$. &c. |

Et on trouvera de la même ſorte les reſtes ou les ſommes pour les diverſes racines des puiſſances des termes, comme il eſt aiſé d'en juger par la Table expoſée ci-devant.

| | | |
|---|---|---|
| $\sqrt{z^3a^3} - \sqrt{0a^3}$ | $\sqrt{C.zzaa} - \sqrt{C.0aa}$ | $\sqrt{C.z^4a^4} - \sqrt{C.0a^4}$ |
| $\sqrt{z^3a^3} - \sqrt{1a^3}$ | $\sqrt{C.zzaa} - \sqrt{C.1aa}$ | $\sqrt{C.z^4a^4} - \sqrt{C.1a^4}$ |
| $\sqrt{z^3a^3} - \sqrt{8a^3}$ | $\sqrt{C.zzaa} - \sqrt{C.4aa}$ | $\sqrt{C.z^4a^4} - \sqrt{C.16a^4}$ |
| $\sqrt{z^3a^3} - \sqrt{27a^3}$ | $\sqrt{C.zzaa} - \sqrt{C.16aa}$ | $\sqrt{C.z^4a^4} - \sqrt{C.81a^4}$ |
| &c &c | &c &c | &c &c |
| $\sqrt{z^3a^3} - \sqrt{z^3a^3}$. | $\sqrt{C.zzaa} - \sqrt{C.zzaa}$. | $\sqrt{C.z^4a^4} - \sqrt{C.z^4a^4}$. |
| $g\sqrt{z^3a^3} + \frac{2}{5}g\sqrt{z^3a^3}$. | $g\sqrt{C.zzaa} + \frac{1}{5}g\sqrt{C.zzaa}$ | $g\sqrt{C.z^4a^4} + \frac{1}{7}g\sqrt{C.z^4a^4}$. |
| *Reſte* $1 - \frac{2}{5} \propto \frac{3}{5}$. | $1 - \frac{1}{5} \propto \frac{2}{5}$. | $1 - \frac{3}{7} \propto \frac{4}{7}$. |
| *Somme* $1 + \frac{2}{5} \propto \frac{7}{5}$. | $1 + \frac{1}{5} \propto \frac{8}{5}$. | $1 + \frac{1}{7} \propto \frac{10}{7}$. |

## VI COROLLAIRE.

33. Si on prend autant de fois le plus grand des termes qu'il y a de termes dans la progreſſion arithmétique, & que chacun des termes ſoit une fois retranché du plus grand ; les quarrez, ou les cubes, ou les puiſſances qu'on voudra des reſtes, ſeront à la puiſſance ſemblable du plus

Digitized by Google

grand terme, prise autant de fois qu'il y a de termes, comme un nombre connu à un nombre connu.

| *Restes.* | *Quarrez.* | *Cubes.* |
|---|---|---|
| $z - 0$ | $zz - 2z0 + 00$ | $z^3 - 3z20 + 3z00 - 0^3$ |
| $z - a$ | $zz - 2az + aa$ | $z^3 - 3azz + 3aaz - a^3$ |
| $z - b$ | $zz - 2bz + bb$ | $z^3 - 3bzz + 3bbz - b^3$ |
| &c. &c. | &c. &c. &c. | &c. |
| $z - z$ | $zz - 2zz + zz$ | $z^3 - 3z^3 + 3z^3 - z^3$ |
| *Somme* $gz - \frac{1}{2}gz$. | $gzz - \frac{2}{2}gzz + \frac{1}{3}gzz$. | $gz^3 - \frac{3}{2}gz^3 + \frac{3}{3}gz^3 - \frac{1}{4}gz^3$. |
| $1 - \frac{1}{2}$. | $1 - \frac{2}{2} + \frac{1}{3} \propto \frac{1}{3}$. | $1 - \frac{3}{2} + \frac{3}{3} - \frac{1}{4} \propto \frac{1}{4}$. |
| $\frac{1}{2}$. | ou $\frac{1^1 2^1}{2^1 3^1}$. | ou $\frac{1^1 2^1 3}{2^1 3^1 4}$. |

Et si le quarré de chaque terme est retranché de la même sorte du quarré du plus grand; on connoîtra le rapport pour les quarrez, ou les cubes, ou les puissances qu'on voudra des restes.

| *Restes.* | *Quarrez.* | *Cubes.* |
|---|---|---|
| $zz - 00$ | $z^4 - 2z00 + 00$ | $z^6 - 3z^4 00 + 3z0^4 - 0^6$ |
| $zz - aa$ | $z^4 - 2aazz + a^4$ | $z^6 - 3aaz^4 + 3a^4zz - a^6$ |
| $zz - bb$ | $z^4 - 2bbzz + b^4$ | $z^6 - 3bbz^4 + 3b^4zz - b^6$ |
| &c | &c | &c |
| $zz - zz$ | $z^4 - 2z^4 + z^4$ | $z^6 - 3z^6 + 3z^6 - z^6$ |
| *Somme* $gzz - \frac{1}{3}gzz$. | $gz^4 - \frac{2}{3}gz^4 + \frac{1}{5}gz^4$. | $gz^6 - \frac{3}{3}gz^6 + \frac{3}{5}gz^6 - \frac{1}{7}gz^6$. |
| $1 - \frac{1}{3}$. | $1 - \frac{2}{3} + \frac{1}{5} \propto \frac{8}{15}$. | $1 - \frac{3}{3} + \frac{3}{5} - \frac{1}{7} \propto \frac{48}{105}$. |
| $\frac{2}{3}$. | ou $\frac{2^1 4}{3^1 5}$. | ou $\frac{2^1 4^1 6}{3^1 5^1 7}$. |

Si d'une part on ôte chaque terme du plus grand de tous, & que de l'autre part on ajoûte aussi chaque terme au plus grand, & qu'on multiplie par ordre les restes par les sommes qui leur répondent; le rapport pour la somme des produits pourra être connu.

Et si on multiplioit les quarrez, ou les cubes des restes, par les quarrez ou les cubes des sommes, & ainsi du reste; on pourroit connoître de la même sorte le rapport pour la somme entiére des produits.

| | | |
|---|---|---|
| $z - a$ | $zz - 2az + aa$ | $z^3 - 3azz + 3aaz - a^3$ |
| $z + a$ | $zz + 2az + aa$ | $z^3 + 3aaz + 3aaz + a^3$ |
| $zz - aa$. | $z^4 - 2aazz + a^4$. | $z^6 - 3aaz^4 + 3a^4zz - a^6$. |
| &c. | &c. | &c. |

Il y a encore d'autres propositions utiles & curieuses & tirées des mêmes principes, qu'on pourra voir dans le Traitté de Monsieur Wallis. Et ceux qui sont versez dans la Géométrie prendront plaisir à considérer la juste application qu'il fait de cette nouvelle espéce d'Arithmétique aux figures mêmes les plus composées. On peut voir aussi le grand & sçavant Traité de Monsieur Boüillaud sur la même matiére.

DES

Digitized by Google

## DES QUARREZ MAGIQUES.

### Definitions.

34. Si les termes d'une progreſſion arithmétique rempliſſent ſucceſſivement & par ordre toutes les cellules d'un quarré; on dira que c'eſt *un quarré naturel*.

Mais ſi les termes de la progreſſion ſont tellement tranſpoſez dans les cellules du quarré, que toutes les bandes ou tous les rangs paralléles & perpendiculaires, & même les deux angulaires ou des coins faſſent toûjours une même ſomme; on dira que c'eſt *un quarré magique*.

Stifélius & quelques autres ont parlé de ces quarrez, mais fort légérement. Et les nouveaux Elémens de Géométrie fourniſſent une méthode tres-parfaitte pour former leur diſpoſition. Cependant comme j'ai remarqué que des perſonnes d'eſprit n'en comprenoient les démonſtrations qu'avec aſſez de peine, & que la reſſemblance de certaines lettres y avoit fait gliſſer quelque faute capable d'arrêter; je tâcherai de rendre les démonſtrations un peu plus ſenſibles, & de n'y rien laiſſer à ſuppléer.

Nous diſtinguerons, comme a fait l'Auteur, toutes les cellules en diverſes *enceintes*: Mais nous prendrons pour la *premiére* la cellule du milieu dans les quarrez impairs, & les quatre du milieu dans les quarrez pairs. Et *la ſeconde enceinte* comprendra les cellules qui ſont immediatement autour de la premiére. Et *la troiſiéme* comprendra celles qui entourent immédiatement la ſeconde. Et ainſi du reſte. Et les enceintes 1^re^, 3^e^, 5^e^, 7^e^, 9^e^, &c, ſeront *les enceintes impaires*. Et les 2^e^, 4^e^, 6^e^, 8^e^, &c, ſeront *les enceintes paires*.

Nous diſtinguerons encore tous les petits & tous les grands termes. Les petits ſeront ceux qui valent moins que la moitié des extrêmes, & les grands ceux qui valent plus. Il y en a toûjours autant de petits que de grands; & un de plus dans les quarrez impairs, qui tient le milieu, ou qui vaut au juſte la moitié des extrêmes, & qu'on nomme *le centre*.

Nous dirons de plus que *les termes oppoſez* ſont ceux dont la ſomme eſt égale à celle des extrêmes; ou ceux qui ſont également éloignez des extrêmes ou du centre, ce qui revient au même.

On dira auſſi dans une même enceinte qu'une cellule *eſt vis-à-vis d'une autre*, lorſqu'elles ſont ſur un même rang angulaire, ou dans les coins oppoſez; ou hors des coins ſur un même rang paralléle ou perpendiculaire.

### Preparation pour les quarrez impairs.

35. On marquera dans chaque enceinte du quarré naturel le coin à gauche de la bande ſupérieure par une lettre *a*, & le coin à droite de la même bande par *g*, & la cellule du milieu de la bande par *d*; & par *v* le plus bas des petits termes qui ſont à gauche diſpoſez ſous *a*. Et dans les enceintes impaires, on marquera encore par *b* & par *f* deux cellules de la bande ſupérieure également éloignées des deux *a* & *g*; & par *h* celle qui ſuit *g*, & qui ſe trouve à gauche immédiatement ſous *a*; & par *f* celle qui précéde *v*, ou le plus bas des pe-

*a* Voyez les pages 419 & 420.

tits termes qui ſont ſous $g$ à droitte. Et les grandes cellules oppoſées à toutes ces petites qu'on aura marquées ſeront auſſi marquées par les majuſcules des mêmes lettres ; l'oppoſée de la cellule $a$ par A ; & les oppoſées des autres, $b, d, f, g, h, f, v$, par les majuſcules B, D, F, G, H, S, V. Et la premiére enceinte ou la cellule du milieu, qui vaut une moitié de la ſomme $a+$ A des extrêmes, ſera marquée ſimplement par $\zeta$.

### Preparation pour les quarrez pairs.

*Voyez les pages 422 & 423.*

36. On ne marquera rien dans la premiére & dans la ſeconde enceinte, qui ont leurs régles à part. Mais dans toutes les autres on marquera le coin à gauche de la bande ſupérieure par $a$, & ſon autre coin à droitte par $g$, & deux cellules de la même bande également éloignées des deux $a$ & $g$, l'une par $b$, & l'autre par $f$ ; & par $f$ la plus baſſe des petites cellules qui ſont à gauche ſous la cellule $a$, & par $v$ la plus baſſe à droitte de celles qui ſont ſous $g$. Et dans les enceintes impaires on marquera encore deux cellules de la bande ſupérieure également éloignées des deux $a$ & $g$ ou des deux $b$ & $f$, l'une par $c$, & l'autre par $e$ ; & on marquera par $b$ celle qui ſuit $g$, ou qui eſt ſous $a$, & par $p$ celle qui eſt à gauche ſur $v$, ou qui précéde $f$ immédiatement dans la même enceinte. Et les oppoſées de toutes ces petites cellules qu'on aura marquées ſeront auſſi marquées par les majuſcules A, B, C, E, F, G, H, P, S, V, des mêmes lettres $a, b, c, e, f, g, h, p, f, v$.

## XIII PROBLEME.

37. *Pour diſpoſer magiquement un quarré naturel, lorſqu'il eſt impair.*

1°. Les petits termes marquez dans chaque enceinte paire ſeront diſpoſez en cette ſorte dans telle enceinte paire qu'on voudra. Le petit $v$ ſera mis au coin gauche, & le petit $d$ au coin droit de la bande ſuperieure ; & le petit $a$ dans la bande inférieure hors des coins ; & le petit $g$ hors des coins dans la bande gauche. Et les grands termes oppoſez à ces quatre petits ſeront mis chacun vis-à-vis de ſon petit dans les bandes oppoſées. Et alors la nouvelle enceinte aura dans les trois cellules de chacune de ſes quatre bandes une même valeur $3\zeta$. Ce qu'on démontre ainſi.

b. 21. 7. Les rapports arithmétiques ſont égaux entre $d$ & $a$, & [b] entre $\zeta$ & $v$. Et
c. 15. 7. par conſéquent la ſomme $d+v$ des extrêmes eſt [c] égale à l'autre $a+\zeta$ des moyens. Et ajoûtant A de part & d'autre ; la ſomme $A+d+v$ des trois
d. 23. 7. cellules de la bande ſupérieure eſt égale à la ſomme $A+a+z$ c'eſt [d] à dire à $3\zeta$ ; car $A+a$ vaut au juſte $2\zeta$. Et on prouvera de la même ſorte que la ſomme $a+D+V$ des trois cellules de la bande inférieure eſt égale au juſte à $3\zeta$. Et enſuitte que la ſomme $v+g+D$ des trois cellules de la bande gauche vaut auſſi $3\zeta$. Et enfin que l'autre ſomme $V+G+d$ des trois cellules de la bande droitte vaut encore $3\zeta$.

*Pour les bandes ſupérieure & inférieure.*

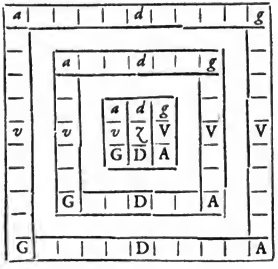
$$\left\{\begin{matrix} d.\ a:\zeta.\ v. \\ D.\ A:\zeta.\ V. \end{matrix}\right. \textit{Donc}\ \begin{matrix} d+v \propto a+\zeta. \\ D+V \propto A+\zeta. \end{matrix} \textit{Donc}\ \begin{matrix} A+d+v \propto A+a+\zeta \propto 3\zeta. \\ a+D+V \propto a+A+\zeta \propto 3\zeta. \end{matrix}$$

Digitized by Google

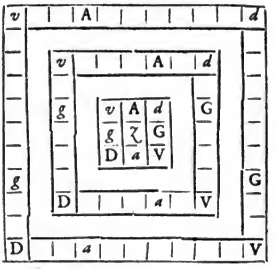
*Pour les bandes du côté gauche & du côté droit.*

$\left\{\begin{matrix} v.\zeta : G.D. \\ V.\zeta : g.d. \end{matrix}\right.$ *Donc* $\begin{matrix} v+D \infty \zeta+G. \\ V+d \infty \zeta+g. \end{matrix}$ *Donc* $\begin{matrix} v+D+g \infty \zeta+G+g \infty 3\zeta \\ V+d+G \infty \zeta+g+G \infty 3\zeta \end{matrix}$

*Enceintes naturelles.*




*Pour les enceintes magiques.*




2°. Les petits termes marquez dans chaque enceinte impaire ſeront auſſi diſpoſez en cette ſorte dans telle enceinte impaire qu'on voudra. Le petit *a* ſera mis au coin gauche, & le petit *d* au coin droit de la bande ſupérieure; & les petits *b*, *f*, *v*, hors des coins dans la bande inférieure, & le petit *g* dans la bande gauche; & les petits *h* & *ſ* dans la bande droitte, en ſorte néanmoins qu'ils ne ſoient point vis-à-vis de *g*. Et les grands termes oppoſez à ces cinq petits ſeront mis chacun vis-à-vis de ſon petit dans les bandes oppoſées. Et alors la nouvelle enceinte aura dans les cinq cellules de chacune de ſes quatre bandes une même valeur 5ζ. Ce qu'on démontre ainſi. *Voyez la page ſuivante.*

Il y a un même rapport arithmétique entre *b* & *a* & entre *g* & *f*, & encore un même entre *g* & *d* & entre ζ & *v*. Et ainſi les ſommes $b+f$ & $a+g$ ſont égales, & les deux $g+v$ & $d+\zeta$ ſont encore égales. Si donc on ajoûte *v* à chacune des deux premiéres ſommes, & *a* à chacune des deux autres; il y aura égalité d'une part entre $b+f+v$ & $a+g+v$, & de l'autre entre $a+g+v$ & $a+d+\zeta$; & par conſéquent entre $b+f+v$, & $a+d+\zeta$. Et ſi on ajoûte encore ici de part & d'autre les grands termes A & D; il y aura égalité entre $b+f+v+A+D$ de la bande inférieure & $a+d+\zeta+A+D$ qui vaut 5ζ au juſte, puiſque la ſomme $a+A$ vaut 2ζ, & que l'autre $d+D$ vaut auſſi 2ζ. Et on prouvera de la même ſorte que les cinq cellules $B+F+V+a+d$ de la bande ſupérieure valent 5ζ au juſte. Et enſuitte que les cinq $d+h+f+A+G$ de la bande droitte valent encore 5ζ. Et enfin que les cinq $D+H+S+a+g$ de la bande gauche ont auſſi la même valeur 5ζ.

*Pour la bande inférieure.*

$\left\{\begin{array}{l} b.\ a : g.f.\ \textit{Et}\ g.\ d : \zeta.\ v. \\ \zeta + g + v \gg a + d + \zeta. \end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{l} \textit{Donc}\ b + f \gg a + g.\ \textit{Et}\ g + v \gg d + \zeta.\ \textit{Et}\ b + f + v \gg a \\ \textit{Donc}\ b + f + v + A + D \gg a + d + \zeta + A + D \gg 5\zeta. \end{array}\right.$

*Pour la bande supérieure.*

$\left\{\begin{array}{l} B.\ A : G.\ F. \\ \gg A + G + V \gg A + D + z. \end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{l} EG.\ D : \zeta.\ V. \\ \textit{Donc}\ B + F \gg A + G. \end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{l} \textit{Et}\ G + V \gg D + z.\ \textit{Et}\ B + F + V \\ \textit{Donc}\ B + F + V + a + d \gg A + D + z + a + d \gg 5z. \end{array}\right.$

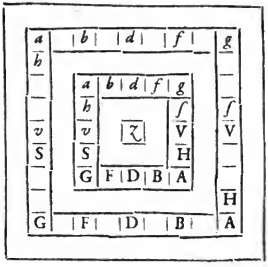
*Pour la bande du côté droit.*

$\left\{\begin{array}{l} a.\ d : d.\ g.\ \textit{Et}\ d.\ h : f.\ z. \\ \gg d + d + z \gg d + h + f. \end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{l} \textit{Donc}\ a + g + z \gg d + d.\ \textit{Et}\ d + z \gg h + f.\ \textit{Et}\ a + g + \zeta \\ \textit{Donc}\ a + g + z + A + G \gg 5z \gg d + h + f + A + G. \end{array}\right.$

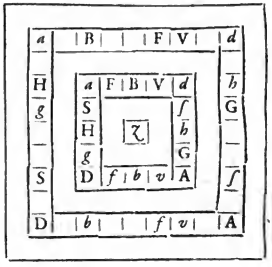
*Pour la bande du côté gauche.*

$\left\{\begin{array}{l} A.\ D : D.\ G.\ \textit{Et}\ D.\ H : S.\ \zeta. \\ \gg D + D + z \gg D + H + S. \end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{l} \textit{Donc}\ A + G \gg D + D.\ \textit{Et}\ D + z \gg H + S.\ \textit{Et}\ A + G + z \\ \textit{Donc}\ A + G + z + a + g \gg 5z \gg D + H + S + a + g. \end{array}\right.$

*Enceintes naturelles.*




*Pour les enceintes magiques.*




3°. Comme les petits termes qui ne ſont point marquez dans la bande ſupérieure, reſtent toûjours en nombre pairement pair, & qu'ils ſont toûjours de quatre en quatre en proportion arithmétique; & qu'il en eſt de même de tous les petits enſemble qui ne ſont point marquez dans la bande de droitte & dans la bande gauche : on n'aura qu'à mettre les deux extrêmes de chaque proportion dans telle bande qu'on voudra, & les moyens dans ſon oppoſée, mais enſorte que deux petits ne ſoient jamais vis-à-vis l'un de l'autre. Et lorſqu'on aura placé tous les petits termes qui reſtent en chaque enceinte ; on diſpoſera de la même ſorte tous les grands qui reſtent vis-à-vis chacun de ſon petit. Et alors toutes les bandes paralléles & perpendiculaires & les deux angulaires ſeront magiquement diſpoſées, & chacune aura pour ſa juſte valeur autant de fois 12 qu'elle a de cellules.

Digitized by Google

Car il eſt déja clair 1° & 2° que l'enceinte exterieure avoit receu dans chacune de ſes quatre bandes, une même valeur 37 dans trois de ſes cellules; ou une même 57 dans cinq de ces cellules. 3°. Et lorſqu'on remplit quatre à quatre toutes les cellules vuides; chaque bande reçoit les extrêmes d'une proportion arithmétique & les oppoſez des moyens. Comme donc il y a égalité entre les extrêmes & les moyens, & entre les oppoſez des extrêmes & ceux des moyens; il eſt égal de prendre les extrêmes & leurs oppoſez qui valent 47, ou de prendre les extrêmes & les oppoſez des moyens. De ſorte que les cellules vuides reçoivent toûjours quatre à quatre une même valeur 47 en chaque bande extérieure. Et pour les autres bandes; il y a toûjours deux termes oppoſez vis-à-vis l'un de l'autre. De ſorte que chacune des bandes paralléles & perpendiculaires & des deux angulaires vaut au juſte autant de fois 17 qu'elle contient de cellules.

*Quarré naturel de XI.*

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 |
| 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 |
| 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 | 41 | 42 | 43 | 44 |
| 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 | 51 | 52 | 53 | 54 | 55 |
| 56 | 57 | 58 | 59 | 60 | 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 |
| 67 | 68 | 69 | 70 | 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 |
| 78 | 79 | 80 | 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 |
| 89 | 90 | 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 |
| 100 | 101 | 102 | 103 | 104 | 105 | 106 | 107 | 108 | 109 | 110 |
| 111 | 112 | 113 | 114 | 115 | 116 | 117 | 118 | 119 | 120 | 121 |

*Quarré magique de XI.*

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 58 | 26 | 30 | 95 | 93 | 27 | 47 | 42 | 86 | 69 | 28 |
| 35 | 37 | 12 | 45 | 84 | 63 | 82 | 99 | 88 | 39 | 87 |
| 43 | 100 | 60 | 119 | 118 | 73 | 5 | 2 | 50 | 22 | 79 |
| 90 | 67 | 17 | 13 | 102 | 65 | 108 | 17 | 115 | 55 | 32 |
| 76 | 74 | 10 | 98 | 56 | 121 | 6 | 24 | 112 | 48 | 46 |
| 31 | 41 | 51 | 21 | 11 | 61 | 111 | 101 | 71 | 81 | 91 |
| 107 | 70 | 114 | 68 | 116 | 1 | 66 | 14 | 8 | 52 | 15 |
| 103 | 33 | 113 | 105 | 20 | 57 | 114 | 109 | 9 | 80 | 19 |
| 18 | 44 | 72 | 3 | 4 | 49 | 117 | 120 | 62 | 78 | 104 |
| 16 | 83 | 110 | 77 | 38 | 59 | 40 | 23 | 34 | 85 | 106 |
| 94 | 96 | 92 | 27 | 25 | 25 | 75 | 80 | 36 | 53 | 64 |

## XIV PROBLEME.

38. *Pour diſpoſer magiquement un quarré naturel, lorſqu'il eſt pair.* 1°. Les petits termes marquez dans chaque enceinte paire excepté la premiére ſeront diſpoſez en cette ſorte dans telle enceinte paire qu'on voudra excepté la premiére. Le petit *a* reſtera dans le coin gauche, & le petit *g* dans le coin droit de la bande ſupérieure; & les petits *b* & *f* ſeront mis hors des coins dans la bande inférieure; & le petit *v* hors des coins dans la bande gauche, & le petit *ſ* hors des coins dans la droitte, en ſorte néanmoins qu'il ne ſoit point vis-à-vis du petit *v*. Et les grands termes oppoſez à ces ſix petits ſeront mis chacun vis-à-vis de ſon petit dans les bandes oppoſées. Et alors la nouvelle enceinte aura dans les quatre cellules de chacune de ſes quatre bandes une même valeur 47, c'eſt-à-dire 4

*voyez la page ſuivante.*



Digitized by Google

fois la moitié ℣ de la ſomme *a* + A ou *b* + B des extrêmes. Ce qu'on démontre ainſi.

Il y a un même rapport arithmétique entre B & A & entre G & F. Et par conſéquent la ſomme B + F des extrêmes eſt égale à la ſomme A + G des moyens. Et ajoûtant de part & d'autre les petits *a* & *g*; il y a égalité entre B + F + *a* + *g* de la bande ſupérieure & A + G + *a* + *g*, qui vaut 4℣ au juſte. Et on prouvera de la même ſorte que *b* + *f* + A + G de la bande inférieure vaut au juſte 4℣. Et enſuitte que G + S + *v* + *a* de la bande gauche vaut encore 4℣. Et enfin que *g* + *f* + V + A de la bande gauche vaut auſſi 4℣.

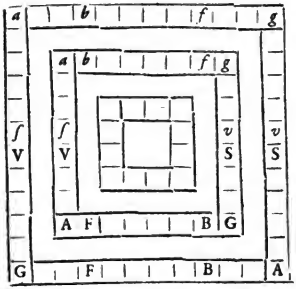
*Pour les bandes ſupérieure & inférieure.*

$$\left\{\begin{matrix} B.A : G.F. \\ b.a : g.f. \end{matrix}\right. \textit{Donc}\ \begin{matrix} B+F \gg A+G. \\ b+f \gg a+g. \end{matrix} \qquad \textit{Donc}\ \begin{matrix} B+F+a+g \gg A+G+a+g \gg 4℣ \\ b+f+A+G \gg a+g+A+G \gg 4℣ \end{matrix}$$

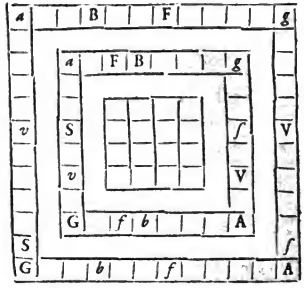
*Pour les bandes du côté gauche & du côté droit.*

$$\left\{\begin{matrix} A.S : G.V. \\ a.f : g.v. \end{matrix}\right. \textit{Donc}\ \begin{matrix} A+V \gg S+G. \\ a+v \gg f+g. \end{matrix} \qquad \textit{Donc}\ \begin{matrix} A+V+a+v \gg 4℣ \gg S+G+a+v. \\ a+v+A+V \gg 4℣ \gg f+g+A+V. \end{matrix}$$

*Enceintes naturelles.*




*Pour les enceintes magiques.*




2°. Les petits termes marquez dans chaque enceinte impaire excepté la première ſeront diſpoſez en cette ſorte dans telle enceinte impaire qu'on voudra excepté la premiére. Le petit *b* ſera mis au coin gauche, & le petit *f* au coin droit de la bande ſupérieure, & les deux petits *v* & *g* hors des coins dans la même bande, & les deux petits *b* & *f* hors des coins dans la bande inférieure; mais en ſorte qu'ils ne répondent point aux deux *v* & *g*; & les petits *a* & *p* hors des coins dans la bande gauche, & les petits *c* & *e* hors des coins dans la droitte, en ſorte néanmoins qu'ils ne ſoient point vis-à-vis des petits *a* & *p*. Et les grands termes oppoſez à ces dix petits ſe-

Digitized by Google

ront mis chacun vis-à-vis de ſon petit dans les bandes oppoſées. Et alors la nouvelle enceinte aura dans les ſix cellules de chacune de ſes quatre bandes une même valeur 67, c'eſt-à-dire ſix fois la moitié 7 de la ſomme des extrêmes. Ce qu'on démontre ainſi.

Il y a un même rapport arithmétique entre *h* & *a* & entre V & *f*, & encore un même entre B & A & entre G & F. Et par conſéquent la ſomme *h* + *f* des extrêmes eſt égale à la ſomme *a* + V des moyens. Et la ſomme B + F des extrêmes encore égale à la ſomme A + G des moyens. Et ajoûtant enſemble d'une part les deux ſommes des extrêmes, & de l'autre les deux ſommes des moyens; il y aura égalité entre *h* + *f* + B + F & *a* + V + A + G. Et ajoûtant encore *v* & *g* de part & d'autre; il y aura égalité entre *h* + *f* + B + F + *v* + *g* de la bande ſupérieure & *a* + V + A + G + *v* + *g* qui vaut 67 au juſte. Et on prouvera de la même ſorte que H + S + *b* + *f* + V + G de la bande inférieure vaut au juſte 67. Et enſuitte que *h* + *p* + *a* + S + C + E de la bande gauche vaut encore 67. Et enfin que H + P + A + *f* + *c* + *e* vaut pareillement 67.

*Pour la bande ſupérieure.*

*h. a* : V. *f*. *Et* B. A : G. F. { *Donc h* + *f* ∞ *a* + V. *Et* B + F ∞ A + G. { *Donc h* + *f* + B + F ∞ *a* + V + A + G. { *Donc h* + *f* + B + F + *v* + *g* ∞ *a* + V + A + G + *v* + *g* ∞ 67.

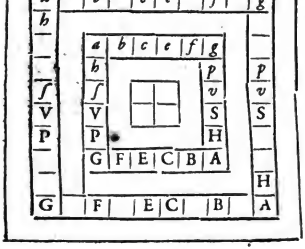
*Pour la bande inférieure.*

H. A : *v*. S. *Et b. a* : *g. f*. { *Donc* H + S ∞ A + *v*. *Et b* + *f* ∞ *a* + *g*. { *Donc* H + S + *b* + *f* ∞ A + *v* + *a* + *g*. { *Donc* H + S + *b* + *f* + V + G ∞ A + *v* + *a* + *g* + V + G ∞ 67.

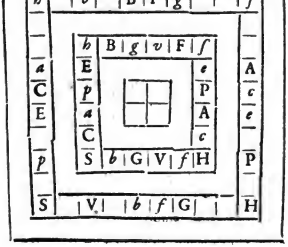
*Pour les bandes du côté gauche & du côté droit.*

*h. f* : *g. p*. *Et a. c* : *e. g*. { *Donc h* + *p* ∞ *f* + *g*. *Et a* + *g* ∞ *c* + *e*. { *Donc h* + *p* + *a* + *g* ∞ *f* + *g* + *c* + *e*. *Et h* + *p* + *a* ∞ *f* + *c* + *e*. { *Or h* + *p* + *a* + H + P + A ∞ 67 ∞ *f* + *c* + *e* + S + C + E. { *Donc* H + P + A ∞ S + C + E. *Et h* + *p* + *a* + S + C + E ∞ *f* + *c* + *e* + H + P + A ∞ 67.

*Enceintes naturelles.*




*Pour les enceintes magiques.*




Digitized by Google

3°. Comme les petits termes qui ne ſont point marquez dans la bande ſupérieure reſtent toûjours en nombre pairement pair, & qu'ils ſont toûjours de quatre en quatre en proportion arithmétique ; & qu'il en eſt de même de tous les petits enſemble qui ne ſont point marquez dans la bande droitte & dans la bande gauche : on n'aura qu'à mettre les deux extrêmes de chaque proportion dans telle bande qu'on voudra, & les moyens dans ſon oppoſée, mais en ſorte que deux petits ne ſoient jamais vis à-vis l'un de l'autre. Et lorſqu'on aura placé tous les petits termes qui reſtent en chaque enceinte ; on diſpoſera de la même ſorte tous les grands qui reſtent, vis-à-vis chacun de ſon petit.

4°. La premiére & la ſeconde enceinte ont leurs régles à part ; parceque la premiére qui comprend dans ſes quatre cellules une proportion arithmétique de quatre termes ne peut jamais devenir magique. Ces deux enceintes forment un quarré de 16 cellules, où les bandes angulaires $a+i+I+A$ & $g+k+K+G$ ont chacune la même valeur 47. Et chaque autre bande paralléle ou perpendiculaire comprend dans ſes quatre cellules une proportion arithmétique, dont elle doit conſerver les extrêmes en rejettant les moyens dans ſon oppoſée, ou les moyens en rejettant les extrêmes dans cette oppoſée, mais toûjours en ſorte que chacun des grands termes ſoit vis-à-vis de ſon petit. Ce qui rendra magiques toutes les bandes de ce petit quarré. Et par conſéquent toutes celles du grand le ſeront auſſi. Et chacune aura pour ſa juſte valeur autant de fois 17 qu'elle comprend de cellules.

*Pour le quarré du centre.*

| | | | |
|---|---|---|---|
| a | | | g |
| | i | k | |
| | K | I | |
| G | | | A |

Les bandes de la ſeconde enceinte peuvent échanger les extrêmes & les moyens qui ſont dans leurs cellules avec pluſieurs de ceux qu'on aura mis dans les autres bandes.

Pour la demonſtration il eſt déja clair 1° & 2°, que l'enceinte exterieure avoit receu pour chacune de ſes quatre bandes une même valeur 47 dans quatre de ſes cellules, ou une même 68 dans ſix de ſes cellules. 3°. Et lorſqu'on remplit quatre à quatre toutes les cellules vuides ; chaque bande reçoit les extrêmes d'une proportion arithmétique & les oppoſez des moyens, ce qui vaut au juſte 47. De ſorte que les cellules vuides reçoivent toûjours quatre à quatre une même valeur 47 dans chacune des bandes extérieures. Et pour les autres bandes, il y a toûjours deux termes oppoſez vis-à-vis l'un de l'autre, à l'exception des cellules paralléles & perpendiculaires de la 1ere & de la 2e enceinte, que l'on doit prendre quatre à quatre pour avoir 47. Et ainſi chacune des bandes paralléles & perpendiculaires & des deux angulaires vaut au juſte autant de fois 17 qu'elle contient de cellules.



Digitized by Google

*Quarré naturel de XII.*

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 |
| 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 |
| 37 | 38 | 39 | 40 | 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 |
| 49 | 50 | 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60 |
| 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70 | 71 | 72 |
| 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80 | 81 | 82 | 83 | 84 |
| 85 | 86 | 87 | 88 | 89 | 90 | 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 |
| 97 | 98 | 99 | 100 | 101 | 102 | 103 | 104 | 105 | 106 | 107 | 108 |
| 109 | 110 | 111 | 112 | 113 | 114 | 115 | 116 | 117 | 118 | 119 | 120 |
| 121 | 122 | 123 | 124 | 125 | 126 | 127 | 128 | 129 | 130 | 131 | 132 |
| 133 | 134 | 135 | 136 | 137 | 138 | 139 | 140 | 141 | 142 | 143 | 144 |

*Quarré magique de XII.*

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 118 | 28 | 116 | 39 | 94 | 30 | 31 | 99 | 58 | 113 | 33 | 111 |
| 117 | 52 | 24 | 109 | 104 | 69 | 45 | 101 | 97 | 60 | 64 | 128 |
| 127 | 57 | 92 | 8 | 11 | 54 | 55 | 136 | 135 | 89 | 88 | 18 |
| 126 | 40 | 2 | 26 | 130 | 23 | 71 | 123 | 62 | 143 | 105 | 19 |
| 20 | 13 | 5 | 59 | 144 | 6 | 7 | 133 | 86 | 140 | 132 | 125 |
| 63 | 120 | 65 | 14 | 61 | 79 | 78 | 72 | 131 | 80 | 25 | 82 |
| 75 | 108 | 77 | 129 | 73 | 67 | 66 | 84 | 16 | 68 | 37 | 70 |
| 38 | 49 | 142 | 124 | 12 | 138 | 139 | 1 | 21 | 3 | 96 | 107 |
| 95 | 103 | 141 | 83 | 15 | 122 | 74 | 22 | 119 | 4 | 42 | 50 |
| 47 | 102 | 56 | 137 | 134 | 91 | 90 | 9 | 10 | 53 | 43 | 98 |
| 110 | 81 | 121 | 36 | 41 | 76 | 100 | 44 | 48 | 85 | 93 | 35 |
| 34 | 117 | 29 | 106 | 51 | 115 | 114 | 46 | 87 | 32 | 112 | 27 |

## Autres exemples des mêmes quarrez.

On peut encore diversifier en renversant les bandes magiques du haut en bas, & du bas en haut, & de gauche à droitte, & de droitte à gauche. Comme si les coins d'une enceinte magique sont les quatre termes *a*, *d*, D, A; on peut changer ces mêmes coins en 8 maniéres différentes, comme on le voit ici; mais les termes, qu'on devoit d'abord disposer entr'eux hors des coins, doivent toûjours conserver une semblable disposition à leur égard.

$$\left\{\begin{matrix} a. & d. \\ D. & A. \end{matrix}\right\} \left\{\begin{matrix} a. & D. \\ d. & A. \end{matrix}\right\} \left\{\begin{matrix} d. & a. \\ A. & D. \end{matrix}\right\} \left\{\begin{matrix} d. & A. \\ a. & D. \end{matrix}\right\} \left\{\begin{matrix} D. & A. \\ a. & d. \end{matrix}\right\} \left\{\begin{matrix} A. & d. \\ D. & a. \end{matrix}\right\} \left\{\begin{matrix} A. & D. \\ d. & a. \end{matrix}\right\}$$

*Autres dispositions magiques du quarré de XI.*

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 56 | 9 | 8 | 121 | 115 | 112 | 120 | 3 | 117 | 4 | 6 |
| 23 | 13 | 43 | 107 | 90 | 35 | 103 | 65 | 76 | 17 | 99 |
| 22 | 21 | 58 | 26 | 30 | 97 | 93 | 95 | 28 | 101 | 100 |
| 67 | 98 | 47 | 37 | 82 | 63 | 84 | 39 | 75 | 24 | 55 |
| 88 | 108 | 42 | 41 | 60 | 73 | 50 | 81 | 80 | 14 | 34 |
| 110 | 68 | 31 | 70 | 51 | 61 | 71 | 52 | 91 | 54 | 12 |
| 89 | 18 | 69 | 74 | 72 | 49 | 62 | 48 | 53 | 104 | 33 |
| 11 | 102 | 86 | 83 | 40 | 59 | 38 | 85 | 36 | 20 | 111 |
| 45 | 16 | 94 | 96 | 92 | 25 | 29 | 27 | 64 | 106 | 77 |
| 44 | 105 | 79 | 15 | 32 | 87 | 19 | 57 | 46 | 109 | 78 |
| 116 | 113 | 114 | 1 | 7 | 10 | 2 | 119 | 5 | 118 | 66 |

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 58 | 89 | 92 | 23 | 110 | 96 | 22 | 29 | 27 | 97 | 28 |
| 55 | 109 | 5 | 2 | 119 | 118 | 15 | 19 | 57 | 105 | 67 |
| 35 | 106 | 60 | 112 | 9 | 73 | 115 | 8 | 50 | 16 | 87 |
| 34 | 20 | 42 | 83 | 40 | 38 | 59 | 85 | 80 | 102 | 88 |
| 31 | 54 | 86 | 41 | 56 | 121 | 6 | 81 | 36 | 68 | 91 |
| 78 | 14 | 51 | 70 | 11 | 61 | 111 | 52 | 71 | 108 | 44 |
| 77 | 104 | 47 | 74 | 116 | 1 | 66 | 48 | 75 | 18 | 45 |
| 90 | 101 | 69 | 37 | 82 | 84 | 63 | 39 | 53 | 21 | 32 |
| 76 | 24 | 72 | 10 | 113 | 49 | 7 | 114 | 62 | 98 | 4 |
| 43 | 17 | 117 | 120 | 3 | 4 | 107 | 103 | 65 | 13 | 75 |
| 94 | 33 | 30 | 99 | 12 | 26 | 100 | 93 | 95 | 25 | 64 |



Digitized by Google

*Autres disposítions magiques du quarré de XII.*

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 24 | 132 | 109 | 97 | 37 | 25 | 96 | 60 | 138 | 139 | 12 |
| 2 | 26 | 23 | 50 | 35 | 123 | 107 | 98 | 71 | 130 | 62 | 143 |
| 5 | 14 | 27 | 112 | 117 | 32 | 29 | 114 | 115 | 34 | 131 | 140 |
| 141 | 59 | 87 | 52 | 69 | 41 | 101 | 104 | 64 | 58 | 86 | 4 |
| 72 | 128 | 51 | 40 | 53 | 91 | 90 | 56 | 105 | 94 | 17 | 73 |
| 142 | 19 | 82 | 102 | 80 | 66 | 67 | 77 | 43 | 63 | 126 | 3 |
| 134 | 129 | 106 | 103 | 68 | 78 | 79 | 65 | 42 | 39 | 16 | 11 |
| 137 | 18 | 46 | 57 | 89 | 55 | 54 | 92 | 88 | 99 | 127 | 8 |
| 9 | 124 | 70 | 81 | 76 | 100 | 44 | 41 | 93 | 75 | 21 | 136 |
| 84 | 125 | 111 | 33 | 28 | 113 | 116 | 31 | 30 | 118 | 20 | 61 |
| 10 | 83 | 122 | 95 | 110 | 22 | 38 | 47 | 74 | 15 | 119 | 135 |
| 133 | 121 | 13 | 36 | 48 | 108 | 120 | 49 | 85 | 7 | 6 | 144 |

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 14 | 19 | 47 | 113 | 123 | 130 | 95 | 38 | 110 | 18 | 116 | 27 |
| 5 | 64 | 36 | 45 | 101 | 48 | 121 | 69 | 104 | 83 | 52 | 140 |
| 138 | 43 | 144 | 11 | 2 | 13 | 49 | 108 | 120 | 133 | 102 | 7 |
| 139 | 142 | 61 | 62 | 21 | 86 | 131 | 16 | 119 | 84 | 3 | 6 |
| 75 | 88 | 33 | 125 | 92 | 65 | 77 | 56 | 20 | 112 | 57 | 70 |
| 39 | 105 | 115 | 71 | 54 | 79 | 67 | 90 | 74 | 30 | 40 | 106 |
| 63 | 9 | 73 | 128 | 55 | 78 | 66 | 91 | 17 | 72 | 136 | 82 |
| 94 | 4 | 28 | 23 | 89 | 68 | 80 | 53 | 122 | 117 | 141 | 51 |
| 58 | 42 | 114 | 26 | 124 | 59 | 14 | 129 | 83 | 31 | 103 | 87 |
| 99 | 135 | 12 | 134 | 143 | 132 | 96 | 37 | 25 | 1 | 10 | 46 |
| 8 | 93 | 109 | 100 | 44 | 97 | 24 | 76 | 41 | 60 | 81 | 137 |
| 118 | 126 | 98 | 32 | 22 | 35 | 50 | 107 | 35 | 127 | 29 | 111 |

## I COROLLAIRE.

39. S'Il y a quatre termes dans le quarré naturel; ils peuvent bien recevoir dans les[b] quatre cellules jusqu'à 24 dispositions différentes. Mais nulle des 24 ne peut être magique.

b. 17. 5.

Et s'il y a 9 termes; ils peuvent recevoir dans les neuf cellules jusques à 362880 dispositions différentes, dont l'une, qu'on trouve par les régles est toûjours magique. Et si quelqu'un avoit envie de les écrire toutes; quoi que le quarré paroisse si petit, il y auroit néanmoins dequoi remplir un volume entier de plus de 1000 pages aussi larges & plus longues que ne sont celles-ci.

*Quarré naturel.*

| | | |
|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 |
| 4 | 5 | 6 |
| 7 | 8 | 9 |

*Quarré magique.*

| | | |
|---|---|---|
| 4 | 9 | 2 |
| 3 | 5 | 7 |
| 8 | 1 | 6 |

Et s'il y a 16 termes; ils pourront recevoir dans les 16 cellules jusques à 20922789888000 dispositions[c] différentes, qui rempliroient plus de 200 millions de volumes plus forts chacun que celuy-ci. Et parmi cette multitude presque incroyable de permutations, il y en a toûjours quatre qui peuvent être magiques, & qu'on peut régler sur l'ordre & la disposition qu'indiquent en celles-ci les nombres qui répondent aux termes de la progression arithmétique. Je ne conte pas pour diverses dispositions magiques les 12 autres des nouveaux Elemens de Géométrie, puisque ce ne sont que ces quatre mêmes renversées en trois différentes maniéres. Car si on regarde ces

c. 17. 5.

Digitized by Google

quatre quarrez magiques en renverſant le Livre, on en verra quatre des 12 que l'Auteur ajoûte. Et ſi on les regarde directement par le revers du feuillet ; on en verra quatre autres. Et ſi on les regarde par le même revers en renverſant le Livre ; on verra les quatre qui reſtent. De ſorte que ſes 16 n'en font proprement que quatre. On peut pourtant avoir égard aux divers renverſemens des mêmes quarrez magiques, lorſqu'ils ſont environnez par quelques enceintes ; & ſi l'on veut même dans les permutations, où l'ordre eſt obſervé.

*Quarré naturel de 4.*

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| 5 | 6 | 7 | 8 |
| 9 | 10 | 11 | 12 |
| 13 | 14 | 15 | 16 |

*Diſpoſitions magiques du quarré de 4.*

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | 15 | 14 | 4 |
| 12 | 6 | 7 | 9 |
| 8 | 10 | 11 | 5 |
| 13 | 3 | 2 | 16 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 16 | 3 | 2 | 13 |
| 9 | 6 | 7 | 12 |
| 5 | 10 | 11 | 8 |
| 4 | 15 | 14 | 1 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 4 | 15 | 14 | 1 |
| 9 | 6 | 7 | 12 |
| 5 | 10 | 11 | 8 |
| 16 | 3 | 2 | 13 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 13 | 3 | 2 | 16 |
| 12 | 6 | 7 | 9 |
| 8 | 10 | 11 | 5 |
| 1 | 15 | 14 | 4 |

## II COROLLAIRE ET PROBLEME XV.

40. *Si les termes d'une progreſſion géométrique rempliſſent les cellules d'un quarré ; pour les diſpoſer en telle ſorte que le produit des termes de chaque bande parallèle ou perpendiculaire, & de chaque angulaire, ſoit toûjours le même.*

On obſervera les mêmes régles, & on ſuivra les mêmes raiſonnemens que pour la diſpoſition des quarrez magiques, en changeant les mots d'ajoûter & d'ôter, de ſommes & de reſtes, en ceux de multiplier & de diviſer, de produits & d'expoſans. Si par exemple on propoſe un quarré, dont les neuf cellules comprennent les 9 premiers termes de la progreſſion de 2 à 4 ; la diſpoſition magique de ces termes en fournira trois dans chaque bande, dont le ſolide rendra toûjours un même nombre 32768.

*Progreſſion naturelle.*

| | | |
|---|---|---|
| $a^1$ | $a^2$ | $a^3$ |
| $a^4$ | $a^5$ | $a^6$ |
| $a^7$ | $a^8$ | $a^9$ |

| | | |
|---|---|---|
| 2 | 4 | 8 |
| 16 | 32 | 64 |
| 128 | 256 | 512 |

*Diſpoſition magique.*

| | | |
|---|---|---|
| $a^4$ | $a^9$ | $a^2$ |
| $a^3$ | $a^5$ | $a^7$ |
| $a^8$ | $a^1$ | $a^6$ |

| | | |
|---|---|---|
| 16 | 512 | 4 |
| 8 | 32 | 128 |
| 256 | 2 | 64 |

Et ſi la progreſſion comprenoit les 16 premiers termes de la progreſſion de 1 à 2 ; il y auroit quatre diſpoſitions magiques, où le ſurſolide des quatre termes qui rempliroient chaque bande magique, fourniroient toûjours un même nombre 1073742824.

*Progreſſion naturelle.*

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 4 | 8 |
| 16 | 32 | 64 | 128 |
| 256 | 512 | 1024 | 2048 |
| 4096 | 8192 | 16384 | 12768 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| $a^{15}c$ | $a^{14}bc$ | $a^{13}bbc$ | $a^{12}b^3c$ |
| $a^{11}b^4c$ | $a^{10}b^5c$ | $a^9b^6c$ | $a^8b^7c$ |
| $a^7b^8c$ | $a^6b^9c$ | $a^5b^{10}c$ | $a^4b^{11}c$ |
| $a^3b^{12}c$ | $aab^{13}c$ | $ab^{14}c$ | $b^{15}c$ |



Digitized by Google

*Diſpoſitions magiques.*

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | 16384 | 8192 | 8 |
| 2048 | 32 | 64 | 256 |
| 128 | 512 | 1024 | 16 |
| 4096 | 4 | 2 | 32768 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| $a^{15}c$ | $ab^{14}c$ | $aab^{13}c$ | $a^{12}b^{3}c$ |
| $a^{4}b^{11}c$ | $a^{10}b^{5}c$ | $a^{9}b^{6}c$ | $a^{7}b^{8}c$ |
| $a^{8}b^{7}c$ | $a^{6}b^{9}c$ | $a^{5}b^{10}c$ | $a^{11}b^{4}c$ |
| $a^{3}b^{12}c$ | $a^{13}bbc$ | $a^{14}bc$ | $b^{15}c$ |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 32768 | 4 | 2 | 4096 |
| 256 | 32 | 64 | 2048 |
| 16 | 512 | 1024 | 128 |
| 8 | 16384 | 8192 | 1 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| $b^{15}c$ | $a^{13}bbc$ | $a^{14}bc$ | $a^{12}b^{3}c$ |
| $a^{7}b^{8}c$ | $a^{10}b^{5}c$ | $a^{9}b^{6}c$ | $a^{4}b^{11}c$ |
| $a^{11}b^{4}c$ | $a^{6}b^{9}c$ | $a^{5}b^{10}c$ | $a^{8}b^{7}c$ |
| $a^{12}b^{3}c$ | $ab^{14}c$ | $aab^{13}c$ | $a^{15}c$ |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 8 | 16384 | 8192 | 1 |
| 256 | 32 | 64 | 2048 |
| 16 | 512 | 1024 | 128 |
| 32768 | 4 | 2 | 4096 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| $a^{12}b^{3}c$ | $ab^{14}c$ | $aab^{13}c$ | $a^{15}c$ |
| $a^{7}b^{8}c$ | $a^{10}b^{5}c$ | $a^{9}b^{6}c$ | $a^{4}b^{11}c$ |
| $a^{11}b^{4}c$ | $a^{6}b^{9}c$ | $a^{5}b^{10}c$ | $a^{8}b^{7}c$ |
| $b^{15}c$ | $a^{13}bbc$ | $a^{14}bc$ | $a^{3}b^{12}c$ |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 4096 | 4 | 2 | 32768 |
| 2048 | 32 | 64 | 256 |
| 128 | 512 | 1024 | 16 |
| 1 | 16384 | 8192 | 8 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| $a^{3}b^{12}c$ | $a^{13}bbc$ | $a^{14}bc$ | $b^{15}c$ |
| $a^{4}b^{11}c$ | $a^{10}b^{5}c$ | $a^{9}b^{6}c$ | $a^{7}b^{8}c$ |
| $a^{8}b^{7}c$ | $a^{6}b^{9}c$ | $a^{5}b^{10}c$ | $a^{11}b^{4}c$ |
| $a^{15}c$ | $ab^{14}c$ | $aab^{13}c$ | $a^{12}b^{3}c$ |

Et ſi on vouloit choiſir dans la progreſſion littérale le nombre 6 pour *a*, & le nombre 4 pour *b*, & ſimplement 1 pour *c*; le ſurſolide $a^{10}b^{3}c^{4}$ des quatre cellules de chacune des bandes magiques rendroit toûjours le même nombre A qui eſt d'une étenduë ſi vaſte, que quand toutes les minutes, qui pourroient s'écouler dans la longue ſuitte de dix mille millions d'années, ſeroient changées chacune en 9 mille millions de fois cent mille millions ſiécles; cependant tant de ſiécles comprendroient tous enſemble beaucoup moins de minutes que le produit A n'en exprime; car ils comprendroient au juſte celles du nombre B, que le nombre A ſurpaſſe du grand nombre C.

A 25488087605376020262777381299269097766773 76

B 24862982400000000000000000000000000000000000

*Reſte* C 625105205376020262777381299269097766773 76

Et ſi des progreſſions légéres en elles-mêmes, & qui ont peu de termes, fourniſſent déja de ſi hauts produits pour chacune des bandes magiques; que ſeroit-ce ſi la progreſſion étoit forte & s'étendoit bien loin? l'imagination eſt trop foible pour ſe figurer juſques où cela peut aller. Et la raiſon même doit faire beaucoup d'effort pour le concevoir d'une maniére un peu vive & diſtincte? Cette penſée ſans doute eſt capable d'effraier, & de faire apprehender tres-ſérieuſement la durée ſans bornes de l'éternité, devant qui tous les temps s'éclipſent & paſſent comme une ombre. Et on ne peut fixément enviſager la ſuitte & les progrés immenſes de ces diſpoſitions, ni même des ſimples combinaiſons, ou des permutations que peuvent recevoir des choſes, dont les multitudes ne ſont pas fort grandes; que nôtre eſprit ne s'éleve au deſſus de luy-même, & qu'il n'admire avec de grands tranſports, & n'adore avec un profond ſentiment de ſa foibleſſe & de ſon impuiſſance l'incompréhenſible étenduë de la Puiſſance Souveraine de ſon Dieu; qui ſçait allier, unir, ſéparer, rejoindre, combiner & diverſifier avec tant d'ordre, de Sageſſe, de vigilance, d'activité, de conſtance & d'uniformité toutes les parties de ce grand Univers, quelques nombreuſes qu'elles ſoient; & qui s'applique toûjours à nous combler en tant de diverſes maniéres de ſes faveurs & de ſes bienfaits. Que nos cœurs donc pleinement pénétrez de ſon amour & de ſa crainte ne ceſſent jamais de luy rendre toute ſorte d'honneur, de gloire, & d'actions de graces.

FIN DE LA PREMIERE PARTIE.

Digitized by Google

# TABLE DES LOGARITHMES

## *DE TOUS LES NOMBRES NATURELS*

## depuis 1 juſques à 20000.

## *DE LA FORMATION,*

### *ET DES USAGES DE LA TABLE.*

1. ON a déja expliqué la nature de quelques-unes des proprietez principales des Logarithmes dans le Livre [b] onziéme. Et on a preſcrit les régles dans ce même lieu pour en former [c] la Table, & pour la continuer juſques où l'on voudra. Pluſieurs perſonnes en ont déja ſurmonté le travail, & l'ont pouſſée avec une patience incroyable juſques au Logarithme de 100000. Celle qu'on donne ici s'arrête à celuy de 20000. Mais il eſt facile avec ſon ſecours de l'étendre plus loin, ſans qu'il y ait ſujet de craindre aucune erreur ſenſible juſques à celuy de 1000000. [b] b. 11. 11. [c] c. 13. 11.

### I PROBLEME.

2. *POur trouver avec le ſecours de la Table le Logarithme de tel nombre entier qu'on voudra depuis* 20000 *juſques à* 10000000.



Digitized by Google

On verra s'il ſe peut diviſer facilement & ſans reſte par quelques nombres ſimples ou compoſez, en ſorte que le dernier expoſant & chaque diviſeur ne ſoit point plus grand que 20000. On prendra enſuitte dans la Table les Logarithmes des nombres dont celuy qu'on propoſe eſt un produit, & leur ſomme ſera ſon logarithme.

Mais ſi la tentative paroît trop difficile, ou qu'on ne puiſſe faire du tout ou qu'en partie la diviſion ſans reſte; on cherchera ainſi le logarithme du nombre qu'on propoſe, ou de l'expoſant auquel on s'arrête & qui ſurpaſſe 20000. On le diviſera par 10, ou par 100, ou par 1000, ou par 10000, en ſorte que l'expoſant ſoit le plus grand qu'on pourra au deſſous de 20000. On prendra enſuite dans la Table le logarithme du nombre entier que contient l'expoſant, & celuy du nombre entier plus grand que luy de l'unité. Et prenant encore la différence de ces deux logarithmes; on ordonnera une proportion droite, où le dénominateur de la fraction décimale ſera la premier terme, & le numérateur le ſecond; & le troiſiéme ſera la différence des deux logarithmes. Et le quatriéme qu'on découvrira par la régle de trois ſera à peu prés la partie proportionelle qu'on doit ajoûter au logarithme du nombre entier qui eſt dans l'expoſant, pour avoir celuy de tout l'expoſant; je dis à peu prés, parceque les différences des logarithmes ne ſont pas au juſte proportionelles à celles des nombres qui leur répondent. On ajoûtera enfin le logarithme du diviſeur à celuy de l'expoſant, ce qui ne changera que le premier chifre à gauche. Et la ſomme ſera le logarithme entier que l'on cherche. Les éxemples pourront éclaircir & fixer ces régles.

### Premier exemple.

Pour trouver le logarithme de 98765; je reconnois auſſi-tôt qu'il peut être diviſé par 5. Et la diviſion me fournit l'expoſant 19753 qui ne ſurpaſſe pas 20000. C'eſt pourquoi je prens dans la Table à côté de ce nombre ſon logarithme 42956331, & à côté de 5 ſon logarithme 06989700. Et la ſomme de ces deux logarithmes fournit le logarithme 49946031 du nombre propoſé 98765.

| *Nombres naturels.* | | *Logarithmes.* |
|---|---|---|
| *Côtez* | 19753 | 42956331 |
| | 5 | 06989700 |
| *Produit* | 98765. | *Somme* 49946031. |

### Second exemple.

Pour trouver le logarithme de 98796. Je le diviſe premiérement par 2, & encore par 2 l'expoſant 49398, & enſuitte par 3 le ſecond expoſant 24699; & aprés avoir trouvé un troiſiéme expoſant 8233, je prens dans la Table les logarithmes des diviſeurs 2, 2, 3, ou celuy de leur ſolide 12, qui eſt 10791812; & je luy ajoûte le logarithme du dernier expoſant 8233 qui eſt 39155581. Et la ſomme 49947393 eſt le logarithme de 98796.

| *Nombres naturels.* | | *Logarithmes.* |
|---|---|---|
| *Côtez* | 8233 | 39155581 |
| | 12 | 10791812 |
| *Produit* | 98796. | *Somme* 49947393. |

Digitized by Google

| Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0.0000000 | 51 | 1.7075702 | 101 | 2.0043214 | 151 | 2.1789769 |
| 2 | 0.3010300 | 52 | 1.7160033 | 102 | 2.0086002 | 152 | 2.1818436 |
| 3 | 0.4771213 | 53 | 1.7242759 | 103 | 2.0128372 | 153 | 2.1846914 |
| 4 | 0.6020600 | 54 | 1.7323938 | 104 | 2.0170333 | 154 | 2.1875207 |
| 5 | 0.6989700 | 55 | 1.7403627 | 105 | 2.0211893 | 155 | 2.1903317 |
| 6 | 0.7781513 | 56 | 1.7481880 | 106 | 2.0253059 | 156 | 2.1931246 |
| 7 | 0.8450980 | 57 | 1.7558749 | 107 | 2.0293838 | 157 | 2.1958997 |
| 8 | 0.9030900 | 58 | 1.7634280 | 108 | 2.0334238 | 158 | 2.1986571 |
| 9 | 0.9542425 | 59 | 1.7708520 | 109 | 2.0374265 | 159 | 2.2013971 |
| 10 | 1.0000000 | 60 | 1.7781513 | 110 | 2.0413927 | 160 | 2.2041200 |
| 11 | 1.0413927 | 61 | 1.7853298 | 111 | 2.0453230 | 161 | 2.2068259 |
| 12 | 1.0791812 | 62 | 1.7923917 | 112 | 2.0492180 | 162 | 2.2095150 |
| 13 | 1.1139434 | 63 | 1.7993405 | 113 | 2.0530784 | 163 | 2.2121876 |
| 14 | 1.1461280 | 64 | 1.8061800 | 114 | 2.0569049 | 164 | 2.2148438 |
| 15 | 1.1760913 | 65 | 1.8129134 | 115 | 2.0606978 | 165 | 2.2174839 |
| 16 | 1.2041200 | 66 | 1.8195439 | 116 | 2.0644580 | 166 | 2.2201081 |
| 17 | 1.2304489 | 67 | 1.8260748 | 117 | 2.0681859 | 167 | 2.2227165 |
| 18 | 1.2552725 | 68 | 1.8325089 | 118 | 2.0718820 | 168 | 2.2253093 |
| 19 | 1.2787536 | 69 | 1.8388491 | 119 | 2.0755470 | 169 | 2.2278868 |
| 20 | 1.3010300 | 70 | 1.8450980 | 120 | 2.0791812 | 170 | 2.2304489 |
| 21 | 1.3222193 | 71 | 1.8512583 | 121 | 2.0827854 | 171 | 2.2329961 |
| 22 | 1.3424227 | 72 | 1.8573325 | 122 | 2.0863598 | 172 | 2.2355284 |
| 23 | 1.3617278 | 73 | 1.8633229 | 123 | 2.0899051 | 173 | 2.2380461 |
| 24 | 1.3802112 | 74 | 1.8692317 | 124 | 2.0934217 | 174 | 2.2405492 |
| 25 | 1.3979400 | 75 | 1.8750613 | 125 | 2.0969100 | 175 | 2.2430380 |
| 26 | 1.4149733 | 76 | 1.8808136 | 126 | 2.1003705 | 176 | 2.2455127 |
| 27 | 1.4313638 | 77 | 1.8864907 | 127 | 2.1038037 | 177 | 2.2479733 |
| 28 | 1.4471580 | 78 | 1.8920946 | 128 | 2.1072100 | 178 | 2.2504200 |
| 29 | 1.4623980 | 79 | 1.8976271 | 129 | 2.1105897 | 179 | 2.2528530 |
| 30 | 1.4771213 | 80 | 1.9030900 | 130 | 2.1139434 | 180 | 2.2552725 |
| 31 | 1.4913617 | 81 | 1.9084850 | 131 | 2.1172713 | 181 | 2.2576786 |
| 32 | 1.5051500 | 82 | 1.9138139 | 132 | 2.1205739 | 182 | 2.2600714 |
| 33 | 1.5185139 | 83 | 1.9190781 | 133 | 2.1238516 | 183 | 2.2624511 |
| 34 | 1.5314789 | 84 | 1.9242793 | 134 | 2.1271048 | 184 | 2.2648178 |
| 35 | 1.5440680 | 85 | 1.9294189 | 135 | 2.1303338 | 185 | 2.2671717 |
| 36 | 1.5563025 | 86 | 1.9344984 | 136 | 2.1335389 | 186 | 2.2695129 |
| 37 | 1.5682017 | 87 | 1.9395193 | 137 | 2.1367206 | 187 | 2.2718416 |
| 38 | 1.5797836 | 88 | 1.9444827 | 138 | 2.1398791 | 188 | 2.2741578 |
| 39 | 1.5910646 | 89 | 1.9493900 | 139 | 2.1430148 | 189 | 2.2764618 |
| 40 | 1.6020600 | 90 | 1.9542425 | 140 | 2.1461280 | 190 | 2.2787536 |
| 41 | 1.6127839 | 91 | 1.9590414 | 141 | 2.1492191 | 191 | 2.2810334 |
| 42 | 1.6232493 | 92 | 1.9637878 | 142 | 2.1522883 | 192 | 2.2833012 |
| 43 | 1.6334685 | 93 | 1.9684829 | 143 | 2.1553360 | 193 | 2.2855573 |
| 44 | 1.6434527 | 94 | 1.9731279 | 144 | 2.1583625 | 194 | 2.2878017 |
| 45 | 1.6532125 | 95 | 1.9777236 | 145 | 2.1613680 | 195 | 2.2900346 |
| 46 | 1.6627578 | 96 | 1.9822712 | 146 | 2.1643529 | 196 | 2.2922561 |
| 47 | 1.6720979 | 97 | 1.9867717 | 147 | 2.1673173 | 197 | 2.2944662 |
| 48 | 1.6812412 | 98 | 1.9912261 | 148 | 2.1702617 | 198 | 2.2966652 |
| 49 | 1.6901961 | 99 | 1.9956352 | 149 | 2.1731863 | 199 | 2.2988531 |
| 50 | 1.6989700 | 100 | 2.0000000 | 150 | 2.1760913 | 200 | 2.3010300 |

Digitized by Google

| Nob. | Logarithm. | Nob. | Logarithm. | Nob. | Logarithm. | Nob. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 201 | 2.3031961 | 251 | 2.3996737 | 301 | 2.4785665 | 351 | 2.5453071 |
| 202 | 2.3053514 | 252 | 2.4014005 | 302 | 2.4800069 | 352 | 2.5465427 |
| 203 | 2.3074960 | 253 | 2.4031205 | 303 | 2.4814426 | 353 | 2.5477747 |
| 204 | 2.3096302 | 254 | 2.4048337 | 304 | 2.4828736 | 354 | 2.5490033 |
| 205 | 2.3117539 | 255 | 2.4065402 | 305 | 2.4842998 | 355 | 2.5502284 |
| 206 | 2.3138672 | 256 | 2.4082400 | 306 | 2.4857214 | 356 | 2.5514500 |
| 207 | 2.3159703 | 257 | 2.4099331 | 307 | 2.4871384 | 357 | 2.5526682 |
| 208 | 2.3180633 | 258 | 2.4116197 | 308 | 2.4885507 | 358 | 2.5538830 |
| 209 | 2.3201463 | 259 | 2.4132998 | 309 | 2.4899585 | 359 | 2.5550944 |
| 210 | 2.3222193 | 260 | 2.4149733 | 310 | 2.4913617 | 360 | 2.5563025 |
| 211 | 2.3242825 | 261 | 2.4166405 | 311 | 2.4927604 | 361 | 2.5575072 |
| 212 | 2.3263359 | 262 | 2.4183013 | 312 | 2.4941546 | 362 | 2.5587086 |
| 213 | 2.3283796 | 263 | 2.4199557 | 313 | 2.4955443 | 363 | 2.5599066 |
| 214 | 2.3304138 | 264 | 2.4216039 | 314 | 2.4969296 | 364 | 2.5611014 |
| 215 | 2.3324385 | 265 | 2.4232459 | 315 | 2.4983105 | 365 | 2.5622929 |
| 216 | 2.3344538 | 266 | 2.4248816 | 316 | 2.4996871 | 366 | 2.5634811 |
| 217 | 2.3364597 | 267 | 2.4265113 | 317 | 2.5010593 | 367 | 2.5646661 |
| 218 | 2.3384565 | 268 | 2.4281348 | 318 | 2.5024271 | 368 | 2.5658478 |
| 219 | 2.3404441 | 269 | 2.4297523 | 319 | 2.5037907 | 369 | 2.5670264 |
| 220 | 2.3424227 | 270 | 2.4313638 | 320 | 2.5051500 | 370 | 2.5682017 |
| 221 | 2.3443923 | 271 | 2.4329693 | 321 | 2.5065050 | 371 | 2.5693739 |
| 222 | 2.3463530 | 272 | 2.4345689 | 322 | 2.5078559 | 372 | 2.5705429 |
| 223 | 2.3483049 | 273 | 2.4361626 | 323 | 2.5092025 | 373 | 2.5717088 |
| 224 | 2.3502480 | 274 | 2.4377506 | 324 | 2.5105450 | 374 | 2.5728716 |
| 225 | 2.3521825 | 275 | 2.4393327 | 325 | 2.5118834 | 375 | 2.5740313 |
| 226 | 2.3541084 | 276 | 2.4409091 | 326 | 2.5132176 | 376 | 2.5751878 |
| 227 | 2.3560259 | 277 | 2.4424798 | 327 | 2.5145478 | 377 | 2.5763414 |
| 228 | 2.3579348 | 278 | 2.4440448 | 328 | 2.5158738 | 378 | 2.5774918 |
| 229 | 2.3598355 | 279 | 2.4456042 | 329 | 2.5171959 | 379 | 2.5786392 |
| 230 | 2.3617278 | 280 | 2.4471580 | 330 | 2.5185139 | 380 | 2.5797836 |
| 231 | 2.3636120 | 281 | 2.4487063 | 331 | 2.5198280 | 381 | 2.5809250 |
| 232 | 2.3654880 | 282 | 2.4502491 | 332 | 2.5211381 | 382 | 2.5820634 |
| 233 | 2.3673559 | 283 | 2.4517864 | 333 | 2.5224442 | 383 | 2.5831988 |
| 234 | 2.3692159 | 284 | 2.4533183 | 334 | 2.5237465 | 384 | 2.5843312 |
| 235 | 2.3710679 | 285 | 2.4548449 | 335 | 2.5250448 | 385 | 2.5854607 |
| 236 | 2.3729120 | 286 | 2.4563660 | 336 | 2.5263393 | 386 | 2.5865873 |
| 237 | 2.3747483 | 287 | 2.4578819 | 337 | 2.5276299 | 387 | 2.5877110 |
| 238 | 2.3765769 | 288 | 2.4593925 | 338 | 2.5289167 | 388 | 2.5888317 |
| 239 | 2.3783979 | 289 | 2.4608978 | 339 | 2.5301997 | 389 | 2.5899496 |
| 240 | 2.3803112 | 290 | 2.4623980 | 340 | 2.5314789 | 390 | 2.5910646 |
| 241 | 2.3820170 | 291 | 2.4638930 | 341 | 2.5327544 | 391 | 2.5921768 |
| 242 | 2.3838154 | 292 | 2.4653829 | 342 | 2.5340261 | 392 | 2.5932861 |
| 243 | 2.3856063 | 293 | 2.4668676 | 343 | 2.5352941 | 393 | 2.5943926 |
| 244 | 2.3873898 | 294 | 2.4683473 | 344 | 2.5365584 | 394 | 2.5954962 |
| 245 | 2.3891661 | 295 | 2.4698220 | 345 | 2.5378191 | 395 | 2.5965971 |
| 246 | 2.3909351 | 296 | 2.4712917 | 346 | 2.5390761 | 396 | 2.5976952 |
| 247 | 2.3926970 | 297 | 2.4727564 | 347 | 2.5403295 | 397 | 2.5987905 |
| 248 | 2.3944517 | 298 | 2.4742163 | 348 | 2.5415792 | 398 | 2.5998831 |
| 249 | 2.3961993 | 299 | 2.4756712 | 349 | 2.5428254 | 399 | 2.6009729 |
| 250 | 2.3979400 | 300 | 2.4771213 | 350 | 2.5440680 | 400 | 2.6020600 |

Digitized by Google

| Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 401 | 2.6031444 | 451 | 2.6541765 | 501 | 2.6998377 | 551 | 2.7411516 |
| 402 | 2.6042261 | 452 | 2.6551384 | 502 | 2.7007037 | 552 | 2.7419391 |
| 403 | 2.6053050 | 453 | 2.6560982 | 503 | 2.7015680 | 553 | 2.7427251 |
| 404 | 2.6063814 | 454 | 2.6570559 | 504 | 2.7024305 | 554 | 2.7435098 |
| 405 | 2.6074550 | 455 | 2.6580114 | 505 | 2.7032914 | 555 | 2.7442930 |
| 406 | 2.6085260 | 456 | 2.6589648 | 506 | 2.7041505 | 556 | 2.7450748 |
| 407 | 2.6095944 | 457 | 2.6599162 | 507 | 2.7050080 | 557 | 2.7458552 |
| 408 | 2.6106602 | 458 | 2.6608655 | 508 | 2.7058637 | 558 | 2.7466342 |
| 409 | 2.6117233 | 459 | 2.6618127 | 509 | 2.7067178 | 559 | 2.7474118 |
| 410 | 2.6127839 | 460 | 2.6627578 | 510 | 2.7075702 | 560 | 2.7481880 |
| 411 | 2.6138418 | 461 | 2.6637009 | 511 | 2.7084209 | 561 | 2.7489629 |
| 412 | 2.6148972 | 462 | 2.6646420 | 512 | 2.7092700 | 562 | 2.7497363 |
| 413 | 2.6159500 | 463 | 2.6655810 | 513 | 2.7101174 | 563 | 2.7505084 |
| 414 | 2.6170003 | 464 | 2.6665180 | 514 | 2.7109631 | 564 | 2.7512791 |
| 415 | 2.6180481 | 465 | 2.6674530 | 515 | 2.7118072 | 565 | 2.7520484 |
| 416 | 2.6190933 | 466 | 2.6683859 | 516 | 2.7126497 | 566 | 2.7528164 |
| 417 | 2.6201361 | 467 | 2.6693169 | 517 | 2.7134905 | 567 | 2.7535831 |
| 418 | 2.6211763 | 468 | 2.6702459 | 518 | 2.7143298 | 568 | 2.7543483 |
| 419 | 2.6222140 | 469 | 2.6711728 | 519 | 2.7151674 | 569 | 2.7551123 |
| 420 | 2.6232493 | 470 | 2.6720979 | 520 | 2.7160033 | 570 | 2.7558749 |
| 421 | 2.6242821 | 471 | 2.6730209 | 521 | 2.7168377 | 571 | 2.7566361 |
| 422 | 2.6253125 | 472 | 2.6739420 | 522 | 2.7176705 | 572 | 2.7573960 |
| 423 | 2.6263404 | 473 | 2.6748611 | 523 | 2.7185017 | 573 | 2.7581546 |
| 424 | 2.6273659 | 474 | 2.6757783 | 524 | 2.7193313 | 574 | 2.7589119 |
| 425 | 2.6283889 | 475 | 2.6766936 | 525 | 2.7201593 | 575 | 2.7596678 |
| 426 | 2.6294096 | 476 | 2.6776070 | 526 | 2.7209857 | 576 | 2.7604225 |
| 427 | 2.6304279 | 477 | 2.6785184 | 527 | 2.7218106 | 577 | 2.7611758 |
| 428 | 2.6314438 | 478 | 2.6794279 | 528 | 2.7226339 | 578 | 2.7619278 |
| 429 | 2.6324573 | 479 | 2.6803355 | 529 | 2.7234557 | 579 | 2.7626786 |
| 430 | 2.6334685 | 480 | 2.6812412 | 530 | 2.7242759 | 580 | 2.7634280 |
| 431 | 2.6344773 | 481 | 2.6821451 | 531 | 2.7250945 | 581 | 2.7641761 |
| 432 | 2.6354837 | 482 | 2.6830470 | 532 | 2.7259116 | 582 | 2.7649230 |
| 433 | 2.6364879 | 483 | 2.6839471 | 533 | 2.7267272 | 583 | 2.7656686 |
| 434 | 2.6374897 | 484 | 2.6848454 | 534 | 2.7275413 | 584 | 2.7664128 |
| 435 | 2.6384893 | 485 | 2.6857417 | 535 | 2.7283538 | 585 | 2.7671559 |
| 436 | 2.6394865 | 486 | 2.6866363 | 536 | 2.7291648 | 586 | 2.7678976 |
| 437 | 2.6404814 | 487 | 2.6875290 | 537 | 2.7299743 | 587 | 2.7686381 |
| 438 | 2.6414741 | 488 | 2.6884198 | 538 | 2.7307823 | 588 | 2.7693773 |
| 439 | 2.6424645 | 489 | 2.6893089 | 539 | 2.7315888 | 589 | 2.7701153 |
| 440 | 2.6434527 | 490 | 2.6901961 | 540 | 2.7323938 | 590 | 2.7708520 |
| 441 | 2.6444386 | 491 | 2.6910815 | 541 | 2.7331973 | 591 | 2.7715875 |
| 442 | 2.6454223 | 492 | 2.6919651 | 542 | 2.7339993 | 592 | 2.7723217 |
| 443 | 2.6464037 | 493 | 2.6928469 | 543 | 2.7347998 | 593 | 2.7730547 |
| 444 | 2.6473830 | 494 | 2.6937269 | 544 | 2.7355989 | 594 | 2.7737864 |
| 445 | 2.6483600 | 495 | 2.6946052 | 545 | 2.7363965 | 595 | 2.7745170 |
| 446 | 2.6493349 | 496 | 2.6954817 | 546 | 2.7371926 | 596 | 2.7752463 |
| 447 | 2.6503075 | 497 | 2.6963564 | 547 | 2.7379873 | 597 | 2.7759743 |
| 448 | 2.6512780 | 498 | 2.6972293 | 548 | 2.7387806 | 598 | 2.7767012 |
| 449 | 2.6522463 | 499 | 2.6981005 | 549 | 2.7395723 | 599 | 2.7774268 |
| 450 | 2.6532125 | 500 | 2.6989700 | 550 | 2.7403627 | 600 | 2.7781513 |



Digitized by Google

| Nõb. | Logarithm. | Nõb. | Logarithm. | Nõb. | Logarithm. | Nõb. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 601 | 2.7788745 | 651 | 2.8135810 | 701 | 2.8457180 | 751 | 2.8756399 |
| 602 | 2.7795965 | 652 | 2.8142476 | 702 | 2.8463371 | 752 | 2.8762178 |
| 603 | 2.7803173 | 653 | 2.8149132 | 703 | 2.8469553 | 753 | 2.8767950 |
| 604 | 2.7810369 | 654 | 2.8155777 | 704 | 2.8475727 | 754 | 2.8773713 |
| 605 | 2.7817554 | 655 | 2.8162413 | 705 | 2.8481891 | 755 | 2.8779470 |
| 606 | 2.7824726 | 656 | 2.8169038 | 706 | 2.8488047 | 756 | 3.8785218 |
| 607 | 2.7831887 | 657 | 2.8175654 | 707 | 2.8494194 | 757 | 2.8790959 |
| 608 | 2.7839036 | 658 | 2.8182259 | 708 | 2.8500333 | 758 | 2.8796692 |
| 609 | 2.7846173 | 659 | 2.8188854 | 709 | 2.8506462 | 759 | 2.8802418 |
| 610 | 2.7853298 | 660 | 2.8195439 | 710 | 2.8512583 | 760 | 2.8808136 |
| 611 | 2.7860412 | 661 | 2.8202015 | 711 | 2.8518696 | 761 | 2.8813847 |
| 612 | 2.7867514 | 662 | 2.8208580 | 712 | 2.8524800 | 762 | 2.8819550 |
| 613 | 2.7874605 | 663 | 2.8215135 | 713 | 2.8530895 | 763 | 2.8825245 |
| 614 | 2.7881684 | 664 | 2.8221681 | 714 | 2.8536982 | 764 | 2.8830934 |
| 615 | 2.7888751 | 665 | 2.8228216 | 715 | 2.8543060 | 765 | 2.8836614 |
| 616 | 2.7895807 | 666 | 2.8234742 | 716 | 2.8549130 | 766 | 2.8842288 |
| 617 | 2.7902852 | 667 | 2.8241258 | 717 | 2.8555192 | 767 | 2.8847954 |
| 618 | 2.7909885 | 668 | 2.8247765 | 718 | 2.8561244 | 768 | 2.8853611 |
| 619 | 2.7916906 | 669 | 2.8254261 | 719 | 2.8567289 | 769 | 2.8859263 |
| 620 | 2.7923917 | 670 | 2.8260748 | 720 | 2.8573325 | 770 | 2.8864907 |
| 621 | 2.7930916 | 671 | 2.8267225 | 721 | 2.8579353 | 771 | 2.8870544 |
| 622 | 2.7937904 | 672 | 2.8273693 | 722 | 2.8585372 | 772 | 2.8876173 |
| 623 | 2.7944880 | 673 | 2.8280151 | 723 | 2.8591383 | 773 | 2.8881795 |
| 624 | 2.7951846 | 674 | 2.8286599 | 724 | 2.8597386 | 774 | 2.8887410 |
| 625 | 2.7958800 | 675 | 2.8293038 | 725 | 2.8603380 | 775 | 2.8893017 |
| 626 | 2.7965743 | 676 | 2.8299467 | 726 | 2.8609366 | 776 | 2.8898617 |
| 627 | 2.7972675 | 677 | 2.8305887 | 727 | 2.8615344 | 777 | 2.8904210 |
| 628 | 2.7979596 | 678 | 2.8312297 | 728 | 2.8621314 | 778 | 2.8909796 |
| 629 | 2.7986506 | 679 | 2.8318698 | 729 | 2.8627275 | 779 | 2.8915375 |
| 630 | 2.7993405 | 680 | 2.8325089 | 730 | 2.8633229 | 780 | 2.8920946 |
| 631 | 2.8000294 | 681 | 2.8331471 | 731 | 2.8639174 | 781 | 2.8926510 |
| 632 | 2.8007171 | 682 | 2.8337844 | 732 | 2.8645111 | 782 | 2.8932068 |
| 633 | 2.8014037 | 683 | 2.8344207 | 733 | 2.8651040 | 783 | 2.8937618 |
| 634 | 2.8020893 | 684 | 2.8350561 | 734 | 2.8656961 | 784 | 2.8943161 |
| 635 | 2.8027737 | 685 | 2.8356906 | 735 | 2.8662873 | 785 | 2.8948697 |
| 636 | 2.8034571 | 686 | 2.8363241 | 736 | 2.8668778 | 786 | 2.8954225 |
| 637 | 2.8041394 | 687 | 2.8369567 | 737 | 2.8674675 | 787 | 2.8959747 |
| 638 | 2.8048207 | 688 | 2.8375884 | 738 | 2.8680564 | 788 | 2.8965262 |
| 639 | 2.8055009 | 689 | 2.8382192 | 739 | 2.8686444 | 789 | 2.8970770 |
| 640 | 2.8061800 | 690 | 2.8388491 | 740 | 2.8692317 | 790 | 2.8976271 |
| 641 | 2.8068580 | 691 | 2.8394780 | 741 | 2.8698182 | 791 | 2.8981765 |
| 642 | 2.8075350 | 692 | 2.8401061 | 742 | 2.8704039 | 792 | 2.8987252 |
| 643 | 2.8082110 | 693 | 2.8407332 | 743 | 2.8709888 | 793 | 2.8992732 |
| 644 | 2.8088859 | 694 | 2.8413595 | 744 | 2.8715729 | 794 | 2.8998205 |
| 645 | 2.8095597 | 695 | 2.8419848 | 745 | 2.8721563 | 795 | 2.9003671 |
| 646 | 2.8102325 | 696 | 2.8426092 | 746 | 2.8727388 | 796 | 2.9009131 |
| 647 | 2.8109043 | 697 | 2.8432328 | 747 | 2.8733206 | 797 | 2.9014585 |
| 648 | 2.8115750 | 698 | 2.8438554 | 748 | 2.8739016 | 798 | 2.9020029 |
| 649 | 2.8122447 | 699 | 2.8444772 | 749 | 2.8744818 | 799 | 2.9025468 |
| 650 | 2.8129134 | 700 | 2.8450980 | 750 | 2.8750613 | 800 | 2.9030900 |

Digitized by Google

| Nob. | Logarithm. |
|---|---|
| 801 | 2.9036325 |
| 802 | 2.9041744 |
| 803 | 2.9047155 |
| 804 | 2.9052560 |
| 805 | 2.9057959 |
| 806 | 2.9063350 |
| 807 | 2.9068735 |
| 808 | 2.9074114 |
| 809 | 2.9079485 |
| 810 | 2.9084850 |
| 811 | 2.9090209 |
| 812 | 2.9095560 |
| 813 | 2.9100905 |
| 814 | 2.9106244 |
| 815 | 2.9111576 |
| 816 | 2.9116902 |
| 817 | 2.9122221 |
| 818 | 2.9127533 |
| 819 | 2.9132839 |
| 820 | 2.9138139 |
| 821 | 2.9143432 |
| 822 | 2.9148718 |
| 823 | 2.9153998 |
| 824 | 2.9159272 |
| 825 | 2.9164539 |
| 826 | 2.9169800 |
| 827 | 2.9175055 |
| 828 | 2.9180303 |
| 829 | 2.9185545 |
| 830 | 2.9190781 |
| 831 | 2.9196010 |
| 832 | 2.9201233 |
| 833 | 2.9206450 |
| 834 | 2.9211661 |
| 835 | 2.9216865 |
| 836 | 2.9222063 |
| 837 | 2.9227255 |
| 838 | 2.9232440 |
| 839 | 2.9237620 |
| 840 | 2.9242793 |
| 841 | 2.9247960 |
| 842 | 2.9253121 |
| 843 | 2.9258276 |
| 844 | 2.9263424 |
| 845 | 2.9268567 |
| 846 | 2.9273704 |
| 847 | 2.9278834 |
| 848 | 2.9283959 |
| 849 | 2.9289077 |
| 850 | 2.9294189 |
| 851 | 2.9299296 |
| 852 | 2.9304396 |
| 853 | 2.9309490 |
| 854 | 2.9314579 |
| 855 | 2.9319661 |
| 856 | 2.9324738 |
| 857 | 2.9329808 |
| 858 | 2.9334873 |
| 859 | 2.9339932 |
| 860 | 2.9344985 |
| 861 | 2.9350032 |
| 862 | 2.9355073 |
| 863 | 2.9360108 |
| 864 | 2.9365137 |
| 865 | 2.9370161 |
| 866 | 2.9375179 |
| 867 | 2.9380191 |
| 868 | 2.9385197 |
| 869 | 2.9390198 |
| 870 | 2.9395193 |
| 871 | 2.9400182 |
| 872 | 2.9405165 |
| 873 | 2.9410142 |
| 874 | 2.9415114 |
| 875 | 2.9420081 |
| 876 | 2.9425041 |
| 877 | 2.9429996 |
| 878 | 2.9434945 |
| 879 | 2.9439889 |
| 880 | 2.9444827 |
| 881 | 2.9449759 |
| 882 | 2.9454686 |
| 883 | 2.9459607 |
| 884 | 2.9464523 |
| 885 | 2.9469433 |
| 886 | 2.9474337 |
| 887 | 2.9479236 |
| 888 | 2.9484130 |
| 889 | 2.9489018 |
| 890 | 2.9493900 |
| 891 | 2.9498777 |
| 892 | 2.9503649 |
| 893 | 2.9508515 |
| 894 | 2.9513375 |
| 895 | 2.9518230 |
| 896 | 2.9523080 |
| 897 | 2.9527924 |
| 898 | 2.9532763 |
| 899 | 2.9537597 |
| 900 | 2.9542425 |
| 901 | 2.9547248 |
| 902 | 2.9552065 |
| 903 | 2.9556878 |
| 904 | 2.9561684 |
| 905 | 2.9566486 |
| 906 | 2.9571282 |
| 907 | 2.9576073 |
| 908 | 2.9580858 |
| 909 | 2.9585639 |
| 910 | 2.9590414 |
| 911 | 2.9595184 |
| 912 | 2.9599948 |
| 913 | 2.9604708 |
| 914 | 2.9609462 |
| 915 | 2.9614211 |
| 916 | 2.9618955 |
| 917 | 2.9623693 |
| 918 | 2.9628427 |
| 919 | 2.9633155 |
| 920 | 2.9637878 |
| 921 | 2.9642596 |
| 922 | 2.9647309 |
| 923 | 2.9652017 |
| 924 | 2.9656720 |
| 925 | 2.9661417 |
| 926 | 2.9666110 |
| 927 | 2.9670797 |
| 928 | 2.9675480 |
| 929 | 2.9680157 |
| 930 | 2.6684829 |
| 931 | 2.9689497 |
| 932 | 2.9694159 |
| 933 | 2.9698816 |
| 934 | 2.9703469 |
| 935 | 2.9708116 |
| 936 | 2.9712758 |
| 937 | 2.9717396 |
| 938 | 2.9722028 |
| 939 | 2.9726656 |
| 940 | 2.9731279 |
| 941 | 2.9735896 |
| 942 | 2.9740509 |
| 943 | 2.9745117 |
| 944 | 2.9749720 |
| 945 | 2.9754318 |
| 946 | 2.9758911 |
| 947 | 2.9763500 |
| 948 | 2.9768083 |
| 949 | 2.9772662 |
| 950 | 2.9777236 |
| 951 | 2.9781805 |
| 952 | 2.9786369 |
| 953 | 2.9790929 |
| 954 | 2.9795484 |
| 955 | 2.9800034 |
| 956 | 2.9804579 |
| 957 | 2.9809119 |
| 958 | 2.9813655 |
| 959 | 2.9818186 |
| 960 | 2.9822712 |
| 961 | 2.9827234 |
| 962 | 2.9831751 |
| 963 | 2.9836263 |
| 964 | 2.9840770 |
| 965 | 2.9845273 |
| 966 | 2.9849771 |
| 967 | 2.9854265 |
| 968 | 2.9858754 |
| 969 | 2.9863238 |
| 970 | 2.9867717 |
| 971 | 2.9872192 |
| 972 | 2.9876663 |
| 973 | 2.9881128 |
| 974 | 2.9885590 |
| 975 | 2.9890046 |
| 976 | 2.9894498 |
| 977 | 2.9898946 |
| 978 | 2.9903389 |
| 979 | 2.9907827 |
| 980 | 2.9912261 |
| 981 | 2.9916690 |
| 982 | 2.9921115 |
| 983 | 2.9925535 |
| 984 | 2.9929951 |
| 985 | 2.9934362 |
| 986 | 2.9938769 |
| 987 | 2.9943172 |
| 988 | 2.9947569 |
| 989 | 2.9951963 |
| 990 | 2.9956352 |
| 991 | 2.9960737 |
| 992 | 2.9965117 |
| 993 | 2.9969492 |
| 994 | 2.9973864 |
| 995 | 2.9978231 |
| 996 | 2.9982593 |
| 997 | 2.9986952 |
| 998 | 2.9991305 |
| 999 | 2.9995655 |
| 1000 | 3.0000000 |



Digitized by Google

| Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1001 | 3.0004341 | 1051 | 3.0216027 | 1101 | 3.0417873 | 1151 | 3.0610755 |
| 1002 | 3.0008677 | 1052 | 3.0220157 | 1102 | 3.0421816 | 1152 | 3.0614525 |
| 1003 | 3.0013009 | 1053 | 3.0224284 | 1103 | 3.0425755 | 1153 | 3.0618293 |
| 1004 | 3.0017337 | 1054 | 3.0228406 | 1104 | 3.0429691 | 1154 | 3.0622058 |
| 1005 | 3.0021661 | 1055 | 3.0232525 | 1105 | 3.0433623 | 1155 | 3.0625820 |
| 1006 | 3.0025980 | 1056 | 3.0236639 | 1106 | 3.0437551 | 1156 | 3.0629578 |
| 1007 | 3.0030295 | 1057 | 3.0240750 | 1107 | 3.0441476 | 1157 | 3.0633334 |
| 1008 | 3.0034605 | 1058 | 3.0244857 | 1108 | 3.0445398 | 1158 | 3.0637086 |
| 1009 | 3.0038912 | 1059 | 3.0248960 | 1109 | 3.0449315 | 1159 | 3.0640834 |
| 1010 | 3.0043214 | 1060 | 3.0253059 | 1110 | 3.0453230 | 1160 | 3.0644580 |
| 1011 | 3.0047512 | 1061 | 3.0257154 | 1111 | 3.0457141 | 1161 | 3.0648322 |
| 1012 | 3.0051805 | 1062 | 3.0261245 | 1112 | 3.0461048 | 1162 | 3.0652061 |
| 1013 | 3.0056094 | 1063 | 3.0265333 | 1113 | 3.0464952 | 1163 | 3.0655797 |
| 1014 | 3.0060380 | 1064 | 3.0269416 | 1114 | 3.0468852 | 1164 | 3.0659530 |
| 1015 | 3.0064660 | 1065 | 3.0273496 | 1115 | 3.0472749 | 1165 | 3.0663259 |
| 1016 | 3.0068937 | 1066 | 3.0277572 | 1116 | 3.0476642 | 1166 | 3.0666986 |
| 1017 | 3.0073210 | 1067 | 3.0281644 | 1117 | 3.0480532 | 1167 | 3.0670709 |
| 1018 | 3.0077478 | 1068 | 3.0285713 | 1118 | 3.0484418 | 1168 | 3.0674428 |
| 1019 | 3.0081742 | 1069 | 3.0289777 | 1119 | 3.0488301 | 1169 | 3.0678145 |
| 1020 | 3.0086002 | 1070 | 3.0293838 | 1120 | 3.0492180 | 1170 | 3.0681859 |
| 1021 | 3.0090257 | 1071 | 3.0297895 | 1121 | 3.0496056 | 1171 | 3.0685569 |
| 1022 | 3.0094509 | 1072 | 3.0301948 | 1122 | 3.0499929 | 1172 | 3.0689276 |
| 1023 | 3.0098756 | 1073 | 3.0305997 | 1123 | 3.0503798 | 1173 | 3.0692980 |
| 1024 | 3.0103000 | 1074 | 3.0310043 | 1124 | 3.0507663 | 1174 | 3.0696681 |
| 1025 | 3.0107239 | 1075 | 3.0314085 | 1125 | 3.0511525 | 1175 | 3.0700379 |
| 1026 | 3.0111474 | 1076 | 3.0318123 | 1126 | 3.0515384 | 1176 | 3.0704073 |
| 1027 | 3.0115704 | 1077 | 3.0322157 | 1127 | 3.0519239 | 1177 | 3.0707765 |
| 1028 | 3.0119931 | 1078 | 3.0326188 | 1128 | 3.0523091 | 1178 | 3.0711453 |
| 1029 | 3.0124154 | 1079 | 3.0330214 | 1129 | 3.0526939 | 1179 | 3.0715138 |
| 1030 | 3.0128372 | 1080 | 3.0334238 | 1130 | 3.0530784 | 1180 | 3.0718820 |
| 1031 | 3.0132587 | 1081 | 3.0338257 | 1131 | 3.0534626 | 1181 | 3.0722499 |
| 1032 | 3.0136797 | 1082 | 3.0342273 | 1132 | 3.0538464 | 1182 | 3.0726175 |
| 1033 | 3.0141003 | 1083 | 3.0346285 | 1133 | 3.0542299 | 1183 | 3.0729847 |
| 1034 | 3.0145205 | 1084 | 3.0350293 | 1134 | 3.0546131 | 1184 | 3.0733517 |
| 1035 | 3.0149403 | 1085 | 3.0354297 | 1135 | 3.0549959 | 1185 | 3.0737184 |
| 1036 | 3.0153598 | 1086 | 3.0358298 | 1136 | 3.0553783 | 1186 | 3.0740847 |
| 1037 | 3.0157788 | 1087 | 3.0362295 | 1137 | 3.0557605 | 1187 | 3.0744507 |
| 1038 | 3.0161974 | 1088 | 3.0366289 | 1138 | 3.0561423 | 1188 | 3.0748164 |
| 1039 | 3.0166155 | 1089 | 3.0370279 | 1139 | 3.0565237 | 1189 | 3.0751819 |
| 1040 | 3.0170333 | 1090 | 3.0374265 | 1140 | 3.0569049 | 1190 | 3.0755470 |
| 1041 | 3.0174507 | 1091 | 3.0378248 | 1141 | 3.0572856 | 1191 | 3.0759118 |
| 1042 | 3.0178677 | 1092 | 3.0382226 | 1142 | 3.0576661 | 1192 | 3.0762763 |
| 1043 | 3.0182843 | 1093 | 3.0386202 | 1143 | 3.0580462 | 1193 | 3.0766404 |
| 1044 | 3.0187005 | 1094 | 3.0390173 | 1144 | 3.0584260 | 1194 | 3.0770043 |
| 1045 | 3.0191163 | 1095 | 3.0394141 | 1145 | 3.0588055 | 1195 | 3.0773679 |
| 1046 | 3.0195317 | 1096 | 3.0398106 | 1146 | 3.0591846 | 1196 | 3.0777312 |
| 1047 | 3.0199467 | 1097 | 3.0402066 | 1147 | 3.0595634 | 1197 | 3.0780942 |
| 1048 | 3.0203613 | 1098 | 3.0406023 | 1148 | 3.0599419 | 1198 | 3.0784568 |
| 1049 | 3.0207755 | 1099 | 3.0409977 | 1149 | 3.0603200 | 1199 | 3.0788192 |
| 1050 | 3.0211893 | 1100 | 3.0413927 | 1150 | 3.0606978 | 1200 | 3.0791812 |

Digitized by Google

| Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1201 | 3.0795430 | 1251 | 3.0972573 | 1301 | 3.1142773 | 1351 | 3.1306553 |
| 1202 | 3.0799045 | 1252 | 3.0976043 | 1302 | 3.1146110 | 1352 | 3.1309767 |
| 1203 | 3.0802656 | 1253 | 3.0979511 | 1303 | 3.1149444 | 1353 | 3.1312978 |
| 1204 | 3.0806265 | 1254 | 3.0982975 | 1304 | 3.1152776 | 1354 | 3.1316187 |
| 1205 | 3.0809870 | 1255 | 3.0986437 | 1305 | 3.1156105 | 1355 | 3.1319393 |
| 1206 | 3.0813473 | 1256 | 3.0989896 | 1306 | 3.1159432 | 1356 | 3.1322597 |
| 1207 | 3.0817073 | 1257 | 3.0993353 | 1307 | 3.1162756 | 1357 | 3.1325798 |
| 1208 | 3.0820669 | 1258 | 3.0996806 | 1308 | 3.1166077 | 1358 | 3.1328998 |
| 1209 | 3.0824263 | 1259 | 3.1000257 | 1309 | 3.1169396 | 1359 | 3.1332195 |
| 1210 | 3.0827854 | 1260 | 3.1003705 | 1310 | 3.1172713 | 1360 | 3.1335389 |
| 1211 | 3.0831441 | 1261 | 3.1007151 | 1311 | 3.1176027 | 1361 | 3.1338581 |
| 1212 | 3.0835026 | 1262 | 3.1010594 | 1312 | 3.1179338 | 1362 | 3.1341771 |
| 1213 | 3.0838608 | 1263 | 3.1014034 | 1313 | 3.1182647 | 1363 | 3.1344959 |
| 1214 | 3.0842187 | 1264 | 3.1017471 | 1314 | 3.1185954 | 1364 | 3.1348144 |
| 1215 | 3.0845763 | 1265 | 3.1020905 | 1315 | 3.1189258 | 1365 | 3.1351327 |
| 1216 | 3.0849336 | 1266 | 3.1024337 | 1316 | 3.1192559 | 1366 | 3.1354507 |
| 1217 | 3.0852906 | 1267 | 3.1027766 | 1317 | 3.1195858 | 1367 | 3.1357685 |
| 1218 | 3.0856473 | 1268 | 3.1031193 | 1318 | 3.1199154 | 1368 | 3.1360861 |
| 1219 | 3.0860037 | 1269 | 3.1034616 | 1319 | 3.1202448 | 1369 | 3.1364034 |
| 1220 | 3.0863598 | 1270 | 3.1038037 | 1320 | 3.1205739 | 1370 | 3.1367206 |
| 1221 | 3.0867156 | 1271 | 3.1041456 | 1321 | 3.1209028 | 1371 | 3.1370375 |
| 1222 | 3.0870712 | 1272 | 3.1044871 | 1322 | 3.1212315 | 1372 | 3.1373541 |
| 1223 | 3.0874265 | 1273 | 3.1048284 | 1323 | 3.1215598 | 1373 | 3.1376705 |
| 1224 | 3.0877814 | 1274 | 3.1051694 | 1324 | 3.1218880 | 1374 | 3.1379867 |
| 1225 | 3.0881361 | 1275 | 3.1055102 | 1325 | 3.1222159 | 1375 | 3.1383027 |
| 1226 | 3.0884905 | 1276 | 3.1058507 | 1326 | 3.1225435 | 1376 | 3.1386184 |
| 1227 | 3.0888446 | 1277 | 3.1061909 | 1327 | 3.1228709 | 1377 | 3.1389339 |
| 1228 | 3.0891984 | 1278 | 3.1065309 | 1328 | 3.1231981 | 1378 | 3.1392492 |
| 1229 | 3.0895519 | 1279 | 3.1068705 | 1329 | 3.1235250 | 1379 | 3.1395643 |
| 1230 | 3.0899051 | 1280 | 3.1072100 | 1330 | 3.1238516 | 1380 | 3.1398791 |
| 1231 | 3.0902581 | 1281 | 3.1075491 | 1331 | 3.1241781 | 1381 | 3.1401937 |
| 1232 | 3.0906107 | 1282 | 3.1078880 | 1332 | 3.1245042 | 1382 | 3.1405080 |
| 1233 | 3.0909631 | 1283 | 3.1082267 | 1333 | 3.1248301 | 1383 | 3.1408222 |
| 1234 | 3.0913152 | 1284 | 3.1085650 | 1334 | 3.1251558 | 1384 | 3.1411361 |
| 1235 | 3.0916670 | 1285 | 3.1089031 | 1335 | 3.1254813 | 1385 | 3.1414498 |
| 1236 | 3.0920185 | 1286 | 3.1092410 | 1336 | 3.1258065 | 1386 | 3.1417632 |
| 1237 | 3.0923697 | 1287 | 3.1095785 | 1337 | 3.1261314 | 1387 | 3.1420765 |
| 1238 | 3.0927206 | 1288 | 3.1099159 | 1338 | 3.1264561 | 1388 | 3.1423895 |
| 1239 | 3.0930713 | 1289 | 3.1102529 | 1339 | 3.1267806 | 1389 | 3.1427022 |
| 1240 | 3.0934217 | 1290 | 3.1105897 | 1340 | 3.1271048 | 1390 | 3.1430148 |
| 1241 | 3.0937718 | 1291 | 3.1109262 | 1341 | 3.1274288 | 1391 | 3.1433271 |
| 1242 | 3.0941216 | 1292 | 3.1112625 | 1342 | 3.1277525 | 1392 | 3.1436392 |
| 1243 | 3.0944711 | 1293 | 3.1115985 | 1343 | 3.1280760 | 1393 | 3.1439511 |
| 1244 | 3.0948204 | 1294 | 3.1119343 | 1344 | 3.1283993 | 1394 | 3.1442628 |
| 1245 | 3.0951694 | 1295 | 3.1122698 | 1345 | 3.1287223 | 1395 | 3.1445742 |
| 1246 | 3.0955180 | 1296 | 3.1126050 | 1346 | 3.1290451 | 1396 | 3.1448854 |
| 1247 | 3.0958665 | 1297 | 3.1129400 | 1347 | 3.1293676 | 1397 | 3.1451964 |
| 1248 | 3.0962146 | 1298 | 3.1132747 | 1348 | 3.1296899 | 1398 | 3.1455072 |
| 1249 | 3.0965624 | 1299 | 3.1136092 | 1349 | 3.1300119 | 1399 | 3.1458177 |
| 1250 | 3.0969100 | 1300 | 3.1139434 | 1350 | 3.1303338 | 1400 | 3.1461280 |



Digitized by Google

| Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1401 | 3.1464381 | 1451 | 3.1616674 | 1501 | 3.1763807 | 1551 | 3.1906118 |
| 1402 | 3.1467480 | 1452 | 3.1619666 | 1502 | 3.1766699 | 1552 | 3.1908917 |
| 1403 | 3.1470577 | 1453 | 3.1622656 | 1503 | 3.1769590 | 1553 | 3.1911715 |
| 1404 | 3.1473671 | 1454 | 3.1625644 | 1504 | 3.1772478 | 1554 | 3.1914510 |
| 1405 | 3.1476763 | 1455 | 3.1628630 | 1505 | 3.1775365 | 1555 | 3.1917304 |
| 1406 | 3.1479853 | 1456 | 3.1631614 | 1506 | 3.1778250 | 1556 | 3.1920096 |
| 1407 | 3.1482941 | 1457 | 3.1634596 | 1507 | 3.1781133 | 1557 | 3.1922886 |
| 1408 | 3.1486027 | 1458 | 3.1637575 | 1508 | 3.1784013 | 1558 | 3.1925675 |
| 1409 | 3.1489110 | 1459 | 3.1640553 | 1509 | 3.1786892 | 1559 | 3.1928461 |
| 1410 | 3.1492191 | 1460 | 3.1643529 | 1510 | 3.1789769 | 1560 | 3.1931246 |
| 1411 | 3.1495270 | 1461 | 3.1646502 | 1511 | 3.1792645 | 1561 | 3.1934029 |
| 1412 | 3.1498347 | 1462 | 3.1649474 | 1512 | 3.1795518 | 1562 | 3.1936810 |
| 1413 | 3.1501422 | 1463 | 3.1652443 | 1513 | 3.1798389 | 1563 | 3.1939590 |
| 1414 | 3.1504494 | 1464 | 3.1655411 | 1514 | 3.1801259 | 1564 | 3.1942367 |
| 1415 | 3.1507564 | 1465 | 3.1658376 | 1515 | 3.1804126 | 1565 | 3.1945143 |
| 1416 | 3.1510633 | 1466 | 3.1661340 | 1516 | 3.1806992 | 1566 | 3.1947918 |
| 1417 | 3.1513699 | 1467 | 3.1664301 | 1517 | 3.1809856 | 1567 | 3.1950690 |
| 1418 | 3.1516762 | 1468 | 3.1667261 | 1518 | 3.1812718 | 1568 | 3.1953461 |
| 1419 | 3.1519824 | 1469 | 3.1670218 | 1519 | 3.1815578 | 1569 | 3.1956229 |
| 1420 | 3.1522883 | 1470 | 3.1673173 | 1520 | 3.1818436 | 1570 | 3.1958997 |
| 1421 | 3.1525941 | 1471 | 3.1676127 | 1521 | 3.1821292 | 1571 | 3.1961761 |
| 1422 | 3.1528996 | 1472 | 3.1679078 | 1522 | 3.1824147 | 1572 | 3.1964525 |
| 1423 | 3.1532049 | 1473 | 3.1682027 | 1523 | 3.1826999 | 1573 | 3 1967287 |
| 1424 | 3.1535100 | 1474 | 3.1684975 | 1524 | 3.1829850 | 1574 | 3.1970047 |
| 1425 | 3.1538149 | 1475 | 3.1687920 | 1525 | 3.1832698 | 1575 | 3.1972806 |
| 1426 | 3.1541195 | 1476 | 3.1690864 | 1526 | 3.1835545 | 1576 | 3.1975562 |
| 1427 | 3.1544240 | 1477 | 3.1693805 | 1527 | 3.1838390 | 1577 | 3.1978317 |
| 1428 | 3.1547282 | 1478 | 3.1696744 | 1528 | 3.1841234 | 1578 | 3.1981070 |
| 1429 | 3.1550322 | 1479 | 3.1699682 | 1529 | 3.1844075 | 1579 | 3.1983821 |
| 1430 | 3.1553360 | 1480 | 3.1702617 | 1530 | 3.1846914 | 1580 | 3.1986571 |
| 1431 | 3.1556396 | 1481 | 3.1705551 | 1531 | 3.1849752 | 1581 | 3.1989319 |
| 1432 | 3.1559430 | 1482 | 3.1708482 | 1532 | 3.1852588 | 1582 | 3.1992065 |
| 1433 | 3.1562462 | 1483 | 3.1711412 | 1533 | 3.1855422 | 1583 | 3.1994809 |
| 1434 | 3.1565492 | 1484 | 3.1714339 | 1534 | 3.1858254 | 1584 | 3.1997552 |
| 1435 | 3.1568519 | 1485 | 3.1717265 | 1535 | 3.1861084 | 1585 | 3.2000293 |
| 1436 | 3.1571544 | 1486 | 3.1720188 | 1536 | 3.1863912 | 1586 | 3.2003032 |
| 1437 | 3.1574568 | 1487 | 3.1723110 | 1537 | 3.1866739 | 1587 | 3.2005769 |
| 1438 | 3.1577589 | 1488 | 3.1726029 | 1538 | 3.1869563 | 1588 | 3.2008505 |
| 1439 | 3.1580608 | 1489 | 3.1728947 | 1539 | 3.1872386 | 1589 | 3.2011239 |
| 1440 | 3.1583625 | 1490 | 3.1731863 | 1540 | 3.1875207 | 1590 | 3.2013971 |
| 1441 | 3.1586640 | 1491 | 3.1734776 | 1541 | 3.1878026 | 1591 | 3.2016702 |
| 1442 | 3.1589653 | 1492 | 3.1737688 | 1542 | 3.1880844 | 1592 | 3.2019431 |
| 1443 | 3.1592663 | 1493 | 3.1740598 | 1543 | 3.1883659 | 1593 | 3.2022158 |
| 1444 | 3.1595672 | 1494 | 3.1743506 | 1544 | 3.1886473 | 1594 | 3.2024883 |
| 1445 | 3.1598678 | 1495 | 3.1746412 | 1545 | 3.1889285 | 1595 | 3.2027607 |
| 1446 | 3.1601683 | 1496 | 3.1749316 | 1546 | 3.1892095 | 1596 | 3.2030329 |
| 1447 | 3.1604685 | 1497 | 3.1752218 | 1547 | 3.1894903 | 1597 | 3.2033049 |
| 1448 | 3.1607686 | 1498 | 3.1755118 | 1548 | 3.1897710 | 1598 | 3.2035768 |
| 1449 | 3.1610684 | 1499 | 3.1758016 | 1549 | 3.1900514 | 1599 | 3.2038485 |
| 1450 | 3.1613680 | 1500 | 3.1760913 | 1550 | 3.1903317 | 1600 | 3.2041200 |

Digitized by Google

| Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1601 | 3.2043913 | 1651 | 3.2177471 | 1701 | 3.2307043 | 1751 | 3.2432861 |
| 1602 | 3.2046625 | 1652 | 3.2180100 | 1702 | 3.2309596 | 1752 | 3.2435341 |
| 1603 | 3.2049335 | 1653 | 3.2182729 | 1703 | 3.2312146 | 1753 | 3.2437819 |
| 1604 | 3.2052044 | 1654 | 3.2185356 | 1704 | 3.2314696 | 1754 | 3.2440296 |
| 1605 | 3.2054750 | 1655 | 3.2187980 | 1705 | 3.2317244 | 1755 | 3.2442771 |
| 1606 | 3.2057455 | 1656 | 3.2190603 | 1706 | 3.2319790 | 1756 | 3.2445245 |
| 1607 | 3.2060159 | 1657 | 3.2193225 | 1707 | 3.2322335 | 1757 | 3.2447718 |
| 1608 | 3.2062860 | 1658 | 3.2195845 | 1708 | 3.2324879 | 1758 | 3.2450189 |
| 1609 | 3.2065560 | 1659 | 3.2198464 | 1709 | 3.2327421 | 1759 | 3.2452658 |
| 1610 | 3.2068259 | 1660 | 3.2201081 | 1710 | 3.2329961 | 1760 | 3.2455127 |
| 1611 | 3.2070955 | 1661 | 3.2203696 | 1711 | 3.2332500 | 1761 | 3.2457594 |
| 1612 | 3.2073650 | 1662 | 3.2206310 | 1712 | 3.2335038 | 1762 | 3.2460059 |
| 1613 | 3.2076344 | 1663 | 3.2208922 | 1713 | 3.2337574 | 1763 | 3.2462523 |
| 1614 | 3.2079035 | 1664 | 3.2211533 | 1714 | 3.2340108 | 1764 | 3.2464986 |
| 1615 | 3.2081725 | 1665 | 3.2214142 | 1715 | 3.2342641 | 1765 | 3.2467447 |
| 1616 | 3.2084414 | 1666 | 3.2216750 | 1716 | 3.2345173 | 1766 | 3.2469907 |
| 1617 | 3.2087100 | 1667 | 3.2219356 | 1717 | 3.2347703 | 1767 | 3.2472365 |
| 1618 | 3.2089785 | 1668 | 3.2221960 | 1718 | 3.2350232 | 1768 | 3.2474823 |
| 1619 | 3.2092468 | 1669 | 3.2224563 | 1719 | 3.2352759 | 1769 | 3.2477278 |
| 1620 | 3.2095150 | 1670 | 3.2227165 | 1720 | 3.2355284 | 1770 | 3.2479733 |
| 1621 | 3.2097830 | 1671 | 3.2229764 | 1721 | 3.2357809 | 1771 | 3.2482186 |
| 1622 | 3.2100508 | 1672 | 3.2232363 | 1722 | 3.2360331 | 1772 | 3.2484637 |
| 1623 | 3.2103185 | 1673 | 3.2234959 | 1723 | 3.2362853 | 1773 | 3.2487087 |
| 1624 | 3.2105860 | 1674 | 3.2237555 | 1724 | 3.2365373 | 1774 | 3.2489536 |
| 1625 | 3.2108534 | 1675 | 3.2240148 | 1725 | 3.2367891 | 1775 | 3.2491984 |
| 1626 | 3.2111205 | 1676 | 3.2242740 | 1726 | 3.2370408 | 1776 | 3.2494430 |
| 1627 | 3.2113876 | 1677 | 3.2245331 | 1727 | 3.2372923 | 1777 | 3.2496874 |
| 1628 | 3.2116544 | 1678 | 3.2247920 | 1728 | 3.2375437 | 1778 | 3.2499318 |
| 1629 | 3.2119211 | 1679 | 3.2250507 | 1729 | 3.2377950 | 1779 | 3.2501759 |
| 1630 | 3.2121876 | 1680 | 3.2253093 | 1730 | 3.2380461 | 1780 | 3.2504200 |
| 1631 | 3.2124540 | 1681 | 3.2255677 | 1731 | 3.2382971 | 1781 | 3.2506639 |
| 1632 | 3.2127202 | 1682 | 3.2258260 | 1732 | 3.2385479 | 1782 | 3.2509077 |
| 1633 | 3.2129862 | 1683 | 3.2260841 | 1733 | 3.2387986 | 1783 | 3.2511513 |
| 1634 | 3.2132521 | 1684 | 3.2263421 | 1734 | 3.2390491 | 1784 | 3.2513949 |
| 1635 | 3.2135178 | 1685 | 3.2265999 | 1735 | 3.2392995 | 1785 | 3.2516382 |
| 1636 | 3.2137833 | 1686 | 3.2268576 | 1736 | 3.2395497 | 1786 | 3.2518815 |
| 1637 | 3.2140487 | 1687 | 3.2271151 | 1737 | 3.2397998 | 1787 | 3.2521246 |
| 1638 | 3.2143139 | 1688 | 3.2273724 | 1738 | 3.2400498 | 1788 | 3.2523676 |
| 1639 | 3.2145790 | 1689 | 3.2276296 | 1739 | 3.2402996 | 1789 | 3.2526103 |
| 1640 | 3.2148438 | 1690 | 3.2278867 | 1740 | 3.2405492 | 1790 | 3.2528530 |
| 1641 | 3.2151086 | 1691 | 3.2281436 | 1741 | 3.2407988 | 1791 | 3.2530956 |
| 1642 | 3.2153732 | 1692 | 3.2284004 | 1742 | 3.2410482 | 1792 | 3.2533380 |
| 1643 | 3.2156376 | 1693 | 3.2286570 | 1743 | 3.2412974 | 1793 | 3.2535803 |
| 1644 | 3.2159018 | 1694 | 3.2289134 | 1744 | 3.2415465 | 1794 | 3.2538224 |
| 1645 | 3.2161659 | 1695 | 3.2291697 | 1745 | 3.2417954 | 1795 | 3.2540645 |
| 1646 | 3.2164298 | 1696 | 3.2294258 | 1746 | 3.2420442 | 1796 | 3.2543063 |
| 1647 | 3.2166936 | 1697 | 3.2296818 | 1747 | 3.2422929 | 1797 | 3.2545481 |
| 1648 | 3.2169572 | 1698 | 3.2299377 | 1748 | 3.2425414 | 1798 | 3.2547897 |
| 1649 | 3.2172207 | 1699 | 3.2301934 | 1749 | 3.2427898 | 1799 | 3.2550312 |
| 1650 | 3.2174839 | 1700 | 3.2304489 | 1750 | 3.2430380 | 1800 | 3.2552725 |

Digitized by Google

| Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1801 | 3.2555137 | 1851 | 3.2674064 | 1901 | 3.2789821 | 1951 | 3.2902573 |
| 1802 | 3.2557548 | 1852 | 3.2676410 | 1902 | 3.2792105 | 1952 | 3.2904798 |
| 1803 | 3.2559957 | 1853 | 3.2678754 | 1903 | 3.2794388 | 1953 | 3.2907021 |
| 1804 | 3.2562365 | 1854 | 3.2681097 | 1904 | 3.2796669 | 1954 | 3.2909246 |
| 1805 | 3.2564772 | 1855 | 3.2683439 | 1905 | 3.2798950 | 1955 | 3.2911468 |
| 1806 | 3.2567177 | 1856 | 3.2685780 | 1906 | 3.2801229 | 1956 | 3.2913688 |
| 1807 | 3.2569582 | 1857 | 3.2688119 | 1907 | 3.2803507 | 1957 | 3.2915908 |
| 1808 | 3.2571984 | 1858 | 3.2690457 | 1908 | 3.2805784 | 1958 | 3.2918127 |
| 1809 | 3.2574386 | 1859 | 3.2692794 | 1909 | 3.2808059 | 1959 | 3.2920344 |
| 1810 | 3.2576786 | 1860 | 3.2695129 | 1910 | 3.2810334 | 1960 | 3.2922561 |
| 1811 | 3.2579185 | 1861 | 3.2697464 | 1911 | 3.2812607 | 1961 | 3.2924776 |
| 1812 | 3.2581582 | 1862 | 3.2699797 | 1912 | 3.2814879 | 1962 | 3.2926990 |
| 1813 | 3.2583978 | 1863 | 3.2702129 | 1913 | 3.2817150 | 1963 | 3.2929203 |
| 1814 | 3.2586373 | 1864 | 3.2704459 | 1914 | 3.2819419 | 1964 | 3.2931415 |
| 1815 | 3.2588766 | 1865 | 3.2706788 | 1915 | 3.2821688 | 1965 | 3.2933626 |
| 1816 | 3.2591158 | 1866 | 3.2709116 | 1916 | 3.2823955 | 1966 | 3.2935835 |
| 1817 | 3.2593549 | 1867 | 3.2711443 | 1917 | 3.2826221 | 1967 | 3.2938044 |
| 1818 | 3.2595939 | 1868 | 3.2713769 | 1918 | 3.2828486 | 1968 | 3.2940251 |
| 1819 | 3.2598327 | 1869 | 3.2716093 | 1919 | 3.2830750 | 1969 | 3.2942457 |
| 1820 | 3.2600714 | 1870 | 3.2718416 | 1920 | 3.2833012 | 1970 | 3.2944662 |
| 1821 | 3.2603099 | 1871 | 3.2720738 | 1921 | 3.2835274 | 1971 | 3.2946866 |
| 1822 | 3.2605484 | 1872 | 3.2723058 | 1922 | 3.2837534 | 1972 | 3.2949069 |
| 1823 | 3.2607867 | 1873 | 3.2725378 | 1923 | 3.2839793 | 1973 | 3.2951271 |
| 1824 | 3.2610248 | 1874 | 3.2727696 | 1924 | 3.2842051 | 1974 | 3.2953471 |
| 1825 | 3.2612629 | 1875 | 3.2730013 | 1925 | 3.2844307 | 1975 | 3.2955671 |
| 1826 | 3.2615008 | 1876 | 3.2732328 | 1926 | 3.2846563 | 1976 | 3.2957869 |
| 1827 | 3.2617385 | 1877 | 3.2734643 | 1927 | 3.2848817 | 1977 | 3.2960067 |
| 1828 | 3.2619762 | 1878 | 3.2736956 | 1928 | 3.2851070 | 1978 | 3.2962263 |
| 1829 | 3.2622137 | 1879 | 3.2739268 | 1929 | 3.2853322 | 1979 | 3.2964458 |
| 1830 | 3.2624511 | 1880 | 3.2741578 | 1930 | 3.2855573 | 1980 | 3.2966652 |
| 1831 | 3.2626883 | 1881 | 3.2743888 | 1931 | 3.2857823 | 1981 | 3.2968845 |
| 1832 | 3.2629255 | 1882 | 3.2746196 | 1932 | 3.2860071 | 1982 | 3.2971037 |
| 1833 | 3.2631625 | 1883 | 3.2748503 | 1933 | 3.2862319 | 1983 | 3.2973227 |
| 1834 | 3.2633993 | 1884 | 3.2750809 | 1934 | 3.2864565 | 1984 | 3.2975417 |
| 1835 | 3.2636361 | 1885 | 3.2753114 | 1935 | 3.2866810 | 1985 | 3.2977605 |
| 1836 | 3.2638727 | 1886 | 3.2755417 | 1936 | 3.2869054 | 1986 | 3.2979792 |
| 1837 | 3.2641092 | 1887 | 3.2757719 | 1937 | 3.2871296 | 1987 | 3.2981979 |
| 1838 | 3.2643455 | 1888 | 3.2760020 | 1938 | 3.2873538 | 1988 | 3.2984164 |
| 1839 | 3.2645817 | 1889 | 3.2762320 | 1939 | 3.2875778 | 1989 | 3.2986348 |
| 1840 | 3.2648178 | 1890 | 3.2764618 | 1940 | 3.2878017 | 1990 | 3.2988531 |
| 1841 | 3.2650538 | 1891 | 3.2766915 | 1941 | 3.2880255 | 1991 | 3.2990713 |
| 1842 | 3.2652896 | 1892 | 3.2769211 | 1942 | 3.2882492 | 1992 | 3.2992893 |
| 1843 | 3.2655253 | 1893 | 3.2771506 | 1943 | 3.2884728 | 1993 | 3.2995073 |
| 1844 | 3.2657609 | 1894 | 3.2773800 | 1944 | 3.2886963 | 1994 | 3.2997252 |
| 1845 | 3.2659964 | 1895 | 3.2776092 | 1945 | 3.2889196 | 1995 | 3.2999429 |
| 1846 | 3.2662317 | 1896 | 3.2778383 | 1946 | 3.2891428 | 1996 | 3.3001605 |
| 1847 | 3.2664669 | 1897 | 3.2780673 | 1947 | 3.2893660 | 1997 | 3.3003781 |
| 1848 | 3.2667020 | 1898 | 3.2782962 | 1948 | 3.2895890 | 1998 | 3.3005955 |
| 1849 | 3.2669369 | 1899 | 3.2785250 | 1949 | 3.2898118 | 1999 | 3.3008128 |
| 1850 | 3.2671717 | 1900 | 3.2787536 | 1950 | 3.2900346 | 2000 | 3.3010300 |



Digitized by Google

| Nõb. | Logarithm. | Nõb. | Logarithm. | Nõb. | Logarithm. | Nõb. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2001 | 3.3012471 | 2051 | 3.3119657 | 2101 | 3.3224261 | 2151 | 3.3326404 |
| 2002 | 3.3014641 | 2052 | 3.3121774 | 2102 | 3.3226327 | 2152 | 3.3328423 |
| 2003 | 3.3016809 | 2053 | 3.3123889 | 2103 | 3.3228393 | 2153 | 3.3330440 |
| 2004 | 3.3018977 | 2054 | 3.3126004 | 2104 | 3.3230457 | 2154 | 3.3332457 |
| 2005 | 3.3021144 | 2055 | 3.3128118 | 2105 | 3.3232521 | 2155 | 3.3334473 |
| 2006 | 3.3023309 | 2056 | 3.3130231 | 2106 | 3.3234584 | 2156 | 3.3336488 |
| 2007 | 3.3025474 | 2057 | 3.3132343 | 2107 | 3.3236645 | 2157 | 3.3338501 |
| 2008 | 3.3027637 | 2058 | 3.3134454 | 2108 | 3.3238706 | 2158 | 3.3340514 |
| 2009 | 3.3029799 | 2059 | 3.3136563 | 2109 | 3.3240766 | 2159 | 3.3342526 |
| 2010 | 3.3031961 | 2060 | 3.3138672 | 2110 | 3.3242825 | 2160 | 3.3344538 |
| 2011 | 3.3034121 | 2061 | 3.3140780 | 2111 | 3.3244882 | 2161 | 3.3346548 |
| 2012 | 3.3036280 | 2062 | 3.3142887 | 2112 | 3.3246939 | 2162 | 3.3348557 |
| 2013 | 3.3038438 | 2063 | 3.3144992 | 2113 | 3.3248995 | 2163 | 3.3350565 |
| 2014 | 3.3040595 | 2064 | 3.3147097 | 2114 | 3.3251050 | 2164 | 3.3352573 |
| 2015 | 3.3042751 | 2065 | 3.3149201 | 2115 | 3.3253104 | 2165 | 3.3354579 |
| 2016 | 3.3044905 | 2066 | 3.3151303 | 2116 | 3.3255157 | 2166 | 3.3356585 |
| 2017 | 3.3047059 | 2067 | 3.3153405 | 2117 | 3.3257209 | 2167 | 3.3358589 |
| 2018 | 3.3049212 | 2068 | 3.3155505 | 2118 | 3.3259260 | 2168 | 3.3360593 |
| 2019 | 3.3051363 | 2069 | 3.3157605 | 2119 | 3.3261310 | 2169 | 3.3362596 |
| 2020 | 3.3053514 | 2070 | 3.3159703 | 2120 | 3.3263359 | 2170 | 3.3364597 |
| 2021 | 3.3055663 | 2071 | 3.3161801 | 2121 | 3.3265407 | 2171 | 3.3366598 |
| 2022 | 3.3057812 | 2072 | 3.3163898 | 2122 | 3.3267454 | 2172 | 3.3368598 |
| 2023 | 3.3059959 | 2073 | 3.3165993 | 2123 | 3.3269500 | 2173 | 3.3370597 |
| 2024 | 3.3062105 | 2074 | 3.3168088 | 2124 | 3.3271545 | 2174 | 3.3372595 |
| 2025 | 3.3064250 | 2075 | 3.3170181 | 2125 | 3.3273589 | 2175 | 3.3374593 |
| 2026 | 3.3066394 | 2076 | 3.3172273 | 2126 | 3.3275633 | 2176 | 3.3376589 |
| 2027 | 3.3068537 | 2077 | 3.3174365 | 2127 | 3.3277675 | 2177 | 3.3378584 |
| 2028 | 3.3070680 | 2078 | 3.3176455 | 2128 | 3.3279716 | 2178 | 3.3380579 |
| 2029 | 3.3072820 | 2079 | 3.3178545 | 2129 | 3.3281757 | 2179 | 3.3382572 |
| 2030 | 3.3074960 | 2080 | 3.3180633 | 2130 | 3.3283796 | 2180 | 3.3384565 |
| 2031 | 3.3077099 | 2081 | 3.3182721 | 2131 | 3.3285834 | 2181 | 3.3386557 |
| 2032 | 3.3079237 | 2082 | 3.3184807 | 2132 | 3.3287872 | 2182 | 3.3388547 |
| 2033 | 3.3081374 | 2083 | 3.3186893 | 2133 | 3.3289909 | 2183 | 3.3390537 |
| 2034 | 3.3083509 | 2084 | 3.3188977 | 2134 | 3.3291944 | 2184 | 3.3392526 |
| 2035 | 3.3085644 | 2085 | 3.3191061 | 2135 | 3.3293979 | 2185 | 3.3394514 |
| 2036 | 3.3087778 | 2086 | 3.3193143 | 2136 | 3.3296012 | 2186 | 3.3396502 |
| 2037 | 3.3089910 | 2087 | 3.3195224 | 2137 | 3.3298045 | 2187 | 3.3398488 |
| 2038 | 3.3092042 | 2088 | 3.3197305 | 2138 | 3.3300077 | 2188 | 3.3400473 |
| 2039 | 3.3094172 | 2089 | 3.3199384 | 2139 | 3.3302108 | 2189 | 3.3402458 |
| 2040 | 3.3096302 | 2090 | 3.3201463 | 2140 | 3.3304138 | 2190 | 3.3404441 |
| 2041 | 3.3098430 | 2091 | 3.3203540 | 2141 | 3.3306167 | 2191 | 3.3406424 |
| 2042 | 3.3100557 | 2092 | 3.3205617 | 2142 | 3.3308195 | 2192 | 3.3408405 |
| 2043 | 3.3102684 | 2093 | 3.3207692 | 2143 | 3.3310222 | 2193 | 3.3410386 |
| 2044 | 3.3104809 | 2094 | 3.3209767 | 2144 | 3.3312248 | 2194 | 3.3412366 |
| 2045 | 3.3106933 | 2095 | 3.3211840 | 2145 | 3.3314273 | 2195 | 3.3414345 |
| 2046 | 3.3109056 | 2096 | 3.3213913 | 2146 | 3.3316297 | 2196 | 3.3416323 |
| 2047 | 3.3111178 | 2097 | 3.3215984 | 2147 | 3.3318320 | 2197 | 3.3418301 |
| 2048 | 3.3113300 | 2098 | 3.3218055 | 2148 | 3.3320343 | 2198 | 3.3420277 |
| 2049 | 3.3115420 | 2099 | 3.3220124 | 2149 | 3.3322364 | 2199 | 3.3422252 |
| 2050 | 3.3117539 | 2100 | 3.3222193 | 2150 | 3.3324385 | 2200 | 3.3424227 |



Digitized by Google

| Nōb. | Logarithm. | Nōb. | Logarithm. | Nōb. | Logarithm. | Nōb. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2201 | 3.3426200 | 2251 | 3.3523755 | 2301 | 3.3619166 | 2351 | 3.3712526 |
| 2202 | 3.3428173 | 2252 | 3.3525684 | 2302 | 3.3621053 | 2352 | 3.3714373 |
| 2203 | 3.3430145 | 2253 | 3.3527612 | 2303 | 3.3622939 | 2353 | 3.3716219 |
| 2204 | 3.3432116 | 2254 | 3.3529539 | 2304 | 3.3624825 | 2354 | 3.3718065 |
| 2205 | 3.3434086 | 2255 | 3.3531465 | 2305 | 3.3626709 | 2355 | 3.3719909 |
| 2206 | 3.3436055 | 2256 | 3.3533391 | 2306 | 3.3628593 | 2356 | 3.3721753 |
| 2207 | 3.3438023 | 2257 | 3.3535316 | 2307 | 3.3630476 | 2357 | 3.3723596 |
| 2208 | 3.3439991 | 2258 | 3.3537239 | 2308 | 3.3632358 | 2358 | 3.3725438 |
| 2209 | 3.3441957 | 2259 | 3.3539162 | 2309 | 3.3634239 | 2359 | 3.3727279 |
| 2210 | 3.3443923 | 2260 | 3.3541084 | 2310 | 3.3636120 | 2360 | 3.3729120 |
| 2211 | 3.3445887 | 2261 | 3.3543006 | 2311 | 3.3637999 | 2361 | 3.3730960 |
| 2212 | 3.3447851 | 2262 | 3.3544926 | 2312 | 3.3639878 | 2362 | 3.3732799 |
| 2213 | 3.3449814 | 2263 | 3.3546846 | 2313 | 3.3641756 | 2363 | 3.3734637 |
| 2214 | 3.3451776 | 2264 | 3.3548764 | 2314 | 3.3643634 | 2364 | 3.3736475 |
| 2215 | 3.3453737 | 2265 | 3.3550682 | 2315 | 3.3645510 | 2365 | 3.3738311 |
| 2216 | 3.3455698 | 2266 | 3.3552599 | 2316 | 3.3647386 | 2366 | 3.3740147 |
| 2217 | 3.3457657 | 2267 | 3.3554515 | 2317 | 3.3649260 | 2367 | 3.3741983 |
| 2218 | 3.3459615 | 2268 | 3.3556431 | 2318 | 3.3651134 | 2368 | 3.3743817 |
| 2219 | 3.3461573 | 2269 | 3.3558345 | 2319 | 3.3653007 | 2369 | 3.3745651 |
| 2220 | 3.3463530 | 2270 | 3.3560259 | 2320 | 3.3654880 | 2370 | 3.3747483 |
| 2221 | 3.3465486 | 2271 | 3.3562171 | 2321 | 3.3656751 | 2371 | 3.3749316 |
| 2222 | 3.3467441 | 2272 | 3.3564083 | 2322 | 3.3658622 | 2372 | 3.3751147 |
| 2223 | 3.3469395 | 2273 | 3.3565994 | 2323 | 3.3660492 | 2373 | 3.3752977 |
| 2224 | 3.3471348 | 2274 | 3.3567905 | 2324 | 3.3662361 | 2374 | 3.3754807 |
| 2225 | 3.3473300 | 2275 | 3.3569814 | 2325 | 3.3664230 | 2375 | 3.3756636 |
| 2226 | 3.3475252 | 2276 | 3.3571723 | 2326 | 3.3666097 | 2376 | 3.3758464 |
| 2227 | 3.3477202 | 2277 | 3.3573630 | 2327 | 3.3667964 | 2377 | 3.3760292 |
| 2228 | 3.3479152 | 2278 | 3.3575537 | 2328 | 3.3669830 | 2378 | 3.3762119 |
| 2229 | 3.3481101 | 2279 | 3.3577443 | 2329 | 3.3671695 | 2379 | 3.3763944 |
| 2230 | 3.3483049 | 2280 | 3.3579348 | 2330 | 3.3673559 | 2380 | 3.3765770 |
| 2231 | 3.3484996 | 2281 | 3.3581253 | 2331 | 3.3675423 | 2381 | 3.3767594 |
| 2232 | 3.3486942 | 2282 | 3.3583156 | 2332 | 3.3677285 | 2382 | 3.3769418 |
| 2233 | 3.3488887 | 2283 | 3.3585059 | 2333 | 3.3679147 | 2383 | 3.3771240 |
| 2234 | 3.3490832 | 2284 | 3.3586961 | 2334 | 3.3681009 | 2384 | 3.3773063 |
| 2235 | 3.3492775 | 2285 | 3.3588862 | 2335 | 3.3682869 | 2385 | 3.3774884 |
| 2236 | 3.3494718 | 2286 | 3.3590762 | 2336 | 3.3684728 | 2386 | 3.3776704 |
| 2237 | 3.3496660 | 2287 | 3.3592662 | 2337 | 3.3686587 | 2387 | 3.3778524 |
| 2238 | 3.3498601 | 2288 | 3.3594560 | 2338 | 3.3688445 | 2388 | 3.3780343 |
| 2239 | 3.3500541 | 2289 | 3.3596458 | 2339 | 3.3690302 | 2389 | 3.3782161 |
| 2240 | 3.3502480 | 2290 | 3.3598355 | 2340 | 3.3692159 | 2390 | 3.3783979 |
| 2241 | 3.3504419 | 2291 | 3.3600251 | 2341 | 3.3694014 | 2391 | 3.3785796 |
| 2242 | 3.3506356 | 2292 | 3.3602146 | 2342 | 3.3695869 | 2392 | 3.3787612 |
| 2243 | 3.3508293 | 2293 | 3.3604041 | 2343 | 3.3697723 | 2393 | 3.3789427 |
| 2244 | 3.3510229 | 2294 | 3.3605934 | 2344 | 3.3699576 | 2394 | 3.3791241 |
| 2245 | 3.3512163 | 2295 | 3.3607827 | 2345 | 3.3701428 | 2395 | 3.3793055 |
| 2246 | 3.3514098 | 2296 | 3.3609719 | 2346 | 3.3703280 | 2396 | 3.3794868 |
| 2247 | 3.3516031 | 2297 | 3.3611610 | 2347 | 3.3705131 | 2397 | 3.3796680 |
| 2248 | 3.3517963 | 2298 | 3.3613500 | 2348 | 3.3706981 | 2398 | 3.3798492 |
| 2249 | 3.3519895 | 2299 | 3.3615390 | 2349 | 3.3708830 | 2399 | 3.3800302 |
| 2250 | 3.3521825 | 2300 | 3.3617278 | 2350 | 3.3710679 | 2400 | 3.3802112 |

Digitized by Google

| Nõb. | Logarithm. | Nõb. | Logarithm. | Nõb. | Logarithm. | Nõb. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2401 | 3.3803922 | 2451 | 3.3893433 | 2501 | 3.3981137 | 2551 | 3.4067105 |
| 2402 | 3.3805730 | 2452 | 3.3895205 | 2502 | 3.3982873 | 2552 | 3.4068807 |
| 2403 | 3.3807538 | 2453 | 3.3896975 | 2503 | 3.3984608 | 2553 | 3.4070508 |
| 2404 | 3.3809345 | 2454 | 3.3898746 | 2504 | 3.3986343 | 2554 | 3.4072209 |
| 2405 | 3.3811151 | 2455 | 3.3900515 | 2505 | 3.3988077 | 2555 | 3.4073909 |
| 2406 | 3.3812956 | 2456 | 3.3902284 | 2506 | 3.3989811 | 2556 | 3.4075608 |
| 2407 | 3.3814761 | 2457 | 3.3904052 | 2507 | 3.3991543 | 2557 | 3.4077307 |
| 2408 | 3.3816565 | 2458 | 3.3905819 | 2508 | 3.3993275 | 2558 | 3.4079005 |
| 2409 | 3.3818368 | 2459 | 3.3907585 | 2509 | 3.3995007 | 2559 | 3.4080703 |
| 2410 | 3.3820170 | 2460 | 3.3909351 | 2510 | 3.3996737 | 2560 | 3.4082400 |
| 2411 | 3.3821972 | 2461 | 3.3911116 | 2511 | 3.3998467 | 2561 | 3.4084096 |
| 2412 | 3.3823773 | 2462 | 3.3912880 | 2512 | 3.4000196 | 2562 | 3.4085791 |
| 2413 | 3.3825573 | 2463 | 3.3914644 | 2513 | 3.4001925 | 2563 | 3.4087486 |
| 2414 | 3.3827373 | 2464 | 3.3916407 | 2514 | 3.4003653 | 2564 | 3.4089180 |
| 2415 | 3.3829171 | 2465 | 3.3918169 | 2515 | 3.4005380 | 2565 | 3.4090874 |
| 2416 | 3.3830969 | 2466 | 3.3919931 | 2516 | 3.4007106 | 2566 | 3.4092567 |
| 2417 | 3.3832767 | 2467 | 3.3921691 | 2517 | 3.4008832 | 2567 | 3.4094259 |
| 2418 | 3.3834563 | 2468 | 3.3923452 | 2518 | 3.4010557 | 2568 | 3.4095950 |
| 2419 | 3.3836359 | 2469 | 3.3925211 | 2519 | 3.4012282 | 2569 | 3.4097641 |
| 2420 | 3.3838154 | 2470 | 3.3926970 | 2520 | 3.4014005 | 2570 | 3.4099331 |
| 2421 | 3.3839948 | 2471 | 3.3928727 | 2521 | 3.4015728 | 2571 | 3.4101021 |
| 2422 | 3.3841741 | 2472 | 3.3930485 | 2522 | 3.4017451 | 2572 | 3.4102710 |
| 2423 | 3.3843534 | 2473 | 3.3932241 | 2523 | 3.4019173 | 2573 | 3.4104398 |
| 2424 | 3.3845326 | 2474 | 3.3933997 | 2524 | 3.4020894 | 2574 | 3.4106085 |
| 2425 | 3.3847117 | 2475 | 3.3935752 | 2525 | 3.4022614 | 2575 | 3.4107772 |
| 2426 | 3.3848908 | 2476 | 3.3937506 | 2526 | 3.4024333 | 2576 | 3.4109459 |
| 2427 | 3.3850698 | 2477 | 3.3939260 | 2527 | 3.4026052 | 2577 | 3.4111144 |
| 2428 | 3.3852487 | 2478 | 3.3941013 | 2528 | 3.4027771 | 2578 | 3.4112829 |
| 2429 | 3.3854275 | 2479 | 3.3942765 | 2529 | 3.4029488 | 2579 | 3.4114513 |
| 2430 | 3.3856063 | 2480 | 3.3944517 | 2530 | 3.4031205 | 2580 | 3.4116197 |
| 2431 | 3.3857850 | 2481 | 3.3946268 | 2531 | 3.4032921 | 2581 | 3.4117880 |
| 2432 | 3.3859636 | 2482 | 3.3948018 | 2532 | 3.4034637 | 2582 | 3.4119562 |
| 2433 | 3.3861421 | 2483 | 3.3949767 | 2533 | 3.4036352 | 2583 | 3.4121244 |
| 2434 | 3.3863206 | 2484 | 3.3951516 | 2534 | 3.4038066 | 2584 | 3.4122925 |
| 2435 | 3.3864990 | 2485 | 3.3953264 | 2535 | 3.4039780 | 2585 | 3.4124605 |
| 2436 | 3.3866773 | 2486 | 3.3955011 | 2536 | 3.4041492 | 2586 | 3.4126285 |
| 2437 | 3.3868555 | 2487 | 3.3956758 | 2537 | 3.4043205 | 2587 | 3.4127964 |
| 2438 | 3.3870337 | 2488 | 3.3958504 | 2538 | 3.4044916 | 2588 | 3.4129643 |
| 2439 | 3.3872118 | 2489 | 3.3960249 | 2539 | 3.4046627 | 2589 | 3.4131321 |
| 2440 | 3.3873898 | 2490 | 3.3961993 | 2540 | 3.4048337 | 2590 | 3.4132998 |
| 2441 | 3.3875678 | 2491 | 3.3963737 | 2541 | 3.4050047 | 2591 | 3.4134674 |
| 2442 | 3.3877457 | 2492 | 3.3965480 | 2542 | 3.4051755 | 2592 | 3.4136350 |
| 2443 | 3.3879235 | 2493 | 3.3967223. | 2543 | 3.4053464 | 2593 | 3.4138025 |
| 2444 | 3.3881012 | 2494 | 3.3968964 | 2544 | 3.4055171 | 2594 | 3.4139700 |
| 2445 | 3.3882789 | 2495 | 3.3970706 | 2545 | 3.4056878 | 2595 | 3.4141374 |
| 2446 | 3.3884565 | 2496 | 3.3972446 | 2546 | 3.4058584 | 2596 | 3.4143047 |
| 2447 | 3.3886340 | 2497 | 3.3974185 | 2547 | 3.4060289 | 2597 | 3.4144719 |
| 2448 | 3.3888114 | 2498 | 3.3975924 | 2548 | 3.4061994 | 2598 | 3.4146391 |
| 2449 | 3.3889888 | 2499 | 3.3977663 | 2549 | 3.4063698 | 2599 | 3.4148063 |
| 2450 | 3.3891661 | 2500 | 3.3979400 | 2550 | 3.4065402 | 2600 | 3.4149733 |



Digitized by Google

| Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2601 | 3.4151404 | 2651 | 3.4234097 | 2701 | 3.4315246 | 2751 | 3.4394906 |
| 2602 | 3.4153073 | 2652 | 3.4235735 | 2702 | 3.4316853 | 2752 | 3.4396484 |
| 2603 | 3.4154742 | 2653 | 3.4237373 | 2703 | 3.4318460 | 2753 | 3.4398062 |
| 2604 | 3.4156410 | 2654 | 3.4239009 | 2704 | 3.4320067 | 2754 | 3.4399639 |
| 2605 | 3.4158077 | 2655 | 3.4240645 | 2705 | 3.4321673 | 2755 | 3.4401216 |
| 2606 | 3.4159744 | 2656 | 3.4242281 | 2706 | 3.4323278 | 2756 | 3.4402792 |
| 2607 | 3.4161410 | 2657 | 3.4243916 | 2707 | 3.4324883 | 2757 | 3.4404368 |
| 2608 | 3.4163076 | 2658 | 3.4245550 | 2708 | 3.4326487 | 2758 | 3.4405943 |
| 2609 | 3.4164741 | 2659 | 3.4247183 | 2709 | 3.4328090 | 2759 | 3.4407517 |
| 2610 | 3.4166405 | 2660 | 3.4248816 | 2710 | 3.4329693 | 2760 | 3.4409091 |
| 2611 | 3.4168069 | 2661 | 3.4250449 | 2711 | 3.4331295 | 2761 | 3.4410664 |
| 2612 | 3.4169732 | 2662 | 3.4252081 | 2712 | 3.4332897 | 2762 | 3.4412237 |
| 2613 | 3.4171394 | 2663 | 3.4253712 | 2713 | 3.4334498 | 2763 | 3.4413809 |
| 2614 | 3.4173056 | 2664 | 3.4255342 | 2714 | 3.4336098 | 2764 | 3.4415380 |
| 2615 | 3.4174717 | 2665 | 3.4256972 | 2715 | 3.4337698 | 2765 | 3.4416951 |
| 2616 | 3.4176377 | 2666 | 3.4258601 | 2716 | 3.4339298 | 2766 | 3.4418522 |
| 2617 | 3.4178037 | 2667 | 3.4260230 | 2717 | 3.4340896 | 2767 | 3.4420092 |
| 2618 | 3.4179696 | 2668 | 3.4261858 | 2718 | 3.4342495 | 2768 | 3.4421661 |
| 2619 | 3.4181355 | 2669 | 3.4263486 | 2719 | 3.4344092 | 2769 | 3.4423230 |
| 2620 | 3.4183013 | 2670 | 3.4265113 | 2720 | 3.4345689 | 2770 | 3.4424798 |
| 2621 | 3.4184670 | 2671 | 3.4266739 | 2721 | 3.4347285 | 2771 | 3.4426365 |
| 2622 | 3.4186327 | 2672 | 3.4268365 | 2722 | 3.4348881 | 2772 | 3.4427932 |
| 2623 | 3.4187983 | 2673 | 3.4269990 | 2723 | 3.4350476 | 2773 | 3.4429499 |
| 2624 | 3.4189638 | 2674 | 3.4271614 | 2724 | 3.4352071 | 2774 | 3.4431065 |
| 2625 | 3.4191293 | 2675 | 3.4273238 | 2725 | 3.4353665 | 2775 | 3.4432630 |
| 2626 | 3.4192947 | 2676 | 3.4274861 | 2726 | 3.4355259 | 2776 | 3.4434195 |
| 2627 | 3.4194601 | 2677 | 3.4276484 | 2727 | 3.4356851 | 2777 | 3.4435759 |
| 2628 | 3.4196254 | 2678 | 3.4278106 | 2728 | 3.4358444 | 2778 | 3.4437322 |
| 2629 | 3.4197906 | 2679 | 3.4279727 | 2729 | 3.4360035 | 2779 | 3.4438885 |
| 2630 | 3.4199557 | 2680 | 3.4281348 | 2730 | 3.4361626 | 2780 | 3.4440448 |
| 2631 | 3.4201208 | 2681 | 3.4282968 | 2731 | 3.4363217 | 2781 | 3.4442010 |
| 2632 | 3.4202859 | 2682 | 3.4284588 | 2732 | 3.4364807 | 2782 | 3.4443571 |
| 2633 | 3.4204509 | 2683 | 3.4286207 | 2733 | 3.4366396 | 2783 | 3.4445132 |
| 2634 | 3.4206158 | 2684 | 3.4287825 | 2734 | 3.4367985 | 2784 | 3.4446692 |
| 2635 | 3.4207806 | 2685 | 3.4289443 | 2735 | 3.4369573 | 2785 | 3.4448252 |
| 2636 | 3.4209454 | 2686 | 3.4291060 | 2736 | 3.4371161 | 2786 | 3.4449811 |
| 2637 | 3.4211101 | 2687 | 3.4292677 | 2737 | 3.4372748 | 2787 | 3.4451370 |
| 2638 | 3.4212748 | 2688 | 3.4294293 | 2738 | 3.4374334 | 2788 | 3.4452928 |
| 2639 | 3.4214394 | 2689 | 3.4295908 | 2739 | 3.4375920 | 2789 | 3.4454485 |
| 2640 | 3.4216039 | 2690 | 3.4297523 | 2740 | 3.4377506 | 2790 | 3.4456042 |
| 2641 | 3.4217684 | 2691 | 3.4299137 | 2741 | 3.4379090 | 2791 | 3.4457598 |
| 2642 | 3.4219328 | 2692 | 3.4300751 | 2742 | 3.4380675 | 2792 | 3.4459154 |
| 2643 | 3.4220972 | 2693 | 3.4302364 | 2743 | 3.4382258 | 2793 | 3.4460709 |
| 2644 | 3.4222615 | 2694 | 3.4303976 | 2744 | 3.4383841 | 2794 | 3.4462264 |
| 2645 | 3.4224257 | 2695 | 3.4305588 | 2745 | 3.4385423 | 2795 | 3.4463818 |
| 2646 | 3.4225898 | 2696 | 3.4307199 | 2746 | 3.4387005 | 2796 | 3.4465372 |
| 2647 | 3.4227539 | 2697 | 3.4308809 | 2747 | 3.4388587 | 2797 | 3.4466925 |
| 2648 | 3.4229180 | 2698 | 3.4310419 | 2748 | 3.4390167 | 2798 | 3.4468477 |
| 2649 | 3.4230820 | 2699 | 3.4312029 | 2749 | 3.4391747 | 2799 | 3.4470029 |
| 2650 | 3.4232459 | 2700 | 3.4313638 | 2750 | 3.4393327 | 2800 | 3.4471580 |

Digitized by Google

| Nõb. | Logarithm. | Nõb. | Logarithm | Nõb. | Logarithm. | Nõb. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2801 | 3·4473131 | 2851 | 3·4549972 | 2901 | 3·4625477 | 2951 | 3·4699692 |
| 2802 | 3·4474681 | 2852 | 3·4551495 | 2902 | 3·4626974 | 2952 | 3·4701164 |
| 2803 | 3·4476231 | 2853 | 3·4553018 | 2903 | 3·4628470 | 2953 | 3·4702634 |
| 2804 | 3·4477780 | 2854 | 3·4554540 | 2904 | 3·4629966 | 2954 | 3·4704105 |
| 2805 | 3·4479329 | 2855 | 3·4556061 | 2905 | 3·4631461 | 2955 | 3·4705575 |
| 2806 | 3·4480877 | 2856 | 3·4557582 | 2906 | 3·4632956 | 2956 | 3·4707044 |
| 2807 | 3·4482424 | 2857 | 3·4559102 | 2907 | 3·4634450 | 2957 | 3·4708513 |
| 2808 | 3·4483971 | 2858 | 3·4560622 | 2908 | 3·4635944 | 2958 | 3·4709982 |
| 2809 | 3·4485517 | 2859 | 3·4562142 | 2909 | 3·4637437 | 2959 | 3·4711450 |
| 2810 | 3·4487063 | 2860 | 3·4563660 | 2910 | 3·4638930 | 2960 | 3·4712917 |
| 2811 | 3·4488608 | 2861 | 3·4565179 | 2911 | 3·4640422 | 2961 | 3·4714384 |
| 2812 | 3·4490153 | 2862 | 3·4566696 | 2912 | 3·4641914 | 2962 | 3·4715851 |
| 2813 | 3·4491697 | 2863 | 3·4568213 | 2913 | 3·4643405 | 2963 | 3·4717317 |
| 2814 | 3·4493241 | 2864 | 3·4569730 | 2914 | 3·4644895 | 2964 | 3·4718782 |
| 2815 | 3·4494784 | 2865 | 3·4571246 | 2915 | 3·4646386 | 2965 | 3·4720247 |
| 2816 | 3·4496327 | 2866 | 3·4572762 | 2916 | 3·4647875 | 2966 | 3·4721711 |
| 2817 | 3·4497868 | 2867 | 3·4574277 | 2917 | 3·4649364 | 2967 | 3·4723175 |
| 2818 | 3·4499410 | 2868 | 3·4575791 | 2918 | 3·4650853 | 2968 | 3·4724639 |
| 2819 | 3·4500951 | 2869 | 3·4577305 | 2919 | 3·4652341 | 2969 | 3·4726102 |
| 2820 | 3·4502491 | 2870 | 3·4578819 | 2920 | 3·4653829 | 2970 | 3·4727564 |
| 2821 | 3·4504031 | 2871 | 3·4580332 | 2921 | 3·4655316 | 2971 | 3·4729027 |
| 2822 | 3·4505570 | 2872 | 3·4581844 | 2922 | 3·4656802 | 2972 | 3·4730488 |
| 2823 | 3·4507109 | 2873 | 3·4583356 | 2923 | 3·4658288 | 2973 | 3·4731949 |
| 2824 | 3·4508647 | 2874 | 3·4584868 | 2924 | 3·4659774 | 2974 | 3·4733410 |
| 2825 | 3·4510185 | 2875 | 3·4586378 | 2925 | 3·4661259 | 2975 | 3·4734870 |
| 2826 | 3·4511722 | 2876 | 3·4587889 | 2926 | 3·4662743 | 2976 | 3·4736329 |
| 2827 | 3·4513258 | 2877 | 3·4589399 | 2927 | 3·4664227 | 2977 | 3·4737788 |
| 2828 | 3·4514794 | 2878 | 3·4590908 | 2928 | 3·4665711 | 2978 | 3·4739247 |
| 2829 | 3·4516329 | 2879 | 3·4592417 | 2929 | 3·4667194 | 2979 | 3·4740705 |
| 2830 | 3·4517864 | 2880 | 3·4593925 | 2930 | 3·4668676 | 2980 | 3·4742163 |
| 2831 | 3·4519399 | 2881 | 3·4595433 | 2931 | 3·4670158 | 2981 | 3·4743620 |
| 2832 | 3·4520932 | 2882 | 3·4596940 | 2932 | 3·4671640 | 2982 | 3·4745076 |
| 2833 | 3·4522466 | 2883 | 3·4598446 | 2933 | 3·4673121 | 2983 | 3·4746533 |
| 2834 | 3·4523998 | 2884 | 3·4599953 | 2934 | 3·4674601 | 2984 | 3·4747988 |
| 2835 | 3·4525531 | 2885 | 3·4601458 | 2935 | 3·4676081 | 2985 | 3·4749443 |
| 2836 | 3·4527062 | 2886 | 3·4602963 | 2936 | 3·4677561 | 2986 | 3·4750898 |
| 2837 | 3·4528593 | 2887 | 3·4604468 | 2937 | 3·4679039 | 2987 | 3·4752352 |
| 2838 | 3·4530124 | 2888 | 3·4605972 | 2938 | 3·4680518 | 2988 | 3·4753806 |
| 2839 | 3·4531654 | 2889 | 3·4607475 | 2939 | 3·4681996 | 2989 | 3·4755259 |
| 2840 | 3·4533183 | 2890 | 3·4608978 | 2940 | 3·4683473 | 2990 | 3·4756712 |
| 2841 | 3·4534712 | 2891 | 3·4610481 | 2941 | 3·4684950 | 2991 | 3·4758164 |
| 2842 | 3·4536241 | 2892 | 3·4611983 | 2942 | 3·4686427 | 2992 | 3·4759616 |
| 2843 | 3·4537769 | 2893 | 3·4613484 | 2943 | 3·4687903 | 2993 | 3·4761067 |
| 2844 | 3·4539296 | 2894 | 3·4614985 | 2944 | 3·4689378 | 2994 | 3·4762518 |
| 2845 | 3·4540823 | 2895 | 3·4616486 | 2945 | 3·4690853 | 2995 | 3·4763968 |
| 2846 | 3·4542349 | 2896 | 3·4617986 | 2946 | 3·4692327 | 2996 | 3·4765418 |
| 2847 | 3·4543875 | 2897 | 3·4619485 | 2947 | 3·4693801 | 2997 | 3·4766867 |
| 2848 | 3·4545400 | 2898 | 3·4620984 | 2948 | 3·4695275 | 2998 | 3·4768316 |
| 2849 | 3·4546924 | 2899 | 3·4622482 | 2949 | 3·4696748 | 2999 | 3·4769765 |
| 2850 | 3·4548449 | 2900 | 3·4623980 | 2950 | 3·4698220 | 3000 | 3·4771213 |



Digitized by Google

| Nõb. | Logarithm. | Nõb. | Logarithm. | Nõb. | Logarithm. | Nõb. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 3001 | 3.4772660 | 3051 | 3.4844422 | 3101 | 3.4915018 | 3151 | 3.4984484 |
| 3002 | 3.4774107 | 3052 | 3.4845845 | 3102 | 3.4916418 | 3152 | 3.4985861 |
| 3003 | 3.4775553 | 3053 | 3.4847268 | 3103 | 3.4917818 | 3153 | 3.4987240 |
| 3004 | 3.4776999 | 3054 | 3.4848690 | 3104 | 3.4919217 | 3154 | 3.4988617 |
| 3005 | 3.4778445 | 3055 | 3.4850112 | 3105 | 3.4920616 | 3155 | 3.4989994 |
| 3006 | 3.4779890 | 3056 | 3.4851533 | 3106 | 3.4922015 | 3156 | 3.4991370 |
| 3007 | 3.4781334 | 3057 | 3.4852954 | 3107 | 3.4923413 | 3157 | 3.4992746 |
| 3008 | 3.4782778 | 3058 | 3.4854375 | 3108 | 3.4924810 | 3158 | 3.4994121 |
| 3009 | 3.4784222 | 3059 | 3.4855795 | 3109 | 3.4926207 | 3159 | 3.4995496 |
| 3010 | 3.4785665 | 3060 | 3.4857214 | 3110 | 3.4927604 | 3160 | 3.4996871 |
| 3011 | 3.4787108 | 3061 | 3.4858633 | 3111 | 3.4929000 | 3161 | 3.4998245 |
| 3012 | 3.4788550 | 3062 | 3.4860052 | 3112 | 3.4930396 | 3162 | 3.4999619 |
| 3013 | 3.4789991 | 3063 | 3.4861470 | 3113 | 3.4931791 | 3163 | 3.5000992 |
| 3014 | 3.4791432 | 3064 | 3.4862888 | 3114 | 3.4933186 | 3164 | 3.5002365 |
| 3015 | 3.4792873 | 3065 | 3.4864305 | 3115 | 3.4934581 | 3165 | 3.5003737 |
| 3016 | 3.4794313 | 3066 | 3.4865722 | 3116 | 3.4935974 | 3166 | 3.5005109 |
| 3017 | 3.4795753 | 3067 | 3.4867138 | 3117 | 3.4937368 | 3167 | 3.5006481 |
| 3018 | 3.4797192 | 3068 | 3.4868554 | 3118 | 3.4938761 | 3168 | 3.5007852 |
| 3019 | 3.4798631 | 3069 | 3.4869969 | 3119 | 3.4940154 | 3169 | 3.5009222 |
| 3020 | 3.4800069 | 3070 | 3.4871384 | 3120 | 3.4941546 | 3170 | 3.5010593 |
| 3021 | 3.4801507 | 3071 | 3.4872798 | 3121 | 3.4942938 | 3171 | 3.5011962 |
| 3022 | 3.4802945 | 3072 | 3.4874212 | 3122 | 3.4944329 | 3172 | 3.5013332 |
| 3023 | 3.4804381 | 3073 | 3.4875626 | 3123 | 3.4945720 | 3173 | 3.5014701 |
| 3024 | 3.4805818 | 3074 | 3.4877039 | 3124 | 3.4947110 | 3174 | 3.5016069 |
| 3025 | 3.4807254 | 3075 | 3.4878451 | 3125 | 3.4948500 | 3175 | 3.5017437 |
| 3026 | 3.4808689 | 3076 | 3.4879863 | 3126 | 3.4949890 | 3176 | 3.5018805 |
| 3027 | 3.4810124 | 3077 | 3.4881275 | 3127 | 3.4951279 | 3177 | 3.5020172 |
| 3028 | 3.4811559 | 3078 | 3.4882686 | 3128 | 3.4952667 | 3178 | 3.5021539 |
| 3029 | 3.4812993 | 3079 | 3.4884097 | 3129 | 3.4954056 | 3179 | 3.5022905 |
| 3030 | 3.4814426 | 3080 | 3.4885507 | 3130 | 3.4955443 | 3180 | 3.5024271 |
| 3031 | 3.4815859 | 3081 | 3.4886917 | 3131 | 3.4956831 | 3181 | 3.5025637 |
| 3032 | 3.4817292 | 3082 | 3.4888326 | 3132 | 3.4958218 | 3182 | 3.5027002 |
| 3033 | 3.4818724 | 3083 | 3.4889735 | 3133 | 3.4959604 | 3183 | 3.5028366 |
| 3034 | 3.4820156 | 3084 | 3.4891144 | 3134 | 3.4960990 | 3184 | 3.5029731 |
| 3035 | 3.4821587 | 3085 | 3.4892552 | 3135 | 3.4962375 | 3185 | 3.5031094 |
| 3036 | 3.4823018 | 3086 | 3.4893959 | 3136 | 3.4963761 | 3186 | 3.5032458 |
| 3037 | 3.4824448 | 3087 | 3.4895366 | 3137 | 3.4965145 | 3187 | 3.5033821 |
| 3038 | 3.4825878 | 3088 | 3.4896773 | 3138 | 3.4966529 | 3188 | 3.5035183 |
| 3039 | 3.4827307 | 3089 | 3.4898179 | 3139 | 3.4967913 | 3189 | 3.5036545 |
| 3040 | 3.4828736 | 3090 | 3.4899585 | 3140 | 3.4969296 | 3190 | 3.5037907 |
| 3041 | 3.4830164 | 3091 | 3.4900990 | 3141 | 3.4970679 | 3191 | 3.5039268 |
| 3042 | 3.4831592 | 3092 | 3.4902395 | 3142 | 3.4972062 | 3192 | 3.5040629 |
| 3043 | 3.4833020 | 3093 | 3.4903799 | 3143 | 3.4973444 | 3193 | 3.5041989 |
| 3044 | 3.4834446 | 3094 | 3.4905203 | 3144 | 3.4974825 | 3194 | 3.5043349 |
| 3045 | 3.4835873 | 3095 | 3.4906607 | 3145 | 3.4976206 | 3195 | 3.5044709 |
| 3046 | 3.4837299 | 3096 | 3.4908010 | 3146 | 3.4977587 | 3196 | 3.5046068 |
| 3047 | 3.4838725 | 3097 | 3.4909412 | 3147 | 3.4978967 | 3197 | 3.5047426 |
| 3048 | 3.4840150 | 3098 | 3.4910814 | 3148 | 3.4980347 | 3198 | 3.5048785 |
| 3049 | 3.4841574 | 3099 | 3.4912216 | 3149 | 3.4981727 | 3199 | 3.5050142 |
| 3050 | 3.4842998 | 3100 | 3.4913617 | 3150 | 3.4983106 | 3200 | 3.5051500 |

Digitized by Google

| Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 3201 | 3.5052857 | 3251 | 3.5120170 | 3301 | 3.5186455 | 3351 | 3.5251744 |
| 3202 | 3.5054213 | 3252 | 3.5121505 | 3302 | 3.5187771 | 3352 | 3.5253040 |
| 3203 | 3.5055569 | 3253 | 3.5122841 | 3303 | 3.5189086 | 3353 | 3.5254336 |
| 3204 | 3.5056925 | 3254 | 3.5124175 | 3304 | 3.5190400 | 3354 | 3.5255631 |
| 3205 | 3.5058280 | 3255 | 3.5125510 | 3305 | 3.5191715 | 3355 | 3.5256925 |
| 3206 | 3.5059635 | 3256 | 3.5126844 | 3306 | 3.5193028 | 3356 | 3.5258220 |
| 3207 | 3.5060990 | 3257 | 3.5128178 | 3307 | 3.5194342 | 3357 | 3.5259513 |
| 3208 | 3.5062344 | 3258 | 3.5129511 | 3308 | 3.5195655 | 3358 | 3.5260807 |
| 3209 | 3.5063697 | 3259 | 3.5130844 | 3309 | 3.5196968 | 3359 | 3.5262100 |
| 3210 | 3.5065050 | 3260 | 3.5132176 | 3310 | 3.5198280 | 3360 | 3.5263393 |
| 3211 | 3.5066403 | 3261 | 3.5133508 | 3311 | 3.5199592 | 3361 | 3.5264685 |
| 3212 | 3.5067755 | 3262 | 3.5134840 | 3312 | 3.5200903 | 3362 | 3.5265977 |
| 3213 | 3.5069107 | 3263 | 3.5136171 | 3313 | 3.5202214 | 3363 | 3.5267269 |
| 3214 | 3.5070459 | 3264 | 3.5137502 | 3314 | 3.5203525 | 3364 | 3.5268560 |
| 3215 | 3.5071810 | 3265 | 3.5138832 | 3315 | 3.5204835 | 3365 | 3.5269851 |
| 3216 | 3.5073160 | 3266 | 3.5140162 | 3316 | 3.5206145 | 3366 | 3.5271141 |
| 3217 | 3.5074511 | 3267 | 3.5141491 | 3317 | 3.5207455 | 3367 | 3.5272431 |
| 3218 | 3.5075860 | 3268 | 3.5142820 | 3318 | 3.5208764 | 3368 | 3.5273721 |
| 3219 | 3.5077210 | 3269 | 3.5144149 | 3319 | 3.5210073 | 3369 | 3.5275010 |
| 3220 | 3.5078559 | 3270 | 3.5145478 | 3320 | 3.5211381 | 3370 | 3.5276299 |
| 3221 | 3.5079907 | 3271 | 3.5146805 | 3321 | 3.5212689 | 3371 | 3.5277588 |
| 3222 | 3.5081255 | 3272 | 3.5148133 | 3322 | 3.5213996 | 3372 | 3.5278876 |
| 3223 | 3.5082603 | 3273 | 3.5149460 | 3323 | 3.5215303 | 3373 | 3.5280163 |
| 3224 | 3.5083950 | 3274 | 3.5150787 | 3324 | 3.5216610 | 3374 | 3.5281451 |
| 3225 | 3.5085297 | 3275 | 3.5152113 | 3325 | 3.5217916 | 3375 | 3.5282738 |
| 3226 | 3.5086644 | 3276 | 3.5153439 | 3326 | 3.5219222 | 3376 | 3.5284024 |
| 3227 | 3.5087990 | 3277 | 3.5154764 | 3327 | 3.5220528 | 3377 | 3.5285311 |
| 3228 | 3.5089335 | 3278 | 3.5156089 | 3328 | 3.5221833 | 3378 | 3.5286596 |
| 3229 | 3.5090680 | 3279 | 3.5157414 | 3329 | 3.5223138 | 3379 | 3.5287882 |
| 3230 | 3.5092025 | 3280 | 3.5158738 | 3330 | 3.5224442 | 3380 | 3.5289167 |
| 3231 | 3.5093370 | 3281 | 3.5160062 | 3331 | 3.5225746 | 3381 | 3.5290452 |
| 3232 | 3.5094714 | 3282 | 3.5161386 | 3332 | 3.5227050 | 3382 | 3.5291736 |
| 3233 | 3.5096057 | 3283 | 3.5162709 | 3333 | 3.5228353 | 3383 | 3.5293020 |
| 3234 | 3.5097400 | 3284 | 3.5164031 | 3334 | 3.5229656 | 3384 | 3.5294304 |
| 3235 | 3.5098743 | 3285 | 3.5163354 | 3335 | 3.5230958 | 3385 | 3.5295587 |
| 3236 | 3.5100085 | 3286 | 3.5166676 | 3336 | 3.5232260 | 3386 | 3.5296870 |
| 3237 | 3.5101427 | 3287 | 3.5167997 | 3337 | 3.5233562 | 3387 | 3.5298152 |
| 3238 | 3.5102768 | 3288 | 3.5169318 | 3338 | 3.5234863 | 3388 | 3.5299434 |
| 3239 | 3.5104109 | 3289 | 3.5170639 | 3339 | 3.5236164 | 3389 | 3.5300716 |
| 3240 | 3.5105450 | 3290 | 3.5171959 | 3340 | 3.5237465 | 3390 | 3.5301997 |
| 3241 | 3.5106790 | 3291 | 3.5173279 | 3341 | 3.5238765 | 3391 | 3.5303278 |
| 3242 | 3.5108130 | 3292 | 3.5174598 | 3342 | 3.5240064 | 3392 | 3.5304558 |
| 3243 | 3.5109469 | 3293 | 3.5175917 | 3343 | 3.5241364 | 3393 | 3.5305839 |
| 3244 | 3.5110808 | 3294 | 3.5177236 | 3344 | 3.5242663 | 3394 | 3.5307118 |
| 3245 | 3.5112147 | 3295 | 3.5178554 | 3345 | 3.5243961 | 3395 | 3.5308398 |
| 3246 | 3.5113485 | 3296 | 3.5179872 | 3346 | 3.5245259 | 3396 | 3.5309677 |
| 3247 | 3.5114823 | 3297 | 3.5181189 | 3347 | 3.5246557 | 3397 | 3.5310955 |
| 3248 | 3.5116160 | 3298 | 3.5182507 | 3348 | 3.5247854 | 3398 | 3.5312234 |
| 3249 | 3.5117497 | 3299 | 3.5183823 | 3349 | 3.5249151 | 3399 | 3.5313512 |
| 3250 | 3.5118834 | 3300 | 3.5185139 | 3350 | 3.5250448 | 3400 | 3.5314789 |

Digitized by Google

| Nōb. | Logarithm. | Nōb. | Logarithm. | Nōb. | Logarithm. | Nōb. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 3401 | 3.5316066 | 3451 | 3.5379450 | 3501 | 3.5441921 | 3551 | 3.5503507 |
| 3402 | 3.5317343 | 3452 | 3.5380708 | 3502 | 3.5443161 | 3552 | 3.5504730 |
| 3403 | 3.5318619 | 3453 | 3.5381966 | 3503 | 3.5444401 | 3553 | 3.5505952 |
| 3404 | 3.5319896 | 3454 | 3.5383223 | 3504 | 3.5445641 | 3554 | 3.5507174 |
| 3405 | 3.5321171 | 3455 | 3.5384481 | 3505 | 3.5446880 | 3555 | 3.5508396 |
| 3406 | 3.5322446 | 3456 | 3.5385737 | 3506 | 3.5448119 | 3556 | 3.5509618 |
| 3407 | 3.5323721 | 3457 | 3.5386994 | 3507 | 3.5449358 | 3557 | 3.5510839 |
| 3408 | 3.5324996 | 3458 | 3.5388250 | 3508 | 3.5450596 | 3558 | 3.5512059 |
| 3409 | 3.5326270 | 3459 | 3.5389506 | 3509 | 3.5451834 | 3559 | 3.5513280 |
| 3410 | 3.5327544 | 3460 | 3.5390761 | 3510 | 3.5453071 | 3560 | 3.5514500 |
| 3411 | 3.5328817 | 3461 | 3.5392016 | 3511 | 3.5454308 | 3561 | 3.5515720 |
| 3412 | 3.5330090 | 3462 | 3.5393271 | 3512 | 3.5455545 | 3562 | 3.5516939 |
| 3413 | 3.5331363 | 3463 | 3.5394525 | 3513 | 3.5456781 | 3563 | 3.5518158 |
| 3414 | 3.5332635 | 3464 | 3.5395779 | 3514 | 3.5458018 | 3564 | 3.5519377 |
| 3415 | 3.5333907 | 3465 | 3.5397032 | 3515 | 3.5459253 | 3565 | 3.5520595 |
| 3416 | 3.5335179 | 3466 | 3.5398286 | 3516 | 3.5460489 | 3566 | 3.5521813 |
| 3417 | 3.5336450 | 3467 | 3.5399538 | 3517 | 3.5461724 | 3567 | 3.5523031 |
| 3418 | 3.5337721 | 3468 | 3.5400791 | 3518 | 3.5462958 | 3568 | 3.5524248 |
| 3419 | 3.5338991 | 3469 | 3.5402043 | 3519 | 3.5464193 | 3569 | 3.5525465 |
| 3420 | 3.5340261 | 3470 | 3.5403295 | 3520 | 3.5465427 | 3570 | 3.5526682 |
| 3421 | 3.5341531 | 3471 | 3.5404546 | 3521 | 3.5466660 | 3571 | 3.5527899 |
| 3422 | 3.5342800 | 3472 | 3.5405797 | 3522 | 3.5467894 | 3572 | 3.5529115 |
| 3423 | 3.5344069 | 3473 | 3.5407048 | 3523 | 3.5469126 | 3573 | 3.5530330 |
| 3424 | 3.5345338 | 3474 | 3.5408298 | 3524 | 3.5470359 | 3574 | 3.5531545 |
| 3425 | 3.5346606 | 3475 | 3.5409548 | 3525 | 3.5471591 | 3575 | 3.5532760 |
| 3426 | 3.5347874 | 3476 | 3.5410798 | 3526 | 3.5472823 | 3576 | 3.5533975 |
| 3427 | 3.5349141 | 3477 | 3.5412047 | 3527 | 3.5474055 | 3577 | 3.5535189 |
| 3428 | 3.5350408 | 3478 | 3.5413296 | 3528 | 3.5475286 | 3578 | 3.5536403 |
| 3429 | 3.5351675 | 3479 | 3.5414544 | 3529 | 3.5476517 | 3579 | 3.5537617 |
| 3430 | 3.5352941 | 3480 | 3.5415792 | 3530 | 3.5477747 | 3580 | 3.5538830 |
| 3431 | 3.5354207 | 3481 | 3.5417040 | 3531 | 3.5478977 | 3581 | 3.5540043 |
| 3432 | 3.5355473 | 3482 | 3.5418288 | 3532 | 3.5480207 | 3582 | 3.5541256 |
| 3433 | 3.5356738 | 3483 | 3.5419535 | 3533 | 3.5481436 | 3583 | 3.5542468 |
| 3434 | 3.5358003 | 3484 | 3.5420781 | 3534 | 3.5482665 | 3584 | 3.5543680 |
| 3435 | 3.5359267 | 3485 | 3.5422028 | 3535 | 3.5483894 | 3585 | 3.5544892 |
| 3436 | 3.5360532 | 3486 | 3.5423274 | 3536 | 3.5485123 | 3586 | 3.5546103 |
| 3437 | 3.5361795 | 3487 | 3.5424519 | 3537 | 3.5486351 | 3587 | 3.5547314 |
| 3438 | 3.5363059 | 3488 | 3.5425765 | 3538 | 3.5487578 | 3588 | 3.5548524 |
| 3439 | 3.5364322 | 3489 | 3.5427010 | 3539 | 3.5488806 | 3589 | 3.5549735 |
| 3440 | 3.5365584 | 3490 | 3.5428254 | 3540 | 3.5490033 | 3590 | 3.5550944 |
| 3441 | 3.5366847 | 3491 | 3.5429498 | 3541 | 3.5491259 | 3591 | 3.5552154 |
| 3442 | 3.5368109 | 3492 | 3.5430742 | 3542 | 3.5492486 | 3592 | 3.5553363 |
| 3443 | 3.5369370 | 3493 | 3.5431986 | 3543 | 3.5493712 | 3593 | 3.5554572 |
| 3444 | 3.5370631 | 3494 | 3.5433229 | 3544 | 3.5494937 | 3594 | 3.5555781 |
| 3445 | 3.5371892 | 3495 | 3.5434472 | 3545 | 3.5496162 | 3595 | 3.5556989 |
| 3446 | 3.5373153 | 3496 | 3.5435714 | 3546 | 3.5497387 | 3596 | 3.5558197 |
| 3447 | 3.5374413 | 3497 | 3.5436956 | 3547 | 3.5498612 | 3597 | 3.5559404 |
| 3448 | 3.5375673 | 3498 | 3.5438198 | 3548 | 3.5499836 | 3598 | 3.5560611 |
| 3449 | 3.5376932 | 3499 | 3.5439439 | 3549 | 3.5501060 | 3599 | 3.5561818 |
| 3450 | 3.5378191 | 3500 | 3.5440680 | 3550 | 3.5502284 | 3600 | 3.5563025 |

Digitized by Google

| Nob. | Logarithm. | Nob. | Logarithm. | Nob. | Logarithm. | Nob. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 3601 | 3.5564231 | 3651 | 3.5624118 | 3701 | 3.5683191 | 3751 | 3.5741471 |
| 3602 | 3.5565437 | 3652 | 3.5625308 | 3702 | 3.5684364 | 3752 | 3.5742628 |
| 3603 | 3.5566643 | 3653 | 3.5626497 | 3703 | 3.5685537 | 3753 | 3.5743786 |
| 3604 | 3.5567848 | 3654 | 3.5627685 | 3704 | 3.5686710 | 3754 | 3.5744943 |
| 3605 | 3.5569052 | 3655 | 3.5628874 | 3705 | 3.5687882 | 3755 | 3.5746099 |
| 3606 | 3.5570257 | 3656 | 3.5630062 | 3706 | 3.5689054 | 3756 | 3.5747256 |
| 3607 | 3.5571461 | 3657 | 3.5631250 | 3707 | 3.5690226 | 3757 | 3.5748412 |
| 3608 | 3.5572665 | 3658 | 3.5632437 | 3708 | 3.5691397 | 3758 | 3.5749568 |
| 3609 | 3.5573869 | 3659 | 3.5633624 | 3709 | 3.5692568 | 3759 | 3.5750723 |
| 3610 | 3.5575072 | 3660 | 3.5634811 | 3710 | 3.5693739 | 3760 | 3.5751878 |
| 3611 | 3.5576275 | 3661 | 3.5635997 | 3711 | 3.5694910 | 3761 | 3.5753033 |
| 3612 | 3.5577477 | 3662 | 3.5637183 | 3712 | 3.5696080 | 3762 | 3.5754188 |
| 3613 | 3.5578680 | 3663 | 3.5638369 | 3713 | 3.5697249 | 3763 | 3.5755342 |
| 3614 | 3.5579881 | 3664 | 3.5639555 | 3714 | 3.5698419 | 3764 | 3.5756496 |
| 3615 | 3.5581083 | 3665 | 3.5640740 | 3715 | 3.5699588 | 3765 | 3.5757650 |
| 3616 | 3.5582284 | 3666 | 3.5641925 | 3716 | 3.5700757 | 3766 | 3.5758803 |
| 3617 | 3.5583485 | 3667 | 3.5643109 | 3717 | 3.5701926 | 3767 | 3.5759956 |
| 3618 | 3.5584686 | 3668 | 3.5644293 | 3718 | 3.5703094 | 3768 | 3.5761109 |
| 3619 | 3.5585886 | 3669 | 3.5645477 | 3719 | 3.5704261 | 3769 | 3.5762261 |
| 3620 | 3.5587086 | 3670 | 3.5646661 | 3720 | 3.5705429 | 3770 | 3.5763414 |
| 3621 | 3.5588285 | 3671 | 3.5647844 | 3721 | 3.5706597 | 3771 | 3.5764565 |
| 3622 | 3.5589484 | 3672 | 3.5649027 | 3722 | 3.5707764 | 3772 | 3.5765717 |
| 3623 | 3.5590683 | 3673 | 3.5650209 | 3723 | 3.5708930 | 3773 | 3.5766868 |
| 3624 | 3.5591882 | 3674 | 3.5651392 | 3724 | 3.5710097 | 3774 | 3.5768019 |
| 3625 | 3.5593080 | 3675 | 3.5652573 | 3725 | 3.5711263 | 3775 | 3.5769170 |
| 3626 | 3.5594278 | 3676 | 3.5653755 | 3726 | 3.5712429 | 3776 | 3.5770320 |
| 3627 | 3.5595476 | 3677 | 3.5654936 | 3727 | 3.5713594 | 3777 | 3.5771470 |
| 3628 | 3.5596673 | 3678 | 3.5656117 | 3728 | 3.5714759 | 3778 | 3.5772620 |
| 3629 | 3.5597870 | 3679 | 3.5657298 | 3729 | 3.5715924 | 3779 | 3.5773769 |
| 3630 | 3.5599066 | 3680 | 3.5658478 | 3730 | 3.5717088 | 3780 | 3.5774918 |
| 3631 | 3.5600262 | 3681 | 3.5659658 | 3731 | 3.5718252 | 3781 | 3.5776067 |
| 3632 | 3.5601458 | 3682 | 3.5660838 | 3732 | 3.5719416 | 3782 | 3.5777215 |
| 3633 | 3.5602654 | 3683 | 3.5662017 | 3733 | 3.5720580 | 3783 | 3.5778363 |
| 3634 | 3.5603849 | 3684 | 3.5663196 | 3734 | 3.5721743 | 3784 | 3.5779511 |
| 3635 | 3.5605044 | 3685 | 3.5664375 | 3735 | 3.5722906 | 3785 | 3.5780659 |
| 3636 | 3.5606239 | 3686 | 3.5665553 | 3736 | 3.5724069 | 3786 | 3.5781806 |
| 3637 | 3.5607433 | 3687 | 3.5666731 | 3737 | 3.5725231 | 3787 | 3.5782953 |
| 3638 | 3.5608627 | 3688 | 3.5667909 | 3738 | 3.5726393 | 3788 | 3.5784100 |
| 3639 | 3.5609821 | 3689 | 3.5669087 | 3739 | 3.5727555 | 3789 | 3.5785246 |
| 3640 | 3.5611014 | 3690 | 3.5670264 | 3740 | 3.5728716 | 3790 | 3.5786392 |
| 3641 | 3.5612207 | 3691 | 3.5671440 | 3741 | 3.5729877 | 3791 | 3.5787538 |
| 3642 | 3.5613399 | 3692 | 3.5672617 | 3742 | 3.5731038 | 3792 | 3.5788683 |
| 3643 | 3.5614592 | 3693 | 3.5673793 | 3743 | 3.5732198 | 3793 | 3.5789828 |
| 3644 | 3.5615784 | 3694 | 3.5674969 | 3744 | 3.5733358 | 3794 | 3.5790973 |
| 3645 | 3.5616976 | 3695 | 3.5676144 | 3745 | 3.5734518 | 3795 | 3.5792118 |
| 3646 | 3.5618167 | 3696 | 3.5677320 | 3746 | 3.5735678 | 3796 | 3.5793262 |
| 3647 | 3.5619358 | 3697 | 3.5678495 | 3747 | 3.5736837 | 3797 | 3.5794406 |
| 3648 | 3.5620548 | 3698 | 3.5679669 | 3748 | 3.5737996 | 3798 | 3.5795550 |
| 3649 | 3.5621739 | 3699 | 3.5680843 | 3749 | 3.5739154 | 3799 | 3.5796695 |
| 3650 | 3.5622929 | 3700 | 3.5682017 | 3750 | 3.5740313 | 3800 | 3.5797836 |



Digitized by Google

| Nōb. | Logarithm. | Nōb. | Logarithm. | Nōb. | Logarithm. | Nōb. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 3801 | 3.5798979 | 3851 | 3.5855735 | 3901 | 3.5911760 | 3951 | 3.5967070 |
| 3802 | 3.5800121 | 3852 | 3.5856863 | 3902 | 3.5912873 | 3952 | 3.5968169 |
| 3803 | 3.5801263 | 3853 | 3.5857990 | 3903 | 3.5913986 | 3953 | 3.5969268 |
| 3804 | 3.5802405 | 3854 | 3.5859117 | 3904 | 3.5915098 | 3954 | 3.5970367 |
| 3805 | 3.5803547 | 3855 | 3.5860244 | 3905 | 3.5916210 | 3955 | 3.5971465 |
| 3806 | 3.5804688 | 3856 | 3.5861370 | 3906 | 3.5917322 | 3956 | 3.5972563 |
| 3807 | 3.5805829 | 3857 | 3.5862496 | 3907 | 3.5918434 | 3957 | 3.5973661 |
| 3808 | 3.5806969 | 3858 | 3.5863622 | 3908 | 3.5919546 | 3958 | 3.5974758 |
| 3809 | 3.5808110 | 3859 | 3.5864748 | 3909 | 3.5920657 | 3959 | 3.5975855 |
| 3810 | 3.5809250 | 3860 | 3.5865873 | 3910 | 3.5921768 | 3960 | 3.5976952 |
| 3811 | 3.5810389 | 3861 | 3.5866998 | 3911 | 3.5922878 | 3961 | 3.5978048 |
| 3812 | 3.5811529 | 3862 | 3.5868123 | 3912 | 3.5923988 | 3962 | 3.5979145 |
| 3813 | 3.5812668 | 3863 | 3.5869247 | 3913 | 3.5925098 | 3963 | 3.5980241 |
| 3814 | 3.5813807 | 3864 | 3.5870371 | 3914 | 3.5926208 | 3964 | 3.5981336 |
| 3815 | 3.5814945 | 3865 | 3.5871495 | 3915 | 3.5927318 | 3965 | 3.5982432 |
| 3816 | 3.5816084 | 3866 | 3.5872618 | 3916 | 3.5928427 | 3966 | 3.5983527 |
| 3817 | 3.5817222 | 3867 | 3.5873742 | 3917 | 3.5929536 | 3967 | 3.5984621 |
| 3818 | 3.5818359 | 3868 | 3.5874865 | 3918 | 3.5930644 | 3968 | 3.5985717 |
| 3819 | 3.5819497 | 3869 | 3.5875987 | 3919 | 3.5931753 | 3969 | 3.5986811 |
| 3820 | 3.5820634 | 3870 | 3.5877110 | 3920 | 3.5932861 | 3970 | 3.5987905 |
| 3821 | 3.5821770 | 3871 | 3.5878232 | 3921 | 3.5933968 | 3971 | 3.5988999 |
| 3822 | 3.5822907 | 3872 | 3.5879353 | 3922 | 3.5935076 | 3972 | 3.5990092 |
| 3823 | 3.5824043 | 3873 | 3.5880475 | 3923 | 3.5936183 | 3973 | 3.5991186 |
| 3824 | 3.5825179 | 3874 | 3.5881596 | 3924 | 3.5937290 | 3974 | 3.5992279 |
| 3825 | 3.5826314 | 3875 | 3.5882717 | 3925 | 3.5938397 | 3975 | 3.5993371 |
| 3826 | 3.5827450 | 3876 | 3.5883838 | 3926 | 3.5939503 | 3976 | 3.5994464 |
| 3827 | 3.5828585 | 3877 | 3.5884958 | 3927 | 3.5940609 | 3977 | 3.5995556 |
| 3828 | 3.5829719 | 3878 | 3.5886078 | 3928 | 3.5941715 | 3978 | 3.5996648 |
| 3829 | 3.5830854 | 3879 | 3.5887198 | 3929 | 3.5942820 | 3979 | 3.5997739 |
| 3830 | 3.5831988 | 3880 | 3.5888317 | 3930 | 3.5943926 | 3980 | 3.5998831 |
| 3831 | 3.5833122 | 3881 | 3.5889436 | 3931 | 3.5945030 | 3981 | 3.5999921 |
| 3832 | 3.5834255 | 3882 | 3.5890555 | 3932 | 3.5946135 | 3982 | 3.6001013 |
| 3833 | 3.5835388 | 3883 | 3.5891674 | 3933 | 3.5947239 | 3983 | 3.6002103 |
| 3834 | 3.5836521 | 3884 | 3.5892792 | 3934 | 3.5948344 | 3984 | 3.6003193 |
| 3835 | 3.5837654 | 3885 | 3.5893910 | 3935 | 3.5949447 | 3985 | 3.6004283 |
| 3836 | 3.5838786 | 3886 | 3.5895028 | 3936 | 3.5950551 | 3986 | 3.6005373 |
| 3837 | 3.5839918 | 3887 | 3.5896145 | 3937 | 3.5951654 | 3987 | 3.6006461 |
| 3838 | 3.5841050 | 3888 | 3.5897263 | 3938 | 3.5952757 | 3988 | 3.6007551 |
| 3839 | 3.5842181 | 3889 | 3.5898379 | 3939 | 3.5953860 | 3989 | 3.6008640 |
| 3840 | 3.5843312 | 3890 | 3.5899496 | 3940 | 3.5954962 | 3990 | 3.6009729 |
| 3841 | 3.5844443 | 3891 | 3.5900612 | 3941 | 3.5956064 | 3991 | 3.6010817 |
| 3842 | 3.5845574 | 3892 | 3.5901728 | 3942 | 3.5957166 | 3992 | 3.6011905 |
| 3843 | 3.5846704 | 3893 | 3.5902844 | 3943 | 3.5958268 | 3993 | 3.6012993 |
| 3844 | 3.5847834 | 3894 | 3.5903959 | 3944 | 3.5959369 | 3994 | 3.6014081 |
| 3845 | 3.5848963 | 3895 | 3.5905075 | 3945 | 3.5960470 | 3995 | 3.6015168 |
| 3846 | 3.5850093 | 3896 | 3.5906189 | 3946 | 3.5961571 | 3996 | 3.6016255 |
| 3847 | 3.5851222 | 3897 | 3.5907304 | 3947 | 3.5962671 | 3997 | 3.6017341 |
| 3848 | 3.5852351 | 3898 | 3.5908418 | 3948 | 3.5963771 | 3998 | 3.6018428 |
| 3849 | 3.5853479 | 3899 | 3.5909532 | 3949 | 3.5964871 | 3999 | 3.6019514 |
| 3850 | 3.5854607 | 3900 | 3.5910646 | 3950 | 3.5965971 | 4000 | 3.6020600 |

Digitized by Google

| Nõb. | Logarithm. | Nõb. | Logarithm. | Nõb. | Logarithm. | Nõb. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 4001 | 3.6021686 | 4051 | 3.6075622 | 4101 | 3.6118898 | 4151 | 3.6181527 |
| 4002 | 3.6022771 | 4052 | 3.6076694 | 4102 | 3.6129957 | 4152 | 3.6182573 |
| 4003 | 3.6023856 | 4053 | 3.6077766 | 4103 | 3.6131015 | 4153 | 3.6183619 |
| 4004 | 3.6024941 | 4054 | 3.6078837 | 4104 | 3.6132074 | 4154 | 3.6184665 |
| 4005 | 3.6026025 | 4055 | 3.6079909 | 4105 | 3.6133132 | 4155 | 3.6185710 |
| 4006 | 3.6027109 | 4056 | 3.6080979 | 4106 | 3.6134189 | 4156 | 3.6186755 |
| 4007 | 3.6028193 | 4057 | 3.6082050 | 4107 | 3.6135247 | 4157 | 3.6187800 |
| 4008 | 3.6029277 | 4058 | 3.6083120 | 4108 | 3.6136304 | 4158 | 3.6188845 |
| 4009 | 3.6030361 | 4059 | 3.6084190 | 4109 | 3.6137361 | 4159 | 3.6189889 |
| 4010 | 3.6031444 | 4060 | 3.6085260 | 4110 | 3.6138418 | 4160 | 3.6190933 |
| 4011 | 3.6032527 | 4061 | 3.6086330 | 4111 | 3.6139475 | 4161 | 3.6191977 |
| 4012 | 3.6033609 | 4062 | 3.6087399 | 4112 | 3.6140531 | 4162 | 3.6193021 |
| 4013 | 3.6034692 | 4063 | 3.6088468 | 4113 | 3.6141587 | 4163 | 3.6194064 |
| 4014 | 3.6035774 | 4064 | 3.6089537 | 4114 | 3.6142643 | 4164 | 3.6195107 |
| 4015 | 3.6036855 | 4065 | 3.6090605 | 4115 | 3.6143698 | 4165 | 3.6196150 |
| 4016 | 3.6037937 | 4066 | 3.6091674 | 4116 | 3.6144754 | 4166 | 3.6197193 |
| 4017 | 3.6039018 | 4067 | 3.6092742 | 4117 | 3.6145809 | 4167 | 3.6198235 |
| 4018 | 3.6040099 | 4068 | 3.6093809 | 4118 | 3.6146863 | 4168 | 3.6199277 |
| 4019 | 3.6041180 | 4069 | 3.6094877 | 4119 | 3.6147918 | 4169 | 3.6200319 |
| 4020 | 3.6042261 | 4070 | 3.6095944 | 4120 | 3.6148972 | 4170 | 3.6201361 |
| 4021 | 3.6043341 | 4071 | 3.6097011 | 4121 | 3.6150026 | 4171 | 3.6202402 |
| 4022 | 3.6044421 | 4072 | 3.6098078 | 4122 | 3.6151080 | 4172 | 3.6203443 |
| 4023 | 3.6045500 | 4073 | 3.6099144 | 4123 | 3.6152133 | 4173 | 3.6204484 |
| 4024 | 3.6046580 | 4074 | 3.6100210 | 4124 | 3.6153187 | 4174 | 3.6205524 |
| 4025 | 3.6047659 | 4075 | 3.6101276 | 4125 | 3.6154240 | 4175 | 3.6206565 |
| 4026 | 3.6048738 | 4076 | 3.6102341 | 4126 | 3.6155292 | 4176 | 3.6207605 |
| 4027 | 3.6049816 | 4077 | 3.6103407 | 4127 | 3.6156345 | 4177 | 3.6208645 |
| 4028 | 3.6050895 | 4078 | 3.6104472 | 4128 | 3.6157397 | 4178 | 3.6209684 |
| 4029 | 3.6051973 | 4079 | 3.6105537 | 4129 | 3.6158449 | 4179 | 3.6210724 |
| 4030 | 3.6053050 | 4080 | 3.6106601 | 4130 | 3.6159501 | 4180 | 3.6211763 |
| 4031 | 3.6054128 | 4081 | 3.6107666 | 4131 | 3.6160552 | 4181 | 3.6212802 |
| 4032 | 3.6055205 | 4082 | 3.6108730 | 4132 | 3.6161603 | 4182 | 3.6213840 |
| 4033 | 3.6056282 | 4083 | 3.6109794 | 4133 | 3.6162654 | 4183 | 3.6214879 |
| 4034 | 3.6057359 | 4084 | 3.6110857 | 4134 | 3.6163705 | 4184 | 3.6215917 |
| 4035 | 3.6058435 | 4085 | 3.6111921 | 4135 | 3.6164755 | 4185 | 3.6216955 |
| 4036 | 3.6059512 | 4086 | 3.6112984 | 4136 | 3.6165805 | 4186 | 3.6217992 |
| 4037 | 3.6060587 | 4087 | 3.6114046 | 4137 | 3.6166855 | 4187 | 3.6219030 |
| 4038 | 3.6061663 | 4088 | 3.6115109 | 4138 | 3.6167905 | 4188 | 3.6220067 |
| 4039 | 3.6062739 | 4089 | 3.6116171 | 4139 | 3.6168954 | 4189 | 3.6221104 |
| 4040 | 3.6063814 | 4090 | 3.6117233 | 4140 | 3.6170003 | 4190 | 3.6222140 |
| 4041 | 3.6064889 | 4091 | 3.6118295 | 4141 | 3.6171052 | 4191 | 3.6223177 |
| 4042 | 3.6065963 | 4092 | 3.6119356 | 4142 | 3.6172101 | 4192 | 3.6224213 |
| 4043 | 3.6067037 | 4093 | 3.6120417 | 4143 | 3.6173149 | 4193 | 3.6225249 |
| 4044 | 3.6068111 | 4094 | 3.6121478 | 4144 | 3.6174197 | 4194 | 3.6226284 |
| 4045 | 3.6069185 | 4095 | 3.6122539 | 4145 | 3.6175245 | 4195 | 3.6227320 |
| 4046 | 3.6070259 | 4096 | 3.6123599 | 4146 | 3.6176293 | 4196 | 3.6228355 |
| 4047 | 3.6071332 | 4097 | 3.6124660 | 4147 | 3.6177340 | 4197 | 3.6229390 |
| 4048 | 3.6072405 | 4098 | 3.6125720 | 4148 | 3.6178387 | 4198 | 3.6230424 |
| 4049 | 3.6073478 | 4099 | 3.6126779 | 4149 | 3.6179434 | 4199 | 3.6231459 |
| 4050 | 3.6074550 | 4100 | 3.6127839 | 4150 | 3.6180481 | 4200 | 3.6232493 |



Digitized by Google

| Nôb. | Logarithm. | Nôb. | Logarithm. | Nôb. | Logarithm. | Nôb. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 4201 | 3.6233527 | 4251 | 3.6284911 | 4301 | 3.6335694 | 4351 | 3.6385891 |
| 4202 | 3.6234560 | 4252 | 3.6285933 | 4302 | 3.6336704 | 4352 | 3.6386889 |
| 4203 | 3.6235594 | 4253 | 3.6286954 | 4303 | 3.6337713 | 4353 | 3.6387887 |
| 4204 | 3.6236627 | 4254 | 3.6287975 | 4304 | 3.6338723 | 4354 | 3.6388884 |
| 4205 | 3.6237660 | 4255 | 3.6288996 | 4305 | 3.6339732 | 4355 | 3.6389882 |
| 4206 | 3.6238693 | 4256 | 3.6290016 | 4306 | 3.6340740 | 4356 | 3.6390879 |
| 4207 | 3.6239725 | 4257 | 3.6291037 | 4307 | 3.6341749 | 4357 | 3.6391876 |
| 4208 | 3.6240757 | 4258 | 3.6292057 | 4308 | 3.6342757 | 4358 | 3.6392872 |
| 4209 | 3.6241789 | 4259 | 3.6293076 | 4309 | 3.6343765 | 4359 | 3.6393869 |
| 4210 | 3.6242821 | 4260 | 3.6294096 | 4310 | 3.6344773 | 4360 | 3.6394865 |
| 4211 | 3.6243852 | 4261 | 3.6295115 | 4311 | 3.6345780 | 4361 | 3.6395861 |
| 4212 | 3.6244884 | 4262 | 3.6296134 | 4312 | 3.6346788 | 4362 | 3.6396857 |
| 4213 | 3.6245915 | 4263 | 3.6297153 | 4313 | 3.6347795 | 4363 | 3.6397852 |
| 4214 | 3.6246945 | 4264 | 3.6298172 | 4314 | 3.6348801 | 4364 | 3.6398847 |
| 4215 | 3.6247976 | 4265 | 3.6299190 | 4315 | 3.6349808 | 4365 | 3.6399842 |
| 4216 | 3.6249006 | 4266 | 3.6300209 | 4316 | 3.6350814 | 4366 | 3.6400837 |
| 4217 | 3.6250036 | 4267 | 3.6301226 | 4317 | 3.6351820 | 4367 | 3.6401832 |
| 4218 | 3.6251066 | 4268 | 3.6302244 | 4318 | 3.6352826 | 4368 | 3.6402826 |
| 4219 | 3.6252095 | 4269 | 3.6303261 | 4319 | 3.6353832 | 4369 | 3.6403820 |
| 4220 | 3.6253125 | 4270 | 3.6304279 | 4320 | 3.6354837 | 4370 | 3.6404814 |
| 4221 | 3.6254154 | 4271 | 3.6305296 | 4321 | 3.6355843 | 4371 | 3.6405808 |
| 4222 | 3.6255182 | 4272 | 3.6306312 | 4322 | 3.6356848 | 4372 | 3.6406802 |
| 4223 | 3.6256211 | 4273 | 3.6307329 | 4323 | 3.6357852 | 4373 | 3.6407795 |
| 4224 | 3.6257239 | 4274 | 3.6308345 | 4324 | 3.6358857 | 4374 | 3.6408788 |
| 4225 | 3.6258267 | 4275 | 3.6309361 | 4325 | 3.6359861 | 4375 | 3.6409781 |
| 4226 | 3.6259295 | 4276 | 3.6310377 | 4326 | 3.6360865 | 4376 | 3.6410773 |
| 4227 | 3.6260322 | 4277 | 3.6311393 | 4327 | 3.6361869 | 4377 | 3.6411765 |
| 4228 | 3.6261350 | 4278 | 3.6312408 | 4328 | 3.6362873 | 4378 | 3.6412758 |
| 4229 | 3.6262377 | 4279 | 3.6313423 | 4329 | 3.6363876 | 4379 | 3.6413749 |
| 4230 | 3.6263404 | 4280 | 3.6314438 | 4330 | 3.6364879 | 4380 | 3.6414741 |
| 4231 | 3.6264430 | 4281 | 3.6315452 | 4331 | 3.6365882 | 4381 | 3.6415733 |
| 4232 | 3.6265457 | 4282 | 3.6316467 | 4332 | 3.6366884 | 4382 | 3.6416724 |
| 4233 | 3.6266483 | 4283 | 3.6317481 | 4333 | 3.6367887 | 4383 | 3.6417715 |
| 4234 | 3.6267509 | 4284 | 3.6318495 | 4334 | 3.6368889 | 4384 | 3.6418705 |
| 4235 | 3.6268534 | 4285 | 3.6319508 | 4335 | 3.6369891 | 4385 | 3.6419696 |
| 4236 | 3.6269560 | 4286 | 3.6320522 | 4336 | 3.6370893 | 4386 | 3.6420686 |
| 4237 | 3.6270585 | 4287 | 3.6321535 | 4337 | 3.6371894 | 4387 | 3.6421676 |
| 4238 | 3.6271610 | 4288 | 3.6322548 | 4338 | 3.6372895 | 4388 | 3.6422666 |
| 4239 | 3.6272634 | 4289 | 3.6323560 | 4339 | 3.6373897 | 4389 | 3.6423656 |
| 4240 | 3.6273659 | 4290 | 3.6324573 | 4340 | 3.6374897 | 4390 | 3.6424645 |
| 4241 | 3.6274683 | 4291 | 3.6325585 | 4341 | 3.6375898 | 4391 | 3.6425634 |
| 4242 | 3.6275707 | 4292 | 3.6326597 | 4342 | 3.6376898 | 4392 | 3.6426623 |
| 4243 | 3.6276730 | 4293 | 3.6327609 | 4343 | 3.6377898 | 4393 | 3.6427612 |
| 4244 | 3.6277754 | 4294 | 3.6328620 | 4344 | 3.6378898 | 4394 | 3.6428601 |
| 4245 | 3.6278777 | 4295 | 3.6329632 | 4345 | 3.6379898 | 4395 | 3.6429589 |
| 4246 | 3.6279800 | 4296 | 3.6330643 | 4346 | 3.6380897 | 4396 | 3.6430577 |
| 4247 | 3.6280823 | 4297 | 3.6331654 | 4347 | 3.6381896 | 4397 | 3.6431565 |
| 4248 | 3.6281845 | 4298 | 3.6332664 | 4348 | 3.6382895 | 4398 | 3.6432552 |
| 4249 | 3.6282867 | 4299 | 3.6333674 | 4349 | 3.6383894 | 4399 | 3.6433540 |
| 4250 | 3.6283889 | 4300 | 3.6334685 | 4350 | 3.6384893 | 4400 | 3.6434527 |

Digitized by Google

| Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 4401 | 3.6435514 | 4451 | 3.6484576 | 4501 | 3.6533090 | 4551 | 3.6581068 |
| 4402 | 3.6436500 | 4452 | 3.6485552 | 4502 | 3.6534055 | 4552 | 3.6582023 |
| 4403 | 3.6437487 | 4453 | 3.6486527 | 4503 | 3.6535019 | 4553 | 3.6582977 |
| 4404 | 3.6438473 | 4454 | 3.6487502 | 4504 | 3.6535984 | 4554 | 3.6583930 |
| 4405 | 3.6439459 | 4455 | 3.6488477 | 4505 | 3.6536948 | 4555 | 3.6584884 |
| 4406 | 3.6440445 | 4456 | 3.6489452 | 4506 | 3.6537912 | 4556 | 3.6585837 |
| 4407 | 3.6441431 | 4457 | 3.6490426 | 4507 | 3.6538876 | 4557 | 3.6586790 |
| 4408 | 3.6442416 | 4458 | 3.6491401 | 4508 | 3.6539839 | 4558 | 3.6587743 |
| 4409 | 3 6443401 | 4459 | 3.6492375 | 4509 | 3.6540802 | 4559 | 3.6588696 |
| 4410 | 3.6444386 | 4460 | 3.6493349 | 4510 | 3.6541765 | 4560 | 3.6589648 |
| 4411 | 3.6445371 | 4461 | 3.6494322 | 4511 | 3.6542728 | 4561 | 3.6590601 |
| 4412 | 3.6446355 | 4462 | 3.6495296 | 4512 | 3.6543691 | 4562 | 3.6591553 |
| 4413 | 3.6447339 | 4463 | 3.6496269 | 4513 | 3.6544653 | 4563 | 3.6592505 |
| 4414 | 3.6448323 | 4464 | 3.6497242 | 4514 | 3.6545616 | 4564 | 3.6593456 |
| 4415 | 3.6449307 | 4465 | 3.6498215 | 4515 | 3.6546578 | 4565 | 3.6594408 |
| 4416 | 3.6450291 | 4466 | 3.6499187 | 4516 | 3.6547539 | 4566 | 3.6595359 |
| 4417 | 3.6451274 | 4467 | 3.6500160 | 4517 | 3.6548501 | 4567 | 3.6596310 |
| 4418 | 3.6452257 | 4468 | 3.6501132 | 4518 | 3.6549462 | 4568 | 3.6597261 |
| 4419 | 3.6453240 | 4469 | 3.6502104 | 4519 | 3.6550423 | 4569 | 3.6598212 |
| 4420 | 3.6454223 | 4470 | 3.6503075 | 4520 | 3.6551384 | 4570 | 3.6599162 |
| 4421 | 3.6455205 | 4471 | 3.6504047 | 4521 | 3.6552345 | 4571 | 3.6600112 |
| 4422 | 3.6456187 | 4472 | 3.6505018 | 4522 | 3.6553306 | 4572 | 3.6601062 |
| 4423 | 3.6457169 | 4473 | 3.6505989 | 4523 | 3.6554266 | 4573 | 3.6602012 |
| 4424 | 3.6458151 | 4474 | 3.6506960 | 4524 | 3.6555226 | 4574 | 3.6602962 |
| 4425 | 3.6459133 | 4475 | 3.6507930 | 4525 | 3.6556186 | 4575 | 3.6603911 |
| 4426 | 3.6460114 | 4476 | 3.6508901 | 4526 | 3.6557145 | 4576 | 3.6604860 |
| 4427 | 3.6461095 | 4477 | 3.6509871 | 4527 | 3.6558105 | 4577 | 3.6605809 |
| 4428 | 3.6462076 | 4478 | 3.6510841 | 4528 | 3.6559064 | 4578 | 3.6606758 |
| 4429 | 3.6463057 | 4479 | 3.6511811 | 4529 | 3.6560023 | 4579 | 3.6607706 |
| 4430 | 3.6464037 | 4480 | 3.6512780 | 4530 | 3.6560982 | 4580 | 3.6608655 |
| 4431 | 3.6465018 | 4481 | 3.6513749 | 4531 | 3.6561941 | 4581 | 3.6609603 |
| 4432 | 3.6465998 | 4482 | 3.6514719 | 4532 | 3.6562899 | 4582 | 3.6610551 |
| 4433 | 3.6466977 | 4483 | 3.6515687 | 4533 | 3.6563857 | 4583 | 3.6611499 |
| 4434 | 3.6467957 | 4484 | 3.6516656 | 4534 | 3.6564815 | 4584 | 3.6612446 |
| 4435 | 3.6468936 | 4485 | 3.6517624 | 4535 | 3.6565773 | 4585 | 3.6613393 |
| 4436 | 3.6469915 | 4486 | 3.6518593 | 4536 | 3.6566730 | 4586 | 3.6614341 |
| 4437 | 3.6470894 | 4487 | 3.6519561 | 4537 | 3.6567688 | 4587 | 3.6615287 |
| 4438 | 3.6471873 | 4488 | 3.6520528 | 4538 | 3.6568645 | 4588 | 3.6616234 |
| 4439 | 3.6472851 | 4489 | 3.6521496 | 4539 | 3.6569602 | 4589 | 3.6617181 |
| 4440 | 3.6473830 | 4490 | 3.6522463 | 4540 | 3.6570559 | 4590 | 3.6618127 |
| 4441 | 3.6474808 | 4491 | 3.6523431 | 4541 | 3.6571515 | 4591 | 3.6619073 |
| 4442 | 3.6475786 | 4492 | 3.6524397 | 4542 | 3.6572471 | 4592 | 3.6620019 |
| 4443 | 3.6476763 | 4493 | 3.6525364 | 4543 | 3.6573427 | 4593 | 3.6620964 |
| 4444 | 3.6477741 | 4494 | 3.6526331 | 4544 | 3.6574383 | 4594 | 3.6621910 |
| 4445 | 3.6478718 | 4495 | 3.6527297 | 4545 | 3.6575339 | 4595 | 3.6622855 |
| 4446 | 3.6479695 | 4496 | 3.6528263 | 4546 | 3.6576294 | 4596 | 3.6623800 |
| 4447 | 3.6480671 | 4497 | 3.6529229 | 4547 | 3.6577250 | 4597 | 3.6624745 |
| 4448 | 3.6481648 | 4498 | 3.6530195 | 4548 | 3.6578205 | 4598 | 3.6625690 |
| 4449 | 3.6482624 | 4499 | 3.6531160 | 4549 | 3.6579159 | 4599 | 3.6626634 |
| 4450 | 3.6483600 | 4500 | 3.6532125 | 4550 | 3.6580114 | 4600 | 3.6627578 |



Digitized by Google

| Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 4601 | 3.6628522 | 4651 | 3.6675463 | 4701 | 3.6721903 | 4751 | 3.6767850 |
| 4602 | 3.6629466 | 4652 | 3.6676397 | 4702 | 3.6722826 | 4752 | 3.6768764 |
| 4603 | 3.6630410 | 4653 | 3.6677331 | 4703 | 3.6723750 | 4753 | 3.6769678 |
| 4604 | 3.6631353 | 4654 | 3.6678264 | 4704 | 3.6724673 | 4754 | 3.6770592 |
| 4605 | 3.6632296 | 4655 | 3.6679197 | 4705 | 3.6725596 | 4755 | 3.6771505 |
| 4606 | 3.6633239 | 4656 | 3.6680130 | 4706 | 3.6726519 | 4756 | 3.6772418 |
| 4607 | 3.6634182 | 4657 | 3.6681062 | 4707 | 3.6727442 | 4757 | 3.6773332 |
| 4608 | 3.6635125 | 4658 | 3.6681995 | 4708 | 3.6728365 | 4758 | 3.6774244 |
| 4609 | 3.6636067 | 4659 | 3.6682927 | 4709 | 3.6729287 | 4759 | 3.6775157 |
| 4610 | 3.6637009 | 4660 | 3.6683859 | 4710 | 3.6730209 | 4760 | 3.6776070 |
| 4611 | 3.6637951 | 4661 | 3.6684791 | 4711 | 3.6731131 | 4761 | 3.6776981 |
| 4612 | 3.6638893 | 4662 | 3.6685723 | 4712 | 3.6732053 | 4762 | 3.6777894 |
| 4613 | 3.6639835 | 4663 | 3.6686654 | 4713 | 3.6732974 | 4763 | 3.6778806 |
| 4614 | 3.6640776 | 4664 | 3.6687585 | 4714 | 3.6733896 | 4764 | 3.6779718 |
| 4615 | 3.6641717 | 4665 | 3.6688516 | 4715 | 3.6734817 | 4765 | 3.6780629 |
| 4616 | 3.6642658 | 4666 | 3.6689447 | 4716 | 3.6735738 | 4766 | 3.6781540 |
| 4617 | 3.6643599 | 4667 | 3.6690378 | 4717 | 3.6736659 | 4767 | 3.6782452 |
| 4618 | 3.6644539 | 4668 | 3.6691308 | 4718 | 3.6737579 | 4768 | 3.6783362 |
| 4619 | 3.6645480 | 4669 | 3.6692239 | 4719 | 3.6738500 | 4769 | 3.6784273 |
| 4620 | 3.6646420 | 4670 | 3.6693169 | 4720 | 3.6739420 | 4770 | 3.6785184 |
| 4621 | 3.6647360 | 4671 | 3.6694099 | 4721 | 3.6740340 | 4771 | 3.6786094 |
| 4622 | 3.6648299 | 4672 | 3.6695028 | 4722 | 3.6741260 | 4772 | 3.6787004 |
| 4623 | 3.6649239 | 4673 | 3.6695958 | 4723 | 3.6742179 | 4773 | 3.6787914 |
| 4624 | 3.6650178 | 4674 | 3.6696887 | 4724 | 3.6743099 | 4774 | 3.6788824 |
| 4625 | 3.6651117 | 4675 | 3.6697816 | 4725 | 3.6744018 | 4775 | 3.6789734 |
| 4626 | 3.6652056 | 4676 | 3.6698745 | 4726 | 3.6744937 | 4776 | 3.6790643 |
| 4627 | 3.6652995 | 4677 | 3.6699674 | 4727 | 3.6745856 | 4777 | 3.6791551 |
| 4628 | 3.6653934 | 4678 | 3.6700602 | 4728 | 3.6746775 | 4778 | 3.6792461 |
| 4629 | 3.6654872 | 4679 | 3.6701530 | 4729 | 3.6747693 | 4779 | 3.6793370 |
| 4630 | 3.6655810 | 4680 | 3.6702459 | 4730 | 3.6748611 | 4780 | 3.6794279 |
| 4631 | 3.6656748 | 4681 | 3.6703386 | 4731 | 3.6749529 | 4781 | 3.6795187 |
| 4632 | 3.6657686 | 4682 | 3.6704314 | 4732 | 3.6750447 | 4782 | 3.6796096 |
| 4633 | 3.6658623 | 4683 | 3.6705242 | 4733 | 3.6751365 | 4783 | 3.6797004 |
| 4634 | 3.6659560 | 4684 | 3.6706169 | 4734 | 3.6752283 | 4784 | 3.6797912 |
| 4635 | 3.6660497 | 4685 | 3.6707096 | 4735 | 3.6753200 | 4785 | 3.6798819 |
| 4636 | 3.6661434 | 4686 | 3.6708023 | 4736 | 3.6754117 | 4786 | 3.6799727 |
| 4637 | 3.6662371 | 4687 | 3.6708950 | 4737 | 3.6755034 | 4787 | 3.6800634 |
| 4638 | 3.6663307 | 4688 | 3.6709876 | 4738 | 3.6755951 | 4788 | 3.6801541 |
| 4639 | 3.6664244 | 4689 | 3.6710802 | 4739 | 3.6756867 | 4789 | 3.6802448 |
| 4640 | 3.6665180 | 4690 | 3.6711728 | 4740 | 3.6757783 | 4790 | 3.6803355 |
| 4641 | 3.6666116 | 4691 | 3.6712654 | 4741 | 3.6758700 | 4791 | 3.6804262 |
| 4642 | 3.6667051 | 4692 | 3.6713580 | 4742 | 3.6759615 | 4792 | 3.6805168 |
| 4643 | 3.6667987 | 4693 | 3.6714506 | 4743 | 3.6760531 | 4793 | 3.6806074 |
| 4644 | 3.6668922 | 4694 | 3.6715431 | 4744 | 3.6761447 | 4794 | 3.6806980 |
| 4645 | 3.6669857 | 4695 | 3.6716356 | 4745 | 3.6762362 | 4795 | 3.6807886 |
| 4646 | 3.6670792 | 4696 | 3.6717281 | 4746 | 3.6763277 | 4796 | 3.6808792 |
| 4647 | 3.6671727 | 4697 | 3.6718206 | 4747 | 3.6764192 | 4797 | 3.6809697 |
| 4648 | 3.6672661 | 4698 | 3.6719130 | 4748 | 3.6765107 | 4798 | 3.6810602 |
| 4649 | 3.6673595 | 4699 | 3.6720054 | 4749 | 3.6766022 | 4799 | 3.6811507 |
| 4650 | 3.6674530 | 4700 | 3.6720979 | 4750 | 3.6766936 | 4800 | 3.6812412 |

Digitized by Google

| Nõb. | Logarithm. | Nõb. | Logarithm. | Nõb. | Logarithm. | Nõb. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 4801 | 3.6813317 | 4851 | 3.6858313 | 4901 | 3.6902847 | 4951 | 3.6946929 |
| 4802 | 3.6814222 | 4852 | 3.6859208 | 4902 | 3.6903733 | 4952 | 3.6947806 |
| 4803 | 3.6815126 | 4853 | 3.6860103 | 4903 | 3.6904619 | 4953 | 3.6948683 |
| 4804 | 3.6816030 | 4854 | 3.6860998 | 4904 | 3.6905505 | 4954 | 3.6949560 |
| 4805 | 3.6816934 | 4855 | 3.6861892 | 4905 | 3.6906390 | 4955 | 3.6950437 |
| 4806 | 3.6817838 | 4856 | 3.6862787 | 4906 | 3.6907275 | 4956 | 3.6951315 |
| 4807 | 3.6818741 | 4857 | 3.6863681 | 4907 | 3.6908161 | 4957 | 3.6952189 |
| 4808 | 3.6819645 | 4858 | 3.6864575 | 4908 | 3.6909046 | 4958 | 3.6953065 |
| 4809 | 3.6820548 | 4859 | 3.6865469 | 4909 | 3.6909930 | 4959 | 3.6953941 |
| 4810 | 3.6821451 | 4860 | 3.6866363 | 4910 | 3.6910815 | 4960 | 3.6954817 |
| 4811 | 3.6822354 | 4861 | 3.6867256 | 4911 | 3.6911699 | 4961 | 3.6955692 |
| 4812 | 3.6823256 | 4862 | 3.6868150 | 4912 | 3.6912584 | 4962 | 3.6956568 |
| 4813 | 3.6824159 | 4863 | 3.6869043 | 4913 | 3.6913468 | 4963 | 3.6957443 |
| 4814 | 3.6825061 | 4864 | 3.6869936 | 4914 | 3.6914352 | 4964 | 3.6958318 |
| 4815 | 3.6825963 | 4865 | 3.6870828 | 4915 | 3.6915235 | 4965 | 3.6959193 |
| 4816 | 3.6826865 | 4866 | 3.6871721 | 4916 | 3.6916119 | 4966 | 3.6960067 |
| 4817 | 3.6827766 | 4867 | 3.6872613 | 4917 | 3.6917002 | 4967 | 3.6960942 |
| 4818 | 3.6828668 | 4868 | 3.6873506 | 4918 | 3.6917885 | 4968 | 3.6961816 |
| 4819 | 3.6829569 | 4869 | 3.6874398 | 4919 | 3.6918768 | 4969 | 3.6962690 |
| 4820 | 3.6830470 | 4870 | 3.6875290 | 4920 | 3.6919651 | 4970 | 3.6963564 |
| 4821 | 3.6831371 | 4871 | 3.6876181 | 4921 | 3.6920534 | 4971 | 3.6964438 |
| 4822 | 3.6832272 | 4872 | 3.6877073 | 4922 | 3.6921416 | 4972 | 3.6965311 |
| 4823 | 3.6833173 | 4873 | 3 6877964 | 4923 | 3.6922298 | 4973 | 3.6966185 |
| 4824 | 3.6834073 | 4874 | 3.6878855 | 4924 | 3.6923180 | 4974 | 3.6967058 |
| 4825 | 3.6834973 | 4875 | 3.6879746 | 4925 | 3.6924062 | 4975 | 3.6967931 |
| 4826 | 3.6835873 | 4876 | 3.6880637 | 4926 | 3.6924944 | 4976 | 3.6968804 |
| 4827 | 3.6836773 | 4877 | 3.6881528 | 4927 | 3.6925826 | 4977 | 3.6969676 |
| 4828 | 3.6837673 | 4878 | 3.6882418 | 4928 | 3.6926707 | 4978 | 3.6970549 |
| 4829 | 3.6838572 | 4879 | 3.6883308 | 4929 | 3.6927588 | 4979 | 3.6971421 |
| 4830 | 3.6839471 | 4880 | 3.6884198 | 4930 | 3.6928469 | 4980 | 3.6972293 |
| 4831 | 3.6840370 | 4881 | 3.6885088 | 4931 | 3.6929350 | 4981 | 3.6973165 |
| 4832 | 3.6841269 | 4882 | 3.6885978 | 4932 | 3.6930231 | 4982 | 3.6974037 |
| 4833 | 3.6842168 | 4883 | 3.6886867 | 4933 | 3.6931111 | 4983 | 3.6974909 |
| 4834 | 3.6843066 | 4884 | 3.6887757 | 4934 | 3.6931991 | 4984 | 3.6975780 |
| 4835 | 3.6843965 | 4885 | 3.6888646 | 4935 | 3.6932872 | 4985 | 3.6976652 |
| 4836 | 3.6844863 | 4886 | 3.6889535 | 4936 | 3.6933752 | 4986 | 3.6977523 |
| 4837 | 3.6845761 | 4887 | 3.6890423 | 4937 | 3.6934631 | 4987 | 3.6978394 |
| 4838 | 3.6846659 | 4888 | 3.6891312 | 4938 | 3.6935511 | 4988 | 3.6979264 |
| 4839 | 3.6847556 | 4889 | 3.6892200 | 4939 | 3.6936390 | 4989 | 3.6980135 |
| 4840 | 3.6848454 | 4890 | 3.6893089 | 4940 | 3.6937269 | 4990 | 3.6981005 |
| 4841 | 3.6849351 | 4891 | 3.6893977 | 4941 | 3.6938149 | 4991 | 3.6981876 |
| 4842 | 3.6850248 | 4892 | 3.6894864 | 4942 | 3.6939027 | 4992 | 3.6982746 |
| 4843 | 3.6851145 | 4893 | 3.6895752 | 4943 | 3.6939906 | 4993 | 3.6983616 |
| 4844 | 3.6852041 | 4894 | 3.6896640 | 4944 | 3.6940785 | 4994 | 3.6984485 |
| 4845 | 3.6852938 | 4895 | 3.6897527 | 4945 | 3.6941663 | 4995 | 3.6985355 |
| 4846 | 3.6853834 | 4896 | 3.6898414 | 4946 | 3.6942541 | 4996 | 3.6986224 |
| 4847 | 3.6854730 | 4897 | 3.6899301 | 4947 | 3.6943419 | 4997 | 3.6987093 |
| 4848 | 3.6855626 | 4898 | 3.6900188 | 4948 | 3.6944297 | 4998 | 3.6987963 |
| 4849 | 3.6856522 | 4899 | 3.6901074 | 4949 | 3.6945175 | 4999 | 3.6988831 |
| 4850 | 3.6857417 | 4900 | 3.6901961 | 4950 | 3.6946052 | 5000 | 3.6989700 |

Digitized by Google

| Nōb. | Logarithm. | Nōb. | Logarithm. | Nōb. | Logarithm. | Nōb. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 5001 | 3.6990569 | 5051 | 3.7033774 | 5101 | 3.7076553 | 5151 | 3.7118915 |
| 5002 | 3.6991437 | 5052 | 3.7034633 | 5102 | 3.7077405 | 5152 | 3.7119759 |
| 5003 | 3.6992305 | 5053 | 3.7035493 | 5103 | 3.7078256 | 5153 | 3.7120601 |
| 5004 | 3.6993173 | 5054 | 3.7036352 | 5104 | 3.7079107 | 5154 | 3.7121444 |
| 5005 | 3.6994041 | 5055 | 3.7037212 | 5105 | 3.7079957 | 5155 | 3.7122287 |
| 5006 | 3 6994908 | 5056 | 3.7038071 | 5106 | 3.7080808 | 5156 | 3.7123129 |
| 5007 | 3.6995776 | 5057 | 3.7038930 | 5107 | 3.7081659 | 5157 | 3.7123971 |
| 5008 | 3.6996643 | 5058 | 3.7039788 | 5108 | 3.7082509 | 5158 | 3.7124813 |
| 5009 | 3.6997510 | 5059 | 3.7040647 | 5109 | 3.7083359 | 5159 | 3.7125655 |
| 5010 | 3.6998377 | 5060 | 3.7041505 | 5110 | 3.7084209 | 5160 | 3.7126497 |
| 5011 | 3.6999244 | 5061 | 3.7042363 | 5111 | 3.7085059 | 5161 | 3.7127339 |
| 5012 | 3.7000111 | 5062 | 3.7043221 | 5112 | 3.7085908 | 5162 | 3.7128180 |
| 5013 | 3.7000977 | 5063 | 3.7044079 | 5113 | 3.7086758 | 5163 | 3.7129021 |
| 5014 | 3.7001843 | 5064 | 3.7044937 | 5114 | 3.7087607 | 5164 | 3.7129861 |
| 5015 | 3.7002709 | 5065 | 3.7045794 | 5115 | 3.7088456 | 5165 | 3.7130703 |
| 5016 | 3.7003575 | 5066 | 3.7046652 | 5116 | 3.7089305 | 5166 | 3.7131544 |
| 5017 | 3.7004441 | 5067 | 3.7047509 | 5117 | 3.7090154 | 5167 | 3.7132385 |
| 5018 | 3.7005307 | 5068 | 3.7048366 | 5118 | 3.7091003 | 5168 | 3.7133225 |
| 5019 | 3.7006172 | 5069 | 3.7049223 | 5119 | 3.7091851 | 5169 | 3.7134065 |
| 5020 | 3.7007037 | 5070 | 3.7050080 | 5120 | 3.7092700 | 5170 | 3.7134905 |
| 5021 | 3.7007902 | 5071 | 3.7050936 | 5121 | 3.7093548 | 5171 | 3.7135745 |
| 5022 | 3.7008767 | 5072 | 3.7051792 | 5122 | 3.7094356 | 5172 | 3.7136585 |
| 5023 | 3.7009632 | 5073 | 3.7052649 | 5123 | 3.7095244 | 5173 | 3.7137425 |
| 5024 | 3.7010496 | 5074 | 3.7053505 | 5124 | 3.7096091 | 5174 | 3.7138264 |
| 5025 | 3.7011361 | 5075 | 3.7054360 | 5125 | 3.7096939 | 5175 | 3.7139104 |
| 5026 | 3.7012225 | 5076 | 3.7055216 | 5126 | 3.7097786 | 5176 | 3.7139943 |
| 5027 | 3.7013089 | 5077 | 3.7056072 | 5127 | 3.7098633 | 5177 | 3.7140782 |
| 5028 | 3.7013953 | 5078 | 3.7056927 | 5128 | 3.7099480 | 5178 | 3.7141620 |
| 5029 | 3.7014816 | 5079 | 3.7057782 | 5129 | 3.7100327 | 5179 | 3.7142459 |
| 5030 | 3.7015680 | 5080 | 3.7058637 | 5130 | 3.7101174 | 5180 | 3.7143298 |
| 5031 | 3.7016543 | 5081 | 3.7059492 | 5131 | 3.7102020 | 5181 | 3.7144136 |
| 5032 | 3.7017406 | 5082 | 3.7060347 | 5132 | 3.7102866 | 5182 | 3.7144974 |
| 5033 | 3.7018269 | 5083 | 3.7061201 | 5133 | 3.7103713 | 5183 | 3.7145812 |
| 5034 | 3.7019132 | 5084 | 3.7062055 | 5134 | 3.7104559 | 5184 | 3.7146650 |
| 5035 | 3.7019995 | 5085 | 3.7062910 | 5135 | 3.7105404 | 5185 | 3.7147488 |
| 5036 | 3.7020857 | 5086 | 3.7063764 | 5136 | 3.7106250 | 5186 | 3.7148325 |
| 5037 | 3.7021720 | 5087 | 3.7064617 | 5137 | 3.7107096 | 5187 | 3.7149162 |
| 5038 | 3.7022582 | 5088 | 3.7065471 | 5138 | 3.7107941 | 5188 | 3.7150000 |
| 5039 | 3.7023444 | 5089 | 3.7066325 | 5139 | 3.7108786 | 5189 | 3.7150837 |
| 5040 | 3.7024305 | 5090 | 3.7067178 | 5140 | 3.7109631 | 5190 | 3.7151674 |
| 5041 | 3.7025167 | 5091 | 3.7068031 | 5141 | 3.7110476 | 5191 | 3.7152510 |
| 5042 | 3.7026028 | 5092 | 3.7068884 | 5142 | 3.7111321 | 5192 | 3.7153347 |
| 5043 | 3.7026890 | 5093 | 3.7069737 | 5143 | 3.7112165 | 5193 | 3.7154183 |
| 5044 | 3.7027751 | 5094 | 3.7070589 | 5144 | 3.7113010 | 5194 | 3.7155019 |
| 5045 | 3.7028612 | 5095 | 3.7071442 | 5145 | 3.7113854 | 5195 | 3.7155856 |
| 5046 | 3.7029472 | 5096 | 3.7072294 | 5146 | 3.7114698 | 5196 | 3.7156691 |
| 5047 | 3.7030333 | 5097 | 3.7073146 | 5147 | 3.7115542 | 5197 | 3.7157527 |
| 5048 | 3.7031193 | 5098 | 3.7073998 | 5148 | 3.7116385 | 5198 | 3.7158363 |
| 5049 | 3.7032054 | 5099 | 3.7074850 | 5149 | 3.7117229 | 5199 | 3.7159198 |
| 5050 | 3.7032914 | 5000 | 3.7075702 | 5150 | 3.7118072 | 5200 | 3.7160035 |

Digitized by Google

| Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 5201 | 3.7160869 | 5251 | 3.7202420 | 5301 | 3.7243578 | 5351 | 3.7284350 |
| 5202 | 3.7161703 | 5252 | 3.7203247 | 5302 | 3.7244397 | 5352 | 3.7285161 |
| 5203 | 3.7162538 | 5253 | 3.7204074 | 5303 | 3.7245216 | 5353 | 3.7285972 |
| 5204 | 3.7163373 | 5254 | 3.7204901 | 5304 | 3.7246035 | 5354 | 3.7286784 |
| 5205 | 3.7164207 | 5255 | 3.7205727 | 5305 | 3.7246854 | 5355 | 3.7287595 |
| 5206 | 3.7165042 | 5256 | 3.7206554 | 5306 | 3.7247672 | 5356 | 3.7288406 |
| 5207 | 3.7165876 | 5257 | 3.7207380 | 5307 | 3.7248491 | 5357 | 3.7289216 |
| 5208 | 3.7166710 | 5258 | 3.7208206 | 5308 | 3.7249309 | 5358 | 3.7290027 |
| 5209 | 3.7167544 | 5259 | 3.7209032 | 5309 | 3.7250127 | 5359 | 3.7290838 |
| 5210 | 3.7168377 | 5260 | 3.7209857 | 5310 | 3.7250945 | 5360 | 3.7291648 |
| 5211 | 3.7169211 | 5261 | 3.7210683 | 5311 | 3.7251763 | 5361 | 3.7292458 |
| 5212 | 3.7170044 | 5262 | 3.7211508 | 5312 | 3.7252581 | 5362 | 3.7293268 |
| 5213 | 3.7170877 | 5263 | 3.7212334 | 5313 | 3.7253398 | 5363 | 3.7294078 |
| 5214 | 3.7171710 | 5264 | 3.7213159 | 5314 | 3.7254216 | 5364 | 3.7294888 |
| 5215 | 3.7172543 | 5265 | 3.7213984 | 5315 | 3.7255033 | 5365 | 3.7295697 |
| 5216 | 3.7173376 | 5266 | 3.7214809 | 5316 | 3.7255850 | 5366 | 3.7296507 |
| 5217 | 3.7174208 | 5267 | 3.7215633 | 5317 | 3.7256667 | 5367 | 3.7297316 |
| 5218 | 3.7175041 | 5268 | 3.7216458 | 5318 | 3.7257483 | 5368 | 3.7298125 |
| 5219 | 3.7175873 | 5269 | 3.7217282 | 5319 | 3.7258300 | 5369 | 3.7298934 |
| 5220 | 3.7176705 | 5270 | 3.7218106 | 5320 | 3.7259116 | 5370 | 3.7299743 |
| 5221 | 3.7177537 | 5271 | 3.7218930 | 5321 | 3.7259933 | 5371 | 3.7300552 |
| 5222 | 3.7178369 | 5272 | 3.7219754 | 5322 | 3.7260749 | 5372 | 3.7301360 |
| 5223 | 3.7179200 | 5273 | 3.7220578 | 5323 | 3.7261565 | 5373 | 3.7302168 |
| 5224 | 3.7180032 | 5274 | 3.7221401 | 5324 | 3.7262380 | 5374 | 3.7302977 |
| 5225 | 3.7180863 | 5275 | 3.7222225 | 5325 | 3.7263196 | 5375 | 3.7303785 |
| 5226 | 3.7181694 | 5276 | 3.7223048 | 5326 | 3.7264012 | 5376 | 3.7304593 |
| 5227 | 3.7182525 | 5277 | 3.7223871 | 5327 | 3.7264827 | 5377 | 3.7305400 |
| 5228 | 3.7183356 | 5278 | 3.7224694 | 5328 | 3.7265642 | 5378 | 3.7306208 |
| 5229 | 3.7184186 | 5279 | 3.7225517 | 5329 | 3.7266457 | 5379 | 3.7307015 |
| 5230 | 3.7185017 | 5280 | 3.7226339 | 5330 | 3.7267272 | 5380 | 3.7307823 |
| 5231 | 3.7185847 | 5281 | 3.7227162 | 5331 | 3.7268087 | 5381 | 3.7308630 |
| 5232 | 3.7186677 | 5282 | 3.7227984 | 5332 | 3.7268901 | 5382 | 3.7309437 |
| 5233 | 3.7187507 | 5283 | 3.7228806 | 5333 | 3.7269716 | 5383 | 3.7310244 |
| 5234 | 3.7188337 | 5284 | 3.7229628 | 5334 | 3.7270530 | 5384 | 3.7311051 |
| 5235 | 3.7189167 | 5285 | 3.7230450 | 5335 | 3.7271344 | 5385 | 3.7311857 |
| 5236 | 3.7189996 | 5286 | 3.7231272 | 5336 | 3.7272158 | 5386 | 3.7312663 |
| 5237 | 3.7190826 | 5287 | 3.7232093 | 5337 | 3.7272972 | 5387 | 3.7313470 |
| 5238 | 3.7191655 | 5288 | 3.7232914 | 5338 | 3.7273786 | 5388 | 3.7314276 |
| 5239 | 3.7192484 | 5289 | 3.7233736 | 5339 | 3.7274599 | 5389 | 3.7315082 |
| 5240 | 3.7193313 | 5290 | 3.7234557 | 5340 | 3.7275413 | 5390 | 3.7315888 |
| 5241 | 3.7194142 | 5291 | 3.7235378 | 5341 | 3.7276226 | 5391 | 3.7316693 |
| 5242 | 3.7194970 | 5292 | 3.7236198 | 5342 | 3.7277039 | 5392 | 3.7317499 |
| 5243 | 3.7195799 | 5293 | 3.7237019 | 5343 | 3.7277852 | 5393 | 3.7318304 |
| 5244 | 3.7196627 | 5294 | 3.7237839 | 5344 | 3.7278664 | 5394 | 3.7319109 |
| 5245 | 3.7197455 | 5295 | 3.7238660 | 5345 | 3.7279477 | 5395 | 3.7319914 |
| 5246 | 3.7198283 | 5296 | 3.7239480 | 5346 | 3.7280290 | 5396 | 3.7320719 |
| 5247 | 3.7199111 | 5297 | 3.7240300 | 5347 | 3.7281102 | 5397 | 3.7321524 |
| 5248 | 3.7199938 | 5298 | 3.7241120 | 5348 | 3.7281914 | 5398 | 3.7322329 |
| 5249 | 3.7200766 | 5299 | 3.7241939 | 5349 | 3.7282726 | 5399 | 3.7323133 |
| 5250 | 3.7201593 | 5300 | 3.7242759 | 5350 | 3.7283538 | 5400 | 3.7323938 |



Digitized by Google

| Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 5401 | 3.7324742 | 5451 | 3.7364762 | 5501 | 3.7404416 | 5551 | 3.7443712 |
| 5402 | 3.7325546 | 5452 | 3.7365558 | 5502 | 3.7405206 | 5552 | 3.7444495 |
| 5403 | 3.7326350 | 5453 | 3.7366355 | 5503 | 3.7405995 | 5553 | 3.7445277 |
| 5404 | 3.7327153 | 5454 | 3.7367151 | 5504 | 3.7406784 | 5554 | 3.7446059 |
| 5405 | 3.7327957 | 5455 | 3.7367948 | 5505 | 3.7407573 | 5555 | 3.7446841 |
| 5406 | 3.7328760 | 5456 | 3.7368744 | 5506 | 3.7408362 | 5556 | 3.7447622 |
| 5407 | 3.7329564 | 5457 | 3.7369540 | 5507 | 3.7409151 | 5557 | 3.7448404 |
| 5408 | 3.7330367 | 5458 | 3.7370335 | 5508 | 3.7409939 | 5558 | 3.7449185 |
| 5409 | 3.7331170 | 5459 | 3.7371131 | 5509 | 3.7410728 | 5559 | 3.7449967 |
| 5410 | 3.7331973 | 5460 | 3.7371926 | 5510 | 3.7411516 | 5560 | 3.7450748 |
| 5411 | 3.7332775 | 5461 | 3.7372722 | 5511 | 3.7412304 | 5561 | 3.7451529 |
| 5412 | 3.7333578 | 5462 | 3.7373517 | 5512 | 3.7413092 | 5562 | 3.7452310 |
| 5413 | 3.7334380 | 5463 | 3.7374312 | 5513 | 3.7413880 | 5563 | 3.7453091 |
| 5414 | 3.7335183 | 5464 | 3.7375107 | 5514 | 3.7414668 | 5564 | 3.7453871 |
| 5415 | 3.7335985 | 5465 | 3.7375902 | 5515 | 3.7415455 | 5565 | 3.7454652 |
| 5416 | 3.7336787 | 5466 | 3.7376696 | 5516 | 3.7416243 | 5566 | 3.7455432 |
| 5417 | 3.7337588 | 5467 | 3.7377491 | 5517 | 3.7417030 | 5567 | 3.7456212 |
| 5418 | 3.7338390 | 5468 | 3.7378285 | 5518 | 3.7417817 | 5568 | 3.7456992 |
| 5419 | 3.7339192 | 5469 | 3.7379079 | 5519 | 3.7418604 | 5569 | 3.7457772 |
| 5420 | 3.7339993 | 5470 | 3.7379873 | 5520 | 3.7419391 | 5570 | 3.7458552 |
| 5421 | 3.7340794 | 5471 | 3.7380667 | 5521 | 3.7420177 | 5571 | 3.7459332 |
| 5422 | 3.7341595 | 5472 | 3.7381461 | 5522 | 3.7420964 | 5572 | 3.7460111 |
| 5423 | 3.7342396 | 5473 | 3.7382254 | 5523 | 3.7421750 | 5573 | 3.7460890 |
| 5424 | 3.7343197 | 5474 | 3.7383048 | 5524 | 3.7422537 | 5574 | 3.7461670 |
| 5425 | 3.7343997 | 5475 | 3.7383841 | 5525 | 3.7423323 | 5575 | 3.7462449 |
| 5426 | 3.7344798 | 5476 | 3.7384634 | 5526 | 3.7424109 | 5576 | 3.7463228 |
| 5427 | 3.7345598 | 5477 | 3.7385427 | 5527 | 3.7424895 | 5577 | 3.7464006 |
| 5428 | 3.7346398 | 5478 | 3.7386220 | 5528 | 3.7425680 | 5578 | 3.7464785 |
| 5429 | 3.7347198 | 5479 | 3.7387013 | 5529 | 3.7426466 | 5579 | 3.7465564 |
| 5430 | 3.7347998 | 5480 | 3.7387806 | 5530 | 3.7427251 | 5580 | 3.7466342 |
| 5431 | 3.7348798 | 5481 | 3.7388598 | 5531 | 3.7428037 | 5581 | 3.7467120 |
| 5432 | 3.7349598 | 5482 | 3.7389390 | 5532 | 3.7428822 | 5582 | 3.7467898 |
| 5433 | 3.7350397 | 5483 | 3.7390182 | 5533 | 3.7429607 | 5583 | 3.7468676 |
| 5434 | 3.7351196 | 5484 | 3.7390974 | 5534 | 3.7430392 | 5584 | 3.7469454 |
| 5435 | 3.7351995 | 5485 | 3.7391766 | 5535 | 3.7431176 | 5585 | 3.7470232 |
| 5436 | 3.7352794 | 5486 | 3.7392558 | 5536 | 3.7431961 | 5586 | 3.7471009 |
| 5437 | 3.7353593 | 5487 | 3.7393350 | 5537 | 3.7432745 | 5587 | 3.7471787 |
| 5438 | 3.7354392 | 5488 | 3.7394141 | 5538 | 3.7433530 | 5588 | 3.7472564 |
| 5439 | 3.7355191 | 5489 | 3.7394932 | 5539 | 3.7434314 | 5589 | 3.7473341 |
| 5440 | 3.7355989 | 5490 | 3.7395723 | 5540 | 3.7435098 | 5590 | 3.7474118 |
| 5441 | 3.7356787 | 5491 | 3.7396514 | 5541 | 3.7435882 | 5591 | 3.7474895 |
| 5442 | 3.7357585 | 5492 | 3.7397305 | 5542 | 3.7436665 | 5592 | 3.7475673 |
| 5443 | 3.7358383 | 5493 | 3.7398096 | 5543 | 3.7437449 | 5593 | 3.7476448 |
| 5444 | 3.7359181 | 5494 | 3.7398887 | 5544 | 3.7438232 | 5594 | 3.7477225 |
| 5445 | 3.7359979 | 5495 | 3.7399677 | 5545 | 3.7439016 | 5595 | 3.7478001 |
| 5446 | 3.7360776 | 5496 | 3.7400467 | 5546 | 3.7439799 | 5596 | 3.7478777 |
| 5447 | 3.7361574 | 5497 | 3.7401257 | 5547 | 3.7440582 | 5597 | 3.7479553 |
| 5448 | 3.7362371 | 5498 | 3.7402047 | 5548 | 3.7441365 | 5598 | 3.7480329 |
| 5449 | 3.7363168 | 5499 | 3.7402837 | 5549 | 3.7442147 | 5599 | 3.7481105 |
| 5450 | 3.7363965 | 5500 | 3.7403627 | 5550 | 3.7442930 | 5600 | 3.7481880 |

Digitized by Google

| Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 5601 | 3.7482656 | 5651 | 3.7521253 | 5701 | 3.7559510 | 5751 | 3.7597434 |
| 5602 | 3.7483431 | 5652 | 3.7522022 | 5702 | 3.7560272 | 5752 | 3.7598189 |
| 5603 | 3.7484206 | 5653 | 3.7522790 | 5703 | 3.7561034 | 5753 | 3.7598944 |
| 5604 | 3.7484981 | 5654 | 3.7523558 | 5704 | 3.7561795 | 5754 | 3.7599699 |
| 5605 | 3.7485756 | 5655 | 3.7524326 | 5705 | 3.7562556 | 5755 | 3.7600453 |
| 5606 | 3.7486531 | 5656 | 3.7525094 | 5706 | 3.7563318 | 5756 | 3.7601208 |
| 5607 | 3.7487306 | 5657 | 3.7525862 | 5707 | 3.7564079 | 5757 | 3.7601962 |
| 5608 | 3.7488080 | 5658 | 3.7526629 | 5708 | 3.7564840 | 5758 | 3.7602717 |
| 5609 | 3.7488854 | 5659 | 3.7527397 | 5709 | 3.7565600 | 5759 | 3.7603471 |
| 5610 | 3.7489629 | 5660 | 3.7528164 | 5710 | 3.7566361 | 5760 | 3.7604225 |
| 5611 | 3.7490403 | 5661 | 3.7528932 | 5711 | 3.7567122 | 5761 | 3.7604979 |
| 5612 | 3.7491177 | 5662 | 3.7529699 | 5712 | 3.7567882 | 5762 | 3.7605733 |
| 5613 | 3.7491950 | 5663 | 3.7530466 | 5713 | 3.7568642 | 5763 | 3.7606486 |
| 5614 | 3.7492724 | 5664 | 3.7531232 | 5714 | 3.7569402 | 5764 | 3.7607240 |
| 5615 | 3.7493498 | 5665 | 3.7531999 | 5715 | 3.7570162 | 5765 | 3.7607993 |
| 5616 | 3.7494271 | 5666 | 3.7532766 | 5716 | 3.7570922 | 5766 | 3.7608746 |
| 5617 | 3.7495044 | 5667 | 3.7533532 | 5717 | 3.7571682 | 5767 | 3.7609500 |
| 5618 | 3.7495817 | 5668 | 3.7534298 | 5718 | 3.7572442 | 5768 | 3.7610253 |
| 5619 | 3.7496590 | 5669 | 3.7535065 | 5719 | 3.7573201 | 5769 | 3.7611005 |
| 5620 | 3.7497363 | 5670 | 3.7535831 | 5720 | 3.7573960 | 5770 | 3.7611758 |
| 5621 | 3.7498136 | 5671 | 3.7536596 | 5721 | 3.7574719 | 5771 | 3.7612511 |
| 5622 | 3.7498908 | 5672 | 3.7537362 | 5722 | 3.7575479 | 5772 | 3.7613263 |
| 5623 | 3.7499681 | 5673 | 3.7538128 | 5723 | 3.7576237 | 5773 | 3.7614016 |
| 5624 | 3.7500453 | 5674 | 3.7538893 | 5724 | 3.7576996 | 5774 | 3.7614768 |
| 5625 | 3.7501225 | 5675 | 3.7539659 | 5725 | 3.7577755 | 5775 | 3.7615520 |
| 5626 | 3.7501997 | 5676 | 3.7540424 | 5726 | 3.7578513 | 5776 | 3.7616272 |
| 5627 | 3.7502769 | 5677 | 3.7541189 | 5727 | 3.7579272 | 5777 | 3.7617024 |
| 5628 | 3.7503541 | 5678 | 3.7541954 | 5728 | 3.7580030 | 5778 | 3.7617775 |
| 5629 | 3.7504312 | 5679 | 3.7542719 | 5729 | 3.7580788 | 5779 | 3.7618527 |
| 5630 | 3.7505084 | 5680 | 3.7543483 | 5730 | 3.7581546 | 5780 | 3.7619278 |
| 5631 | 3.7505855 | 5681 | 3.7544248 | 5731 | 3.7582304 | 5781 | 3.7620030 |
| 5632 | 3.7506626 | 5682 | 3.7545012 | 5732 | 3.7583062 | 5782 | 3.7620781 |
| 5633 | 3.7507398 | 5683 | 3.7545777 | 5733 | 3.7583819 | 5783 | 3.7621532 |
| 5634 | 3.7508168 | 5684 | 3.7546541 | 5734 | 3.7584577 | 5784 | 3.7622283 |
| 5635 | 3.7508939 | 5685 | 3.7547305 | 5735 | 3.7585334 | 5785 | 3.7623034 |
| 5636 | 3.7509710 | 5686 | 3.7548069 | 5736 | 3.7586091 | 5786 | 3.7623784 |
| 5637 | 3.7510480 | 5687 | 3.7548832 | 5737 | 3.7586848 | 5787 | 3.7624535 |
| 5638 | 3.7511251 | 5688 | 3.7549596 | 5738 | 3.7587605 | 5788 | 3.7625285 |
| 5639 | 3.7512021 | 5689 | 3.7550359 | 5739 | 3.7588362 | 5789 | 3.7626035 |
| 5640 | 3.7512791 | 5690 | 3.7551123 | 5740 | 3.7589119 | 5790 | 3.7626786 |
| 5641 | 3.7513561 | 5691 | 3.7551886 | 5741 | 3.7589875 | 5791 | 3.7627536 |
| 5642 | 3.7514331 | 5692 | 3.7552649 | 5742 | 3.7590632 | 5792 | 3.7628286 |
| 5643 | 3.7515101 | 5693 | 3.7553412 | 5743 | 3.7591388 | 5793 | 3.7629035 |
| 5644 | 3.7515870 | 5694 | 3.7554175 | 5744 | 3.7592144 | 5794 | 3.7629785 |
| 5645 | 3.7516639 | 5695 | 3.7554937 | 5745 | 3.7592900 | 5795 | 3.7630534 |
| 5646 | 3.7517409 | 5696 | 3.7555700 | 5746 | 3.7593656 | 5796 | 3.7631284 |
| 5647 | 3.7518178 | 5697 | 3.7556462 | 5747 | 3.7594412 | 5797 | 3.7632033 |
| 5648 | 3.7518947 | 5698 | 3.7557224 | 5748 | 3.7595168 | 5798 | 3.7632782 |
| 5649 | 3.7519716 | 5699 | 3.7557987 | 5749 | 3.7595923 | 5799 | 3.7633531 |
| 5650 | 3.7520484 | 5700 | 3.7558749 | 5750 | 3.7596678 | 5800 | 3.7634280 |



Digitized by Google

| Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. | Nob. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 5801 | 3.7635029 | 5851 | 3.7672301 | 5901 | 3.7709256 | 5951 | 3.7745900 |
| 5802 | 3.7635777 | 5852 | 3.7673043 | 5902 | 3.7709992 | 5952 | 3.7746629 |
| 5803 | 3.7636526 | 5853 | 3.7673785 | 5903 | 3.7710728 | 5953 | 3.7747359 |
| 5804 | 3.7637274 | 5854 | 3.7674527 | 5904 | 3.7711463 | 5954 | 3.7748088 |
| 5805 | 3.7638022 | 5855 | 3.7675269 | 5905 | 3.7712199 | 5955 | 3.7748818 |
| 5806 | 3.7638770 | 5856 | 3.7676011 | 5906 | 3.7712934 | 5956 | 3.7749547 |
| 5807 | 3.7639518 | 5857 | 3.7676752 | 5907 | 3.7713670 | 5957 | 3.7750276 |
| 5808 | 3.7640266 | 5858 | 3.7677494 | 5908 | 3.7714405 | 5958 | 3.7751005 |
| 5809 | 3.7641014 | 5859 | 3.7678235 | 5909 | 3.7715140 | 5959 | 3.7751734 |
| 5810 | 3.7641761 | 5860 | 3.7678976 | 5910 | 3.7715875 | 5960 | 3.7752463 |
| 5811 | 3.7642509 | 5861 | 3.7679717 | 5911 | 3.7716610 | 5961 | 3.7753191 |
| 5812 | 3.7643256 | 5862 | 3.7680458 | 5912 | 3.7717344 | 5962 | 3.7753920 |
| 5813 | 3.7644003 | 5863 | 3.7681199 | 5913 | 3.7718079 | 5963 | 3.7754648 |
| 5814 | 3.7644750 | 5864 | 3.7681940 | 5914 | 3.7718813 | 5964 | 3.7755376 |
| 5815 | 3.7645497 | 5865 | 3.7682680 | 5915 | 3.7719547 | 5965 | 3.7756104 |
| 5816 | 3.7646244 | 5866 | 3.7683421 | 5916 | 3.7720282 | 5966 | 3.7756832 |
| 5817 | 3.7646991 | 5867 | 3.7684161 | 5917 | 3.7721016 | 5967 | 3.7757560 |
| 5818 | 3.7647737 | 5868 | 3.7684901 | 5918 | 3.7721750 | 5968 | 3.7758288 |
| 5819 | 3.7648484 | 5869 | 3.7685641 | 5919 | 3.7722483 | 5969 | 3.7759016 |
| 5820 | 3.7649230 | 5870 | 3.7686381 | 5920 | 3.7723217 | 5970 | 3.7759743 |
| 5821 | 3.7649976 | 5871 | 3.7687121 | 5921 | 3.7723951 | 5971 | 3.7760471 |
| 5822 | 3.7650722 | 5872 | 3.7687860 | 5922 | 3.7724684 | 5972 | 3.7761198 |
| 5823 | 3.7651468 | 5873 | 3.7688600 | 5923 | 3.7725417 | 5973 | 3.7761925 |
| 5824 | 3.7652214 | 5874 | 3.7689339 | 5924 | 3.7726150 | 5974 | 3.7762652 |
| 5825 | 3.7652959 | 5875 | 3.7690079 | 5925 | 3.7726884 | 5975 | 3.7763379 |
| 5826 | 3.7653705 | 5876 | 3.7690818 | 5926 | 3.7727616 | 5976 | 3.7764106 |
| 5827 | 3.7654450 | 5877 | 3.7691557 | 5927 | 3.7728349 | 5977 | 3.7764833 |
| 5828 | 3.7655195 | 5878 | 3.7692296 | 5928 | 3.7729082 | 5978 | 3.7765559 |
| 5829 | 3.7655941 | 5879 | 3.7693035 | 5929 | 3.7729815 | 5979 | 3.7766286 |
| 5830 | 3.7656686 | 5880 | 3.7693773 | 5930 | 3.7730547 | 5980 | 3.7767012 |
| 5831 | 3.7657430 | 5881 | 3.7694512 | 5931 | 3.7731279 | 5981 | 3.7767738 |
| 5832 | 3.7658175 | 5882 | 3.7695250 | 5932 | 3.7732011 | 5982 | 3.7768464 |
| 5833 | 3.7658920 | 5883 | 3.7695988 | 5933 | 3.7732743 | 5983 | 3.7769190 |
| 5834 | 3.7659664 | 5884 | 3.7696727 | 5934 | 3.7733475 | 5984 | 3.7769916 |
| 5835 | 3.7660409 | 5885 | 3.7697465 | 5935 | 3.7734207 | 5985 | 3.7770642 |
| 5836 | 3.7661153 | 5886 | 3.7698203 | 5936 | 3.7734939 | 5986 | 3.7771367 |
| 5837 | 3.7661897 | 5887 | 3.7698940 | 5937 | 3.7735670 | 5987 | 3.7772093 |
| 5838 | 3.7662641 | 5888 | 3.7699678 | 5938 | 3.7736402 | 5988 | 3.7772818 |
| 5839 | 3.7663385 | 5889 | 3.7700416 | 5939 | 3.7737133 | 5989 | 3.7773543 |
| 5840 | 3.7664128 | 5890 | 3.7701153 | 5940 | 3.7737864 | 5990 | 3.7774268 |
| 5841 | 3.7664872 | 5891 | 3.7701890 | 5941 | 3.7738596 | 5991 | 3.7774993 |
| 5842 | 3.7665616 | 5892 | 3.7702627 | 5942 | 3.7739326 | 5992 | 3.7775718 |
| 5843 | 3.7666359 | 5893 | 3.7703364 | 5943 | 3.7740057 | 5993 | 3.7776443 |
| 5844 | 3.7667102 | 5894 | 3.7704101 | 5944 | 3.7740788 | 5994 | 3.7777167 |
| 5845 | 3.7667845 | 5895 | 3.7704838 | 5945 | 3.7741519 | 5995 | 3.7777892 |
| 5846 | 3.7668588 | 5896 | 3.7705575 | 5946 | 3.7742249 | 5996 | 3.7778616 |
| 5847 | 3.7669331 | 5897 | 3.7706311 | 5947 | 3.7742979 | 5997 | 3.7779340 |
| 5848 | 3.7670074 | 5898 | 3.7707048 | 5948 | 3.7743710 | 5998 | 3.7780065 |
| 5849 | 3.7670816 | 5899 | 3.7707784 | 5949 | 3.7744440 | 5999 | 3.7780789 |
| 5850 | 3.7671559 | 5900 | 3.7708520 | 5950 | 3.7745170 | 6000 | 3.7781513 |

Digitized by Google

| Nõb. | Logarithm. | Nõb. | Logarithm. | Nõb. | Logarithm. | Nõb. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 6001 | 3.7782236 | 6051 | 3.7818272 | 6101 | 3.7854010 | 6151 | 3.7889457 |
| 6002 | 3.7782960 | 6052 | 3.7818989 | 6102 | 3.7854722 | 6152 | 3.7890163 |
| 6003 | 3.7783683 | 6053 | 3.7819707 | 6103 | 3.7855434 | 6153 | 3.7890869 |
| 6004 | 3.7784407 | 6054 | 3.7820424 | 6104 | 3.7856145 | 6154 | 3.7891575 |
| 6005 | 3.7785130 | 6055 | 3.7821141 | 6105 | 3.7856857 | 6155 | 3.7892281 |
| 6006 | 3.7785853 | 6056 | 3.7821859 | 6106 | 3.7857568 | 6156 | 3.7892986 |
| 6007 | 3.7786576 | 6057 | 3.7822576 | 6107 | 3.7858279 | 6157 | 3.7893692 |
| 6008 | 3.7787299 | 6058 | 3.7823293 | 6108 | 3.7858990 | 6158 | 3.7894397 |
| 6009 | 3.7788022 | 6059 | 3.7824010 | 6109 | 3.7859701 | 6159 | 3.7895102 |
| 6010 | 3.7788745 | 6060 | 3.7824726 | 6110 | 3.7860412 | 6160 | 3.7895807 |
| 6011 | 3.7789467 | 6061 | 3.7825443 | 6111 | 3.7861123 | 6161 | 3.7896512 |
| 6012 | 3.7790190 | 6062 | 3.7826159 | 6112 | 3.7861833 | 6162 | 3.7897217 |
| 6013 | 3.7790912 | 6063 | 3.7826876 | 6113 | 3.7862544 | 6163 | 3.7897922 |
| 6014 | 3.7791634 | 6064 | 3.7827592 | 6114 | 3.7863254 | 6164 | 3.7898626 |
| 6015 | 3.7792356 | 6065 | 3.7828308 | 6115 | 3.7863965 | 6165 | 3.7899331 |
| 6016 | 3.7793078 | 6066 | 3.7829024 | 6116 | 3.7864675 | 6166 | 3.7900035 |
| 6017 | 3.7793800 | 6067 | 3.7829740 | 6117 | 3.7865385 | 6167 | 3.7900739 |
| 6018 | 3.7794522 | 6068 | 3.7830456 | 6118 | 3.7866095 | 6168 | 3.7901444 |
| 6019 | 3.7795243 | 6069 | 3.7831171 | 6119 | 3.7866805 | 6169 | 3.7902148 |
| 6020 | 3.7795965 | 6070 | 3.7831887 | 6120 | 3.7867514 | 6170 | 3.7902852 |
| 6021 | 3.7796686 | 6071 | 3.7832602 | 6121 | 3.7868224 | 6171 | 3.7903555 |
| 6022 | 3.7797408 | 6072 | 3.7833318 | 6122 | 3.7868933 | 6172 | 3.7904259 |
| 6023 | 3.7798129 | 6073 | 3.7834033 | 6123 | 3.7869643 | 6173 | 3.7904963 |
| 6024 | 3.7798850 | 6074 | 3.7834748 | 6124 | 3.7870352 | 6174 | 3.7905666 |
| 6025 | 3.7799571 | 6075 | 3.7835463 | 6125 | 3.7871061 | 6175 | 3.7906370 |
| 6026 | 3.7800291 | 6076 | 3.7836178 | 6126 | 3.7871770 | 6176 | 3.7907073 |
| 6027 | 3.7801012 | 6077 | 3.7836892 | 6127 | 3.7872479 | 6177 | 3.7907776 |
| 6028 | 3.7801732 | 6078 | 3.7837607 | 6128 | 3.7873188 | 6178 | 3.7908479 |
| 6029 | 3.7802453 | 6079 | 3.7838321 | 6129 | 3.7873896 | 6179 | 3.7909182 |
| 6030 | 3.7803173 | 6080 | 3.7839036 | 6130 | 3.7874605 | 6180 | 3.7909885 |
| 6031 | 3.7803893 | 6081 | 3.7839750 | 6131 | 3.7875313 | 6181 | 3.7910587 |
| 6032 | 3.7804613 | 6082 | 3.7840464 | 6132 | 3.7876021 | 6182 | 3.7911290 |
| 6033 | 3.7805333 | 6083 | 3.7841178 | 6133 | 3.7876730 | 6183 | 3.7911992 |
| 6034 | 3.7806053 | 6084 | 3.7841892 | 6134 | 3.7877438 | 6184 | 3.7912695 |
| 6035 | 3.7806773 | 6085 | 3.7842606 | 6135 | 3.7878146 | 6185 | 3.7913397 |
| 6036 | 3.7807492 | 6086 | 3.7843319 | 6136 | 3.7878854 | 6186 | 3.7914099 |
| 6037 | 3.7808212 | 6087 | 3.7844033 | 6137 | 3.7879561 | 6187 | 3.7914801 |
| 6038 | 3.7808931 | 6088 | 3.7844746 | 6138 | 3.7880269 | 6188 | 3.7915503 |
| 6039 | 3.7809650 | 6089 | 3.7845460 | 6139 | 3.7880976 | 6189 | 3.7916205 |
| 6040 | 3.7810369 | 6090 | 3.7846173 | 6140 | 3.7881684 | 6190 | 3.7916906 |
| 6041 | 3.7811088 | 6091 | 3.7846886 | 6141 | 3.7882391 | 6191 | 3.7917608 |
| 6042 | 3.7811807 | 6092 | 3.7847599 | 6142 | 3.7883098 | 6192 | 3.7918309 |
| 6043 | 3.7812526 | 6093 | 3.7848312 | 6143 | 3.7883805 | 6193 | 3.7919011 |
| 6044 | 3.7813245 | 6094 | 3.7849024 | 6144 | 3.7884512 | 6194 | 3.7919712 |
| 6045 | 3.7813963 | 6095 | 3.7849737 | 6145 | 3.7885219 | 6195 | 3.7920413 |
| 6046 | 3.7814681 | 6096 | 3.7850450 | 6146 | 3.7885926 | 6196 | 3.7921114 |
| 6047 | 3.7815400 | 6097 | 3.7851162 | 6147 | 3.7886632 | 6197 | 3.7921815 |
| 6048 | 3.7816118 | 6098 | 3.7851874 | 6148 | 3.7887339 | 6198 | 3.7922516 |
| 6049 | 3.7816836 | 6099 | 3.7852586 | 6149 | 3.7888045 | 6199 | 3.7923216 |
| 6050 | 3.7817554 | 6100 | 3.7853298 | 6150 | 3.7888751 | 6200 | 3.7923917 |



Digitized by Google

| Nõb. | Logarithm. | Nõb. | Logarithm. | Nõb. | Logarithm. | Nõb. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 6201 | 3.7924617 | 6251 | 3.7959495 | 6301 | 3.7994095 | 6351 | 3.8028421 |
| 6202 | 3.7925318 | 6252 | 3.7960190 | 6302 | 3.7994784 | 6352 | 3.8029105 |
| 6203 | 3.7926018 | 6253 | 3.7960884 | 6303 | 3.7995473 | 6353 | 3.8029789 |
| 6204 | 3.7926718 | 6254 | 3.7961579 | 6304 | 3.7996162 | 6354 | 3.8030472 |
| 6205 | 3.7927418 | 6255 | 3.7962273 | 6305 | 3.7996851 | 6355 | 3.8031156 |
| 6206 | 3.7928118 | 6256 | 3.7962967 | 6306 | 3.7997540 | 6356 | 3.8031839 |
| 6207 | 3.7928817 | 6257 | 3.7963662 | 6307 | 3.7998228 | 6357 | 3.8032522 |
| 6208 | 3.7929517 | 6258 | 3.7964356 | 6308 | 3.7998917 | 6358 | 3.8033205 |
| 6209 | 3.7930217 | 6259 | 3.7965050 | 6309 | 3.7999605 | 6359 | 3.8033888 |
| 6210 | 3.7930916 | 6260 | 3.7965743 | 6310 | 3.8000294 | 6360 | 3.8034571 |
| 6211 | 3.7931615 | 6261 | 3.7966437 | 6311 | 3.8000982 | 6361 | 3.8035254 |
| 6212 | 3.7932314 | 6262 | 3.7967131 | 6312 | 3.8001670 | 6362 | 3.8035937 |
| 6213 | 3.7933014 | 6263 | 3.7967824 | 6313 | 3.8002358 | 6363 | 3.8036619 |
| 6214 | 3.7933712 | 6264 | 3.7968517 | 6314 | 3.8003046 | 6364 | 3.8037302 |
| 6215 | 3.7934411 | 6265 | 3.7969211 | 6315 | 3.8003734 | 6365 | 3.8037984 |
| 6216 | 3.7935110 | 6266 | 3.7969904 | 6316 | 3.8004421 | 6366 | 3.8038666 |
| 6217 | 3.7935809 | 6267 | 3.7970597 | 6317 | 3.8005109 | 6367 | 3.8039348 |
| 6218 | 3.7936507 | 6268 | 3.7971290 | 6318 | 3.8005796 | 6368 | 3.8040031 |
| 6219 | 3.7937206 | 6269 | 3.7971983 | 6319 | 3.8006484 | 6369 | 3.8040712 |
| 6220 | 3.7937904 | 6270 | 3.7972675 | 6320 | 3.8007171 | 6370 | 3.8041394 |
| 6221 | 3.7938602 | 6271 | 3.7973368 | 6321 | 3.8007858 | 6371 | 3.8042076 |
| 6222 | 3.7939300 | 6272 | 3.7974060 | 6322 | 3.8008545 | 6372 | 3.8042758 |
| 6223 | 3.7939998 | 6273 | 3.7974753 | 6323 | 3.8009232 | 6373 | 3.8043439 |
| 6224 | 3.7940696 | 6274 | 3.7975445 | 6324 | 3.8009919 | 6374 | 3.8044121 |
| 6225 | 3.7941394 | 6275 | 3.7976137 | 6325 | 3.8010605 | 6375 | 3.8044801 |
| 6226 | 3.7942091 | 6276 | 3.7976829 | 6326 | 3.8011292 | 6376 | 3.8045483 |
| 6227 | 3.7942789 | 6277 | 3.7977521 | 6327 | 3.8011978 | 6377 | 3.8046164 |
| 6228 | 3.7943486 | 6278 | 3.7978213 | 6328 | 3.8012665 | 6378 | 3.8046845 |
| 6229 | 3.7944183 | 6279 | 3.7978905 | 6329 | 3.8013351 | 6379 | 3.8047526 |
| 6230 | 3.7944880 | 6280 | 3.7979596 | 6330 | 3.8014037 | 6380 | 3.8048207 |
| 6231 | 3.7945578 | 6281 | 3.79802088 | 6331 | 3.8014723 | 6381 | 3.8048887 |
| 6232 | 3.7946274 | 6282 | 3.7980979 | 6332 | 3.8015409 | 6382 | 3.8049568 |
| 6233 | 3.7946971 | 6283 | 3.7981671 | 6333 | 3.8016095 | 6383 | 3.8050248 |
| 6234 | 3.7947668 | 6284 | 3.7982362 | 6334 | 3.8016781 | 6384 | 3.8050929 |
| 6235 | 3.7948365 | 6285 | 3.7983053 | 6335 | 3.8017466 | 6385 | 3.8051609 |
| 6236 | 3.7949061 | 6286 | 3.7983744 | 6336 | 3.8018152 | 6386 | 3.8052289 |
| 6237 | 3.7949757 | 6287 | 3.7984435 | 6337 | 3.8018837 | 6387 | 3.8052969 |
| 6238 | 3.7950454 | 6288 | 3.7985125 | 6338 | 3.8019522 | 6388 | 3.8053649 |
| 6239 | 3.7951150 | 6289 | 3.7985816 | 6339 | 3.8020208 | 6389 | 3.8054329 |
| 6240 | 3.7951846 | 6290 | 3.7986506 | 6340 | 3.8020893 | 6390 | 3.8055009 |
| 6241 | 3.7952542 | 6291 | 3.7987197 | 6341 | 3.8021578 | 6391 | 3.8055688 |
| 6242 | 3.7953238 | 6292 | 3.7987887 | 6342 | 3.8022262 | 6392 | 3.8056368 |
| 6243 | 3.7953933 | 6293 | 3.7988577 | 6343 | 3.8022947 | 6393 | 3.8057047 |
| 6244 | 3.7954629 | 6294 | 3.7989267 | 6344 | 3.8023632 | 6394 | 3.8057726 |
| 6245 | 3.7955324 | 6295 | 3.7989957 | 6345 | 3.8024316 | 6395 | 3.8058405 |
| 6246 | 3.7956020 | 6296 | 3.7990647 | 6346 | 3.8025001 | 6396 | 3.8059085 |
| 6247 | 3.7956715 | 6497 | 3.7991337 | 6347 | 3.8025685 | 6397 | 3.8059764 |
| 6248 | 3.7957410 | 6298 | 3.7992027 | 6348 | 3.8026369 | 6398 | 3.8060442 |
| 6249 | 3.7958105 | 6299 | 3.7992716 | 6349 | 3.8027053 | 6399 | 3.8061121 |
| 6250 | 3.7958800 | 6300 | 3.7993405 | 6350 | 3.8027737 | 6400 | 3.8061800 |

Digitized by Google

| Nõb. | Logarithm. | Nõb. | Logarithm. | Nõb. | Logarithm. | Nõb. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 6401 | 3.8062478 | 6451 | 3.8096270 | 6501 | 3.8129802 | 6551 | 3.8163076 |
| 6402 | 3.8063157 | 6452 | 3.8096944 | 6502 | 3.8130470 | 6552 | 3.8163739 |
| 6403 | 3.8063835 | 6453 | 3.8097617 | 6503 | 3.8131138 | 6553 | 3.8164402 |
| 6404 | 3.8064513 | 6454 | 3.8098290 | 6504 | 3.8131805 | 6554 | 3.8165064 |
| 6405 | 3.8065191 | 6455 | 3.8098962 | 6505 | 3.8132473 | 6555 | 3.8165727 |
| 6406 | 3.8065869 | 6456 | 3.8099635 | 6506 | 3.8133141 | 6556 | 3.8166389 |
| 6407 | 3.8066547 | 6457 | 3.8100308 | 6507 | 3.8133808 | 6557 | 3.8167052 |
| 6408 | 3.8067225 | 6458 | 3.8100980 | 6508 | 3.8134475 | 6558 | 3.8167714 |
| 6409 | 3.8067903 | 6459 | 3.8101653 | 6509 | 3.8135143 | 6559 | 3.8168376 |
| 6410 | 3.8068580 | 6460 | 3.8102325 | 6510 | 3.8135810 | 6560 | 3.8169038 |
| 6411 | 3.8069258 | 6461 | 3.8102997 | 6511 | 3.8136477 | 6561 | 3.8169700 |
| 6412 | 3.8069935 | 6462 | 3.8103670 | 6512 | 3.8137144 | 6562 | 3.8170362 |
| 6413 | 3.8070612 | 6463 | 3.8104342 | 6513 | 3.8137811 | 6563 | 3.8171024 |
| 6414 | 3.8071290 | 6464 | 3.8105013 | 6514 | 3.8138478 | 6564 | 3.8171686 |
| 6415 | 3.8071967 | 6465 | 3.8105685 | 6515 | 3.8139144 | 6565 | 3.8172347 |
| 6416 | 3.8072644 | 6466 | 3.8106357 | 6516 | 3.8139811 | 6566 | 3.8173009 |
| 6417 | 3.8073320 | 6467 | 3.8107029 | 6517 | 3.8140477 | 6567 | 3.8173670 |
| 6418 | 3.8073997 | 6468 | 3.8107700 | 6518 | 3.8141144 | 6568 | 3.8174331 |
| 6419 | 3.8074674 | 6469 | 3.8108372 | 6519 | 3.8141810 | 6569 | 3.8174993 |
| 6420 | 3.8075350 | 6470 | 3.8109043 | 6520 | 3.8142476 | 6570 | 3.8175654 |
| 6421 | 3.8076027 | 6471 | 3.8109714 | 6521 | 3.8143142 | 6571 | 3.8176315 |
| 6422 | 3.8076703 | 6472 | 3.8110385 | 6522 | 3.8143808 | 6572 | 3.8176976 |
| 6423 | 3.8077379 | 6473 | 3.8111056 | 6523 | 3.8144474 | 6573 | 3.8177636 |
| 6424 | 3.8078055 | 6474 | 3.8111727 | 6524 | 3.8145140 | 6574 | 3.8178297 |
| 6425 | 3.8078731 | 6475 | 3.8112398 | 6525 | 3.8145805 | 6575 | 3.8178958 |
| 6426 | 3.8079407 | 6476 | 3.8113068 | 6526 | 3.8146471 | 6576 | 3.8179618 |
| 6427 | 3.8080083 | 6477 | 3.8113739 | 6527 | 3.8147136 | 6577 | 3.8180278 |
| 6428 | 3.8080759 | 6478 | 3.8114409 | 6528 | 3.8147801 | 6578 | 3.8180939 |
| 6429 | 3.8081434 | 6479 | 3.8115080 | 6529 | 3.8148467 | 6579 | 3.8181599 |
| 6430 | 3.8082110 | 6480 | 3.8115750 | 6530 | 3.8149132 | 6580 | 3.8182259 |
| 6431 | 3.8082785 | 6481 | 3.8116420 | 6531 | 3.8149797 | 6581 | 3.8182919 |
| 6432 | 3.8083460 | 6482 | 3.8117090 | 6532 | 3.8150462 | 6582 | 3.8183579 |
| 6433 | 3.8084136 | 6483 | 3.8117760 | 6533 | 3.8151127 | 6583 | 3.8184239 |
| 6434 | 3.8084811 | 6484 | 3.8118430 | 6534 | 3.8151791 | 6584 | 3.8184898 |
| 6435 | 3.8085486 | 6485 | 3.8119100 | 6535 | 3.8152456 | 6585 | 3.8185558 |
| 6436 | 3.8086160 | 6486 | 3.8119769 | 6536 | 3.8153120 | 6586 | 3.8186217 |
| 6437 | 3.8086835 | 6487 | 3.8120439 | 6537 | 3.8153785 | 6587 | 3.8186877 |
| 6438 | 3.8087510 | 6488 | 3.8121108 | 6538 | 3.8154449 | 6588 | 3.8187536 |
| 6439 | 3.8088184 | 6489 | 3.8121778 | 6539 | 3.8155113 | 6589 | 3.8188195 |
| 6440 | 3.8088859 | 6490 | 3.8122447 | 6540 | 3.8155777 | 6590 | 3.8188854 |
| 6441 | 3.8089533 | 6491 | 3.8123116 | 6541 | 3.8156441 | 6591 | 3.8189513 |
| 6442 | 3.8090207 | 6492 | 3.8123785 | 6542 | 3.8157105 | 6592 | 3.8190172 |
| 6443 | 3.8090881 | 6493 | 3.8124454 | 6543 | 3.8157769 | 6593 | 3.8190831 |
| 6444 | 3.8091555 | 6494 | 3.8125123 | 6544 | 3.8158433 | 6594 | 3.8191489 |
| 6445 | 3.8092229 | 6495 | 3.8125792 | 6545 | 3.8159097 | 6595 | 3.8192148 |
| 6446 | 3.8092903 | 6496 | 3.8126460 | 6546 | 3.8159760 | 6596 | 3.8192806 |
| 6447 | 3.8093577 | 6497 | 3.8127129 | 6547 | 3.8160423 | 6597 | 3.8193465 |
| 6448 | 3.8094250 | 6498 | 3.8127797 | 6548 | 3.8161087 | 6598 | 3.8194123 |
| 6449 | 3.8094924 | 6499 | 3.8128465 | 6549 | 3.8161750 | 6599 | 3.8194781 |
| 6450 | 3.8095597 | 6500 | 3.8129134 | 6550 | 3.8162413 | 6600 | 3.8195439 |

Digitized by Google

| Nèb. | Logarithm. | Nèb. | Logarithm. | Nèb. | Logarithm. | Nèb. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 6601 | 3.8196297 | 6651 | 3.8228869 | 6701 | 3.8261396 | 6751 | 3.8293 |
| 6602 | 3.8196755 | 6652 | 3.8229322 | 6702 | 3.8261844 | 6752 | 3.8294 |
| 6603 | 3.8197213 | 6653 | 3.8230175 | 6703 | 3.8262292 | 6753 | 3.8294 |
| 6604 | 3.8198071 | 6654 | 3.8230828 | 6704 | 3.8263340 | 6754 | 3.8295 |
| 6605 | 3.8198128 | 6655 | 3.8231481 | 6705 | 3.8263983 | 6755 | 3.8296 |
| 6606 | 3.8199586 | 6656 | 3.8232133 | 6706 | 3.8264635 | 6756 | 3.8296 |
| 6607 | 3.8200043 | 6657 | 3.8232786 | 6707 | 3.8265283 | 6757 | 3.8297 |
| 6608 | 3.8200700 | 6658 | 3.8233438 | 6708 | 3.8265931 | 6758 | 3.8298 |
| 6609 | 3.8201358 | 6659 | 3.8234090 | 6709 | 3.8266578 | 6759 | 3.8298 |
| 6610 | 3.8202015 | 6660 | 3.8234742 | 6710 | 3.8267225 | 6760 | 3.8299 |
| 6611 | 3.8202672 | 6661 | 3.8235394 | 6711 | 3.8267872 | 6761 | 3.8300 |
| 6612 | 3.8203328 | 6662 | 3.8236046 | 6712 | 3.8268519 | 6762 | 3.8300 |
| 6613 | 3.8203985 | 6663 | 3.8236698 | 6713 | 3.8269166 | 6763 | 3.8301 |
| 6614 | 3.8204642 | 6664 | 3.8237350 | 6714 | 3.8269813 | 6764 | 3.8302 |
| 6615 | 3.8205298 | 6665 | 3.8238002 | 6715 | 3.8270460 | 6765 | 3.8302 |
| 6616 | 3.8205955 | 6666 | 3.8238653 | 6716 | 3.8271107 | 6766 | 3.8303 |
| 6617 | 3.8206611 | 6667 | 3.8239305 | 6717 | 3.8271753 | 6767 | 3.8304 |
| 6618 | 3.8207268 | 6668 | 3.8239956 | 6718 | 3.8272400 | 6768 | 3.8304 |
| 6619 | 3.8207924 | 6669 | 3.8240607 | 6719 | 3.8273046 | 6769 | 3.8305 |
| 6620 | 3.8208580 | 6670 | 3.8241258 | 6720 | 3.8273693 | 6770 | 3.8305 |
| 6621 | 3.8209236 | 6671 | 3.8241909 | 6721 | 3.8274339 | 6771 | 3.8306 |
| 6622 | 3.8209892 | 6672 | 3.8242560 | 6722 | 3.8274985 | 6772 | 3.8307 |
| 6623 | 3.8210548 | 6673 | 3.8243211 | 6723 | 3.8275631 | 6773 | 3.8307 |
| 6624 | 3.8211203 | 6674 | 3.8243862 | 6724 | 3.8276277 | 6774 | 3.8308 |
| 6625 | 3.8211859 | 6675 | 3.8244513 | 6725 | 3.8276923 | 6775 | 3.8309 |
| 6626 | 3.8212514 | 6676 | 3.8245163 | 6726 | 3.8277569 | 6776 | 3.8309 |
| 6627 | 3.8213170 | 6677 | 3.8245814 | 6727 | 3.8278214 | 6777 | 3.8310 |
| 6628 | 3.8213825 | 6678 | 3.8246464 | 6728 | 3.8278860 | 6778 | 3.8311 |
| 6629 | 3.8214480 | 6679 | 3.8247114 | 6729 | 3.8279505 | 6779 | 3.8311 |
| 6630 | 3.8215135 | 6680 | 3.8247765 | 6730 | 3.8280151 | 6780 | 3.8312 |
| 6631 | 3.8215790 | 6681 | 3.8248415 | 6731 | 3.8280796 | 6781 | 3.8312 |
| 6632 | 3.8216445 | 6682 | 3.8249065 | 6732 | 3.8281441 | 6782 | 3.8313 |
| 6633 | 3.8217100 | 6683 | 3.8249715 | 6733 | 3.8282086 | 6783 | 3.8314 |
| 6634 | 3.8217755 | 6684 | 3.8250364 | 6734 | 3.8282731 | 6784 | 3.8314 |
| 6635 | 3.8218409 | 6685 | 3.8251014 | 6735 | 3.8283376 | 6785 | 3.8315 |
| 6636 | 3.8219064 | 6686 | 3.8251664 | 6736 | 3.8284021 | 6786 | 3.8316 |
| 6637 | 3.8219718 | 6687 | 3.8252313 | 6737 | 3.8284665 | 6787 | 3.8316 |
| 6638 | 3.8220372 | 6688 | 3.8252963 | 6738 | 3.8285310 | 6788 | 3.8317 |
| 6639 | 3.8221027 | 6689 | 3.8253612 | 6739 | 3.8285955 | 6789 | 3.8318 |
| 6640 | 3.8221681 | 6690 | 3.8254261 | 6740 | 3.8286599 | 6790 | 3.8318 |
| 6641 | 3.8222335 | 6691 | 3.8254910 | 6741 | 3.8287243 | 6791 | 3.8319 |
| 6642 | 3.8222989 | 6692 | 3.8255559 | 6742 | 3.8287887 | 6792 | 3.8319 |
| 6643 | 3.8223643 | 6693 | 3.8256208 | 6743 | 3.8288532 | 6793 | 3.8320 |
| 6644 | 3.8224296 | 6694 | 3.8256857 | 6744 | 3.8289176 | 6794 | 3.8321 |
| 6645 | 3.8224950 | 6695 | 3.8257506 | 6745 | 3.8289820 | 6795 | 3.8321 |
| 6646 | 3.8225603 | 6696 | 3.8258154 | 6746 | 3.8290463 | 6796 | 3.8322 |
| 6647 | 3.8226257 | 6697 | 3.8258803 | 6747 | 3.8291107 | 6797 | 3.8323 |
| 6648 | 3.8226910 | 6698 | 3.8259451 | 6748 | 3.8291751 | 6798 | 3.8323 |
| 6649 | 3.8227563 | 6699 | 3.8260100 | 6749 | 3.8292394 | 6799 | 3.8324 |
| 6650 | 3.8228216 | 6700 | 3.8260748 | 6750 | 3.8293038 | 6800 | 3.8325 |

Digitized by Google

| Nob. | Logarithm. | Nob. | Logarithm. | Nob. | Logarithm. | Nob. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 6801 | 3.8325728 | 6851 | 3.8357540 | 6901 | 3.8389120 | 6951 | 3.8420473 |
| 6802 | 3.8326366 | 6852 | 3.8358174 | 6902 | 3.8389750 | 6952 | 3.8421098 |
| 6803 | 3.8327005 | 6853 | 3.8358807 | 6903 | 3.8390379 | 6953 | 3.8421722 |
| 6804 | 3.8327643 | 6854 | 3.8359441 | 6904 | 3.8391008 | 6954 | 3.8422347 |
| 6805 | 3.8328281 | 6855 | 3.8360075 | 6905 | 3.8391637 | 6955 | 3.8422971 |
| 6806 | 3.8328919 | 6856 | 3.8360708 | 6906 | 3.8392266 | 6956 | 3.8423596 |
| 6807 | 3.8329558 | 6857 | 3.8361341 | 6907 | 3.8392895 | 6957 | 3.8424220 |
| 6808 | 3.8330195 | 6858 | 3.8361975 | 6908 | 3.8393523 | 6958 | 3.8424844 |
| 6809 | 3.8330833 | 6859 | 3.8362608 | 6909 | 3.8394152 | 6959 | 3.8425468 |
| 6810 | 3.8331471 | 6860 | 3.8363241 | 6910 | 3.8394780 | 6960 | 3.8426092 |
| 6811 | 3.8332109 | 6861 | 3.8363874 | 6911 | 3.8395409 | 6961 | 3.8426716 |
| 6812 | 3.8332746 | 6862 | 3.8364507 | 6912 | 3.8396037 | 6962 | 3.8427340 |
| 6813 | 3.8333384 | 6863 | 3.8365140 | 6913 | 3.8396666 | 6963 | 3.8427964 |
| 6814 | 3.8334021 | 6864 | 3.8365773 | 6914 | 3.8397294 | 6964 | 3.8428588 |
| 6815 | 3.8334659 | 6865 | 3.8366405 | 6915 | 3.8397922 | 6965 | 3.8429211 |
| 6816 | 3.8335296 | 6866 | 3.8367038 | 6916 | 3.8398550 | 6966 | 3.8429835 |
| 6817 | 3.8335933 | 6867 | 3.8367670 | 6917 | 3.8399178 | 6967 | 3.8430458 |
| 6818 | 3.8336570 | 6868 | 3.8368303 | 6918 | 3.8399806 | 6968 | 3.8431081 |
| 6819 | 3.8337207 | 6869 | 3.8368935 | 6919 | 3.8400433 | 6969 | 3.8431705 |
| 6820 | 3.8337844 | 6870 | 3.8369567 | 6920 | 3.8401061 | 6970 | 3.8432328 |
| 6821 | 3.8338480 | 6871 | 3.8370199 | 6921 | 3.8401688 | 6971 | 3.8432951 |
| 6822 | 3.8339117 | 6872 | 3.8370832 | 6922 | 3.8402316 | 6972 | 3.8433574 |
| 6823 | 3.8339754 | 6873 | 3.8371463 | 6923 | 3.8402943 | 6973 | 3.8434197 |
| 6824 | 3.8340390 | 6874 | 3.8372095 | 6924 | 3.8403571 | 6974 | 3.8434819 |
| 6825 | 3.8341027 | 6875 | 3.8372727 | 6925 | 3.8404198 | 6975 | 3.8435442 |
| 6826 | 3.8341663 | 6876 | 3.8373359 | 6926 | 3.8404825 | 6976 | 3.8436065 |
| 6827 | 3.8342299 | 6877 | 3.8373990 | 6927 | 3.8405452 | 6977 | 3.8436687 |
| 6828 | 3.8342935 | 6878 | 3.8374622 | 6928 | 3.8406079 | 6978 | 3.8437310 |
| 6829 | 3.8343571 | 6879 | 3.8375253 | 6929 | 3.8406706 | 6979 | 3.8437932 |
| 6830 | 3.8344207 | 6880 | 3.8375884 | 6930 | 3.8407332 | 6980 | 3.8438554 |
| 6831 | 3.8344843 | 6881 | 3.8376516 | 6931 | 3.8407959 | 6981 | 3.8439176 |
| 6832 | 3.8345479 | 6882 | 3.8377147 | 6932 | 3.8408586 | 6982 | 3.8439798 |
| 6833 | 3.8346114 | 6883 | 3.8377778 | 6933 | 3.8409212 | 6983 | 3.8440420 |
| 6834 | 3.8346750 | 6884 | 3.8378409 | 6934 | 3.8409838 | 6984 | 3.8441042 |
| 6835 | 3.8347385 | 6885 | 3.8379039 | 6935 | 3.8410465 | 6985 | 3.8441664 |
| 6836 | 3.8348021 | 6886 | 3.8379670 | 6936 | 3.8411091 | 6986 | 3.8442286 |
| 6837 | 3.8348656 | 6887 | 3.8380301 | 6937 | 3.8411717 | 6987 | 3.8442907 |
| 6838 | 3.8349291 | 6888 | 3.8380931 | 6938 | 3.8412343 | 6988 | 3.8443529 |
| 6839 | 3.8349926 | 6889 | 3.8381562 | 6939 | 3.8412969 | 6989 | 3.8444150 |
| 6840 | 3.8350561 | 6890 | 3.8382192 | 6940 | 3.8413595 | 6990 | 3.8444772 |
| 6841 | 3.8351196 | 6891 | 3.8382822 | 6941 | 3.8414220 | 6991 | 3.8445393 |
| 6842 | 3.8351831 | 6892 | 3.8383453 | 6942 | 3.8414846 | 6992 | 3.8446014 |
| 6843 | 3.8352465 | 6893 | 3.8384083 | 6943 | 3.8415472 | 6993 | 3.8446635 |
| 6844 | 3.8353100 | 6894 | 3.8384713 | 6944 | 3.8416097 | 6994 | 3.8447256 |
| 6845 | 3.8353735 | 6895 | 3.8385343 | 6945 | 3.8416723 | 6995 | 3.8447877 |
| 6846 | 3.8354369 | 6896 | 3.8385973 | 6946 | 3.8417348 | 6996 | 3.8448498 |
| 6847 | 3.8355003 | 6897 | 3.8386602 | 6947 | 3.8417973 | 6997 | 3.8449119 |
| 6848 | 3.8355638 | 6898 | 3.8387232 | 6948 | 3.8418598 | 6998 | 3.8449739 |
| 6849 | 3.8356272 | 6899 | 3.8387861 | 6949 | 3.8419223 | 6999 | 3.8450360 |
| 6850 | 3.8356906 | 6900 | 3.8388491 | 6950 | 3.8419848 | 7000 | 3.8450980 |



Digitized by Google

| Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 7001 | 3.8451601 | 7051 | 3.8482507 | 7101 | 3.8513195 | 7151 | 3.8543668 |
| 7002 | 3.8452221 | 7052 | 3.8483123 | 7102 | 3.8513807 | 7152 | 3.8544275 |
| 7003 | 3.8452841 | 7053 | 3.8483739 | 7103 | 3.8514418 | 7153 | 3.8544882 |
| 7004 | 3.8453461 | 7054 | 3.8484355 | 7104 | 3.8515030 | 7154 | 3.8545489 |
| 7005 | 3.8454081 | 7055 | 3.8484970 | 7105 | 3.8515641 | 7155 | 3.8546096 |
| 7006 | 3.8454701 | 7056 | 3.8485586 | 7106 | 3.8516252 | 7156 | 3.8546703 |
| 7007 | 3.8455321 | 7057 | 3.8486201 | 7107 | 3.8516863 | 7157 | 3.8547310 |
| 7008 | 3.8455941 | 7058 | 3.8486817 | 7108 | 3.8517474 | 7158 | 3.8547917 |
| 7009 | 3.8456561 | 7059 | 3.8487432 | 7109 | 3.8518085 | 7159 | 3.8548524 |
| 7010 | 3.8457180 | 7060 | 3.8488047 | 7110 | 3.8518696 | 7160 | 3.8549130 |
| 7011 | 3.8457800 | 7061 | 3.8488662 | 7111 | 3.8519307 | 7161 | 3.8549737 |
| 7012 | 3.8458419 | 7062 | 3.8489277 | 7112 | 3.8519917 | 7162 | 3.8550343 |
| 7013 | 3.8459038 | 7063 | 3.8489892 | 7113 | 3.8520528 | 7163 | 3.8550950 |
| 7014 | 3.8459658 | 7064 | 3.8490507 | 7114 | 3.8521139 | 7164 | 3.8551556 |
| 7015 | 3.8460277 | 7065 | 3.8491122 | 7115 | 3.8521749 | 7165 | 3.8552162 |
| 7016 | 3.8460896 | 7066 | 3.8491736 | 7116 | 3.8522359 | 7166 | 3.8552768 |
| 7017 | 3.8461515 | 7067 | 3.8492351 | 7117 | 3.8522970 | 7167 | 3.8553374 |
| 7018 | 3.8462134 | 7068 | 3.8492965 | 7118 | 3.8523580 | 7168 | 3.8553980 |
| 7019 | 3.8462752 | 7069 | 3.8493580 | 7119 | 3.8524190 | 7169 | 3.8554586 |
| 7020 | 3.8463371 | 7070 | 3.8494194 | 7120 | 3.8524800 | 7170 | 3.8555192 |
| 7021 | 3.8463990 | 7071 | 3.8494808 | 7121 | 3.8525410 | 7171 | 3.8555797 |
| 7022 | 3.8464608 | 7072 | 3.8495423 | 7122 | 3.8526020 | 7172 | 3.8556403 |
| 7023 | 3.8465227 | 7073 | 3.8496037 | 7123 | 3.8526629 | 7173 | 3.8557008 |
| 7024 | 3.8465845 | 7074 | 3.8496651 | 7124 | 3.8527239 | 7174 | 3.8557614 |
| 7025 | 3.8466463 | 7075 | 3.8497264 | 7125 | 3.8527849 | 7175 | 3.8558219 |
| 7026 | 3.8467081 | 7076 | 3.8497878 | 7126 | 3.8528458 | 7176 | 3.8558824 |
| 7027 | 3.8467700 | 7077 | 3.8498492 | 7127 | 3.8529068 | 7177 | 3.8559429 |
| 7028 | 3.8468318 | 7078 | 3.8499106 | 7128 | 3.8529677 | 7178 | 3.8560035 |
| 7029 | 3.8468935 | 7079 | 3.8499719 | 7129 | 3.8530286 | 7179 | 3.8560640 |
| 7030 | 3.8469553 | 7080 | 3.8500333 | 7130 | 3.8530895 | 7180 | 3.8561244 |
| 7031 | 3.8470171 | 7081 | 3.8500946 | 7131 | 3.8531504 | 7181 | 3.8561849 |
| 7032 | 3.8470789 | 7082 | 3.8501559 | 7132 | 3.8532113 | 7182 | 3.8562454 |
| 7033 | 3.8471406 | 7083 | 3.8502172 | 7133 | 3.8532722 | 7183 | 3.8563059 |
| 7034 | 3.8472024 | 7084 | 3.8502786 | 7134 | 3.8533331 | 7184 | 3.8563663 |
| 7035 | 3.8472641 | 7085 | 3.8503399 | 7135 | 3.8533940 | 7185 | 3.8564268 |
| 7036 | 3.8473258 | 7086 | 3.8504011 | 7136 | 3.8534548 | 7186 | 3.8564872 |
| 7037 | 3.8473876 | 7087 | 3.8504624 | 7137 | 3.8535157 | 7187 | 3.8565476 |
| 7038 | 3.8474493 | 7088 | 3.8505237 | 7138 | 3.8535765 | 7188 | 3.8566081 |
| 7039 | 3.8475110 | 7089 | 3.8505850 | 7139 | 3.8536374 | 7189 | 3.8566685 |
| 7040 | 3.8475727 | 7090 | 3.8506462 | 7140 | 3.8536982 | 7190 | 3.8567289 |
| 7041 | 3.8476343 | 7091 | 3.8507075 | 7141 | 3.8537590 | 7191 | 3.8567893 |
| 7042 | 3.8476960 | 7092 | 3.8507687 | 7142 | 3.8538198 | 7192 | 3.8568497 |
| 7043 | 3.8477577 | 7093 | 3.8508300 | 7143 | 3.8538807 | 7193 | 3.8569101 |
| 7044 | 3.8478193 | 7094 | 3.8508912 | 7144 | 3.8539414 | 7194 | 3.8569704 |
| 7045 | 3.8478810 | 7095 | 3.8509524 | 7145 | 3.8540022 | 7195 | 3.8570308 |
| 7046 | 3.8479426 | 7096 | 3.8510136 | 7146 | 3.8540630 | 7196 | 3.8570912 |
| 7047 | 3.8480043 | 7097 | 3.8510748 | 7147 | 3.8541238 | 7197 | 3.8571515 |
| 7048 | 3.8480659 | 7098 | 3.8511360 | 7148 | 3.8541845 | 7198 | 3.8572118 |
| 7049 | 3.8481275 | 7099 | 3.8511972 | 7149 | 3.8542453 | 7199 | 3.8572722 |
| 7050 | 3.8481891 | 7100 | 3.8512583 | 7150 | 3.8543060 | 7200 | 3.8573325 |

Digitized by Google

| Nob. | Logarithm. | Nob. | Logarithm. | Nob. | Logarithm. | Nob. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 7201 | 3.8573928 | 7251 | 3.8603979 | 7301 | 3.8633823 | 7351 | 3.8663464 |
| 7202 | 3.8574531 | 7252 | 3.8604578 | 7302 | 3.8634418 | 7352 | 3.8664055 |
| 7203 | 3.8575134 | 7253 | 3.8605177 | 7303 | 3.8635013 | 7353 | 3.8664646 |
| 7204 | 3.8575737 | 7254 | 3.8605776 | 7304 | 3.8635608 | 7354 | 3.8665236 |
| 7205 | 3.8576340 | 7255 | 3.8606374 | 7305 | 3.8636202 | 7355 | 3.8665827 |
| 7206 | 3.8576943 | 7256 | 3.8606973 | 7306 | 3.8636797 | 7356 | 3.8666417 |
| 7207 | 3.8577545 | 7257 | 3.8607571 | 7307 | 3.8637391 | 7357 | 3.8667008 |
| 7208 | 3.8578148 | 7258 | 3.8608170 | 7308 | 3.8637985 | 7358 | 3.8667598 |
| 7209 | 3.8578750 | 7259 | 3.8608768 | 7309 | 3.8638580 | 7359 | 3.8668188 |
| 7210 | 3.8579353 | 7260 | 3.8609366 | 7310 | 3.8639174 | 7360 | 3.8668778 |
| 7211 | 3.8579955 | 7261 | 3.8609964 | 7311 | 3.8639768 | 7361 | 3.8669368 |
| 7212 | 3.8580557 | 7262 | 3.8610562 | 7312 | 3.8640362 | 7362 | 3.8669958 |
| 7213 | 3.8581159 | 7263 | 3.8611160 | 7313 | 3.8640956 | 7363 | 3.8670548 |
| 7214 | 3.8581761 | 7264 | 3.8611758 | 7314 | 3.8641550 | 7364 | 3.8671138 |
| 7215 | 3.8582363 | 7265 | 3.8612356 | 7315 | 3.8642143 | 7365 | 3.8671728 |
| 7216 | 3.8582965 | 7266 | 3.8612954 | 7316 | 3.8642737 | 7366 | 3.8672317 |
| 7217 | 3.8583567 | 7267 | 3.8613552 | 7317 | 3.8643331 | 7367 | 3.8672907 |
| 7218 | 3.8584169 | 7268 | 3.8614149 | 7318 | 3.8643924 | 7368 | 3.8673496 |
| 7219 | 3.8584770 | 7269 | 3.8614747 | 7319 | 3.8644517 | 7369 | 3.8674086 |
| 7220 | 3.8585372 | 7270 | 3.8615344 | 7320 | 3.8645111 | 7370 | 3.8674675 |
| 7221 | 3.8585973 | 7271 | 3.8615941 | 7321 | 3.8645704 | 7371 | 3.8675264 |
| 7222 | 3.8586575 | 7272 | 3.8616539 | 7322 | 3.8646297 | 7372 | 3.8675853 |
| 7223 | 3.8587176 | 7273 | 3.8617136 | 7323 | 3.8646890 | 7373 | 3.8676442 |
| 7224 | 3.8587777 | 7274 | 3.8617733 | 7324 | 3.8647483 | 7374 | 3.8677031 |
| 7225 | 3.8588379 | 7275 | 3.8618330 | 7325 | 3.8648076 | 7375 | 3.8677620 |
| 7226 | 3.8588980 | 7276 | 3.8618927 | 7326 | 3.8648669 | 7376 | 3.8678209 |
| 7227 | 3.8589581 | 7277 | 3.8619524 | 7327 | 3.8649262 | 7377 | 3.8678798 |
| 7228 | 3.8590181 | 7278 | 3.8620121 | 7328 | 3.8649855 | 7378 | 3.8679387 |
| 7229 | 3.8590782 | 7279 | 3.8620717 | 7329 | 3.8650447 | 7379 | 3.8679975 |
| 7230 | 3.8591383 | 7280 | 3.8621314 | 7330 | 3.8651040 | 7380 | 3.8680564 |
| 7231 | 3.8591984 | 7281 | 3.8621910 | 7331 | 3.8651632 | 7381 | 3.8681152 |
| 7232 | 3.8592584 | 7282 | 3.8622507 | 7332 | 3.8652225 | 7382 | 3.8681740 |
| 7233 | 3.8593185 | 7283 | 3.8623103 | 7333 | 3.8652817 | 7383 | 3.8682329 |
| 7234 | 3.8593785 | 7284 | 3.8623699 | 7334 | 3.8653409 | 7384 | 3.8682917 |
| 7235 | 3.8594385 | 7285 | 3.8624296 | 7335 | 3.8654001 | 7385 | 3.8683505 |
| 7236 | 3.8594986 | 7286 | 3.8624892 | 7336 | 3.8654593 | 7386 | 3.8684093 |
| 7237 | 3.8595586 | 7287 | 3.8625488 | 7337 | 3.8655185 | 7387 | 3.8684681 |
| 7238 | 3.8596186 | 7288 | 3.8626084 | 7338 | 3.8655777 | 7388 | 3.8685269 |
| 7239 | 3.8596786 | 7289 | 3.8626680 | 7339 | 3.8656369 | 7389 | 3.8685857 |
| 7240 | 3.8597386 | 7290 | 3.8627275 | 7340 | 3.8656961 | 7390 | 3.8686444 |
| 7241 | 3.8597985 | 7291 | 3.8627871 | 7341 | 3.8657552 | 7391 | 3.8687032 |
| 7242 | 3.8598585 | 7292 | 3.8628467 | 7342 | 3.8658144 | 7392 | 3.8687620 |
| 7243 | 3.8599185 | 7293 | 3.8629062 | 7343 | 3.8658735 | 7393 | 3.8688207 |
| 7244 | 3.8599784 | 7294 | 3.8629658 | 7344 | 3.8659327 | 7394 | 3.8688794 |
| 7245 | 3.8600384 | 7295 | 3.8630253 | 7345 | 3.8659918 | 7395 | 3.8689382 |
| 7246 | 3.8600983 | 7296 | 3.8630848 | 7346 | 3.8660509 | 7396 | 3.8689969 |
| 7247 | 3.8601583 | 7297 | 3.8631443 | 7347 | 3.8661100 | 7397 | 3.8690556 |
| 7248 | 3.8602182 | 7298 | 3.8632039 | 7348 | 3.8661691 | 7398 | 3.8691143 |
| 7249 | 3.8602781 | 7299 | 3.8632634 | 7349 | 3.8662282 | 7399 | 3.8691730 |
| 7250 | 3.8603380 | 7300 | 3.8633229 | 7350 | 3.8662873 | 7400 | 3.8692317 |



Digitized by Google

| Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 7401 | 3.8692904 | 7451 | 3.8722146 | 7501 | 3.8751192 | 7551 | 3.8780045 |
| 7402 | 3.8693491 | 7452 | 3.8722728 | 7502 | 3.8751771 | 7552 | 3.8780620 |
| 7403 | 3.8694077 | 7453 | 3.8723311 | 7503 | 3.8752349 | 7553 | 3.8781195 |
| 7404 | 3.8694664 | 7454 | 3.8723894 | 7504 | 3.8752928 | 7554 | 3.8781770 |
| 7405 | 3.8695251 | 7455 | 3.8724476 | 7505 | 3.8753507 | 7555 | 3.8782345 |
| 7406 | 3.8695837 | 7456 | 3.8725059 | 7506 | 3.8754086 | 7556 | 3.8782919 |
| 7407 | 3.8696423 | 7457 | 3.8725641 | 7507 | 3.8754664 | 7557 | 3.8783494 |
| 7408 | 3.8697010 | 7458 | 3.8726224 | 7508 | 3.8755243 | 7558 | 3.8784069 |
| 7409 | 3.8697596 | 7459 | 3.8726806 | 7509 | 3.8755821 | 7559 | 3.8784643 |
| 7410 | 3.8698182 | 7460 | 3.8727388 | 7510 | 3.8756399 | 7560 | 3.8785218 |
| 7411 | 3.8698768 | 7461 | 3.8727970 | 7511 | 3.8756978 | 7561 | 3.8785792 |
| 7412 | 3.8699354 | 7462 | 3.8728552 | 7512 | 3.8757556 | 7562 | 3.8786367 |
| 7413 | 3.8699940 | 7463 | 3.8729134 | 7513 | 3.8758134 | 7563 | 3.8786941 |
| 7414 | 3.8700526 | 7464 | 3.8729716 | 7514 | 3.8758712 | 7564 | 3.8787515 |
| 7415 | 3.8701112 | 7465 | 3.8730298 | 7515 | 3.8759290 | 7565 | 3.8788089 |
| 7416 | 3.8701697 | 7465 | 3.8730880 | 7516 | 3.8759868 | 7566 | 3.8788663 |
| 7417 | 3.8702283 | 7467 | 3.8731462 | 7517 | 3.8760446 | 7567 | 3.8789237 |
| 7418 | 3.8702868 | 7463 | 3.8732043 | 7518 | 3.8761023 | 7568 | 3.8789811 |
| 7419 | 3.8703454 | 7469 | 3.8732625 | 7519 | 3.8761601 | 7569 | 3.8790385 |
| 7420 | 3.8704039 | 7470 | 3.8733206 | 7520 | 3.8762178 | 7570 | 3.8790959 |
| 7421 | 3.8704624 | 7471 | 3.8733787 | 7521 | 3.8762756 | 7571 | 3.8791532 |
| 7422 | 3.8705210 | 7472 | 3.8734369 | 7522 | 3.8763333 | 7572 | 3.8792106 |
| 7423 | 3.8705795 | 7473 | 3.8734950 | 7523 | 3.8763911 | 7573 | 3.8792680 |
| 7424 | 3.8706380 | 7474 | 3.8735531 | 7524 | 3.8764488 | 7574 | 3.8793253 |
| 7425 | 3.8706965 | 7475 | 3.8736112 | 7525 | 3.8765065 | 7575 | 3.8793826 |
| 7426 | 3.8707549 | 7476 | 3.8736693 | 7526 | 3.8765642 | 7576 | 3.8794400 |
| 7427 | 3.8708134 | 7477 | 3.8737274 | 7527 | 3.8766219 | 7577 | 3.8794973 |
| 7428 | 3.8708719 | 7478 | 3.8737855 | 7528 | 3.8766796 | 7578 | 3.8795546 |
| 7429 | 3.8709304 | 7479 | 3.8738435 | 7529 | 3.8767373 | 7579 | 3.8796119 |
| 7430 | 3.8709888 | 7480 | 3.8739016 | 7530 | 3.8767950 | 7580 | 3.8796692 |
| 7431 | 3.8710473 | 7481 | 3.8739597 | 7531 | 3.8768526 | 7581 | 3.8797265 |
| 7432 | 3.8711057 | 7482 | 3.8740177 | 7532 | 3.8769103 | 7582 | 3.8797838 |
| 7433 | 3.8711641 | 7483 | 3.8740757 | 7533 | 3.8769680 | 7583 | 3.8798411 |
| 7434 | 3.8712226 | 7484 | 3.8741338 | 7534 | 3.8770256 | 7584 | 3.8798983 |
| 7435 | 3.8712810 | 7485 | 3.8741918 | 7535 | 3.8770833 | 7585 | 3.8799556 |
| 7436 | 3.8713394 | 7486 | 3.8742498 | 7536 | 3.8771409 | 7586 | 3.8800128 |
| 7437 | 3.8713978 | 7487 | 3.8743078 | 7537 | 3.8771985 | 7587 | 3.8800701 |
| 7438 | 3.8714562 | 7488 | 3.8743658 | 7538 | 3.8772561 | 7588 | 3.8801273 |
| 7439 | 3.8715146 | 7489 | 3.8744238 | 7539 | 3.8773137 | 7589 | 3.8801846 |
| 7440 | 3.8715729 | 7490 | 3.8744818 | 7540 | 3.8773713 | 7590 | 3.8802418 |
| 7441 | 3.8716313 | 7491 | 3.8745398 | 7541 | 3.8774289 | 7591 | 3.8802990 |
| 7442 | 3.8716897 | 7492 | 3.8745978 | 7542 | 3.8774865 | 7592 | 3.8803562 |
| 7443 | 3.8717480 | 7493 | 3.8746557 | 7543 | 3.8775441 | 7593 | 3.8804134 |
| 7444 | 3.8718064 | 7494 | 3.8747137 | 7544 | 3.8776017 | 7594 | 3.8804706 |
| 7445 | 3.8718647 | 7495 | 3.8747716 | 7545 | 3.8776592 | 7595 | 3.8805278 |
| 7446 | 3.8719230 | 7496 | 3.8748296 | 7546 | 3.8777168 | 7596 | 3.8805850 |
| 7447 | 3.8719814 | 7497 | 3.8748875 | 7547 | 3.8777744 | 7597 | 3.8806421 |
| 7448 | 3.8720397 | 7498 | 3.8749454 | 7548 | 3.8778319 | 7598 | 3.8806993 |
| 7449 | 3.8720980 | 7499 | 3.8750034 | 7549 | 3.8778894 | 7599 | 3.8807564 |
| 7450 | 3.8721563 | 7500 | 3.8750613 | 7550 | 3.8779470 | 7600 | 3.8808136 |

Digitized by Google

| Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 7601 | 3.8808707 | 7651 | 3.8837182 | 7701 | 3.8865471 | 7751 | 3.8893577 |
| 7602 | 3.8809279 | 7652 | 3.8837750 | 7702 | 3.8866035 | 7752 | 3.8894138 |
| 7603 | 3.8809850 | 7653 | 3.8838317 | 7703 | 3.8866599 | 7753 | 3.8894698 |
| 7604 | 3.8810421 | 7654 | 3.8838885 | 7704 | 3.8867163 | 7754 | 3.8895258 |
| 7605 | 3.8810992 | 7655 | 3.8839452 | 7705 | 3.8867726 | 7755 | 3.8895818 |
| 7606 | 3.8811563 | 7656 | 3.8840019 | 7706 | 3.8868290 | 7756 | 3.8896378 |
| 7607 | 3.8812134 | 7657 | 3.8840586 | 7707 | 3.8868854 | 7757 | 3.8896938 |
| 7608 | 3.8812705 | 7658 | 3.8841154 | 7708 | 3.8869417 | 7758 | 3.8897498 |
| 7609 | 3.8813276 | 7659 | 3.8841721 | 7709 | 3.8869980 | 7759 | 3.8898058 |
| 7610 | 3.8813847 | 7660 | 3.8842288 | 7710 | 3.8870544 | 7760 | 3.8898617 |
| 7611 | 3.8814417 | 7661 | 3.8842855 | 7711 | 3.8871107 | 7761 | 3.8899177 |
| 7612 | 3.8814988 | 7662 | 3.8843421 | 7712 | 3.8871670 | 7762 | 3.8899736 |
| 7613 | 3.8815558 | 7663 | 3.8843988 | 7713 | 3.8872233 | 7763 | 3.8900296 |
| 7614 | 3.8816129 | 7664 | 3.8844555 | 7714 | 3.8872796 | 7764 | 3.8900855 |
| 7615 | 3.8816699 | 7665 | 3.8845122 | 7715 | 3.8873359 | 7765 | 3.8901415 |
| 7616 | 3.8817269 | 7666 | 3.8845688 | 7716 | 3.8873922 | 7766 | 3.8901974 |
| 7617 | 3.8817840 | 7667 | 3.8846255 | 7717 | 3.8874485 | 7767 | 3.8902533 |
| 7618 | 3.8818410 | 7668 | 3.8846821 | 7718 | 3.8875048 | 7768 | 3.8903092 |
| 7619 | 3.8818980 | 7669 | 3.8847387 | 7719 | 3.8875610 | 7769 | 3.8903651 |
| 7620 | 3.8819550 | 7670 | 3.8847954 | 7720 | 3.8876173 | 7770 | 3.8904210 |
| 7621 | 3.8820120 | 7671 | 3.8848520 | 7721 | 3.8876736 | 7771 | 3.8904769 |
| 7622 | 3.8820689 | 7672 | 3.8849086 | 7722 | 3.8877298 | 7772 | 3.8905328 |
| 7623 | 3.8821259 | 7673 | 3.8849652 | 7723 | 3.8877860 | 7773 | 3.8905887 |
| 7624 | 3.8821829 | 7674 | 3.8850218 | 7724 | 3.8878423 | 7774 | 3.8906445 |
| 7625 | 3.8822398 | 7675 | 3.8850784 | 7725 | 3.8878985 | 7775 | 3.8907004 |
| 7626 | 3.8822968 | 7676 | 3.8851350 | 7726 | 3.8879547 | 7776 | 3.8907563 |
| 7627 | 3.8823537 | 7677 | 3.8851915 | 7727 | 3.8880109 | 7777 | 3.8908121 |
| 7628 | 3.8824107 | 7678 | 3.8852481 | 7728 | 3.8880671 | 7778 | 3.8908679 |
| 7629 | 3.8824676 | 7679 | 3.8853047 | 7729 | 3.8881233 | 7779 | 3.8909238 |
| 7630 | 3.8825245 | 7680 | 3.8853612 | 7730 | 3.8881795 | 7780 | 3.8909796 |
| 7631 | 3.8825815 | 7681 | 3.8854178 | 7731 | 3.8882357 | 7781 | 3.8910354 |
| 7632 | 3.8826384 | 7682 | 3.8854743 | 7732 | 3.8882918 | 7782 | 3.8910912 |
| 7633 | 3.8826953 | 7683 | 3.8855308 | 7733 | 3.8883480 | 7783 | 3.8911470 |
| 7634 | 3.8827522 | 7684 | 3.8855874 | 7734 | 3.8884042 | 7784 | 3.8912028 |
| 7635 | 3.8828090 | 7685 | 3.8856439 | 7735 | 3.8884603 | 7785 | 3.8912586 |
| 7636 | 3.8828659 | 7686 | 3.8857004 | 7736 | 3.8885165 | 7786 | 3.8913144 |
| 7637 | 3.8829228 | 7687 | 3.8857569 | 7737 | 3.8885726 | 7787 | 3.8913702 |
| 7638 | 3.8829797 | 7688 | 3.8858134 | 7738 | 3.8886287 | 7788 | 3.8914259 |
| 7639 | 3.8830365 | 7689 | 3.8858699 | 7739 | 3.8886848 | 7789 | 3.8914817 |
| 7640 | 3.8830934 | 7690 | 3.8859263 | 7740 | 3.8887410 | 7790 | 3.8915375 |
| 7641 | 3.8831502 | 7691 | 3.8859828 | 7741 | 3.8887971 | 7791 | 3.8915932 |
| 7642 | 3.8832070 | 7692 | 3.8860393 | 7742 | 3.8888532 | 7792 | 3.8916489 |
| 7643 | 3.8832639 | 7693 | 3.8860957 | 7743 | 3.8889093 | 7793 | 3.8917047 |
| 7644 | 3.8833207 | 7694 | 3.8861522 | 7744 | 3.8889653 | 7794 | 3.8917604 |
| 7645 | 3.8833775 | 7695 | 3.8862086 | 7745 | 3.8890214 | 7795 | 3.8918161 |
| 7646 | 3.8834343 | 7696 | 3.8862651 | 7746 | 3.8890775 | 7796 | 3.8918718 |
| 7647 | 3.8834911 | 7697 | 3.8863215 | 7747 | 3.8891336 | 7797 | 3.8919275 |
| 7648 | 3.8835479 | 7698 | 3.8863779 | 7748 | 3.8891896 | 7798 | 3.8919832 |
| 7649 | 3.8836047 | 7699 | 3.8864343 | 7749 | 3.8892457 | 7799 | 3.8920389 |
| 7650 | 3.8836614 | 7700 | 3.8864907 | 7750 | 3.8893017 | 7800 | 3.8920946 |



Digitized by Google

| Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 7801 | 3.8921503 | 7851 | 3.8949250 | 7901 | 3.8976821 | 7951 | 3.9004218 |
| 7802 | 3.8922059 | 7852 | 3.8949803 | 7902 | 3.8977370 | 7952 | 3.9004764 |
| 7803 | 3.8922616 | 7853 | 3.8950356 | 7903 | 3.8977920 | 7953 | 3.9005310 |
| 7804 | 3.8923173 | 7854 | 3.8950909 | 7904 | 3.8978469 | 7954 | 3.9005856 |
| 7805 | 3.8923729 | 7855 | 3.8951462 | 7905 | 3.8979019 | 7955 | 3.9006402 |
| 7806 | 3.8924285 | 7856 | 3.8952015 | 7906 | 3.8979568 | 7956 | 3.9006948 |
| 7807 | 3.8924842 | 7857 | 3.8952568 | 7907 | 3.8980117 | 7957 | 3.9007494 |
| 7808 | 3.8925398 | 7858 | 3.8953120 | 7908 | 3.8980667 | 7958 | 3.9008039 |
| 7809 | 3.8925954 | 7859 | 3.8953673 | 7909 | 3.8981216 | 7959 | 3.9008585 |
| 7810 | 3.8926510 | 7860 | 3.8954225 | 7910 | 3.8981765 | 7960 | 3.9009131 |
| 7811 | 3.8927066 | 7861 | 3.8954778 | 7911 | 3.8982314 | 7961 | 3.9009676 |
| 7812 | 3.8927622 | 7862 | 3.8955330 | 7912 | 3.8982863 | 7962 | 3.9010222 |
| 7813 | 3.8928178 | 7863 | 3.8955883 | 7913 | 3.8983412 | 7963 | 3.9010767 |
| 7814 | 3.8928734 | 7864 | 3.8956435 | 7914 | 3.8983960 | 7964 | 3.9011313 |
| 7815 | 3.8929290 | 7865 | 3.8956987 | 7915 | 3.8984509 | 7965 | 3.9011858 |
| 7816 | 3.8929846 | 7866 | 3.8957539 | 7916 | 3.8985058 | 7966 | 3.9012403 |
| 7817 | 3.8930401 | 7867 | 3.8958092 | 7917 | 3.8985606 | 7967 | 3.9012948 |
| 7818 | 3.8930957 | 7868 | 3.8958644 | 7918 | 3.8986155 | 7968 | 3.9013493 |
| 7819 | 3.8931512 | 7869 | 3.8959195 | 7919 | 3.8986703 | 7969 | 3.9014038 |
| 7820 | 3.8932068 | 7870 | 3.8959747 | 7920 | 3.8987252 | 7970 | 3.9014583 |
| 7821 | 3.8932623 | 7871 | 3.8960299 | 7921 | 3.8987800 | 7971 | 3.9015128 |
| 7822 | 3.8933178 | 7872 | 3.8960851 | 7922 | 3.8988348 | 7972 | 3.9015673 |
| 7823 | 3.8933733 | 7873 | 3.8961403 | 7923 | 3.8988897 | 7973 | 3.9016218 |
| 7824 | 3.8934288 | 7874 | 3.8961954 | 7924 | 3.8989445 | 7974 | 3.9016762 |
| 7825 | 3.8934843 | 7875 | 3.8962506 | 7925 | 3.8989993 | 7975 | 3.9017307 |
| 7826 | 3.8935398 | 7876 | 3.8963057 | 7926 | 3.8990541 | 7976 | 3.9017851 |
| 7827 | 3.8935953 | 7877 | 3.8963608 | 7927 | 3.8991089 | 7977 | 3.9018396 |
| 7828 | 3.8936508 | 7878 | 3.8964160 | 7928 | 3.8991636 | 7978 | 3.9018940 |
| 7829 | 3.8937063 | 7879 | 3.8964711 | 7929 | 3.8992184 | 7979 | 3.9019485 |
| 7830 | 3.8937618 | 7880 | 3.8965262 | 7930 | 3.8992732 | 7980 | 3.9020029 |
| 7831 | 3.8938172 | 7881 | 3.8965813 | 7931 | 3.8993279 | 7981 | 3.9020573 |
| 7832 | 3.8938727 | 7882 | 3.8966364 | 7932 | 3.8993827 | 7982 | 3.9021117 |
| 7833 | 3.8939281 | 7883 | 3.8966915 | 7933 | 3.8994375 | 7983 | 3.9021661 |
| 7834 | 3.8939836 | 7884 | 3.8967466 | 7934 | 3.8994922 | 7984 | 3.9022205 |
| 7835 | 3.8940390 | 7885 | 3.8968017 | 7935 | 3.8995469 | 7985 | 3.9022749 |
| 7836 | 3.8940944 | 7886 | 3.8968568 | 7936 | 3.8996017 | 7986 | 3.9023293 |
| 7837 | 3.8941498 | 7887 | 3.8969118 | 7937 | 3.8996564 | 7987 | 3.9023837 |
| 7838 | 3.8942053 | 7888 | 3.8969669 | 7938 | 3.8997111 | 7988 | 3.9024381 |
| 7839 | 3.8942607 | 7889 | 3.8970220 | 7939 | 3.8997658 | 7989 | 3.9024924 |
| 7840 | 3.8943161 | 7890 | 3.8970770 | 7940 | 3.8998205 | 7990 | 3.9025468 |
| 7841 | 3.8943715 | 7891 | 3.8971320 | 7941 | 3.8998752 | 7991 | 3.9026011 |
| 7842 | 3.8944268 | 7892 | 3.8971871 | 7942 | 3.8999299 | 7992 | 3.9026555 |
| 7843 | 3.8944822 | 7893 | 3.8972421 | 7943 | 3.8999846 | 7993 | 3.9027098 |
| 7844 | 3.8945376 | 7894 | 3.8972971 | 7944 | 3.9000392 | 7994 | 3.9027641 |
| 7845 | 3.8945929 | 7895 | 3.8973521 | 7945 | 3.9000939 | 7995 | 3.9028185 |
| 7846 | 3.8946483 | 7896 | 3.8974071 | 7946 | 3.9001486 | 7996 | 3.9028728 |
| 7847 | 3.8947037 | 7897 | 3.8974621 | 7947 | 3.9002032 | 7997 | 3.9029271 |
| 7848 | 3.8947590 | 7898 | 3.8975171 | 7948 | 3.9002579 | 7998 | 3.9029814 |
| 7849 | 3.8948143 | 7899 | 3.8975721 | 7949 | 3.9003125 | 7999 | 3.9030357 |
| 7850 | 3.8948697 | 7900 | 3.8976271 | 7950 | 3.9003671 | 8000 | 3.9030900 |

Digitized by Google

| Nõb. | Logarithm. | Nõb. | Logarithm. | Nõb. | Logarithm. | Nõb. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 8001 | 3.9031443 | 8051 | 3.9058498 | 8101 | 3.9085386 | 8151 | 3.9112109 |
| 8002 | 3.9031985 | 8052 | 3.9059038 | 8102 | 3.9085922 | 8152 | 3.9112642 |
| 8003 | 3.9032528 | 8053 | 3.9059577 | 8103 | 3.9086458 | 8153 | 3.9113174 |
| 8004 | 3.9033071 | 8054 | 3.9060116 | 8104 | 3.9086994 | 8154 | 3.9113707 |
| 8005 | 3.9033613 | 8055 | 3.9060655 | 8105 | 3.9087530 | 8155 | 3.9114240 |
| 8006 | 3.9034156 | 8056 | 3.9061195 | 8106 | 3.9088066 | 8156 | 3.9114772 |
| 8007 | 3.9034698 | 8057 | 3.9061734 | 8107 | 3.9088602 | 8157 | 3.9115305 |
| 8008 | 3.9035241 | 8058 | 3.9062275 | 8108 | 3.9089137 | 8158 | 3.9115837 |
| 8009 | 3.9035783 | 8059 | 3.9062812 | 8109 | 3.9089673 | 8159 | 3.9116369 |
| 8010 | 3.9036325 | 8060 | 3.9063350 | 8110 | 3.9090209 | 8160 | 3.9116902 |
| 8011 | 3.9036867 | 8061 | 3.9063889 | 8111 | 3.9090744 | 8161 | 3.9117434 |
| 8012 | 3.9037409 | 8062 | 3.9064428 | 8112 | 3.9091279 | 8162 | 3.9117966 |
| 8013 | 3.9037951 | 8063 | 3.9064967 | 8113 | 3.9091815 | 8163 | 3.9118498 |
| 8014 | 3.9038493 | 8064 | 3.9065505 | 8114 | 3.9092350 | 8164 | 3.9119030 |
| 8015 | 3.9039035 | 8065 | 3.9066044 | 8115 | 3.9092885 | 8165 | 3.9119562 |
| 8016 | 3.9039577 | 8066 | 3.9066582 | 8116 | 3.9093420 | 8166 | 3.9120094 |
| 8017 | 3.9040119 | 8067 | 3.9067121 | 8117 | 3.9093955 | 8167 | 3.9120626 |
| 8018 | 3.9040661 | 8068 | 3.9067659 | 8118 | 3.9094490 | 8168 | 3.9121157 |
| 8019 | 3.9041202 | 8069 | 3.9068197 | 8119 | 3.9095025 | 8169 | 3.9121689 |
| 8020 | 3.9041744 | 8070 | 3.9068735 | 8120 | 3.9095560 | 8170 | 3.9122221 |
| 8021 | 3.9042285 | 8071 | 3.9069273 | 8121 | 3.9096095 | 8171 | 3.9122752 |
| 8022 | 3.9042827 | 8072 | 3.9069812 | 8122 | 3.9096630 | 8172 | 3.9123284 |
| 8023 | 3.9043368 | 8073 | 3.9070350 | 8123 | 3.9097165 | 8173 | 3.9123815 |
| 8024 | 3.9043909 | 8074 | 3.9070887 | 8124 | 3.9097699 | 8174 | 3.9124346 |
| 8025 | 3.9044450 | 8075 | 3.9071425 | 8125 | 3.9098234 | 8175 | 3.9124878 |
| 8026 | 3.9044992 | 8076 | 3.9071963 | 8126 | 3.9098768 | 8176 | 3.9125409 |
| 8027 | 3.9045533 | 8077 | 3.9072501 | 8127 | 3.9099303 | 8177 | 3.9125940 |
| 8028 | 3.9046074 | 8078 | 3.9073038 | 8128 | 3.9099837 | 8178 | 3.9126471 |
| 8029 | 3.9046615 | 8079 | 3.9073576 | 8129 | 3.9100371 | 8179 | 3.9127002 |
| 8030 | 3.9047155 | 8080 | 3.9074114 | 8130 | 3.9100905 | 8180 | 3.9127533 |
| 8031 | 3.9047696 | 8081 | 3.9074651 | 8131 | 3.9101440 | 8181 | 3.9128064 |
| 8032 | 3.9048237 | 8082 | 3.9075188 | 8132 | 3.9101974 | 8182 | 3.9128595 |
| 8033 | 3.9048778 | 8083 | 3.9075726 | 8133 | 3.9102508 | 8183 | 3.9129126 |
| 8034 | 3.9049318 | 8084 | 3.9076263 | 8134 | 3.9103042 | 8184 | 3.9129656 |
| 8035 | 3.9049859 | 8085 | 3.9076800 | 8135 | 3.9103576 | 8185 | 3.9130187 |
| 8036 | 3.9050399 | 8086 | 3.9077337 | 8136 | 3.9104110 | 8186 | 3.9130717 |
| 8037 | 3.9050940 | 8087 | 3.9077874 | 8137 | 3.9104643 | 8187 | 3.9131248 |
| 8038 | 3.9051480 | 8088 | 3.9078411 | 8138 | 3.9105177 | 8188 | 3.9131778 |
| 8039 | 3.9052020 | 8089 | 3.9078948 | 8139 | 3.9105710 | 8189 | 3.9132309 |
| 8040 | 3.9052560 | 8090 | 3.9079485 | 8140 | 3.9106244 | 8190 | 3.9132839 |
| 8041 | 3.9053101 | 8091 | 3.9080022 | 8141 | 3.9106778 | 8191 | 3.9133369 |
| 8042 | 3.9053641 | 8092 | 3.9080559 | 8142 | 3.9107311 | 8192 | 3.9133899 |
| 8043 | 3.9054181 | 8093 | 3.9081095 | 8143 | 3.9107844 | 8193 | 3.9134430 |
| 8044 | 3.9054721 | 8094 | 3.9081632 | 8144 | 3.9108378 | 8194 | 3.9134960 |
| 8045 | 3.9055260 | 8095 | 3.9082169 | 8145 | 3.9108911 | 8195 | 3.9135490 |
| 8046 | 3.9055800 | 8096 | 3.9082705 | 8146 | 3.9109444 | 8196 | 3.9136019 |
| 8047 | 3.9056340 | 8097 | 3.9083241 | 8147 | 3.9109977 | 8197 | 3.9136549 |
| 8048 | 3.9056880 | 8098 | 3.9083778 | 8148 | 3.9110510 | 8198 | 3.9137079 |
| 8049 | 3.9057419 | 8099 | 3.9084314 | 8149 | 3.9111043 | 8199 | 3.9137609 |
| 8050 | 3.9057959 | 8100 | 3.9084850 | 8150 | 3.9111576 | 8200 | 3.9138139 |

Digitized by Google

| Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 8201 | 3.9138668 | 8251 | 3.9165066 | 8301 | 3.9191304 | 8351 | 3.9217385 |
| 8202 | 3.9139198 | 8252 | 3.9165592 | 8302 | 3.9191827 | 8352 | 3.9217905 |
| 8203 | 3.9139727 | 8253 | 3.9166118 | 8303 | 3.9192350 | 8353 | 3.9218425 |
| 8204 | 3.9140257 | 8254 | 3.9166645 | 8304 | 3.9192873 | 8354 | 3.9218945 |
| 8205 | 3.9140786 | 8255 | 3.9167171 | 8305 | 3.9193396 | 8355 | 3.9219465 |
| 8206 | 3.9141315 | 8256 | 3.9167697 | 8306 | 3.9193919 | 8356 | 3.9219984 |
| 8207 | 3.9141844 | 8257 | 3.9168223 | 8307 | 3.9194442 | 8357 | 3.9220504 |
| 8208 | 3.9142373 | 8258 | 3.9168749 | 8308 | 3.9194965 | 8358 | 3.9221024 |
| 8209 | 3.9142903 | 8259 | 3.9169275 | 8309 | 3.9195488 | 8359 | 3.9221543 |
| 8210 | 3.9143432 | 8260 | 3.9169800 | 8310 | 3.9196010 | 8360 | 3.9222063 |
| 8211 | 3.9143961 | 8261 | 3.9170326 | 8311 | 3.9196533 | 8361 | 3.9222582 |
| 8212 | 3.9144489 | 8262 | 3.9170852 | 8312 | 3.9197055 | 8362 | 3.9223102 |
| 8213 | 3.9145018 | 8263 | 3.9171378 | 8313 | 3.9197578 | 8363 | 3.9223621 |
| 8214 | 3.9145547 | 8264 | 3.9171903 | 8314 | 3.9198100 | 8364 | 3.9224140 |
| 8215 | 3.9146076 | 8265 | 3.9172429 | 8315 | 3.9198623 | 8365 | 3.9224659 |
| 8216 | 3.9146604 | 8266 | 3.9172954 | 8316 | 3.9199145 | 8366 | 3.9225179 |
| 8217 | 3.9147133 | 8267 | 3.9173479 | 8317 | 3.9199667 | 8367 | 3.9225698 |
| 8218 | 3.9147661 | 8268 | 3.9174005 | 8318 | 3.9200189 | 8368 | 3.9226217 |
| 8219 | 3.9148190 | 8269 | 3.9174530 | 8319 | 3.9200711 | 8369 | 3.9226736 |
| 8220 | 3.9148718 | 8270 | 3.9175055 | 8320 | 3.9201233 | 8370 | 3.9227255 |
| 8221 | 3.9149246 | 8271 | 3.9175580 | 8321 | 3.9201755 | 8371 | 3.9227773 |
| 8222 | 3.9149775 | 8272 | 3.9176105 | 8322 | 3.9202277 | 8372 | 3.9228292 |
| 8223 | 3.9150303 | 8273 | 3.9176630 | 8323 | 3.9202799 | 8373 | 3.9228811 |
| 8224 | 3.9150831 | 8274 | 3.9177155 | 8324 | 3.9203321 | 8374 | 3.9229330 |
| 8225 | 3.9151359 | 8275 | 3.9177680 | 8325 | 3.9203842 | 8375 | 3.9229848 |
| 8226 | 3.9151887 | 8276 | 3.9178205 | 8326 | 3.9204364 | 8376 | 3.9230367 |
| 8227 | 3.9152415 | 8277 | 3.9178730 | 8327 | 3.9204886 | 8377 | 3.9230885 |
| 8228 | 3.9152943 | 8278 | 3.9179254 | 8328 | 3.9205407 | 8378 | 3.9231404 |
| 8229 | 3.9153471 | 8279 | 3.9179779 | 8329 | 3.9205929 | 8379 | 3.9231922 |
| 8230 | 3.9153998 | 8280 | 3.9180303 | 8330 | 3.9206450 | 8380 | 3.9232440 |
| 8231 | 3.9154526 | 8281 | 3.9180828 | 8331 | 3.9206971 | 8381 | 3.9232958 |
| 8232 | 3.9155054 | 8282 | 3.9181352 | 8332 | 3.9207493 | 8382 | 3.9233477 |
| 8233 | 3.9155581 | 8283 | 3.9181877 | 8333 | 3.9208014 | 8383 | 3.9233995 |
| 8234 | 3.9156109 | 8284 | 3.9182401 | 8334 | 3.9208535 | 8384 | 3.9234513 |
| 8235 | 3.9156636 | 8285 | 3.9182925 | 8335 | 3.9209056 | 8385 | 3.9235031 |
| 8236 | 3.9157163 | 8286 | 3.9183449 | 8336 | 3.9209577 | 8386 | 3.9235549 |
| 8237 | 3.9157691 | 8287 | 3.9183973 | 8337 | 3.9210098 | 8387 | 3.9236066 |
| 8238 | 3.9158218 | 8288 | 3.9184497 | 8338 | 3.9210619 | 8388 | 3.9236584 |
| 8239 | 3.9158745 | 8289 | 3.9185021 | 8339 | 3.9211140 | 8389 | 3.9237102 |
| 8240 | 3.9159272 | 8290 | 3.9185545 | 8340 | 3.9211661 | 8390 | 3.9237620 |
| 8241 | 3.9159799 | 8291 | 3.9186069 | 8341 | 3.9212181 | 8391 | 3.9238137 |
| 8242 | 3.9160326 | 8292 | 3.9186593 | 8342 | 3.9212702 | 8392 | 3.9238655 |
| 8243 | 3.9160853 | 8293 | 3.9187117 | 8343 | 3.9213222 | 8393 | 3.9239172 |
| 8244 | 3.9161380 | 8294 | 3.9187640 | 8344 | 3.9213743 | 8394 | 3.9239690 |
| 8245 | 3.9161907 | 8295 | 3.9188164 | 8345 | 3.9214263 | 8395 | 3.9240207 |
| 8246 | 3.9162433 | 8296 | 3.9188687 | 8346 | 3.9214784 | 8396 | 3.9240724 |
| 8247 | 3.9162960 | 8297 | 3.9189211 | 8347 | 3.9215304 | 8397 | 3.9241242 |
| 8248 | 3.9163487 | 8298 | 3.9189734 | 8348 | 3.9215824 | 8398 | 3.9241759 |
| 8249 | 3.9164013 | 8299 | 3.9190258 | 8349 | 3.9216345 | 8399 | 3.9242276 |
| 8250 | 3.9164539 | 8300 | 3.9190781 | 8350 | 3.9216865 | 8400 | 3.9242793 |

| Nõb. | Logarithm. | Nõb. | Logarithm. | Nõb. | Logarithm. | Nõb. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 8401 | 3.9243310 | 8451 | 3.9269081 | 8501 | 3.9294700 | 8551 | 3.9320169 |
| 8402 | 3.9243827 | 8452 | 3.9269595 | 8502 | 3.9295211 | 8552 | 3.9320677 |
| 8403 | 3.9244344 | 8453 | 3.9270109 | 8503 | 3.9295722 | 8553 | 3.9321185 |
| 8404 | 3.9244860 | 8454 | 3.9270622 | 8504 | 3.9296233 | 8554 | 3.9321692 |
| 8405 | 3.9245377 | 8455 | 3.9271136 | 8505 | 3.9296743 | 8555 | 3.9322200 |
| 8406 | 3.9245894 | 8456 | 3.9271650 | 8506 | 3.9297254 | 8556 | 3.9322708 |
| 8407 | 3.9246410 | 8457 | 3.9272163 | 8507 | 3.9297764 | 8557 | 3.9323215 |
| 8408 | 3.9246927 | 8458 | 3.9272677 | 8508 | 3.9298275 | 8558 | 3.9323723 |
| 8409 | 3.9247444 | 8459 | 3.9273190 | 8509 | 3.9298785 | 8559 | 3.9324230 |
| 8410 | 3.9247960 | 8460 | 3.9273704 | 8510 | 3.9299296 | 8560 | 3.9324738 |
| 8411 | 3.9248476 | 8461 | 3.9274217 | 8511 | 3.9299806 | 8561 | 3.9325245 |
| 8412 | 3.9248993 | 8462 | 3.9274730 | 8512 | 3.9300316 | 8562 | 3.9325752 |
| 8413 | 3.9249509 | 8463 | 3.9275243 | 8513 | 3.9300826 | 8563 | 3.9326259 |
| 8414 | 3.9250025 | 8464 | 3.9275757 | 8514 | 3.9301336 | 8564 | 3.9326767 |
| 8415 | 3.9250541 | 8465 | 3.9276270 | 8515 | 3.9301847 | 8565 | 3.9327274 |
| 8416 | 3.9251057 | 8466 | 3.9276783 | 8516 | 3.9302357 | 8566 | 3.9327781 |
| 8417 | 3.9251573 | 8467 | 3.9277296 | 8517 | 3.9302866 | 8567 | 3.9328288 |
| 8418 | 3.9252089 | 8468 | 3.9277808 | 8518 | 3.9303376 | 8568 | 3.9328795 |
| 8419 | 3.9252605 | 8469 | 3.9278321 | 8519 | 3.9303886 | 8569 | 3.9329301 |
| 8420 | 3.9253121 | 8470 | 3.9278834 | 8520 | 3.9304396 | 8570 | 3.9329808 |
| 8421 | 3.9253637 | 8471 | 3.9279347 | 8521 | 3.9304906 | 8571 | 3.9330315 |
| 8422 | 3.9254152 | 8472 | 3.9279859 | 8522 | 3.9305415 | 8572 | 3.9330822 |
| 8423 | 3.9254668 | 8473 | 3.9280372 | 8523 | 3.9305925 | 8573 | 3.9331328 |
| 8424 | 3.9255184 | 8474 | 3.9280885 | 8524 | 3.9306434 | 8574 | 3.9331835 |
| 8425 | 3.9255699 | 8475 | 3.9281397 | 8525 | 3.9306944 | 8575 | 3.9332341 |
| 8426 | 3.9256215 | 8476 | 3.9281909 | 8526 | 3.9307453 | 8576 | 3.9332848 |
| 8427 | 3.9256730 | 8477 | 3.9282422 | 8527 | 3.9307963 | 8577 | 3.9333354 |
| 8428 | 3.9257245 | 8478 | 3.9282934 | 8528 | 3.9308472 | 8578 | 3.9333860 |
| 8429 | 3.9257761 | 8479 | 3.9283446 | 8529 | 3.9308981 | 8579 | 3.9334367 |
| 8430 | 3.9258276 | 8480 | 3.9283959 | 8530 | 3.9309490 | 8580 | 3.9334873 |
| 8431 | 3.9258791 | 8481 | 3.9284471 | 8531 | 3.9309999 | 8581 | 3.9335379 |
| 8432 | 3.9259306 | 8482 | 3.9284983 | 8532 | 3.9310508 | 8582 | 3.9335885 |
| 8433 | 3.9259821 | 8483 | 3.9285495 | 8533 | 3.9311017 | 8583 | 3.9336391 |
| 8434 | 3.9260336 | 8484 | 3.9286007 | 8534 | 3.9311526 | 8584 | 3.9336897 |
| 8435 | 3.9260851 | 8485 | 3.9286518 | 8535 | 3.9312035 | 8585 | 3.9337403 |
| 8436 | 3.9261366 | 8486 | 3.9287030 | 8536 | 3.9312544 | 8586 | 3.9337909 |
| 8437 | 3.9261880 | 8487 | 3.9287542 | 8537 | 3.9313053 | 8587 | 3.9338415 |
| 8438 | 3.9262395 | 8488 | 3.9288054 | 8538 | 3.9313562 | 8588 | 3.9338920 |
| 8439 | 3.9262910 | 8489 | 3.9288565 | 8539 | 3.9314070 | 8589 | 3.9339426 |
| 8440 | 3.9263424 | 8490 | 3.9289077 | 8540 | 3.9314579 | 8590 | 3.9339932 |
| 8441 | 3.9263939 | 8491 | 3.9289588 | 8541 | 3.9315087 | 8591 | 3.9340437 |
| 8442 | 3.9264453 | 8492 | 3.9290100 | 8542 | 3.9315596 | 8592 | 3.9340943 |
| 8443 | 3.9264968 | 8493 | 3.9290611 | 8543 | 3.9316104 | 8593 | 3.9341448 |
| 8444 | 3.9265482 | 8494 | 3.9291123 | 8544 | 3.9316612 | 8594 | 3.9341953 |
| 8445 | 3.9265997 | 8495 | 3.9291634 | 8545 | 3.9317121 | 8595 | 3.9342459 |
| 8446 | 3.9266511 | 8496 | 3.9292145 | 8546 | 3.9317629 | 8596 | 3.9342964 |
| 8447 | 3.9265025 | 8497 | 3.9292656 | 8547 | 3.9318137 | 8597 | 3.9343469 |
| 8448 | 3.9267539 | 8498 | 3.9293167 | 8548 | 3.9318645 | 8598 | 3.9343974 |
| 8449 | 3.9268053 | 8499 | 3.9293678 | 8549 | 3.9319153 | 8599 | 3.9344479 |
| 8450 | 3.9268567 | 8500 | 3.9294189 | 8550 | 3.9319661 | 8600 | 3.9344985 |



Digitized by Google

| Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 8601 | 3.9345489 | 8651 | 3.9370663 | 8701 | 3.9395692 | 8751 | 3.9420577 |
| 8602 | 3.9345994 | 8652 | 3.9371165 | 8702 | 3.9396191 | 8752 | 3.9421073 |
| 8603 | 3.9346499 | 8653 | 3.9371667 | 8703 | 3.9396690 | 8753 | 3.9421569 |
| 8604 | 3.9347004 | 8654 | 3.9372169 | 8704 | 3.9397189 | 8754 | 3.9422065 |
| 8605 | 3.9347509 | 8655 | 3.9372671 | 8705 | 3.9397688 | 8755 | 3.9422562 |
| 8606 | 3.9348013 | 8656 | 3.9373172 | 8706 | 3.9398187 | 8756 | 3.9423058 |
| 8607 | 3.9348518 | 8657 | 3.9373674 | 8707 | 3.9398685 | 8757 | 3.9423553 |
| 8608 | 3.9349023 | 8658 | 3.9374176 | 8708 | 3.9399184 | 8758 | 3.9424049 |
| 8609 | 3.9349527 | 8659 | 3.9374677 | 8709 | 3.9399683 | 8759 | 3.9424545 |
| 8610 | 3.9350032 | 8660 | 3.9375179 | 8710 | 3.9400182 | 8760 | 3.9425041 |
| 8611 | 3.9350536 | 8661 | 3.9375680 | 8711 | 3.9400680 | 8761 | 3.9425537 |
| 8612 | 3.9351040 | 8662 | 3.9376182 | 8712 | 3.9401179 | 8762 | 3.9426032 |
| 8613 | 3.9351544 | 8663 | 3.9376683 | 8713 | 3.9401677 | 8763 | 3.9426528 |
| 8614 | 3.9352049 | 8664 | 3.9377184 | 8714 | 3.9402176 | 8764 | 3.9427024 |
| 8615 | 3.9352553 | 8665 | 3.9377686 | 8715 | 3.9402674 | 8765 | 3.9427519 |
| 8616 | 3.9353057 | 8666 | 3.9378187 | 8716 | 3.9403172 | 8766 | 3.9428015 |
| 8617 | 3.9353561 | 8667 | 3.9378688 | 8717 | 3.9403670 | 8767 | 3.9428510 |
| 8618 | 3.9354065 | 8668 | 3.9379189 | 8718 | 3.9404169 | 8768 | 3.9429005 |
| 8619 | 3.9354569 | 8669 | 3.9379690 | 8719 | 3.9404667 | 8769 | 3.9429501 |
| 8620 | 3.9355073 | 8670 | 3.9380191 | 8720 | 3.9405165 | 8770 | 3.9429996 |
| 8621 | 3.9355576 | 8671 | 3.9380692 | 8721 | 3.9405663 | 8771 | 3.9430491 |
| 8622 | 3.9356080 | 8672 | 3.9381193 | 8722 | 3.9406161 | 8772 | 3.9430986 |
| 8623 | 3.9356584 | 8673 | 3.9381693 | 8723 | 3.9406659 | 8773 | 3.9431481 |
| 8624 | 3.9357087 | 8674 | 3.9382194 | 8724 | 3.9407157 | 8774 | 3.9431976 |
| 8625 | 3.9357591 | 8675 | 3.9382695 | 8725 | 3.9407654 | 8775 | 3.9432471 |
| 8626 | 3.9358094 | 8676 | 3.9383195 | 8726 | 3.9408152 | 8776 | 3.9432966 |
| 8627 | 3.9358598 | 8677 | 3.9383696 | 8727 | 3.9408650 | 8777 | 3.9433461 |
| 8628 | 3.9359101 | 8678 | 3.9384196 | 8728 | 3.9409147 | 8778 | 3.9433956 |
| 8629 | 3.9359605 | 8679 | 3.9384697 | 8729 | 3.9409645 | 8779 | 3.9434450 |
| 8630 | 3.9360108 | 8680 | 3.9385197 | 8730 | 3.9410142 | 8780 | 3.9434945 |
| 8631 | 3.9360611 | 8681 | 3.9385698 | 8731 | 3.9410640 | 8781 | 3.9435440 |
| 8632 | 3.9361114 | 8682 | 3.9386198 | 8732 | 3.9411137 | 8782 | 3.9435934 |
| 8633 | 3.9361617 | 8683 | 3.9386698 | 8733 | 3.9411635 | 8783 | 3.9436429 |
| 8634 | 3.9362120 | 8684 | 3.9387198 | 8734 | 3.9412132 | 8784 | 3.9436923 |
| 8635 | 3.9362623 | 8685 | 3.9387698 | 8735 | 3.9412629 | 8785 | 3.9437418 |
| 8636 | 3.9363126 | 8686 | 3.9388198 | 8736 | 3.9413126 | 8786 | 3.9437912 |
| 8637 | 3.9363629 | 8687 | 3.9388698 | 8737 | 3.9413623 | 8787 | 3.9438406 |
| 8638 | 3.9364132 | 8688 | 3.9389198 | 8738 | 3.9414120 | 8788 | 3.9438900 |
| 8639 | 3.9364635 | 8689 | 3.9389698 | 8739 | 3.9414617 | 8789 | 3.9439395 |
| 8640 | 3.9365137 | 8690 | 3.9390198 | 8740 | 3.9415114 | 8790 | 3.9439889 |
| 8641 | 3.9365640 | 8691 | 3.9390697 | 8741 | 3.9415611 | 8791 | 3.9440383 |
| 8642 | 3.9366143 | 8692 | 3.9391197 | 8742 | 3.9416108 | 8792 | 3.9440877 |
| 8643 | 3.9366645 | 8693 | 3.9391697 | 8743 | 3.9416605 | 8793 | 3.9441371 |
| 8644 | 3.9367148 | 8694 | 3.9392196 | 8744 | 3.9417101 | 8794 | 3.9441865 |
| 8645 | 3.9367650 | 8695 | 3.9392696 | 8745 | 3.9417598 | 8795 | 3.9442358 |
| 8646 | 3.9368152 | 8696 | 3.9393195 | 8746 | 3.9418095 | 8796 | 3.9442852 |
| 8647 | 3.9368655 | 8697 | 3.9393695 | 8747 | 3.9418591 | 8797 | 3.9443346 |
| 8648 | 3.9369157 | 8698 | 3.9394194 | 8748 | 3.9419088 | 8798 | 3.9443840 |
| 8649 | 3.9369659 | 8699 | 3.9394693 | 8749 | 3.9419584 | 8799 | 3.9444333 |
| 8650 | 3.9370161 | 8700 | 3.9395193 | 8750 | 3.9420081 | 8800 | 3.9444827 |

Digitized by Google

| Nob. | Logarithm. | Nob. | Logarithm. | Nob. | Logarithm. | Nob. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 8801 | 3.9445320 | 8851 | 3.9469923 | 8901 | 3.9494388 | 8951 | 3.9518716 |
| 8802 | 3.9445814 | 8852 | 3.9470414 | 8902 | 3.9494876 | 8952 | 3.9519201 |
| 8803 | 3.9446307 | 8853 | 3.9470905 | 8903 | 3.9495364 | 8953 | 3.9519686 |
| 8804 | 3.9446800 | 8854 | 3.9471395 | 8904 | 3.9495852 | 8954 | 3.9520171 |
| 8805 | 3.9447294 | 8855 | 3.9471886 | 8905 | 3.9496339 | 8955 | 3.9520656 |
| 8806 | 3.9447787 | 8856 | 3.9472376 | 8906 | 3.9496827 | 8956 | 3.9521141 |
| 8807 | 3.9448280 | 8857 | 3.9472866 | 8907 | 3.9497315 | 8957 | 3.9521626 |
| 8808 | 3.9448773 | 8858 | 3.9473357 | 8908 | 3.9497802 | 8958 | 3.9522111 |
| 8809 | 3.9449266 | 8859 | 3.9473847 | 8909 | 3.9498290 | 8959 | 3.9522595 |
| 8810 | 3.9449759 | 8860 | 3.9474337 | 8910 | 3.9498777 | 8960 | 3.9523080 |
| 8811 | 3.9450252 | 8861 | 3.9474827 | 8911 | 3.9499264 | 8961 | 3.9523565 |
| 8812 | 3.9450745 | 8862 | 3.9475317 | 8912 | 3.9499752 | 8962 | 3.9524049 |
| 8813 | 3.9451238 | 8863 | 3.9475807 | 8913 | 3.9500239 | 8963 | 3.9524534 |
| 8814 | 3.9451730 | 8864 | 3.9476297 | 8914 | 3.9500726 | 8964 | 3.9525018 |
| 8815 | 3.9452223 | 8865 | 3.9476787 | 8915 | 3.9501213 | 8965 | 3.9525503 |
| 8816 | 3.9452716 | 8866 | 3.9477277 | 8916 | 3.9501701 | 8966 | 3.9525987 |
| 8817 | 3.9453208 | 8867 | 3.9477767 | 8917 | 3.9502188 | 8967 | 3.9526472 |
| 8818 | 3.9453701 | 8868 | 3.9478257 | 8918 | 3.9502675 | 8968 | 3.9526956 |
| 8819 | 3.9454193 | 8869 | 3.9478747 | 8919 | 3.9503162 | 8969 | 3.9527440 |
| 8820 | 3.9454686 | 8870 | 3.9479236 | 8920 | 3.9503649 | 8970 | 3.9527924 |
| 8821 | 3.9455178 | 8871 | 3.9479726 | 8921 | 3.9504135 | 8971 | 3.9528409 |
| 8822 | 3.9455671 | 8872 | 3.9480215 | 8922 | 3.9504622 | 8972 | 3.9528893 |
| 8823 | 3.9456163 | 8873 | 3.9480705 | 8923 | 3.9505109 | 8973 | 3.9529377 |
| 8824 | 3.9456655 | 8874 | 3.9481194 | 8924 | 3.9505596 | 8974 | 3.9529861 |
| 8825 | 3.9457147 | 8875 | 3.9481684 | 8925 | 3.9506082 | 8975 | 3.9530345 |
| 8826 | 3.9457639 | 8876 | 3.9482173 | 8926 | 3.9506569 | 8976 | 3.9530828 |
| 8827 | 3.9458131 | 8877 | 3.9482662 | 8927 | 3.9507055 | 8977 | 3.9531312 |
| 8828 | 3.9458623 | 8878 | 3.9483151 | 8928 | 3.9507542 | 8978 | 3.9531796 |
| 8829 | 3.9459115 | 8879 | 3.9483641 | 8929 | 3.9508028 | 8979 | 3.9532280 |
| 8830 | 3.9459607 | 8880 | 3.9484130 | 8930 | 3.9508515 | 8980 | 3.9532763 |
| 8831 | 3.9460099 | 8881 | 3.9484619 | 8931 | 3.9509001 | 8981 | 3.9533247 |
| 8832 | 3.9460591 | 8882 | 3.9485108 | 8932 | 3.9509487 | 8982 | 3.9533731 |
| 8833 | 3.9461082 | 8883 | 3.9485597 | 8933 | 3.9509973 | 8983 | 3.9534214 |
| 8834 | 3.9461574 | 8884 | 3.9486085 | 8934 | 3.9510459 | 8984 | 3.9534697 |
| 8835 | 3.9462066 | 8885 | 3.9486574 | 8935 | 3.9510946 | 8985 | 3.9535181 |
| 8836 | 3.9462557 | 8886 | 3.9487063 | 8936 | 3.9511432 | 8986 | 3.9535664 |
| 8837 | 3.9463049 | 8887 | 3.9487552 | 8937 | 3.9511918 | 8987 | 3.9536147 |
| 8838 | 3.9463540 | 8888 | 3.9488040 | 8938 | 3.9512404 | 8988 | 3.9536631 |
| 8839 | 3.9464031 | 8889 | 3.9488529 | 8939 | 3.9512889 | 8989 | 3.9537114 |
| 8840 | 3.9464523 | 8890 | 3.9489018 | 8940 | 3.9513375 | 8990 | 3.9537597 |
| 8841 | 3.9465014 | 8891 | 3.9489506 | 8941 | 3.9513861 | 8991 | 3.9538080 |
| 8842 | 3.9465505 | 8892 | 3.9489995 | 8942 | 3.9514347 | 8992 | 3.9538563 |
| 8843 | 3.9465996 | 8893 | 3.9490483 | 8943 | 3.9514832 | 8993 | 3.9539046 |
| 8844 | 3.9466487 | 8894 | 3.9490971 | 8944 | 3.9515318 | 8994 | 3.9539529 |
| 8845 | 3.9466978 | 8895 | 3.9491460 | 8945 | 3.9515803 | 8995 | 3.9540012 |
| 8846 | 3.9467469 | 8896 | 3.9491948 | 8946 | 3.9516289 | 8996 | 3.9540494 |
| 8847 | 3.9467960 | 8897 | 3.9492436 | 8947 | 3.9516774 | 8997 | 3.9540977 |
| 8848 | 3.9468451 | 8898 | 3.9492924 | 8948 | 3.9517260 | 8998 | 3.9541460 |
| 8849 | 3.9468942 | 8899 | 3.9493412 | 8949 | 3.9517745 | 8999 | 3.9541943 |
| 8850 | 3.9469433 | 8900 | 3.9493900 | 8950 | 3.9518230 | 9000 | 3.9542425 |

| Nôb. | Logarithm. | Nôb. | Logarithm. | Nôb. | Logarithm. | Nôb. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 9001 | 3.9542908 | 9051 | 3.9566966 | 9101 | 3.9590891 | 9151 | 3.9614686 |
| 9002 | 3.9543390 | 9052 | 3.9567445 | 9102 | 3.9591368 | 9152 | 3.9615160 |
| 9003 | 3.9543873 | 9053 | 3.9567925 | 9103 | 3.9591845 | 9153 | 3.9615635 |
| 9004 | 3.9544355 | 9054 | 3.9568405 | 9104 | 3.9592322 | 9154 | 3.9616109 |
| 9005 | 3.9544837 | 9055 | 3.9568885 | 9105 | 3.9592800 | 9155 | 3.9616583 |
| 9006 | 3.9545319 | 9056 | 3.9569364 | 9106 | 3.9593276 | 9156 | 3.9617058 |
| 9007 | 3.9545802 | 9057 | 3.9569844 | 9107 | 3.9593753 | 9157 | 3.9617532 |
| 9008 | 3.9546284 | 9058 | 3.9570323 | 9108 | 3.9594230 | 9158 | 3.9618006 |
| 9009 | 3.9546766 | 9059 | 3.9570803 | 9109 | 3.9594706 | 9159 | 3.9618481 |
| 9010 | 3.9547248 | 9060 | 3.9571282 | 9110 | 3.9595184 | 9160 | 3.9618955 |
| 9011 | 3.9547730 | 9061 | 3.9571761 | 9111 | 3.9595660 | 9161 | 3.9619429 |
| 9012 | 3.9548212 | 9062 | 3.9572241 | 9112 | 3.9596137 | 9162 | 3.9619903 |
| 9013 | 3.9548694 | 9063 | 3.9572720 | 9113 | 3.9596614 | 9163 | 3.9620377 |
| 9014 | 3.9549176 | 9064 | 3.9573199 | 9114 | 3.9597090 | 9164 | 3.9620851 |
| 9015 | 3.9549657 | 9065 | 3.9573678 | 9115 | 3.9597567 | 9165 | 3.9621325 |
| 9016 | 3.9550139 | 9066 | 3.9574157 | 9116 | 3.9598043 | 9166 | 3.9621799 |
| 9017 | 3.9550621 | 9067 | 3.9574636 | 9117 | 3.9598520 | 9167 | 3.9622272 |
| 9018 | 3.9551102 | 9068 | 3.9575115 | 9118 | 3.9598996 | 9168 | 3.9622746 |
| 9019 | 3.9551584 | 9069 | 3.9575594 | 9119 | 3.9599472 | 9169 | 3.9623220 |
| 9020 | 3.9552065 | 9070 | 3.9576073 | 9120 | 3.9599948 | 9170 | 3.9623693 |
| 9021 | 3.9552547 | 9071 | 3.9576552 | 9121 | 3.9600425 | 9171 | 3.9624167 |
| 9022 | 3.9553028 | 9072 | 3.9577030 | 9122 | 3.9600901 | 9172 | 3.9624640 |
| 9023 | 3.9553510 | 9073 | 3.9577509 | 9123 | 3.9601377 | 9173 | 3.9625114 |
| 9024 | 3.9553991 | 9074 | 3.9577988 | 9124 | 3.9601853 | 9174 | 3.9625587 |
| 9025 | 3.9554472 | 9075 | 3.9578466 | 9125 | 3.9602329 | 9175 | 3.9626061 |
| 9026 | 3.9554953 | 9076 | 3.9578945 | 9126 | 3.9602805 | 9176 | 3.9626534 |
| 9027 | 3.9555434 | 9077 | 3.9579423 | 9127 | 3.9603281 | 9177 | 3.9627007 |
| 9028 | 3.9555916 | 9078 | 3.9579901 | 9128 | 3.9603756 | 9178 | 3.9627481 |
| 9029 | 3.9556397 | 9079 | 3.9580380 | 9129 | 3.9604232 | 9179 | 3.9627954 |
| 9030 | 3.9556878 | 9080 | 3.9580858 | 9130 | 3.9604708 | 9180 | 3.9628427 |
| 9031 | 3.9557358 | 9081 | 3.9581337 | 9131 | 3.9605183 | 9181 | 3.9628900 |
| 9032 | 3.9557839 | 9082 | 3.9581815 | 9132 | 3.9605659 | 9182 | 3.9629373 |
| 9033 | 3.9558320 | 9083 | 3.9582293 | 9133 | 3.9606135 | 9183 | 3.9629846 |
| 9034 | 3.9558801 | 9084 | 3.9582771 | 9134 | 3.9606610 | 9184 | 3.9630319 |
| 9035 | 3.9559282 | 9085 | 3.9583249 | 9135 | 3.9607086 | 9185 | 3.9630792 |
| 9036 | 3.9559762 | 9086 | 3.9583727 | 9136 | 3.9607561 | 9186 | 3.9631264 |
| 9037 | 3.9560243 | 9087 | 3.9584205 | 9137 | 3.9608036 | 9187 | 3.9631737 |
| 9038 | 3.9560723 | 9088 | 3.9584683 | 9138 | 3.9608512 | 9188 | 3.9632210 |
| 9039 | 3.9561204 | 9089 | 3.9585161 | 9139 | 3.9608987 | 9189 | 3.9632683 |
| 9040 | 3.9561684 | 9090 | 3.9585639 | 9140 | 3.9609462 | 9190 | 3.9633155 |
| 9041 | 3.9562165 | 9091 | 3.9586117 | 9141 | 3.9609937 | 9191 | 3.9633628 |
| 9042 | 3.9562645 | 9092 | 3.9586594 | 9142 | 3.9610412 | 9192 | 3.9634100 |
| 9043 | 3.9563125 | 9093 | 3.9587072 | 9143 | 3.9610887 | 9193 | 3.9634573 |
| 9044 | 3.9563606 | 9094 | 3.9587549 | 9144 | 3.9611362 | 9194 | 3.9635045 |
| 9045 | 3.9564086 | 9095 | 3.9588027 | 9145 | 3.9611837 | 9195 | 3.9635517 |
| 9046 | 3.9564566 | 9096 | 3.9588505 | 9146 | 3.9612312 | 9196 | 3.9635990 |
| 9047 | 3.9565046 | 9097 | 3.9588982 | 9147 | 3.9612787 | 9197 | 3.9636462 |
| 9048 | 3.9565526 | 9098 | 3.9589459 | 9148 | 3.9613262 | 9198 | 3.9636934 |
| 9049 | 3.9566006 | 9099 | 3.9589937 | 9149 | 3.9613736 | 9199 | 3.9637406 |
| 9050 | 3.9566486 | 9100 | 3.9590414 | 9150 | 3.9614211 | 9200 | 3.9637878 |

Digitized by Google

| Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 9201 | 3.9638350 | 9251 | 3.9661887 | 9301 | 3.9685296 | 9351 | 3.9708581 |
| 9202 | 3.9638822 | 9252 | 3.9662356 | 9302 | 3.9685763 | 9352 | 3.9709045 |
| 9203 | 3.9639294 | 9253 | 3.9662826 | 9303 | 3.9686230 | 9353 | 3.9709505 |
| 9204 | 3.9639766 | 9254 | 3.9663295 | 9304 | 3.9686697 | 9354 | 3.9709974 |
| 9205 | 3.9640238 | 9255 | 3.9663764 | 9305 | 3.9687164 | 9355 | 3.9710438 |
| 9206 | 3.9640710 | 9256 | 3.9664233 | 9306 | 3.9687630 | 9356 | 3.9710902 |
| 9207 | 3.9641181 | 9257 | 3.9664703 | 9307 | 3.9688097 | 9357 | 3.9711366 |
| 9208 | 3.9641653 | 9258 | 3.9665172 | 9308 | 3.9688564 | 9358 | 3.9711830 |
| 9209 | 3.9642125 | 9259 | 3.9665641 | 9309 | 3.9689030 | 9359 | 3.9712294 |
| 9210 | 3.9642596 | 9260 | 3.9666110 | 9310 | 3.9689497 | 9360 | 3.9712758 |
| 9211 | 3.9643068 | 9261 | 3.9666579 | 9311 | 3.9689963 | 9361 | 3.9713222 |
| 9212 | 3.9643539 | 9262 | 3.9667048 | 9312 | 3.9690430 | 9362 | 3.9713686 |
| 9213 | 3.9644011 | 9263 | 3.9667517 | 9313 | 3.9690896 | 9363 | 3.9714150 |
| 9214 | 3.9644482 | 9264 | 3.9667985 | 9314 | 3.9691362 | 9364 | 3.9714614 |
| 9215 | 3.9644953 | 9265 | 3.9668454 | 9315 | 3.9691829 | 9365 | 3.9715078 |
| 9216 | 3.9645425 | 9266 | 3.9668923 | 9316 | 3.9692295 | 9366 | 3.9715542 |
| 9217 | 3.9645896 | 9267 | 3.9669392 | 9317 | 3.9692761 | 9367 | 3.9716005 |
| 9218 | 3.9646367 | 9268 | 3.9669860 | 9318 | 3.9693227 | 9368 | 3.9716469 |
| 9219 | 3.9646838 | 9269 | 3.9670329 | 9319 | 3.9693693 | 9369 | 3.9716932 |
| 9220 | 3.9647309 | 9270 | 3.9670797 | 9320 | 3.9694159 | 9370 | 3.9717396 |
| 9221 | 3.9647780 | 9271 | 3.9671266 | 9321 | 3.9694625 | 9371 | 3.9717859 |
| 9222 | 3.9648251 | 9272 | 3.9671734 | 9322 | 3.9695091 | 9372 | 3.9718323 |
| 9223 | 3.9648722 | 9273 | 3.9672203 | 9323 | 3.9695557 | 9373 | 3.9718786 |
| 9224 | 3.9649193 | 9274 | 3.9672671 | 9324 | 3.9696023 | 9374 | 3.9719249 |
| 9225 | 3.9649664 | 9275 | 3.9673139 | 9325 | 3.9696488 | 9375 | 3.9719713 |
| 9226 | 3.9650135 | 9276 | 3.9673607 | 9326 | 3.9696954 | 9376 | 3.9720176 |
| 9227 | 3.9650605 | 9277 | 3.9674076 | 9327 | 3.9697420 | 9377 | 3.9720639 |
| 9228 | 3.9651076 | 9278 | 3.9674544 | 9328 | 3.9697885 | 9378 | 3.9721102 |
| 9229 | 3.9651546 | 9279 | 3.9675012 | 9329 | 3.9698351 | 9379 | 3.9721565 |
| 9230 | 3.9652017 | 9280 | 3.9675480 | 9330 | 3.9698816 | 9380 | 3.9722028 |
| 9231 | 3.9652488 | 9281 | 3.9675948 | 9331 | 3.9699282 | 9381 | 3.9722491 |
| 9232 | 3.9652958 | 9282 | 3.9676416 | 9332 | 3.9699747 | 9382 | 3.9722954 |
| 9233 | 3.9653428 | 9283 | 3.9676884 | 9333 | 3.9700213 | 9383 | 3.9723417 |
| 9234 | 3.9653899 | 9284 | 3.9677351 | 9334 | 3.9700678 | 9384 | 3.9723880 |
| 9235 | 3.9654369 | 9285 | 3.9677819 | 9335 | 3.9701143 | 9385 | 3.9724343 |
| 9236 | 3.9654839 | 9286 | 3.9678287 | 9336 | 3.9701608 | 9386 | 3.9724805 |
| 9237 | 3.9655309 | 9287 | 3.9678754 | 9337 | 3.9702074 | 9387 | 3.9725268 |
| 9238 | 3.9655780 | 9288 | 3.9679222 | 9338 | 3.9702539 | 9388 | 3.9725731 |
| 9239 | 3.9656250 | 9289 | 3.9679690 | 9339 | 3.9703004 | 9389 | 3.9726193 |
| 9240 | 3.9656720 | 9290 | 3.9680157 | 9340 | 3.9703469 | 9390 | 3.9726656 |
| 9241 | 3.9657190 | 9291 | 3.9680625 | 9341 | 3.9703934 | 9391 | 3.9727118 |
| 9242 | 3.9657660 | 9292 | 3.9681092 | 9342 | 3.9704399 | 9392 | 3.9727581 |
| 9243 | 3.9658130 | 9293 | 3.9681559 | 9343 | 3.9704863 | 9393 | 3.9728043 |
| 9244 | 3.9658599 | 9294 | 3.9682027 | 9344 | 3.9705328 | 9394 | 3.9728505 |
| 9245 | 3.9659069 | 9295 | 3.9682494 | 9345 | 3.9705793 | 9395 | 3.9728968 |
| 9246 | 3.9659539 | 9296 | 3.9682961 | 9346 | 3.9706258 | 9396 | 3.9729430 |
| 9247 | 3.9660009 | 9297 | 3.9683428 | 9347 | 3.9706722 | 9397 | 3.9729892 |
| 9248 | 3.9660478 | 9298 | 3.9683895 | 9348 | 3.9707187 | 9398 | 3.9730354 |
| 9249 | 3.9660948 | 9299 | 3.9684362 | 9349 | 3.9707652 | 9399 | 3.9730816 |
| 9250 | 3.9661417 | 9300 | 3.9684829 | 9350 | 3.9708116 | 9400 | 3.9731279 |



Digitized by Google

| Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 9401 | 3·9731741 | 9451 | 3·9754778 | 9501 | 3·9777695 | 9551 | 3·98 |
| 9402 | 3·9732202 | 9452 | 3·9755237 | 9502 | 3·9778150 | 9552 | 3·98 |
| 9403 | 3·9732664 | 9453 | 3·9755697 | 9503 | 3·9778607 | 9553 | 3·98 |
| 9404 | 3·9733126 | 9454 | 3·9756156 | 9504 | 3·9779064 | 9554 | 3·98 |
| 9405 | 3·9733588 | 9455 | 3·9756615 | 9505 | 3·9779521 | 9555 | 3·98 |
| 9406 | 3·9734050 | 9456 | 3·9757075 | 9506 | 3·9779978 | 9556 | 3·98 |
| 9407 | 3·9734511 | 9457 | 3·9757534 | 9507 | 3·9780435 | 9557 | 3·98 |
| 9408 | 3·9734973 | 9458 | 3·9757993 | 9508 | 3·9780892 | 9558 | 3·98 |
| 9409 | 3·9735435 | 9459 | 3·9758452 | 9509 | 3·9781348 | 9559 | 3·98 |
| 9410 | 3·9735896 | 9460 | 3·9758911 | 9510 | 3·9781805 | 9560 | 3·98 |
| 9411 | 3·9736358 | 9461 | 3·9759370 | 9511 | 3·9782262 | 9561 | 3·98 |
| 9412 | 3·9736819 | 9462 | 3·9759829 | 9512 | 3·9782718 | 9562 | 3·98 |
| 9413 | 3·9737281 | 9463 | 3·9760288 | 9513 | 3·9783175 | 9563 | 3·98 |
| 9414 | 3·9737742 | 9464 | 3·9760747 | 9514 | 3·9783631 | 9564 | 3·98 |
| 9415 | 3·9738203 | 9465 | 3·9761206 | 9515 | 3·9784088 | 9565 | 3·98 |
| 9416 | 3·9738664 | 9466 | 3·9761665 | 9516 | 3·9784544 | 9566 | 3·98 |
| 9417 | 3·9739126 | 9467 | 3·9762124 | 9517 | 3·9785001 | 9567 | 3·98 |
| 9418 | 3·9739587 | 9468 | 3·9762582 | 9518 | 3·9785457 | 9568 | 3·98 |
| 9419 | 3·9740048 | 9469 | 3·9763041 | 9519 | 3·9785913 | 9569 | 3·98 |
| 9420 | 3·9740509 | 9470 | 3·9763500 | 9520 | 3·9786369 | 9570 | 3·98 |
| 9421 | 3·9740970 | 9471 | 3·9763958 | 9521 | 3·9786826 | 9571 | 3·98 |
| 9422 | 3·9741431 | 9472 | 3·9764417 | 9522 | 3·9787282 | 9572 | 3·98 |
| 9423 | 3·9741892 | 9473 | 3·9764875 | 9523 | 3·9787738 | 9573 | 3·98 |
| 9424 | 3·9742353 | 9474 | 3·9765334 | 9524 | 3·9788194 | 9574 | 3·98 |
| 9425 | 3·9742814 | 9475 | 3·9765792 | 9525 | 3·9788650 | 9575 | 3·98 |
| 9426 | 3·9743274 | 9476 | 3·9766251 | 9526 | 3·9789106 | 9576 | 3·98 |
| 9427 | 3·9743735 | 9477 | 3·9766709 | 9527 | 3·9789562 | 9577 | 3·98 |
| 9428 | 3·9744196 | 9478 | 3·9767167 | 9528 | 3·9790017 | 9578 | 3·98 |
| 9429 | 3·9744656 | 9479 | 3·9767625 | 9529 | 3·9790473 | 9579 | 3·98 |
| 9430 | 3·9745117 | 9480 | 3·9768083 | 9530 | 3·9790929 | 9580 | 3·98 |
| 9431 | 3·9745577 | 9481 | 3·9768541 | 9531 | 3·9791385 | 9581 | 3·98 |
| 9432 | 3·9746038 | 9482 | 3·9769000 | 9532 | 3·9791840 | 9582 | 3·98 |
| 9433 | 3·9746498 | 9483 | 3·9769458 | 9533 | 3·9792296 | 9583 | 3·98 |
| 9434 | 3·9746959 | 9484 | 3·9769915 | 9534 | 3·9792751 | 9584 | 3·98 |
| 9435 | 3·9747419 | 9485 | 3·9770373 | 9535 | 3·9793207 | 9585 | 3·98 |
| 9436 | 3·9747879 | 9486 | 3·9770831 | 9536 | 3·9793662 | 9586 | 3·98 |
| 9437 | 3·9748340 | 9487 | 3·9771289 | 9537 | 3·9794118 | 9587 | 3·98 |
| 9438 | 3·9748800 | 9488 | 3·9771747 | 9538 | 3·9794573 | 9588 | 3·98 |
| 9439 | 3·9749260 | 9489 | 3·9772204 | 9539 | 3·9795028 | 9589 | 3·98 |
| 9440 | 3·9749720 | 9490 | 3·9772662 | 9540 | 3·9795484 | 9590 | 3·98 |
| 9441 | 3·9750180 | 9491 | 3·9773120 | 9541 | 3·9795939 | 9591 | 3·98 |
| 9442 | 3·9750640 | 9492 | 3·9773577 | 9542 | 3·9796394 | 9592 | 3·98 |
| 9443 | 3·9751100 | 9493 | 3·9774035 | 9543 | 3·9796849 | 9593 | 3·98 |
| 9444 | 3·9751560 | 9494 | 3·9774492 | 9544 | 3·9797304 | 9594 | 3·98 |
| 9445 | 3·9752020 | 9495 | 3·9774950 | 9545 | 3·9797759 | 9595 | 3·98 |
| 9446 | 3·9752479 | 9496 | 3·9775407 | 9546 | 3·9798214 | 9596 | 3·98 |
| 9447 | 3·9752939 | 9497 | 3·9775864 | 9547 | 3·9798669 | 9597 | 3·98 |
| 9448 | 3·9753399 | 9498 | 3·9776322 | 9548 | 3·9799124 | 9598 | 3·98 |
| 9449 | 3·9753858 | 9499 | 3·9776779 | 9549 | 3·9799579 | 9599 | 3·98 |
| 9450 | 3·9754318 | 9500 | 3·9777236 | 9550 | 3·9800034 | 9600 | 3·98 |

Digitized by Google

| Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 9601 | 3.9823165 | 9651 | 3.9845723 | 9701 | 3.9868165 | 9751 | 3.9890492 |
| 9602 | 3.9823617 | 9652 | 3.9846173 | 9702 | 3.9868613 | 9752 | 3.9890937 |
| 9603 | 3.9824069 | 9653 | 3.9846623 | 9703 | 3.9869060 | 9753 | 3.9891382 |
| 9604 | 3.9824522 | 9654 | 3.9847073 | 9704 | 3.9869508 | 9754 | 3.9891828 |
| 9605 | 3.9824974 | 9655 | 3.9847523 | 9705 | 3.9869955 | 9755 | 3.9892273 |
| 9606 | 3.9825426 | 9656 | 3.9847973 | 9706 | 3.9870403 | 9756 | 3.9892718 |
| 9607 | 3.9825878 | 9657 | 3.9848422 | 9707 | 3.9870850 | 9757 | 3.9893163 |
| 9608 | 3.9826330 | 9658 | 3.9848872 | 9708 | 3.9871298 | 9758 | 3.9893608 |
| 9609 | 3.9826782 | 9659 | 3.9849322 | 9709 | 3.9871745 | 9759 | 3.9894053 |
| 9610 | 3.9827234 | 9660 | 3.9849771 | 9710 | 3.9872192 | 9760 | 3.9894498 |
| 9611 | 3.9827686 | 9661 | 3.9850221 | 9711 | 3.9872640 | 9761 | 3.9894943 |
| 9612 | 3.9828138 | 9662 | 3.9850670 | 9712 | 3.9873087 | 9762 | 3.9895388 |
| 9613 | 3.9828589 | 9663 | 3.9851120 | 9713 | 3.9873534 | 9763 | 3.9895833 |
| 9614 | 3.9829041 | 9664 | 3.9851569 | 9714 | 3.9873981 | 9764 | 3.9896278 |
| 9615 | 3.9829493 | 9665 | 3.9852019 | 9715 | 3.9874428 | 9765 | 3.9896722 |
| 9616 | 3.9829945 | 9666 | 3.9852468 | 9716 | 3.9874875 | 9766 | 3.9897167 |
| 9617 | 3.9830396 | 9667 | 3.9852917 | 9717 | 3.9875322 | 9767 | 3.9897612 |
| 9618 | 3.9830848 | 9668 | 3.9853366 | 9718 | 3.9875769 | 9768 | 3.9898057 |
| 9619 | 3.9831299 | 9669 | 3.9853816 | 9719 | 3.9876216 | 9769 | 3.9898501 |
| 9620 | 3.9831751 | 9670 | 3.9854265 | 9720 | 3.9876663 | 9770 | 3.9898946 |
| 9621 | 3.9832202 | 9671 | 3.9854714 | 9721 | 3.9877109 | 9771 | 3.9899390 |
| 9622 | 3.9832654 | 9672 | 3.9855163 | 9722 | 3.9877556 | 9772 | 3.9899835 |
| 9623 | 3.9833105 | 9673 | 3.9855612 | 9723 | 3.9878003 | 9773 | 3.9900279 |
| 9624 | 3.9833556 | 9674 | 3.9856061 | 9724 | 3.9878450 | 9774 | 3.9900723 |
| 9625 | 3.9834007 | 9675 | 3.9856510 | 9725 | 3.9878896 | 9775 | 3.9901168 |
| 9626 | 3.9834459 | 9676 | 3.9856958 | 9726 | 3.9879343 | 9776 | 3.9901612 |
| 9627 | 3.9834910 | 9677 | 3.9857407 | 9727 | 3.9879789 | 9777 | 3.9902056 |
| 9628 | 3.9835361 | 9678 | 3.9857856 | 9728 | 3.9880236 | 9778 | 3.9902500 |
| 9629 | 3.9835812 | 9679 | 3.9858305 | 9729 | 3.9880682 | 9779 | 3.9902944 |
| 9630 | 3.9836263 | 9680 | 3.9858754 | 9730 | 3.9881128 | 9780 | 3.9903389 |
| 9631 | 3.9836714 | 9681 | 3.9859202 | 9731 | 3.9881575 | 9781 | 3.9903833 |
| 9632 | 3.9837165 | 9682 | 3.9859651 | 9732 | 3.9882021 | 9782 | 3.9904277 |
| 9633 | 3.9837616 | 9683 | 3.9860099 | 9733 | 3.9882467 | 9783 | 3.9904721 |
| 9634 | 3.9838066 | 9684 | 3.9860548 | 9734 | 3.9882913 | 9784 | 3.9905164 |
| 9635 | 3.9838517 | 9685 | 3.9860996 | 9735 | 3.9883360 | 9785 | 3.9905608 |
| 9636 | 3.9838968 | 9686 | 3.9861445 | 9736 | 3.9883806 | 9786 | 3.9906052 |
| 9637 | 3.9839419 | 9687 | 3.9861893 | 9737 | 3.9884252 | 9787 | 3.9906496 |
| 9638 | 3.9839869 | 9688 | 3.9862341 | 9738 | 3.9884698 | 9788 | 3.9906940 |
| 9639 | 3.9840320 | 9689 | 3.9862790 | 9739 | 3.9885144 | 9789 | 3.9907383 |
| 9640 | 3.9840770 | 9690 | 3.9863238 | 9740 | 3.9885590 | 9790 | 3.9907827 |
| 9641 | 3.9841221 | 9691 | 3.9863686 | 9741 | 3.9886035 | 9791 | 3.9908271 |
| 9642 | 3.9841671 | 9692 | 3.9864134 | 9742 | 3.9886481 | 9792 | 3.9908714 |
| 9643 | 3.9842122 | 9693 | 3.9864582 | 9743 | 3.9886927 | 9793 | 3.9909158 |
| 9644 | 3.9842572 | 9694 | 3.9865030 | 9744 | 3.9887373 | 9794 | 3.9909601 |
| 9645 | 3.9843022 | 9695 | 3.9865478 | 9745 | 3.9887818 | 9795 | 3.9910044 |
| 9646 | 3.9843473 | 9696 | 3.9865926 | 9746 | 3.9888264 | 9796 | 3.9910488 |
| 9647 | 3.9843923 | 9697 | 3.9866374 | 9747 | 3.9888710 | 9797 | 3.9910931 |
| 9648 | 3.9844373 | 9698 | 3.9866822 | 9748 | 3.9889155 | 9798 | 3.9911374 |
| 9649 | 3.9844823 | 9699 | 3.9867270 | 9749 | 3.9889601 | 9799 | 3.9911818 |
| 9650 | 3.9845273 | 9700 | 3.9867717 | 9750 | 3.9890046 | 9800 | 3.9912261 |

Digitized by Google

| Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 9801 | 3.9912704 | 9851 | 3.9934803 | 9901 | 3.9956791 | 9951 | 3.9978667 |
| 9802 | 3.9913147 | 9852 | 3.9935244 | 9902 | 3.9957229 | 9952 | 3.9979104 |
| 9803 | 3.9913590 | 9853 | 3.9935685 | 9903 | 3.9957668 | 9953 | 3.9979540 |
| 9804 | 3.9914033 | 9854 | 3.9936126 | 9904 | 3.9958106 | 9954 | 3.9979976 |
| 9805 | 3.9914476 | 9855 | 3.9936566 | 9905 | 3.9958545 | 9955 | 3.9980413 |
| 9806 | 3.9914919 | 9856 | 3.9937007 | 9906 | 3.9958983 | 9956 | 3.9980849 |
| 9807 | 3.9915362 | 9857 | 3.9937448 | 9907 | 3.9959422 | 9957 | 3.9981285 |
| 9808 | 3.9915805 | 9858 | 3.9937888 | 9908 | 3.9959860 | 9958 | 3.9981721 |
| 9809 | 3.9916247 | 9859 | 3.9938329 | 9909 | 3.9960298 | 9959 | 3.9982157 |
| 9810 | 3.9916690 | 9860 | 3.9938769 | 9910 | 3.9960737 | 9960 | 3.9982593 |
| 9811 | 3.9917133 | 9861 | 3.9939210 | 9911 | 3.9961175 | 9961 | 3.9983029 |
| 9812 | 3.9917575 | 9862 | 3.9939650 | 9912 | 3.9961613 | 9962 | 3.9983465 |
| 9813 | 3.9918018 | 9863 | 3.9940090 | 9913 | 3.9962051 | 9963 | 3.9983901 |
| 9814 | 3.9918461 | 9864 | 3.9940531 | 9914 | 3.9962489 | 9964 | 3.9984337 |
| 9815 | 3.9918903 | 9865 | 3.9940971 | 9915 | 3.9962927 | 9965 | 3.9984773 |
| 9816 | 3.9919345 | 9866 | 3.9941411 | 9916 | 3.9963365 | 9966 | 3.9985209 |
| 9817 | 3.9919788 | 9867 | 3.9941851 | 9917 | 3.9963803 | 9967 | 3.9985645 |
| 9818 | 3.9920230 | 9868 | 3.9942291 | 9918 | 3.9964241 | 9968 | 3.9986080 |
| 9819 | 3.9920673 | 9869 | 3.9942731 | 9919 | 3.9964679 | 9969 | 3.9986516 |
| 9820 | 3.9921115 | 9870 | 3.9943172 | 9920 | 3.9965117 | 9970 | 3.9986952 |
| 9821 | 3.9921557 | 9871 | 3.9943612 | 9921 | 3.9965554 | 9971 | 3.9987387 |
| 9822 | 3.9921999 | 9872 | 3.9944051 | 9922 | 3.9965992 | 9972 | 3.9987823 |
| 9823 | 3.9922441 | 9873 | 3.9944491 | 9923 | 3.9966430 | 9973 | 3.9988258 |
| 9824 | 3.9922884 | 9874 | 3.9944931 | 9924 | 3.9966868 | 9974 | 3.9988694 |
| 9825 | 3.9923326 | 9875 | 3.9945371 | 9925 | 3.9967305 | 9975 | 3.9989129 |
| 9826 | 3.9923768 | 9876 | 3.9945811 | 9926 | 3.9967743 | 9976 | 3.9989564 |
| 9827 | 3.9924210 | 9877 | 3.9946251 | 9927 | 3.9968180 | 9977 | 3.9990000 |
| 9828 | 3.9924651 | 9878 | 3.9946690 | 9928 | 3.9968618 | 9978 | 3.9990435 |
| 9829 | 3.9925093 | 9879 | 3.9947130 | 9929 | 3.9969055 | 9979 | 3.9990870 |
| 9830 | 3.9925535 | 9880 | 3.9947569 | 9930 | 3.9969492 | 9980 | 3.9991305 |
| 9831 | 3.9925977 | 9881 | 3.9948009 | 9931 | 3.9969930 | 9981 | 3.9991741 |
| 9832 | 3.9926419 | 9882 | 3.9948448 | 9932 | 3.9970367 | 9982 | 3.9992176 |
| 9833 | 3.9926860 | 9883 | 3.9948888 | 9933 | 3.9970804 | 9983 | 3.9992611 |
| 9834 | 3.9927302 | 9884 | 3.9949327 | 9934 | 3.9971242 | 9984 | 3.9993046 |
| 9835 | 3.9927744 | 9885 | 3.9949767 | 9935 | 3.9971679 | 9985 | 3.9993481 |
| 9836 | 3.9928185 | 9886 | 3.9950206 | 9936 | 3.9972116 | 9986 | 3.9993916 |
| 9837 | 3.9928627 | 9887 | 3.9950645 | 9937 | 3.9972553 | 9987 | 3.9994350 |
| 9838 | 3.9929068 | 9888 | 3.9951085 | 9938 | 3.9972990 | 9988 | 3.9994785 |
| 9839 | 3.9929510 | 9889 | 3.9951524 | 9939 | 3.9973427 | 9989 | 3.9995220 |
| 9840 | 3.9929951 | 9890 | 3.9951963 | 9940 | 3.9973864 | 9990 | 3.9995655 |
| 9841 | 3.9930392 | 9891 | 3.9952402 | 9941 | 3.9974301 | 9991 | 3.9996090 |
| 9842 | 3.9930834 | 9892 | 3.9952841 | 9942 | 3.9974738 | 9992 | 3.9996524 |
| 9843 | 3.9931275 | 9893 | 3.9953280 | 9943 | 3.9975174 | 9993 | 3.9996959 |
| 9844 | 3.9931716 | 9894 | 3.9953719 | 9944 | 3.9975611 | 9994 | 3.9997393 |
| 9845 | 3.9932157 | 9895 | 3.9954158 | 9945 | 3.9976048 | 9995 | 3.9997828 |
| 9846 | 3.9932598 | 9896 | 3.9954597 | 9946 | 3.9976485 | 9996 | 3.9998262 |
| 9847 | 3.9933039 | 9897 | 3.9955036 | 9947 | 3.9976921 | 9997 | 3.9998697 |
| 9848 | 3.9933480 | 9898 | 3.9955474 | 9948 | 3.9977358 | 9998 | 3.9999131 |
| 9849 | 3.9933921 | 9899 | 3.9955913 | 9949 | 3.9977794 | 9999 | 3.9999566 |
| 9850 | 3.9934362 | 9900 | 3.9956352 | 9950 | 3.9978231 | 10000 | 4.0000000 |



Digitized by Google

| Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 10001 | 4.0000434 | 10051 | 4.0022093 | 10101 | 4.0043644 | 10151 | 4.0065088 |
| 10002 | 4.0000869 | 10052 | 4.0022525 | 10102 | 4.0044074 | 10152 | 4.0065516 |
| 10003 | 4.0001303 | 10953 | 4.0022957 | 10103 | 4.0044504 | 10153 | 4.0065944 |
| 10004 | 4.0001737 | 10054 | 4.0023389 | 10104 | 4.0044934 | 10154 | 4.0066372 |
| 10005 | 4.0002171 | 10055 | 4.0023821 | 10105 | 4.0045363 | 10155 | 4.0066799 |
| 10006 | 4.0002605 | 10056 | 4.0024253 | 10106 | 4.0045793 | 10156 | 4.0067227 |
| 10007 | 4.0003039 | 10057 | 4.0024685 | 10107 | 4.0046223 | 10157 | 4.0067655 |
| 10008 | 4.0003473 | 10058 | 4.0025116 | 10108 | 4.0046652 | 10158 | 4.0068082 |
| 10009 | 4.0003907 | 10059 | 4.0025548 | 10109 | 4.0047082 | 10159 | 4.0068510 |
| 10010 | 4.0004341 | 10060 | 4.0025980 | 10110 | 4.0047512 | 10160 | 4.0068937 |
| 10011 | 4.0004775 | 10061 | 4.0026411 | 10111 | 4.0047941 | 10161 | 4.0069365 |
| 10012 | 4.0005208 | 10062 | 4.0026843 | 10112 | 4.0048371 | 10162 | 4.0069791 |
| 10013 | 4.0005642 | 10063 | 4.0027275 | 10113 | 4.0048800 | 10163 | 4.0070219 |
| 10014 | 4.0006076 | 10064 | 4.0027706 | 10114 | 4.0049229 | 10164 | 4.0070647 |
| 10015 | 4.0006510 | 10065 | 4.0028138 | 10115 | 4.0049659 | 10165 | 4.0071074 |
| 10016 | 4.0006943 | 10066 | 4.0028569 | 10116 | 4.0050088 | 10166 | 4.0071501 |
| 10017 | 4.0007377 | 10067 | 4.0029001 | 10117 | 4.0050518 | 10167 | 4.0071928 |
| 10018 | 4.0007810 | 10068 | 4.0029432 | 10118 | 4.0050947 | 10168 | 4.0072355 |
| 10019 | 4.0008244 | 10069 | 4.0029863 | 10119 | 4.0051376 | 10169 | 4.0072782 |
| 10020 | 4.0008677 | 10070 | 4.0030295 | 10120 | 4.0051805 | 10170 | 4.0073210 |
| 10021 | 4.0009111 | 10071 | 4.0030726 | 10121 | 4.0052234 | 10171 | 4.0073637 |
| 10022 | 4.0009544 | 10072 | 4.0031157 | 10122 | 4.0052663 | 10172 | 4.0074064 |
| 10023 | 4.0009977 | 10073 | 4.0031588 | 10123 | 4.0053092 | 10173 | 4.0074490 |
| 10024 | 4.0010411 | 10074 | 4.0032019 | 10124 | 4.0053521 | 10174 | 4.0074917 |
| 10025 | 4.0010844 | 10075 | 4.0032451 | 10125 | 4.0053950 | 10175 | 4.0075344 |
| 10026 | 4.0011277 | 10076 | 4.0032882 | 10126 | 4.0054379 | 10176 | 4.0075771 |
| 10027 | 4.0011710 | 10077 | 4.0033313 | 10127 | 4.0054808 | 10177 | 4.0076198 |
| 10028 | 4.0012143 | 10078 | 4.0033744 | 10128 | 4.0055237 | 10178 | 4.0076624 |
| 10029 | 4.0012576 | 10079 | 4.0034175 | 10129 | 4.0055666 | 10179 | 4.0077051 |
| 10030 | 4.0013009 | 10080 | 4.0034605 | 10130 | 4.0056094 | 10180 | 4.0077478 |
| 10031 | 4.0013442 | 10081 | 4.0035036 | 10131 | 4.0056523 | 10181 | 4.0077904 |
| 10032 | 4.0013875 | 10082 | 4.0035467 | 10132 | 4.0056952 | 10182 | 4.0078331 |
| 10033 | 4.0014308 | 10083 | 4.0035898 | 10133 | 4.0057380 | 10183 | 4.0078757 |
| 10034 | 4.0014741 | 10084 | 4.0036328 | 10134 | 4.0057809 | 10184 | 4.0079184 |
| 10035 | 4.0015174 | 10085 | 4.0036759 | 10135 | 4.0058238 | 10185 | 4.0079610 |
| 10036 | 4.0015607 | 10086 | 4.0037190 | 10136 | 4.0058666 | 10186 | 4.0080037 |
| 10037 | 4.0016039 | 10087 | 4.0037620 | 10137 | 4.0059094 | 10187 | 4.0080463 |
| 10038 | 4.0016472 | 10088 | 4.0038051 | 10138 | 4.0059523 | 10188 | 4.0080889 |
| 10039 | 4.0016905 | 10089 | 4.0038481 | 10139 | 4.0059951 | 10189 | 4.0081316 |
| 10040 | 4.0017337 | 10090 | 4.0038912 | 10140 | 4.0060380 | 10190 | 4.0081742 |
| 10041 | 4.0017770 | 10091 | 4.0039342 | 10141 | 4.0060808 | 10191 | 4.0082168 |
| 10042 | 4.0018202 | 10092 | 4.0039772 | 10142 | 4.0061236 | 10192 | 4.0082594 |
| 10043 | 4.0018635 | 10093 | 4.0040203 | 10143 | 4.0061664 | 10193 | 4.0083020 |
| 10044 | 4.0019067 | 10094 | 4.0040633 | 10144 | 4.0062092 | 10194 | 4.0083446 |
| 10045 | 4.0019499 | 10095 | 4.0041063 | 10145 | 4.0062521 | 10195 | 4.0083872 |
| 10046 | 4.0019932 | 10096 | 4.0041493 | 10146 | 4.0062949 | 10196 | 4.0084298 |
| 10047 | 4.0020364 | 10097 | 4.0041924 | 10147 | 4.0063377 | 10197 | 4.0084724 |
| 10048 | 4.0020796 | 10098 | 4.0042354 | 10148 | 4.0063805 | 10198 | 4.0085150 |
| 10049 | 4.0021228 | 10099 | 4.0042784 | 10149 | 4.0064233 | 10199 | 4.0085576 |
| 10050 | 4.0021661 | 10100 | 4.0043214 | 10150 | 4.0064660 | 10200 | 4.0086002 |



Digitized by Google

| Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 10201 | 4.0086427 | 10251 | 4.0107662 | 10301 | 4.0128794 | 10351 | 4.0149823 |
| 10202 | 4.0086853 | 10252 | 4.0108086 | 10302 | 4.0129215 | 10352 | 4.0150243 |
| 10203 | 4.0087279 | 10253 | 4.0108510 | 10303 | 4.0129637 | 10353 | 4.0150661 |
| 10204 | 4.0087704 | 10254 | 4.0108933 | 10304 | 4.0130059 | 10354 | 4.0151081 |
| 10205 | 4.0088130 | 10255 | 4.0109357 | 10305 | 4.0130480 | 10355 | 4.0151501 |
| 10206 | 4.0088556 | 10256 | 4.0109780 | 10306 | 4.0130901 | 10356 | 4.0151920 |
| 10207 | 4.0088981 | 10257 | 4.0110204 | 10307 | 4.0131323 | 10357 | 4.0152340 |
| 10208 | 4.0089407 | 10258 | 4.0110627 | 10308 | 4.0131744 | 10358 | 4.0152759 |
| 10209 | 4.0089832 | 10259 | 4.0111050 | 10309 | 4.0132165 | 10359 | 4.0153178 |
| 10210 | 4.0090257 | 10260 | 4.0111474 | 10310 | 4.0132587 | 10360 | 4.0153598 |
| 10211 | 4.0090683 | 10261 | 4.0111897 | 10311 | 4.0133008 | 10361 | 4.0154017 |
| 10212 | 4.0091108 | 10262 | 4.0112320 | 10312 | 4.0133429 | 10362 | 4.0154436 |
| 10213 | 4.0091533 | 10263 | 4.0112743 | 10313 | 4.0133850 | 10363 | 4.0154855 |
| 10214 | 4.0091959 | 10264 | 4.0113166 | 10314 | 4.0134271 | 10364 | 4.0155274 |
| 10215 | 4.0092384 | 10265 | 4.0113590 | 10315 | 4.0134692 | 10365 | 4.0155693 |
| 10216 | 4.0092809 | 10266 | 4.0114013 | 10316 | 4.0135113 | 10366 | 4.0156112 |
| 10217 | 4.0093234 | 10267 | 4.0114436 | 10317 | 4.0135534 | 10367 | 4.0156531 |
| 10218 | 4.0093659 | 10268 | 4.0114859 | 10318 | 4.0135955 | 10368 | 4.0156950 |
| 10219 | 4.0094084 | 10269 | 4.0115282 | 10319 | 4.0136376 | 10369 | 4.0157369 |
| 10220 | 4.0094509 | 10270 | 4.0115704 | 10320 | 4.0136797 | 10370 | 4.0157788 |
| 10221 | 4.0094934 | 10271 | 4.0116127 | 10321 | 4.0137218 | 10371 | 4.0158206 |
| 10222 | 4.0095359 | 10272 | 4.0116550 | 10322 | 4.0137639 | 10372 | 4.0158625 |
| 10223 | 4.0095784 | 10273 | 4.0116973 | 10323 | 4.0138059 | 10373 | 4.0159044 |
| 10224 | 4.0096208 | 10274 | 4.0117396 | 10324 | 4.0138480 | 10374 | 4.0159462 |
| 10225 | 4.0096633 | 10275 | 4.0117818 | 10325 | 4.0138901 | 10375 | 4.0159881 |
| 10226 | 4.0097058 | 10276 | 4.0118241 | 10326 | 4.0139321 | 10376 | 4.0160300 |
| 10227 | 4.0097483 | 10277 | 4.0118664 | 10327 | 4.0139742 | 10377 | 4.0160718 |
| 10228 | 4.0097907 | 10278 | 4.0119086 | 10328 | 4.0140162 | 10378 | 4.0161137 |
| 10229 | 4.0098332 | 10279 | 4.0119509 | 10329 | 4.0140583 | 10379 | 4.0161555 |
| 10230 | 4.0098756 | 10280 | 4.0119931 | 10330 | 4.0141003 | 10380 | 4.0161974 |
| 10231 | 4.0099181 | 10281 | 4.0120354 | 10331 | 4.0141424 | 10381 | 4.0162392 |
| 10232 | 4.0099605 | 10282 | 4.0120776 | 10332 | 4.0141844 | 10382 | 4.0162810 |
| 10233 | 4.0100030 | 10283 | 4.0121198 | 10333 | 4.0142264 | 10383 | 4.0163229 |
| 10234 | 4.0100454 | 10284 | 4.0121621 | 10334 | 4.0142685 | 10384 | 4.0163647 |
| 10235 | 4.0100878 | 10285 | 4.0122043 | 10335 | 4.0143105 | 10385 | 4.0164065 |
| 10236 | 4.0101303 | 10286 | 4.0122465 | 10336 | 4.0143525 | 10386 | 4.0164483 |
| 10237 | 4.0101727 | 10287 | 4.0122887 | 10337 | 4.0143945 | 10387 | 4.0164901 |
| 10238 | 4.0102151 | 10288 | 4.0123310 | 10338 | 4.0144365 | 10388 | 4.0165319 |
| 10239 | 4.0102575 | 10289 | 4.0123732 | 10339 | 4.0144785 | 10389 | 4.0165737 |
| 10240 | 4.0103000 | 10290 | 4.0124154 | 10340 | 4.0145205 | 10390 | 4.0166155 |
| 10241 | 4.0103424 | 10291 | 4.0124576 | 10341 | 4.0145625 | 10391 | 4.0166573 |
| 10242 | 4.0103848 | 10292 | 4.0124998 | 10342 | 4.0146045 | 10392 | 4.0166991 |
| 10243 | 4.0104272 | 10293 | 4.0125420 | 10343 | 4.0146465 | 10393 | 4.0167409 |
| 10244 | 4.0104696 | 10294 | 4.0125842 | 10344 | 4.0146885 | 10394 | 4.0167827 |
| 10245 | 4.0105120 | 10295 | 4.0126264 | 10345 | 4.0147305 | 10395 | 4.0168245 |
| 10246 | 4.0105544 | 10296 | 4.0126685 | 10346 | 4.0147725 | 10396 | 4.0168663 |
| 10247 | 4.0105967 | 10297 | 4.0127107 | 10347 | 4.0148144 | 10397 | 4.0169080 |
| 10248 | 4.0106391 | 10298 | 4.0127529 | 10348 | 4.0148564 | 10398 | 4.0169498 |
| 10249 | 4.0106815 | 10299 | 4.0127951 | 10349 | 4.0148984 | 10399 | 4.0169916 |
| 10250 | 4.0107239 | 10300 | 4.0128372 | 10350 | 4.0149403 | 10400 | 4.0170333 |

Digitized by Google

| Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 10401 | 4.0170751 | 10451 | 4.0191578 | 10501 | 4.0212307 | 10551 | 4.0232936 |
| 10402 | 4.0171168 | 10452 | 4.0191994 | 10502 | 4.0212720 | 10552 | 4.0233348 |
| 10403 | 4.0171586 | 10453 | 4.0192410 | 10503 | 4.0213134 | 10553 | 4.0233759 |
| 10404 | 4.0172003 | 10454 | 4.0192825 | 10504 | 4.0213547 | 10554 | 4.0234171 |
| 10405 | 4.0172421 | 10455 | 4.0193240 | 10505 | 4.0213961 | 10555 | 4.0234582 |
| 10406 | 4.0172838 | 10456 | 4.0193656 | 10506 | 4.0214374 | 10556 | 4.0234994 |
| 10407 | 4.0173256 | 10457 | 4.0194071 | 10507 | 4.0214787 | 10557 | 4.0235405 |
| 10408 | 4.0173673 | 10458 | 4.0194486 | 10508 | 4.0215201 | 10558 | 4.0235817 |
| 10409 | 4.0174090 | 10459 | 4.0194902 | 10509 | 4.0215614 | 10559 | 4.0236228 |
| 10410 | 4.0174507 | 10460 | 4.0195317 | 10510 | 4.0216027 | 10560 | 4.0236639 |
| 10411 | 4.0174924 | 10461 | 4.0195732 | 10511 | 4.0216440 | 10561 | 4.0237050 |
| 10412 | 4.0175342 | 10462 | 4.0196147 | 10512 | 4.0216854 | 10562 | 4.0237462 |
| 10413 | 4.0175759 | 10463 | 4.0196562 | 10513 | 4.0217267 | 10563 | 4.0237873 |
| 10414 | 4.0176176 | 10464 | 4.0196977 | 10514 | 4.0217680 | 10564 | 4.0238284 |
| 10415 | 4.0176593 | 10465 | 4.0197392 | 10515 | 4.0218093 | 10565 | 4.0238695 |
| 10416 | 4.0177010 | 10466 | 4.0197807 | 10516 | 4.0218506 | 10566 | 4.0239106 |
| 10417 | 4.0177427 | 10467 | 4.0198222 | 10517 | 4.0218919 | 10567 | 4.0239517 |
| 10418 | 4.0177844 | 10468 | 4.0198637 | 10518 | 4.0219332 | 10568 | 4.0239928 |
| 10419 | 4.0178260 | 10469 | 4.0199052 | 10519 | 4.0219745 | 10569 | 4.0240339 |
| 10420 | 4.0178677 | 10470 | 4.0199467 | 10520 | 4.0220157 | 10570 | 4.0240750 |
| 10421 | 4.0179094 | 10471 | 4.0199882 | 10521 | 4.0220570 | 10571 | 4.0241161 |
| 10422 | 4.0179511 | 10472 | 4.0200296 | 10522 | 4.0220983 | 10572 | 4.0241572 |
| 10423 | 4.0179927 | 10473 | 4.0200711 | 10523 | 4.0221396 | 10573 | 4.0241982 |
| 10424 | 4.0180344 | 10474 | 4.0201126 | 10524 | 4.0221808 | 10574 | 4.0242393 |
| 10425 | 4.0180761 | 10475 | 4.0201540 | 10525 | 4.0222221 | 10575 | 4.0242804 |
| 10426 | 4.0181177 | 10476 | 4.0201955 | 10526 | 4.0222634 | 10576 | 4.0243214 |
| 10427 | 4.0181594 | 10477 | 4.0202369 | 10527 | 4.0223046 | 10577 | 4.0243625 |
| 10428 | 4.0182010 | 10478 | 4.0202784 | 10528 | 4.0223459 | 10578 | 4.0244036 |
| 10429 | 4.0182427 | 10479 | 4.0203198 | 10529 | 4.0223871 | 10579 | 4.0244446 |
| 10430 | 4.0182843 | 10480 | 4.0203613 | 10530 | 4.0224284 | 10580 | 4.0244857 |
| 10431 | 4.0183259 | 10481 | 4.0204027 | 10531 | 4.0224696 | 10581 | 4.0245267 |
| 10432 | 4.0183676 | 10482 | 4.0204442 | 10532 | 4.0225109 | 10582 | 4.0245678 |
| 10433 | 4.0184092 | 10483 | 4.0204856 | 10533 | 4.0225521 | 10583 | 4.0246088 |
| 10434 | 4.0184508 | 10484 | 4.0205270 | 10534 | 4.0225933 | 10584 | 4.0246498 |
| 10435 | 4.0184925 | 10485 | 4.0205684 | 10535 | 4.0226345 | 10585 | 4.0246909 |
| 10436 | 4.0185341 | 10486 | 4.0206099 | 10536 | 4.0226758 | 10586 | 4.0247319 |
| 10437 | 4.0185757 | 10487 | 4.0206513 | 10537 | 4.0227170 | 10587 | 4.0247729 |
| 10438 | 4.0186173 | 10488 | 4.0206927 | 10538 | 4.0227582 | 10588 | 4.0248139 |
| 10439 | 4.0187589 | 10489 | 4.0207341 | 10539 | 4.0227994 | 10589 | 4.0248549 |
| 10440 | 4.0187005 | 10490 | 4.0207755 | 10540 | 4.0228406 | 10590 | 4.0248960 |
| 10441 | 4.0187421 | 10491 | 4.0208169 | 10541 | 4.0228818 | 10591 | 4.0249370 |
| 10442 | 4.0187837 | 10492 | 4.0208583 | 10542 | 4.0229230 | 10592 | 4.0249780 |
| 10443 | 4.0188253 | 10493 | 4.0208997 | 10543 | 4.0229642 | 10593 | 4.0250190 |
| 10444 | 4.0188669 | 10494 | 4.0209411 | 10544 | 4.0230054 | 10594 | 4.0250600 |
| 10445 | 4.0189084 | 10495 | 4.0209824 | 10545 | 4.0230466 | 10595 | 4.0251010 |
| 10446 | 4.0189500 | 10496 | 4.0210238 | 10546 | 4.0230878 | 10596 | 4.0251419 |
| 10447 | 4.0189916 | 10497 | 4.0210652 | 10547 | 4.0231289 | 10597 | 4.0251829 |
| 10448 | 4.0190332 | 10498 | 4.0211066 | 10548 | 4.0231701 | 10598 | 4.0252239 |
| 10449 | 4.0190747 | 10499 | 4.0211479 | 10549 | 4.0232113 | 10599 | 4.0252649 |
| 10450 | 4.0191163 | 10500 | 4.0211893 | 10550 | 4.0232525 | 10600 | 4.0253059 |



Digitized by Google

| Nõb. | Logarithm. | Nõb. | Logarithm. | Nõb. | Logarithm. | Nõb. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 10601 | 4.0253468 | 10651 | 4.0273904 | 10701 | 4.0294244 | 10751 | 4.0314489 |
| 10602 | 4.0253878 | 10652 | 4.0274312 | 10702 | 4.0294649 | 10752 | 4.0314893 |
| 10603 | 4.0254288 | 10653 | 4.0274719 | 10703 | 4.0295055 | 10753 | 4.0315296 |
| 10604 | 4.0254697 | 10654 | 4.0275127 | 10704 | 4.0295461 | 10754 | 4.0315700 |
| 10605 | 4.0255107 | 10655 | 4.0275535 | 10705 | 4.0295867 | 10755 | 4.0316104 |
| 10606 | 4.0255516 | 10656 | 4.0275942 | 10706 | 4.0296272 | 10756 | 4.0316508 |
| 10607 | 4.0255926 | 10657 | 4.0276350 | 10707 | 4.0296678 | 10757 | 4.0316911 |
| 10608 | 4.0256335 | 10658 | 4.0276757 | 10708 | 4.0297084 | 10758 | 4.0317315 |
| 10609 | 4.0256744 | 10659 | 4.0277165 | 10709 | 4.0297489 | 10759 | 4.0317719 |
| 10610 | 4.0257154 | 10660 | 4.0277572 | 10710 | 4.0297895 | 10760 | 4.0318123 |
| 10611 | 4.0257563 | 10661 | 4.0277979 | 10711 | 4.0298300 | 10761 | 4.0318526 |
| 10612 | 4.0257972 | 10662 | 4.0278387 | 10712 | 4.0298706 | 10762 | 4.0318930 |
| 10613 | 4.0258381 | 10663 | 4.0278794 | 10713 | 4.0299111 | 10763 | 4.0319333 |
| 10614 | 4.0258791 | 10664 | 4.0279201 | 10714 | 4.0299516 | 10764 | 4.0319737 |
| 10615 | 4.0259200 | 10665 | 4.0279609 | 10715 | 4.0299922 | 10765 | 4.0320140 |
| 10616 | 4.0259610 | 10666 | 4.0280016 | 10716 | 4.0300327 | 10766 | 4.0320544 |
| 10617 | 4.0260018 | 10667 | 4.0280423 | 10717 | 4.0300732 | 10767 | 4.0320947 |
| 10618 | 4.0260427 | 10668 | 4.0280830 | 10718 | 4.0301138 | 10768 | 4.0321350 |
| 10619 | 4.0260836 | 10669 | 4.0281237 | 10719 | 4.0301543 | 10769 | 4.0321754 |
| 10620 | 4.026124 | 10670 | 4.0281644 | 10720 | 4.0301948 | 10770 | 4.0322157 |
| 10621 | 4.0261654 | 10671 | 4.0282051 | 10721 | 4.0302353 | 10771 | 4.0322560 |
| 10622 | 4.0262063 | 10672 | 4.0282458 | 10722 | 4.0302758 | 10772 | 4.0322963 |
| 10623 | 4.0262472 | 10673 | 4.0282865 | 10723 | 4.0303163 | 10773 | 4.0323367 |
| 10624 | 4.0262880 | 10674 | 4.0283272 | 10724 | 4.0303568 | 10774 | 4.0323770 |
| 10625 | 4.0263289 | 10675 | 4.0283679 | 10725 | 4.0303973 | 10775 | 4.0324173 |
| 10626 | 4.0263698 | 10676 | 4.0284086 | 10726 | 4.0304378 | 10776 | 4.0324576 |
| 10627 | 4.0264107 | 10677 | 4.0284492 | 10727 | 4.0304783 | 10777 | 4.0324979 |
| 10628 | 4.0264515 | 10678 | 4.0284899 | 10728 | 4.0305188 | 10778 | 4.0325382 |
| 10629 | 4.0264924 | 10679 | 4.0285306 | 10729 | 4.0305592 | 10779 | 4.0325785 |
| 10630 | 4.0265333 | 10680 | 4.0285713 | 10730 | 4.0305997 | 10780 | 4.0326188 |
| 10631 | 4.0265741 | 10681 | 4.0286119 | 10731 | 4.0306402 | 10781 | 4.0326590 |
| 10632 | 4.0266150 | 10682 | 4.0286526 | 10732 | 4.0306807 | 10782 | 4.0326993 |
| 10633 | 4.0266558 | 10683 | 4.0286932 | 10733 | 4.0307211 | 10783 | 4.0327396 |
| 10634 | 4.0266967 | 10684 | 4.0287339 | 10734 | 4.0307616 | 10784 | 4.0327799 |
| 10635 | 4.0267375 | 10685 | 4.0287745 | 10735 | 4.0308020 | 10785 | 4.0328201 |
| 10636 | 4.0267783 | 10686 | 4.0288152 | 10736 | 4.0308425 | 10786 | 4.0328604 |
| 10637 | 4.0268192 | 10687 | 4.0288558 | 10737 | 4.0308830 | 10787 | 4.0329006 |
| 10638 | 4.0268600 | 10688 | 4.0288964 | 10738 | 4.0309234 | 10788 | 4.0329409 |
| 10639 | 4.0269008 | 10689 | 4.0289371 | 10739 | 4.0309638 | 10789 | 4.0329811 |
| 10640 | 4.0269416 | 10690 | 4.0289777 | 10740 | 4.0310043 | 10790 | 4.0330214 |
| 10641 | 4.0269824 | 10691 | 4.0290183 | 10741 | 4.0310447 | 10791 | 4.0330617 |
| 10642 | 4.0270233 | 10692 | 4.0290590 | 10742 | 4.0310851 | 10792 | 4.0331019 |
| 10643 | 4.0270641 | 10693 | 4.0290996 | 10743 | 4.0311256 | 10793 | 4.0331422 |
| 10644 | 4.0271049 | 10694 | 4.0291402 | 10744 | 4.0311660 | 10794 | 4.0331824 |
| 10645 | 4.0271457 | 10695 | 4.0291808 | 10745 | 4.0312064 | 10795 | 4.0332226 |
| 10646 | 4.0271865 | 10696 | 4.0292214 | 10746 | 4.0312468 | 10796 | 4.0332629 |
| 10647 | 4.0272273 | 10697 | 4.0292620 | 10747 | 4.0312872 | 10797 | 4.0333031 |
| 10648 | 4.0272680 | 10698 | 4.0293026 | 10748 | 4.0313277 | 10798 | 4.0333433 |
| 10649 | 4.0273088 | 10699 | 4.0293432 | 10749 | 4.0313681 | 10799 | 4.0333835 |
| 10650 | 4.0273496 | 10700 | 4.0293838 | 10750 | 4.0314085 | 10800 | 4.0334238 |

Digitized by Google

| Nõb. | Logarithm. | Nõb. | Logarithm. | Nõb. | Logarithm. | Nõb. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 10801 | 4.0334640 | 10851 | 4.0354698 | 10901 | 4.0374663 | 10951 | 4.0394558 |
| 10802 | 4.0335042 | 10852 | 4.0355098 | 10902 | 4.0375061 | 10952 | 4.0394934 |
| 10803 | 4.0335444 | 10853 | 4.0355498 | 10903 | 4.0375460 | 10953 | 4.0395331 |
| 10804 | 4.0335846 | 10854 | 4.0355898 | 10904 | 4.0375858 | 10954 | 4.0395727 |
| 10805 | 4.0336248 | 10855 | 4.0356298 | 10905 | 4.0376257 | 10955 | 4.0396124 |
| 10806 | 4.0336650 | 10856 | 4.0356698 | 10906 | 4.0376655 | 10956 | 4.0396520 |
| 10807 | 4.0337052 | 10857 | 4.0357098 | 10907 | 4.0377053 | 10957 | 4.0396917 |
| 10808 | 4.0337453 | 10858 | 4.0357498 | 10908 | 4.0377451 | 10958 | 4.0397313 |
| 10809 | 4.0337855 | 10859 | 4.0357898 | 10909 | 4.0377849 | 10959 | 4.0397709 |
| 10810 | 4.0338257 | 10860 | 4.0358298 | 10910 | 4.0378248 | 10960 | 4.0398106 |
| 10811 | 4.0338659 | 10861 | 4.0358698 | 10911 | 4.0378646 | 10961 | 4.0398502 |
| 10812 | 4.0339060 | 10862 | 4.0359098 | 10912 | 4.0379044 | 10962 | 4.0398898 |
| 10813 | 4.0339462 | 10863 | 4.0359498 | 10913 | 4.0379442 | 10963 | 4.0399294 |
| 10814 | 4.0339864 | 10864 | 4.0359898 | 10914 | 4.0379840 | 10964 | 4.0399690 |
| 10815 | 4.0340265 | 10865 | 4.0360297 | 10915 | 4.0380237 | 10965 | 4.0400086 |
| 10816 | 4.0340667 | 10866 | 4.0360697 | 10916 | 4.0380636 | 10966 | 4.0400482 |
| 10817 | 4.0341068 | 10867 | 4.0361097 | 10917 | 4.0381033 | 10967 | 4.0400878 |
| 10818 | 4.0341470 | 10868 | 4.0361496 | 10918 | 4.0381430 | 10968 | 4.0401274 |
| 10819 | 4.0341871 | 10869 | 4.0361896 | 10919 | 4.0381829 | 10969 | 4.0401670 |
| 10820 | 4.0342273 | 10870 | 4.0362295 | 10920 | 4.0382226 | 10970 | 4.0402066 |
| 10821 | 4.0342674 | 10871 | 4.0362695 | 10921 | 4.0382624 | 10971 | 4.0402462 |
| 10822 | 4.0343075 | 10872 | 4.0363094 | 10922 | 4.0383022 | 10972 | 4.0402858 |
| 10823 | 4.0343477 | 10873 | 4.0363494 | 10923 | 4.0383419 | 10973 | 4.0403254 |
| 10824 | 4.0343878 | 10874 | 4.0363893 | 10924 | 4.0383817 | 10974 | 4.0403650 |
| 10825 | 4.0344279 | 10875 | 4.0364293 | 10925 | 4.0384214 | 10975 | 4.0404045 |
| 10826 | 4.0344680 | 10876 | 4.0364692 | 10926 | 4.0384612 | 10976 | 4.0404441 |
| 10827 | 4.0345081 | 10877 | 4.0365091 | 10927 | 4.0385009 | 10977 | 4.0404837 |
| 10828 | 4.0345482 | 10878 | 4.0365491 | 10928 | 4.0385407 | 10978 | 4.0405232 |
| 10829 | 4.0345884 | 10879 | 4.0365890 | 10929 | 4.0385804 | 10979 | 4.0405628 |
| 10830 | 4.0346285 | 10880 | 4.0366289 | 10930 | 4.0386202 | 10980 | 4.0406023 |
| 10831 | 4.0346686 | 10881 | 4.0366688 | 10931 | 4.0386599 | 10981 | 4.0406419 |
| 10832 | 4.0347087 | 10882 | 4.0367087 | 10932 | 4.0386996 | 10982 | 4.0406814 |
| 10833 | 4.0347487 | 10883 | 4.0367486 | 10933 | 4.0387393 | 10983 | 4.0407210 |
| 10834 | 4.0347888 | 10884 | 4.0367885 | 10934 | 4.0387791 | 10984 | 4.0407605 |
| 10835 | 4.0348289 | 10885 | 4.0368284 | 10935 | 4.0388188 | 10985 | 4.0408001 |
| 10836 | 4.0348690 | 10886 | 4.0368683 | 10936 | 4.0388585 | 10986 | 4.0408396 |
| 10837 | 4.0349091 | 10887 | 4.0369082 | 10937 | 4.0388982 | 10987 | 4.0408791 |
| 10838 | 4.0349491 | 10888 | 4.0369481 | 10938 | 4.0389379 | 10988 | 4.0409187 |
| 10839 | 4.0349892 | 10889 | 4.0369880 | 10939 | 4.0389776 | 10989 | 4.0409582 |
| 10840 | 4.0350293 | 10890 | 4.0370279 | 10940 | 4.0390173 | 10990 | 4.0409977 |
| 10841 | 4.0350693 | 10891 | 4.0370678 | 10941 | 4.0390570 | 10991 | 4.0410372 |
| 10842 | 4.0351094 | 10892 | 4.0371076 | 10942 | 4.0390967 | 10992 | 4.0410767 |
| 10843 | 4.0351495 | 10893 | 4.0371475 | 10943 | 4.0391364 | 10993 | 4.0411162 |
| 10844 | 4.0351895 | 10894 | 4.0371874 | 10944 | 4.0391761 | 10994 | 4.0411557 |
| 10845 | 4.0352296 | 10895 | 4.0372272 | 10945 | 4.0392158 | 10995 | 4.0411952 |
| 10846 | 4.0352696 | 10896 | 4.0372671 | 10946 | 4.0392554 | 10996 | 4.0412347 |
| 10847 | 4.0353096 | 10897 | 4.0373070 | 10947 | 4.0392951 | 10997 | 4.0412742 |
| 10848 | 4.0353497 | 10898 | 4.0373468 | 10948 | 4.0393348 | 10998 | 4.0413137 |
| 10849 | 4.0353897 | 10899 | 4.0373867 | 10949 | 4.0393745 | 10999 | 4.0413532 |
| 10850 | 4.0354297 | 10900 | 4.0374265 | 10950 | 4.0394141 | 11000 | 4.0413927 |



Digitized by Google

| Nõb. | Logarithm. | Nõb. | Logarithm. | Nõb. | Logarithm. | Nõb. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 11001 | 4.0414322 | 11051 | 4.0434016 | 11101 | 4.0453621 | 11151 | 4.0473138 |
| 11002 | 4.0414716 | 11052 | 4.0434409 | 11102 | 4.0454012 | 11152 | 4.0473528 |
| 11003 | 4.0415111 | 11053 | 4.0434802 | 11103 | 4.0454403 | 11153 | 4.0473917 |
| 11004 | 4.0415506 | 11054 | 4.0435195 | 11104 | 4.0454795 | 11154 | 4.0474306 |
| 11005 | 4.0415900 | 11055 | 4.0435587 | 11105 | 4.0455186 | 11155 | 4.0474696 |
| 11006 | 4.0416295 | 11056 | 4.0435980 | 11106 | 4.0455577 | 11156 | 4.0475085 |
| 11007 | 4.0416690 | 11057 | 4.0436373 | 11107 | 4.0455968 | 11157 | 4.0475474 |
| 11008 | 4.0417084 | 11058 | 4.0436766 | 11108 | 4.0456359 | 11158 | 4.0475864 |
| 11009 | 4.0417479 | 11059 | 4.0437159 | 11109 | 4.0456750 | 11159 | 4.0476253 |
| 11010 | 4.0417873 | 11060 | 4.0437551 | 11110 | 4.0457141 | 11160 | 4.0476642 |
| 11011 | 4.0418268 | 11061 | 4.0437944 | 11111 | 4.0457531 | 11161 | 4.0477031 |
| 11012 | 4.0418662 | 11062 | 4.0438337 | 11112 | 4.0457922 | 11162 | 4.0477420 |
| 11013 | 4.0419056 | 11063 | 4.0438729 | 11113 | 4.0458313 | 11163 | 4.0477809 |
| 11014 | 4.0419451 | 11064 | 4.0439122 | 11114 | 4.0458704 | 11164 | 4.0478198 |
| 11015 | 4.0419845 | 11065 | 4.0439514 | 11115 | 4.0459095 | 11165 | 4.0478587 |
| 11016 | 4.0420239 | 11066 | 4.0439907 | 11116 | 4.0459485 | 11166 | 4.0478976 |
| 11017 | 4.0420633 | 11067 | 4.0440299 | 11117 | 4.0459876 | 11167 | 4.0479365 |
| 11018 | 4.0421028 | 11068 | 4.0440692 | 11118 | 4.0460267 | 11168 | 4.0479754 |
| 11019 | 4.0421422 | 11069 | 4.0441084 | 11119 | 4.0460657 | 11169 | 4.0480143 |
| 11020 | 4.0421816 | 11070 | 4.0441476 | 11120 | 4.0461048 | 11170 | 4.0480532 |
| 11021 | 4.0422210 | 11071 | 4.0441869 | 11121 | 4.0461438 | 11171 | 4.0480921 |
| 11022 | 4.0422604 | 11072 | 4.0442261 | 11122 | 4.0461829 | 11172 | 4.0481309 |
| 11023 | 4.0422998 | 11073 | 4.0442653 | 11123 | 4.0462219 | 11173 | 4.0481698 |
| 11024 | 4.0423392 | 11074 | 4.0443045 | 11124 | 4.0462610 | 11174 | 4.0482087 |
| 11025 | 4.0423786 | 11075 | 4.0443437 | 11125 | 4.0463000 | 11175 | 4.0482475 |
| 11026 | 4.0424180 | 11076 | 4.0443829 | 11126 | 4.0463391 | 11176 | 4.0482864 |
| 11027 | 4.0424574 | 11077 | 4.0444222 | 11127 | 4.0463781 | 11177 | 4.0483253 |
| 11028 | 4.0424968 | 11078 | 4.0444614 | 11128 | 4.0464171 | 11178 | 4.0483641 |
| 11029 | 4.0425361 | 11079 | 4.0445006 | 11129 | 4.0464561 | 11179 | 4.0484030 |
| 11030 | 4.0425755 | 11080 | 4.0445398 | 11130 | 4.0464952 | 11180 | 4.0484418 |
| 11031 | 4.0426149 | 11081 | 4.0445790 | 11131 | 4.0465342 | 11181 | 4.0484806 |
| 11032 | 4.0426543 | 11082 | 4.0446181 | 11132 | 4.0465732 | 11182 | 4.0485195 |
| 11033 | 4.0426936 | 11083 | 4.0446573 | 11133 | 4.0466122 | 11183 | 4.0485583 |
| 11034 | 4.0427330 | 11084 | 4.0446965 | 11134 | 4.0466512 | 11184 | 4.0485972 |
| 11035 | 4.0427723 | 11085 | 4.0447357 | 11135 | 4.0466902 | 11185 | 4.0486360 |
| 11036 | 4.0428117 | 11086 | 4.0447749 | 11136 | 4.0467292 | 11186 | 4.0486748 |
| 11037 | 4.0428510 | 11087 | 4.0448140 | 11137 | 4.0467682 | 11187 | 4.0487136 |
| 11038 | 4.0428904 | 11088 | 4.0448532 | 11138 | 4.0468072 | 11188 | 4.0487525 |
| 11039 | 4.0429297 | 11089 | 4.0448924 | 11139 | 4.0468462 | 11189 | 4.0487913 |
| 11040 | 4.0429691 | 11090 | 4.0449315 | 11140 | 4.0468852 | 11190 | 4.0488301 |
| 11041 | 4.0430084 | 11091 | 4.0449707 | 11141 | 4.0469242 | 11191 | 4.0488689 |
| 11042 | 4.0430477 | 11092 | 4.0450099 | 11142 | 4.0469632 | 11192 | 4.0489077 |
| 11043 | 4.0430871 | 11093 | 4.0450490 | 11143 | 4.0470021 | 11193 | 4.0489465 |
| 11044 | 4.0431264 | 11094 | 4.0450882 | 11144 | 4.0470411 | 11194 | 4.0489853 |
| 11045 | 4.0431657 | 11095 | 4.0451273 | 11145 | 4.0470801 | 11195 | 4.0490241 |
| 11046 | 4.0432050 | 11096 | 4.0451664 | 11146 | 4.0471190 | 11196 | 4.0490629 |
| 11047 | 4.0432444 | 11097 | 4.0452056 | 11147 | 4.0471580 | 11197 | 4.0491017 |
| 11048 | 4.0432837 | 11098 | 4.0452447 | 11148 | 4.0471970 | 11198 | 4.0491405 |
| 11049 | 4.0433230 | 11099 | 4.0452839 | 11149 | 4.0472359 | 11199 | 4.0491792 |
| 11050 | 4.0433623 | 11100 | 4.0453230 | 11150 | 4.0472749 | 11200 | 4.0492180 |

| Nõb. | Logarithm. | Nõb. | Logarithm. | Nõb. | Logarithm. | Nõb. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 11201 | 4.0492568 | 11251 | 4.0511911 | 11301 | 4.0531169 | 11351 | 4.0550341 |
| 11202 | 4.0492957 | 11252 | 4.0512297 | 11302 | 4.0531553 | 11352 | 4.0550724 |
| 11203 | 4.0493343 | 11253 | 4.0512683 | 11303 | 4.0531937 | 11353 | 4.0551106 |
| 11204 | 4.0493731 | 11254 | 4.0513069 | 11304 | 4.0532321 | 11354 | 4.0551489 |
| 11205 | 4.0494119 | 11255 | 4.0513455 | 11305 | 4.0532706 | 11355 | 4.0551871 |
| 11206 | 4.0494506 | 11256 | 4.0513841 | 11306 | 4.0533090 | 11356 | 4.0552254 |
| 11207 | 4.0494894 | 11257 | 4.0514227 | 11307 | 4.0533473 | 11357 | 4.0552636 |
| 11208 | 4.0495281 | 11258 | 4.0514612 | 11308 | 4.0533858 | 11358 | 4.0553019 |
| 11209 | 4.0495669 | 11259 | 4.0514998 | 11309 | 4.0534242 | 11359 | 4.0553401 |
| 11210 | 4.0496056 | 11260 | 4.0515384 | 11310 | 4.0534626 | 11360 | 4.0553783 |
| 11211 | 4.0496444 | 11261 | 4.0515770 | 11311 | 4.0535010 | 11361 | 4.0554166 |
| 11212 | 4.0496831 | 11262 | 4.0516155 | 11312 | 4.0535394 | 11362 | 4.0554548 |
| 11213 | 4.0497218 | 11263 | 4.0516541 | 11313 | 4.0535778 | 11363 | 4.0554930 |
| 11214 | 4.0497606 | 11264 | 4.0516926 | 11314 | 4.0536162 | 11364 | 4.0555312 |
| 11215 | 4.0497993 | 11265 | 4.0517312 | 11315 | 4.0536546 | 11365 | 4.0555594 |
| 11216 | 4.0498380 | 11266 | 4.0517697 | 11316 | 4.0536929 | 11366 | 4.0556077 |
| 11217 | 4.0498767 | 11267 | 4.0518083 | 11317 | 4.0537313 | 11367 | 4.0556459 |
| 11218 | 4.0499154 | 11268 | 4.0518468 | 11318 | 4.0537697 | 11368 | 4.0556841 |
| 11219 | 4.0499541 | 11269 | 4.0518854 | 11319 | 4.0538081 | 11369 | 4.0557223 |
| 11220 | 4.0499929 | 11270 | 4.0519239 | 11320 | 4.0538464 | 11370 | 4.0557605 |
| 11221 | 4.0500316 | 11271 | 4.0519624 | 11321 | 4.0538848 | 11371 | 4.0557987 |
| 11222 | 4.0500703 | 11272 | 4.0520010 | 11322 | 4.0539232 | 11372 | 4.0558369 |
| 11223 | 4.0501090 | 11273 | 4.0520395 | 11323 | 4.0539615 | 11373 | 4.0558750 |
| 11224 | 4.0501477 | 11274 | 4.0520780 | 11324 | 4.0539999 | 11374 | 4.0559132 |
| 11225 | 4.0501863 | 11275 | 4.0521166 | 11325 | 4.0540382 | 11375 | 4.0559514 |
| 11226 | 4.0502250 | 11276 | 4.0521551 | 11326 | 4.0540766 | 11376 | 4.0559896 |
| 11227 | 4.0502637 | 11277 | 4.0521936 | 11327 | 4.0541149 | 11377 | 4.0560278 |
| 11228 | 4.0503024 | 11278 | 4.0522321 | 11328 | 4.0541532 | 11378 | 4.0560659 |
| 11229 | 4.0503411 | 11279 | 4.0522706 | 11329 | 4.0541916 | 11379 | 4.0561041 |
| 11230 | 4.0503798 | 11280 | 4.0523091 | 11330 | 4.0542299 | 11380 | 4.0561423 |
| 11231 | 4.0504184 | 11281 | 4.0523476 | 11331 | 4.0542682 | 11381 | 4.0561804 |
| 11232 | 4.0504571 | 11282 | 4.0523861 | 11332 | 4.0543066 | 11382 | 4.0562186 |
| 11233 | 4.0504958 | 11283 | 4.0524246 | 11333 | 4.0543449 | 11383 | 4.0562567 |
| 11234 | 4.0505344 | 11284 | 4.0524631 | 11334 | 4.0543832 | 11384 | 4.0562949 |
| 11235 | 4.0505731 | 11285 | 4.0525016 | 11335 | 4.0544215 | 11385 | 4.0563330 |
| 11236 | 4.0506117 | 11286 | 4.0525400 | 11336 | 4.0544598 | 11386 | 4.0563712 |
| 11237 | 4.0506504 | 11287 | 4.0525785 | 11337 | 4.0544981 | 11387 | 4.0564093 |
| 11238 | 4.0506890 | 11288 | 4.0526170 | 11338 | 4.0545365 | 11388 | 4.0564475 |
| 11239 | 4.0507277 | 11289 | 4.0526555 | 11339 | 4.0545748 | 11389 | 4.0564856 |
| 11240 | 4.0507663 | 11290 | 4.0526939 | 11340 | 4.0546131 | 11390 | 4.0565237 |
| 11241 | 4.0508049 | 11291 | 4.0527324 | 11341 | 4.0546514 | 11391 | 4.0565619 |
| 11242 | 4.0508436 | 11292 | 4.0527709 | 11342 | 4.0546896 | 11392 | 4.0566000 |
| 11243 | 4.0508822 | 11293 | 4.0528093 | 11343 | 4.0547279 | 11393 | 4.0566381 |
| 11244 | 4.0509208 | 11294 | 4.0528478 | 11344 | 4.0547662 | 11394 | 4.0566762 |
| 11245 | 4.0509595 | 11295 | 4.0528862 | 11345 | 4.0548045 | 11395 | 4.0567143 |
| 11246 | 4.0509981 | 11296 | 4.0529247 | 11346 | 4.0548428 | 11396 | 4.0567524 |
| 11247 | 4.0510367 | 11297 | 4.0529631 | 11347 | 4.0548811 | 11397 | 4.0567905 |
| 11248 | 4.0510753 | 11298 | 4.0530016 | 11348 | 4.0549193 | 11398 | 4.0568287 |
| 11249 | 4.0511139 | 11299 | 4.0530400 | 11349 | 4.0549576 | 11399 | 4.0568668 |
| 11250 | 4.0511525 | 11300 | 4.0530784 | 11350 | 4.0549959 | 11400 | 4.0569049 |

Digitized by Google

| Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 11401 | 4.0569429 | 11451 | 4.0588434 | 11501 | 4.0607356 | 11551 | 4.0626196 |
| 11402 | 4.0569810 | 11452 | 4.0588813 | 11502 | 4.0607734 | 11552 | 4.0626572 |
| 11403 | 4.0570191 | 11453 | 4.0589193 | 11503 | 4.0608111 | 11553 | 4.0626948 |
| 11404 | 4.0570572 | 11454 | 4.0589572 | 11504 | 4.0608489 | 11554 | 4.0627324 |
| 11405 | 4.0570953 | 11455 | 4.0589951 | 11505 | 4.0608866 | 11555 | 4.0627699 |
| 11406 | 4.0571334 | 11456 | 4.0590330 | 11506 | 4.0609244 | 11556 | 4.0628075 |
| 11407 | 4.0571714 | 11457 | 4.0590709 | 11507 | 4.0609621 | 11557 | 4.0628451 |
| 11408 | 4.0572095 | 11458 | 4.0591088 | 11508 | 4.0609999 | 11558 | 4.0628827 |
| 11409 | 4.0572476 | 11459 | 4.0591467 | 11509 | 4.0610376 | 11559 | 4.0629203 |
| 11410 | 4.0572856 | 11460 | 4.0591846 | 11510 | 4.0610753 | 11560 | 4.0629578 |
| 11411 | 4.0573237 | 11461 | 4.0592225 | 11511 | 4.0611131 | 11561 | 4.0629954 |
| 11412 | 4.0573618 | 11462 | 4.0592604 | 11512 | 4.0611508 | 11562 | 4.0630330 |
| 11413 | 4.0573998 | 11463 | 4.0592983 | 11513 | 4.0611885 | 11563 | 4.0630705 |
| 11414 | 4.0574379 | 11464 | 4.0593362 | 11514 | 4.0612262 | 11564 | 4.0631081 |
| 11415 | 4.0574759 | 11465 | 4.0593741 | 11515 | 4.0612639 | 11565 | 4.0631456 |
| 11416 | 4.0575140 | 11466 | 4.0594119 | 11516 | 4.0613017 | 11566 | 4.0631832 |
| 11417 | 4.0575520 | 11467 | 4.0594498 | 11517 | 4.0613394 | 11567 | 4.0632207 |
| 11418 | 4.0575900 | 11468 | 4.0594877 | 11518 | 4.0613770 | 11568 | 4.0632583 |
| 11419 | 4.0576281 | 11469 | 4.0595256 | 11519 | 4.0614148 | 11569 | 4.0632958 |
| 11420 | 4.0576661 | 11470 | 4.0595634 | 11520 | 4.0614525 | 11570 | 4.0633334 |
| 11421 | 4.0577041 | 11471 | 4.0596013 | 11521 | 4.0614902 | 11571 | 4.0633709 |
| 11422 | 4.0577422 | 11472 | 4.0596391 | 11522 | 4.0615279 | 11572 | 4.0634084 |
| 11423 | 4.0577802 | 11473 | 4.0596770 | 11523 | 4.0615656 | 11573 | 4.0634460 |
| 11424 | 4.0578182 | 11474 | 4.0597148 | 11524 | 4.0616032 | 11574 | 4.0634835 |
| 11425 | 4.0578562 | 11475 | 4.0597527 | 11525 | 4.0616409 | 11575 | 4.0635210 |
| 11426 | 4.0578942 | 11476 | 4.0597905 | 11526 | 4.0616786 | 11576 | 4.0635585 |
| 11427 | 4.0579322 | 11477 | 4.0598284 | 11527 | 4.0617163 | 11577 | 4.0635960 |
| 11428 | 4.0579702 | 11478 | 4.0598662 | 11528 | 4.0617540 | 11578 | 4.0636335 |
| 11429 | 4.0580082 | 11479 | 4.0599041 | 11529 | 4.0617916 | 11579 | 4.0636711 |
| 11430 | 4.0580462 | 11480 | 4.0599419 | 11530 | 4.0618293 | 11580 | 4.0637086 |
| 11431 | 4.0580842 | 11481 | 4.0599797 | 11531 | 4.0618670 | 11581 | 4.0637461 |
| 11432 | 4.0581222 | 11482 | 4.0600175 | 11532 | 4.0619046 | 11582 | 4.0637836 |
| 11433 | 4.0581602 | 11483 | 4.0600554 | 11533 | 4.0619423 | 11583 | 4.0638211 |
| 11434 | 4.0581982 | 11484 | 4.0600932 | 11534 | 4.0619799 | 11584 | 4.0638585 |
| 11435 | 4.0582362 | 11485 | 4.0601310 | 11535 | 4.0620176 | 11585 | 4.0638960 |
| 11436 | 4.0582741 | 11486 | 4.0601688 | 11536 | 4.0620552 | 11586 | 4.0639335 |
| 11437 | 4.0583121 | 11487 | 4.0602066 | 11537 | 4.0620929 | 11587 | 4.0639710 |
| 11438 | 4.0583501 | 11488 | 4.0602444 | 11538 | 4.0621305 | 11588 | 4.0640085 |
| 11439 | 4.0583881 | 11489 | 4.0602822 | 11539 | 4.0621682 | 11589 | 4.0640460 |
| 11440 | 4.0584260 | 11490 | 4.0603200 | 11540 | 4.0622058 | 11590 | 4.0640834 |
| 11441 | 4.0584640 | 11491 | 4.0603578 | 11541 | 4.0622434 | 11591 | 4.0641209 |
| 11442 | 4.0585019 | 11492 | 4.0603956 | 11542 | 4.0622811 | 11592 | 4.0641584 |
| 11443 | 4.0585399 | 11493 | 4.0604334 | 11543 | 4.0623187 | 11593 | 4.0641958 |
| 11444 | 4.0585778 | 11494 | 4.0604712 | 11544 | 4.0623563 | 11594 | 4.0642333 |
| 11445 | 4.0586158 | 11495 | 4.0605090 | 11545 | 4.0623939 | 11595 | 4.0642708 |
| 11446 | 4.0586537 | 11496 | 4.0605468 | 11546 | 4.0624316 | 11596 | 4.0643082 |
| 11447 | 4.0586917 | 11497 | 4.0605845 | 11547 | 4.0624692 | 11597 | 4.0643457 |
| 11448 | 4.0587296 | 11498 | 4.0606223 | 11548 | 4.0625068 | 11598 | 4.0643831 |
| 11449 | 4.0587676 | 11499 | 4.0606601 | 11549 | 4.0625444 | 11599 | 4.0644205 |
| 11450 | 4.0588055 | 11500 | 4.0606978 | 11550 | 4.0625820 | 11600 | 4.0644580 |



Digitized by Google

| Nõb. | Logarithm. | Nõb. | Logarithm. | Nõb. | Logarithm. | Nõb. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 11601 | 4.0644954 | 11651 | 4.0663632 | 11701 | 4.0682230 | 11751 | 4.0700748 |
| 11602 | 4.0645329 | 11652 | 4.0664005 | 11702 | 4.0682601 | 11752 | 4.0701118 |
| 11603 | 4.0645703 | 11653 | 4.0664377 | 11703 | 4.0682972 | 11753 | 4.0701487 |
| 11604 | 4.0646077 | 11654 | 4.0664750 | 11704 | 4.0683343 | 11754 | 4.0701857 |
| 11605 | 4.0646451 | 11655 | 4.0665123 | 11705 | 4.0683714 | 11755 | 4.0702226 |
| 11606 | 4.0646826 | 11656 | 4.0665495 | 11706 | 4.0684085 | 11756 | 4.0702596 |
| 11607 | 4.0647200 | 11657 | 4.0665868 | 11707 | 4.0684456 | 11757 | 4.0702965 |
| 11608 | 4.0647574 | 11658 | 4.0666241 | 11708 | 4.0684827 | 11758 | 4.0703335 |
| 11609 | 4.0647948 | 11659 | 4.0666613 | 11709 | 4.0685198 | 11759 | 4.0703704 |
| 11610 | 4.0648322 | 11660 | 4.0666986 | 11710 | 4.0685569 | 11760 | 4.0704073 |
| 11611 | 4.0648696 | 11661 | 4.0667358 | 11711 | 4.0685940 | 11761 | 4.0704443 |
| 11612 | 4.0649070 | 11662 | 4.0667730 | 11712 | 4.0686310 | 11762 | 4.0704812 |
| 11613 | 4.0649444 | 11663 | 4.0668103 | 11713 | 4.0686681 | 11763 | 4.0705181 |
| 11614 | 4.0649818 | 11664 | 4.0668475 | 11714 | 4.0687052 | 11764 | 4.0705550 |
| 11615 | 4.0650192 | 11665 | 4.0668847 | 11715 | 4.0687423 | 11765 | 4.0705919 |
| 11616 | 4.0650566 | 11666 | 4.0669220 | 11716 | 4.0687794 | 11766 | 4.0706288 |
| 11617 | 4.0650940 | 11667 | 4.0669592 | 11717 | 4.0688164 | 11767 | 4.0706658 |
| 11618 | 4.0651314 | 11668 | 4.0669964 | 11718 | 4.0688535 | 11768 | 4.0707027 |
| 11619 | 4.0651688 | 11669 | 4.0670336 | 11719 | 4.0688906 | 11769 | 4.0707396 |
| 11620 | 4.0652061 | 11670 | 4.0670709 | 11720 | 4.0689276 | 11770 | 4.0707765 |
| 11621 | 4.0652435 | 11671 | 4.0671081 | 11721 | 4.0689647 | 11771 | 4.0708134 |
| 11622 | 4.0652809 | 11672 | 4.0671453 | 11722 | 4.0690017 | 11772 | 4.0708503 |
| 11623 | 4.0653182 | 11673 | 4.0671825 | 11723 | 4.0690388 | 11773 | 4.0708871 |
| 11624 | 4.0653556 | 11674 | 4.0672197 | 11724 | 4.0690758 | 11774 | 4.0709240 |
| 11625 | 4.0653930 | 11675 | 4.0672569 | 11725 | 4.0691129 | 11775 | 4.0709609 |
| 11626 | 4.0654303 | 11676 | 4.0672941 | 11726 | 4.0691499 | 11776 | 4.0709978 |
| 11627 | 4.0654677 | 11677 | 4.0673313 | 11727 | 4.0691869 | 11777 | 4.0710347 |
| 11628 | 4.0655050 | 11678 | 4.0673685 | 11728 | 4.0692240 | 11778 | 4.0710716 |
| 11629 | 4.0655424 | 11679 | 4.0674057 | 11729 | 4.0692610 | 11779 | 4.0711084 |
| 11630 | 4.0655797 | 11680 | 4.0674428 | 11730 | 4.0692980 | 11780 | 4.0711453 |
| 11631 | 4.0656171 | 11681 | 4.0674800 | 11731 | 4.0693350 | 11781 | 4.0711822 |
| 11632 | 4.0656544 | 11682 | 4.0675172 | 11732 | 4.0693721 | 11782 | 4.0712190 |
| 11633 | 4.0656917 | 11683 | 4.0675544 | 11733 | 4.0694091 | 11783 | 4.0712559 |
| 11634 | 4.0657291 | 11684 | 4.0675915 | 11734 | 4.0694461 | 11784 | 4.0712927 |
| 11635 | 4.0657664 | 11685 | 4.0676287 | 11735 | 4.0694831 | 11785 | 4.0713296 |
| 11636 | 4.0658037 | 11686 | 4.0676659 | 11736 | 4.0695201 | 11786 | 4.0713664 |
| 11637 | 4.0658410 | 11687 | 4.0677030 | 11737 | 4.0695571 | 11787 | 4.0714033 |
| 11638 | 4.0658784 | 11688 | 4.0677402 | 11738 | 4.0695941 | 11788 | 4.0714401 |
| 11639 | 4.0659157 | 11689 | 4.0677774 | 11739 | 4.0696311 | 11789 | 4.0714770 |
| 11640 | 4.0659530 | 11690 | 4.0678145 | 11740 | 4.0696681 | 11790 | 4.0715138 |
| 11641 | 4.0659903 | 11691 | 4.0678517 | 11741 | 4.0697051 | 11791 | 4.0715506 |
| 11642 | 4.0660276 | 11692 | 4.0678888 | 11742 | 4.0697421 | 11792 | 4.0715875 |
| 11643 | 4.0660649 | 11693 | 4.0679259 | 11743 | 4.0697791 | 11793 | 4.0716243 |
| 11644 | 4.0661022 | 11694 | 4.0679631 | 11744 | 4.0698160 | 11794 | 4.0716611 |
| 11645 | 4.0661395 | 11695 | 4.0680002 | 11745 | 4.0698530 | 11795 | 4.0716979 |
| 11646 | 4.0661768 | 11696 | 4.0680374 | 11746 | 4.0698900 | 11796 | 4.0717348 |
| 11647 | 4.0662141 | 11697 | 4.0680745 | 11747 | 4.0699270 | 11797 | 4.0717716 |
| 11648 | 4.0662514 | 11698 | 4.0681116 | 11748 | 4.0699639 | 11798 | 4.0718084 |
| 11649 | 4.0662886 | 11699 | 4.0681487 | 11749 | 4.0700009 | 11799 | 4.0718452 |
| 11650 | 4.0663259 | 11700 | 4.0681859 | 11750 | 4.0700379 | 11800 | 4.0718820 |



Digitized by Google

| Nōb. | Logarithm. | Nōb. | Logarithm. | Nōb. | Logarithm. | Nōb. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 11801 | 4.0719188 | 11851 | 4.0737550 | 11901 | 4.0755835 | 11951 | 4.0774042 |
| 11802 | 4.0719556 | 11852 | 4.0737916 | 11902 | 4.0756199 | 11952 | 4.0774406 |
| 11803 | 4.0719924 | 11853 | 4.0738283 | 11903 | 4.0756564 | 11953 | 4.0774769 |
| 11804 | 4.0720292 | 11854 | 4.0738649 | 11904 | 4.0756929 | 11954 | 4.0775133 |
| 11805 | 4.0720660 | 11855 | 4.0739016 | 11905 | 4.0757294 | 11955 | 4.0775496 |
| 11806 | 4.0721028 | 11856 | 4.0739382 | 11906 | 4.0757659 | 11956 | 4.0775859 |
| 11807 | 4.0721396 | 11857 | 4.0739748 | 11907 | 4.0758024 | 11957 | 4.0776222 |
| 11808 | 4.0721763 | 11858 | 4.0740114 | 11908 | 4.0758388 | 11958 | 4.0776585 |
| 11809 | 4.0722131 | 11859 | 4.0740481 | 11909 | 4.0758753 | 11959 | 4.0776949 |
| 11810 | 4.0722499 | 11860 | 4.0740847 | 11910 | 4.0759118 | 11960 | 4.0777312 |
| 11811 | 4.0722867 | 11861 | 4.0741213 | 11911 | 4.0759482 | 11961 | 4.0777675 |
| 11812 | 4.0723234 | 11862 | 4.0741579 | 11912 | 4.0759847 | 11962 | 4.0778038 |
| 11813 | 4.0723602 | 11863 | 4.0741945 | 11913 | 4.0760211 | 11963 | 4.0778401 |
| 11814 | 4.0723970 | 11864 | 4.0742311 | 11914 | 4.0760576 | 11964 | 4.0778764 |
| 11815 | 4.0724337 | 11865 | 4.0742677 | 11915 | 4.0760940 | 11965 | 4.0779127 |
| 11816 | 4.0724705 | 11866 | 4.0743043 | 11916 | 4.0761305 | 11966 | 4.0779490 |
| 11817 | 4.0725072 | 11867 | 4.0743409 | 11917 | 4.0761669 | 11967 | 4.0779853 |
| 11818 | 4.0725440 | 11868 | 4.0743775 | 11918 | 4.0762034 | 11968 | 4.0780216 |
| 11819 | 4.0725807 | 11869 | 4.0744141 | 11919 | 4.0762398 | 11969 | 4.0780579 |
| 11820 | 4.0726175 | 11870 | 4.0744507 | 11920 | 4.0762763 | 11970 | 4.0780941 |
| 11821 | 4.0726542 | 11871 | 4.0744873 | 11921 | 4.0763127 | 11971 | 4.0781304 |
| 11822 | 4.0726910 | 11872 | 4.0745239 | 11922 | 4.0763491 | 11972 | 4.0781667 |
| 11823 | 4.0727277 | 11873 | 4.0745605 | 11923 | 4.0763855 | 11973 | 4.0782030 |
| 11824 | 4.0727644 | 11874 | 4.0745970 | 11924 | 4.0764220 | 11974 | 4.0782393 |
| 11825 | 4.0728011 | 11875 | 4.0746336 | 11925 | 4.0764584 | 11975 | 4.0782755 |
| 11826 | 4.0728379 | 11876 | 4.0746702 | 11926 | 4.0764948 | 11976 | 4.0783118 |
| 11827 | 4.0728746 | 11877 | 4.0747068 | 11927 | 4.0765312 | 11977 | 4.0783480 |
| 11828 | 4.0729113 | 11878 | 4.0747433 | 11928 | 4.0765676 | 11978 | 4.0783843 |
| 11829 | 4.0729480 | 11879 | 4.0747799 | 11929 | 4.0766040 | 11979 | 4.0784206 |
| 11830 | 4.0729847 | 11880 | 4.0748164 | 11930 | 4.0766404 | 11980 | 4.0784568 |
| 11831 | 4.0730215 | 11881 | 4.0748530 | 11931 | 4.0766768 | 11981 | 4.0784930 |
| 11832 | 4.0730582 | 11882 | 4.0748895 | 11932 | 4.0767132 | 11982 | 4.0785293 |
| 11833 | 4.0730949 | 11883 | 4.0749261 | 11933 | 4.0767496 | 11983 | 4.0785656 |
| 11834 | 4.0731316 | 11884 | 4.0749626 | 11934 | 4.0767860 | 11984 | 4.0786018 |
| 11835 | 4.0731683 | 11885 | 4.0749992 | 11935 | 4.0768224 | 11985 | 4.0786380 |
| 11836 | 4.0732050 | 11886 | 4.0750357 | 11936 | 4.0768588 | 11986 | 4.0786743 |
| 11837 | 4.0732416 | 11887 | 4.0750723 | 11937 | 4.0768952 | 11987 | 4.0787105 |
| 11838 | 4.0732783 | 11888 | 4.0751088 | 11938 | 4.0769316 | 11988 | 4.0787467 |
| 11839 | 4.0733150 | 11889 | 4.0751453 | 11939 | 4.0769680 | 11989 | 4.0787830 |
| 11840 | 4.0733517 | 11890 | 4.0751819 | 11940 | 4.0770043 | 11990 | 4.0788192 |
| 11841 | 4.0733884 | 11891 | 4.0752184 | 11941 | 4.0770407 | 11991 | 4.0788554 |
| 11842 | 4.0734251 | 11892 | 4.0752549 | 11942 | 4.0770771 | 11992 | 4.0788916 |
| 11843 | 4.0734617 | 11893 | 4.0752914 | 11943 | 4.0771134 | 11993 | 4.0789278 |
| 11844 | 4.0734984 | 11894 | 4.0753279 | 11944 | 4.0771498 | 11994 | 4.0789640 |
| 11845 | 4.0735351 | 11895 | 4.0753644 | 11945 | 4.0771862 | 11995 | 4.0790003 |
| 11846 | 4.0735717 | 11896 | 4.0754010 | 11946 | 4.0772225 | 11996 | 4.0790365 |
| 11847 | 4.0736084 | 11897 | 4.0754375 | 11947 | 4.0772589 | 11997 | 4.0790727 |
| 11848 | 4.0736450 | 11898 | 4.0754740 | 11948 | 4.0772952 | 11998 | 4.0791089 |
| 11849 | 4.0736817 | 11899 | 4.0755105 | 11949 | 4.0773316 | 11999 | 4.0791451 |
| 11850 | 4.0737184 | 11900 | 4.0755470 | 11950 | 4.0773679 | 12000 | 4.0791812 |

Digitized by Google

| Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 12001 | 4.0792174 | 12051 | 4.0810231 | 12101 | 4.0828213 | 12151 | 4.0846120 |
| 12002 | 4.0792536 | 12052 | 4.0810591 | 12102 | 4.0828571 | 12152 | 4.0846478 |
| 12003 | 4.0792898 | 12053 | 4.0810952 | 12103 | 4.0828930 | 12153 | 4.0846835 |
| 12004 | 4.0793260 | 12054 | 4.0811312 | 12104 | 4.0829289 | 12154 | 4.0847192 |
| 12005 | 4.0793622 | 12055 | 4.0811672 | 12105 | 4.0829648 | 12155 | 4.0847550 |
| 12006 | 4.0793983 | 12056 | 4.0812032 | 12106 | 4.0830007 | 12156 | 4.0847907 |
| 12007 | 4.0794345 | 12057 | 4.0812393 | 12107 | 4.0830365 | 12157 | 4.0848264 |
| 12008 | 4.0794707 | 12058 | 4.0812753 | 12108 | 4.0830724 | 12158 | 4.0848621 |
| 12009 | 4.0795068 | 12059 | 4.0813113 | 12109 | 4.0831083 | 12159 | 4.0848979 |
| 12010 | 4.0795430 | 12060 | 4.0813473 | 12110 | 4.0831441 | 12160 | 4.0849336 |
| 12011 | 4.0795792 | 12061 | 4.0813833 | 12111 | 4.0831800 | 12161 | 4.0849693 |
| 12012 | 4.0796153 | 12062 | 4.0814193 | 12112 | 4.0832159 | 12162 | 4.0850050 |
| 12013 | 4.0796515 | 12063 | 4.0814553 | 12113 | 4.0832517 | 12163 | 4.0850407 |
| 12014 | 4.0796876 | 12064 | 4.0814913 | 12114 | 4.0832876 | 12164 | 4.0850764 |
| 12015 | 4.0797238 | 12065 | 4.0815273 | 12115 | 4.0833234 | 12165 | 4.0851121 |
| 12016 | 4.0797599 | 12066 | 4.0815633 | 12116 | 4.0833593 | 12166 | 4.0851478 |
| 12017 | 4.0797961 | 12067 | 4.0815993 | 12117 | 4.0833951 | 12167 | 4.0851835 |
| 12018 | 4.0798322 | 12068 | 4.0816353 | 12118 | 4.0834309 | 12168 | 4.0852192 |
| 12019 | 4.0798683 | 12069 | 4.0816713 | 12119 | 4.0834668 | 12169 | 4.0852549 |
| 12020 | 4.0799045 | 12070 | 4.0817073 | 12120 | 4.0835026 | 12170 | 4.0852906 |
| 12021 | 4.0799406 | 12071 | 4.0817432 | 12121 | 4.0835385 | 12171 | 4.0853263 |
| 12022 | 4.0799767 | 12072 | 4.0817792 | 12122 | 4.0835743 | 12172 | 4.0853619 |
| 12023 | 4.0800128 | 12073 | 4.0818152 | 12123 | 4.0836101 | 12173 | 4.0853976 |
| 12024 | 4.0800490 | 12074 | 4.0818512 | 12124 | 4.0836459 | 12174 | 4.0854333 |
| 12025 | 4.0800851 | 12075 | 4.0818871 | 12125 | 4.0836817 | 12175 | 4.0854690 |
| 12026 | 4.0801212 | 12076 | 4.0819231 | 12126 | 4.0837176 | 12176 | 4.0855046 |
| 12027 | 4.0801573 | 12077 | 4.0819591 | 12127 | 4.0837534 | 12177 | 4.0855403 |
| 12028 | 4.0801934 | 12078 | 4.0819950 | 12128 | 4.0837892 | 12178 | 4.0855760 |
| 12029 | 4.0802295 | 12079 | 4.0820310 | 12129 | 4.0838250 | 12179 | 4.0856116 |
| 12030 | 4.0802656 | 12080 | 4.0820669 | 12130 | 4.0838608 | 12180 | 4.0856473 |
| 12031 | 4.0803017 | 12081 | 4.0821029 | 12131 | 4.0838966 | 12181 | 4.0856829 |
| 12032 | 4.0803378 | 12082 | 4.0821388 | 12132 | 4.0839324 | 12182 | 4.0857186 |
| 12033 | 4.0803739 | 12083 | 4.0821748 | 12133 | 4.0839682 | 12183 | 4.0857542 |
| 12034 | 4.0804100 | 12084 | 4.0822107 | 12134 | 4.0840040 | 12184 | 4.0857899 |
| 12035 | 4.0804461 | 12085 | 4.0822467 | 12135 | 4.0840398 | 12185 | 4.0858255 |
| 12036 | 4.0804822 | 12086 | 4.0822826 | 12136 | 4.0840756 | 12186 | 4.0858612 |
| 12037 | 4.0805183 | 12087 | 4.0823185 | 12137 | 4.0841114 | 12187 | 4.0858968 |
| 12038 | 4.0805543 | 12088 | 4.0823544 | 12138 | 4.0841471 | 12188 | 4.0859324 |
| 12039 | 4.0805904 | 12089 | 4.0823904 | 12139 | 4.0841829 | 12189 | 4.0859681 |
| 12040 | 4.0806265 | 12090 | 4.0824263 | 12140 | 4.0842187 | 12190 | 4.0860037 |
| 12041 | 4.0806626 | 12091 | 4.0824622 | 12141 | 4.0842545 | 12191 | 4.0860393 |
| 12042 | 4.0806986 | 12092 | 4.0824981 | 12142 | 4.0842902 | 12192 | 4.0860750 |
| 12043 | 4.0807347 | 12093 | 4.0825341 | 12143 | 4.0843260 | 12193 | 4.0861106 |
| 12044 | 4.0807707 | 12094 | 4.0825700 | 12144 | 4.0843618 | 12194 | 4.0861462 |
| 12045 | 4.0808068 | 12095 | 4.0826059 | 12145 | 4.0843975 | 12195 | 4.0861818 |
| 12046 | 4.0808429 | 12096 | 4.0826418 | 12146 | 4.0844333 | 12196 | 4.0862174 |
| 12047 | 4.0808789 | 12097 | 4.0826777 | 12147 | 4.0844690 | 12197 | 4.0862530 |
| 12048 | 4.0809150 | 12098 | 4.0827136 | 12148 | 4.0845048 | 12198 | 4.0862886 |
| 12049 | 4.0809510 | 12099 | 4.0827495 | 12149 | 4.0845405 | 12199 | 4.0863242 |
| 12050 | 4.0809870 | 12100 | 4.0827854 | 12150 | 4.0845763 | 12200 | 4.0863598 |



Digitized by Google

| Nōb. | Logarithm. | Nōb. | Logarithm. | Nōb. | Logarithm. | Nōb. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 12201 | 4.0863954 | 12251 | 4.0881715 | 12301 | 4.0899404 | 12351 | 4.0917021 |
| 12202 | 4.0864310 | 12252 | 4.0882070 | 12302 | 4.0899757 | 12352 | 4.0917373 |
| 12203 | 4.0864666 | 12253 | 4.0882424 | 12303 | 4.0900110 | 12353 | 4.0917724 |
| 12204 | 4.0865022 | 12254 | 4.0882779 | 12304 | 4.0900463 | 12354 | 4.0918076 |
| 12205 | 4.0865378 | 12255 | 4.0883133 | 12305 | 4.0900816 | 12355 | 4.0918427 |
| 12206 | 4.0865734 | 12256 | 4.0883488 | 12306 | 4.0901169 | 12356 | 4.0918779 |
| 12207 | 4.0866089 | 12257 | 4.0883842 | 12307 | 4.0901522 | 12357 | 4.0919130 |
| 12208 | 4.0866445 | 12258 | 4.0884196 | 12308 | 4.0901875 | 12358 | 4.0919482 |
| 12209 | 4.0866801 | 12259 | 4.0884550 | 12309 | 4.0902228 | 12359 | 4.0919833 |
| 12210 | 4.0867157 | 12260 | 4.0884905 | 12310 | 4.0902581 | 12360 | 4.0920185 |
| 12211 | 4.0867512 | 12261 | 4.0885259 | 12311 | 4.0902933 | 12361 | 4.0920536 |
| 12212 | 4.0867868 | 12262 | 4.0885613 | 12312 | 4.0903286 | 12362 | 4.0920887 |
| 12213 | 4.0868224 | 12263 | 4.0885967 | 12313 | 4.0903639 | 12363 | 4.0921239 |
| 12214 | 4.0868579 | 12264 | 4.0886321 | 12314 | 4.0903991 | 12364 | 4.0921590 |
| 12215 | 4.0868935 | 12265 | 4.0886676 | 12315 | 4.0904344 | 12365 | 4.0921941 |
| 12216 | 4.0869290 | 12266 | 4.0887030 | 12316 | 4.0904697 | 12366 | 4.0922292 |
| 12217 | 4.0869646 | 12267 | 4.0887384 | 12317 | 4.0905049 | 12367 | 4.0922644 |
| 12218 | 4.0870001 | 12268 | 4.0887738 | 12318 | 4.0905402 | 12368 | 4.0922995 |
| 12219 | 4.0870357 | 12269 | 4.0888092 | 12319 | 4.0905755 | 12369 | 4.0923346 |
| 12220 | 4.0870712 | 12270 | 4.0888446 | 12320 | 4.0906107 | 12370 | 4.0923697 |
| 12221 | 4.0871067 | 12271 | 4.0888800 | 12321 | 4.0906460 | 12371 | 4.0924048 |
| 12222 | 4.0871423 | 12272 | 4.0889153 | 12322 | 4.0906812 | 12372 | 4.0924399 |
| 12223 | 4.0871778 | 12273 | 4.0889507 | 12323 | 4.0907164 | 12373 | 4.0924750 |
| 12224 | 4.0872133 | 12274 | 4.0889861 | 12324 | 4.0907517 | 12374 | 4.0925101 |
| 12225 | 4.0872489 | 12275 | 4.0890215 | 12325 | 4.0907869 | 12375 | 4.0925452 |
| 12226 | 4.0872844 | 12276 | 4.0890569 | 12326 | 4.0908222 | 12376 | 4.0925803 |
| 12227 | 4.0873199 | 12277 | 4.0890923 | 12327 | 4.0908574 | 12377 | 4.0926154 |
| 12228 | 4.0873554 | 12278 | 4.0891276 | 12328 | 4.0908926 | 12378 | 4.0926505 |
| 12229 | 4.0873909 | 12279 | 4.0891630 | 12329 | 4.0909279 | 12379 | 4.0926856 |
| 12230 | 4.0874265 | 12280 | 4.0891984 | 12330 | 4.0909631 | 12380 | 4.0927206 |
| 12231 | 4.0874620 | 12281 | 4.0892337 | 12331 | 4.0909983 | 12381 | 4.0927557 |
| 12232 | 4.0874974 | 12282 | 4.0892691 | 12332 | 4.0910335 | 12382 | 4.0927908 |
| 12233 | 4.0875330 | 12283 | 4.0893045 | 12333 | 4.0910687 | 12383 | 4.0928259 |
| 12234 | 4.0875685 | 12284 | 4.0893398 | 12334 | 4.0911039 | 12384 | 4.0928609 |
| 12235 | 4.0876040 | 12285 | 4.0893752 | 12335 | 4.0911392 | 12385 | 4.0928960 |
| 12236 | 4.0876395 | 12286 | 4.0894105 | 12336 | 4.0911744 | 12386 | 4.0929311 |
| 12237 | 4.0876750 | 12287 | 4.0894459 | 12337 | 4.0912096 | 12387 | 4.0929661 |
| 12238 | 4.0877104 | 12288 | 4.0894812 | 12338 | 4.0912448 | 12388 | 4.0930012 |
| 12239 | 4.0877459 | 12289 | 4.0895165 | 12339 | 4.0912800 | 12389 | 4.0930363 |
| 12240 | 4.0877814 | 12290 | 4.0895519 | 12340 | 4.0913152 | 12390 | 4.0930713 |
| 12241 | 4.0878169 | 12291 | 4.0895872 | 12341 | 4.0913504 | 12391 | 4.0931064 |
| 12242 | 4.0878524 | 12292 | 4.0896226 | 12342 | 4.0913855 | 12392 | 4.0931414 |
| 12243 | 4.0878878 | 12293 | 4.0896579 | 12343 | 4.0914207 | 12393 | 4.0931764 |
| 12244 | 4.0879233 | 12294 | 4.0896932 | 12344 | 4.0914559 | 12394 | 4.0932115 |
| 12245 | 4.0879588 | 12295 | 4.0897285 | 12345 | 4.0914911 | 12395 | 4.0932465 |
| 12246 | 4.0879943 | 12296 | 4.0897639 | 12346 | 4.0915263 | 12396 | 4.0932816 |
| 12247 | 4.0880297 | 12297 | 4.0897992 | 12347 | 4.0915614 | 12397 | 4.0933166 |
| 12248 | 4.0880652 | 12298 | 4.0898345 | 12348 | 4.0915966 | 12398 | 4.0933516 |
| 12249 | 4.0881006 | 12299 | 4.0898698 | 12349 | 4.0916318 | 12399 | 4.0933867 |
| 12250 | 4.0881361 | 12300 | 4.0899051 | 12350 | 4.0916670 | 12400 | 4.0934217 |

Digitized by Google

| Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 12401 | 4.0934567 | 12451 | 4.0952042 | 12501 | 4.0969448 | 12551 | 4.0986783 |
| 12402 | 4.0934917 | 12452 | 4.0952391 | 12502 | 4.0969795 | 12552 | 4.0987129 |
| 12403 | 4.0935267 | 12453 | 4.0952740 | 12503 | 4.0970142 | 12553 | 4.0987475 |
| 12404 | 4.0935618 | 12454 | 4.0953089 | 12504 | 4.0970490 | 12554 | 4.0987821 |
| 12405 | 4.0935968 | 12455 | 4.0953437 | 12505 | 4.0970837 | 12555 | 4.0988167 |
| 12406 | 4.0936318 | 12456 | 4.0953786 | 12506 | 4.0971184 | 12556 | 4.0988513 |
| 12407 | 4.0936668 | 12457 | 4.0954135 | 12507 | 4.0971531 | 12557 | 4.0988859 |
| 12408 | 4.0937018 | 12458 | 4.0954483 | 12508 | 4.0971879 | 12558 | 4.0989205 |
| 12409 | 4.0937368 | 12459 | 4.0954832 | 12509 | 4.0972226 | 12559 | 4.0989551 |
| 12410 | 4.0937718 | 12460 | 4.0955180 | 12510 | 4.0972573 | 12560 | 4.0989896 |
| 12411 | 4.0938068 | 12461 | 4.0955529 | 12511 | 4.0972920 | 12561 | 4.0990242 |
| 12412 | 4.0938418 | 12462 | 4.0955877 | 12512 | 4.0973267 | 12562 | 4.0990588 |
| 12413 | 4.0938768 | 12463 | 4.0956226 | 12513 | 4.0973614 | 12563 | 4.0990934 |
| 12414 | 4.0939117 | 12464 | 4.0956574 | 12514 | 4.0973962 | 12564 | 4.0991279 |
| 12415 | 4.0939467 | 12465 | 4.0956923 | 12515 | 4.0974309 | 12565 | 4.0991625 |
| 12416 | 4.0939817 | 12466 | 4.0957271 | 12516 | 4.0974656 | 12566 | 4.0991971 |
| 12417 | 4.0940167 | 12467 | 4.0957620 | 12517 | 4.0975003 | 12567 | 4.0992316 |
| 12418 | 4.0940517 | 12468 | 4.0957968 | 12518 | 4.0975349 | 12568 | 4.0992662 |
| 12419 | 4.0940866 | 12469 | 4.0958316 | 12519 | 4.0975696 | 12569 | 4.0993007 |
| 12420 | 4.0941216 | 12470 | 4.0958665 | 12520 | 4.0976043 | 12570 | 4.0993353 |
| 12421 | 4.0941566 | 12471 | 4.0959013 | 12521 | 4.0976390 | 12571 | 4.0993698 |
| 12422 | 4.0941915 | 12472 | 4.0959361 | 12522 | 4.0976737 | 12572 | 4.0994044 |
| 12423 | 4.0942265 | 12473 | 4.0959709 | 12523 | 4.0977084 | 12573 | 4.0994389 |
| 12424 | 4.0942614 | 12474 | 4.0960057 | 12524 | 4.0977431 | 12574 | 4.0994735 |
| 12425 | 4.0942964 | 12475 | 4.0960406 | 12525 | 4.0977777 | 12575 | 4.0995080 |
| 12426 | 4.0943313 | 12476 | 4.0960754 | 12526 | 4.0978124 | 12576 | 4.0995425 |
| 12427 | 4.0943663 | 12477 | 4.0961102 | 12527 | 4.0978471 | 12577 | 4.0995771 |
| 12428 | 4.0944012 | 12478 | 4.0961450 | 12528 | 4.0978817 | 12578 | 4.0996116 |
| 12429 | 4.0944362 | 12479 | 4.0961798 | 12529 | 4.0979164 | 12579 | 4.0996461 |
| 12430 | 4.0944711 | 12480 | 4.0962146 | 12530 | 4.0979511 | 12580 | 4.0996806 |
| 12431 | 4.0945061 | 12481 | 4.0962494 | 12531 | 4.0979857 | 12581 | 4.0997152 |
| 12432 | 4.0945410 | 12482 | 4.0962842 | 12532 | 4.0980204 | 12582 | 4.0997497 |
| 12433 | 4.0945759 | 12483 | 4.0963190 | 12533 | 4.0980550 | 12583 | 4.0997842 |
| 12434 | 4.0946109 | 12484 | 4.0963538 | 12534 | 4.0980897 | 12584 | 4.0998187 |
| 12435 | 4.0946458 | 12485 | 4.0963885 | 12535 | 4.0981243 | 12585 | 4.0998532 |
| 12436 | 4.0946807 | 12486 | 4.0964233 | 12536 | 4.0981590 | 12586 | 4.0998877 |
| 12437 | 4.0947156 | 12487 | 4.0964581 | 12537 | 4.0981936 | 12587 | 4.0999222 |
| 12438 | 4.0947506 | 12488 | 4.0964929 | 12538 | 4.0982283 | 12588 | 4.0999567 |
| 12439 | 4.0947855 | 12489 | 4.0965277 | 12539 | 4.0982629 | 12589 | 4.0999912 |
| 12440 | 4.0948204 | 12490 | 4.0965624 | 12540 | 4.0982975 | 12590 | 4.1000257 |
| 12441 | 4.0948553 | 12491 | 4.0965972 | 12541 | 4.0983322 | 12591 | 4.1000602 |
| 12442 | 4.0948902 | 12492 | 4.0966320 | 12542 | 4.0983668 | 12592 | 4.1000947 |
| 12443 | 4.0949251 | 12493 | 4.0966667 | 12543 | 4.0984014 | 12593 | 4.1001292 |
| 12444 | 4.0949600 | 12494 | 4.0967015 | 12544 | 4.0984360 | 12594 | 4.1001637 |
| 12445 | 4.0949949 | 12495 | 4.0967363 | 12545 | 4.0984707 | 12595 | 4.1001982 |
| 12446 | 4.0950298 | 12496 | 4.0967710 | 12546 | 4.0985053 | 12596 | 4.1002327 |
| 12447 | 4.0950647 | 12497 | 4.0968058 | 12547 | 4.0985399 | 12597 | 4.1002671 |
| 12448 | 4.0950996 | 12498 | 4.0968405 | 12548 | 4.0985745 | 12598 | 4.1003016 |
| 12449 | 4.0951345 | 12499 | 4.0968753 | 12549 | 4.0986091 | 12599 | 4.1003361 |
| 12450 | 4.0951694 | 12500 | 4.0969100 | 12550 | 4.0986437 | 12600 | 4.1003705 |



Digitized by Google

| Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 12601 | 4.1004050 | 12651 | 4.1021249 | 12701 | 4.1038379 | 12751 | 4.1055442 |
| 12602 | 4.1004395 | 12652 | 4.1021592 | 12702 | 4.1038721 | 12752 | 4.1055785 |
| 12603 | 4.1004739 | 12653 | 4.1021935 | 12703 | 4.1039063 | 12753 | 4.1056124 |
| 12604 | 4.1005084 | 12654 | 4.1022278 | 12704 | 4.1039405 | 12754 | 4.1056464 |
| 12605 | 4.1005429 | 12655 | 4.1022621 | 12705 | 4.1039747 | 12755 | 4.1056805 |
| 12606 | 4.1005773 | 12656 | 4.1022965 | 12706 | 4.1040089 | 12756 | 4.1057145 |
| 12607 | 4.1006118 | 12657 | 4.1023308 | 12707 | 4.1040430 | 12757 | 4.1057486 |
| 12608 | 4.1006462 | 12658 | 4.1023651 | 12708 | 4.1040772 | 12758 | 4.1057826 |
| 12609 | 4.1006806 | 12659 | 4.1023994 | 12709 | 4.1041114 | 12759 | 4.1058166 |
| 12610 | 4.1007151 | 12660 | 4.1024337 | 12710 | 4.1041456 | 12760 | 4.1058507 |
| 12611 | 4.1007495 | 12661 | 4.1024680 | 12711 | 4.1041797 | 12761 | 4.1058847 |
| 12612 | 4.1007840 | 12662 | 4.1025023 | 12712 | 4.1042139 | 12762 | 4.1059187 |
| 12613 | 4.1008184 | 12663 | 4.1025366 | 12713 | 4.1042480 | 12763 | 4.1059528 |
| 12614 | 4.1008528 | 12664 | 4.1025709 | 12714 | 4.1042822 | 12764 | 4.1059868 |
| 12615 | 4.1008873 | 12665 | 4.1026052 | 12715 | 4.1043164 | 12765 | 4.1060208 |
| 12616 | 4.1009217 | 12666 | 4.1026395 | 12716 | 4.1043505 | 12766 | 4.1060548 |
| 12617 | 4.1009561 | 12667 | 4.1026738 | 12717 | 4.1043847 | 12767 | 4.1060889 |
| 12618 | 4.1009905 | 12668 | 4.1027081 | 12718 | 4.1044188 | 12768 | 4.1061229 |
| 12619 | 4.1010249 | 12669 | 4.1027423 | 12719 | 4.1044530 | 12769 | 4.1061569 |
| 12620 | 4.1010594 | 12670 | 4.1027766 | 12720 | 4.1044871 | 12770 | 4.1061909 |
| 12621 | 4.1010938 | 12671 | 4.1028109 | 12721 | 4.1045213 | 12771 | 4.1062249 |
| 12622 | 4.1011282 | 12672 | 4.1028452 | 12722 | 4.1045554 | 12772 | 4.1062589 |
| 12623 | 4.1011626 | 12673 | 4.1028794 | 12723 | 4.1045895 | 12773 | 4.1062929 |
| 12624 | 4.1011970 | 12674 | 4.1029137 | 12724 | 4.1046237 | 12774 | 4.1063269 |
| 12625 | 4.1012314 | 12675 | 4.1029480 | 12725 | 4.1046578 | 12775 | 4.1063609 |
| 12626 | 4.1012658 | 12676 | 4.1029822 | 12726 | 4.1046919 | 12776 | 4.1063949 |
| 12627 | 4.1013002 | 12677 | 4.1030165 | 12727 | 4.1047260 | 12777 | 4.1064289 |
| 12628 | 4.1013346 | 12678 | 4.1030507 | 12728 | 4.1047602 | 12778 | 4.1064629 |
| 12629 | 4.1013690 | 12679 | 4.1030850 | 12729 | 4.1047943 | 12779 | 4.1064969 |
| 12630 | 4.1014034 | 12680 | 4.1031193 | 12730 | 4.1048284 | 12780 | 4.1065309 |
| 12631 | 4.1014377 | 12681 | 4.1031535 | 12731 | 4.1048625 | 12781 | 4.1065648 |
| 12632 | 4.1014721 | 12682 | 4.1031877 | 12732 | 4.1048966 | 12782 | 4.1065988 |
| 12633 | 4.1015065 | 12683 | 4.1032220 | 12733 | 4.1049307 | 12783 | 4.1066328 |
| 12634 | 4.1015409 | 12684 | 4.1032562 | 12734 | 4.1049648 | 12784 | 4.1066668 |
| 12635 | 4.1015752 | 12685 | 4.1032905 | 12735 | 4.1049989 | 12785 | 4.1067007 |
| 12636 | 4.1016096 | 12686 | 4.1033247 | 12736 | 4.1050331 | 12786 | 4.1067347 |
| 12637 | 4.1016440 | 12687 | 4.1033589 | 12737 | 4.1050671 | 12787 | 4.1067687 |
| 12638 | 4.1016784 | 12688 | 4.1033932 | 12738 | 4.1051012 | 12788 | 4.1068026 |
| 12639 | 4.1017127 | 12689 | 4.1034274 | 12739 | 4.1051353 | 12789 | 4.1068366 |
| 12640 | 4.1017471 | 12690 | 4.1034616 | 12740 | 4.1051694 | 12790 | 4.1068705 |
| 12641 | 4.1017814 | 12691 | 4.1034958 | 12741 | 4.1052035 | 12791 | 4.1069045 |
| 12642 | 4.1018158 | 12692 | 4.1035301 | 12742 | 4.1052376 | 12792 | 4.1069384 |
| 12643 | 4.1018501 | 12693 | 4.1035643 | 12743 | 4.1052717 | 12793 | 4.1069723 |
| 12644 | 4.1018845 | 12694 | 4.1035985 | 12744 | 4.1053058 | 12794 | 4.1070062 |
| 12645 | 4.1019188 | 12695 | 4.1036327 | 12745 | 4.1053398 | 12795 | 4.1070402 |
| 12646 | 4.1019532 | 12696 | 4.1036669 | 12746 | 4.1053739 | 12796 | 4.1070741 |
| 12647 | 4.1019875 | 12697 | 4.1037011 | 12747 | 4.1054080 | 12797 | 4.1071080 |
| 12648 | 4.1020219 | 12698 | 4.1037353 | 12748 | 4.1054421 | 12798 | 4.1071419 |
| 12649 | 4.1020562 | 12699 | 4.1037695 | 12749 | 4.1054761 | 12799 | 4.1071758 |
| 12650 | 4.1020905 | 12700 | 4.1038037 | 12750 | 4.1055102 | 12800 | 4.1072097 |

| Nõb. | Logarithm. | Nõb. | Logarithm. | Nõb. | Logarithm. | Nõb. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 12801 | 4.1072439 | 12851 | 4.1089369 | 12901 | 4.1106234 | 12951 | 4.1123033 |
| 12802 | 4.1072778 | 12852 | 4.1089707 | 12902 | 4.1106570 | 12952 | 4.1123368 |
| 12803 | 4.1073117 | 12853 | 4.1090045 | 12903 | 4.1106907 | 12953 | 4.1123704 |
| 12804 | 4.1073457 | 12854 | 4.1090383 | 12904 | 4.1107244 | 12954 | 4.1124039 |
| 12805 | 4.1073796 | 12855 | 4.1090721 | 12905 | 4.1107580 | 12955 | 4.1124374 |
| 12806 | 4.1074135 | 12856 | 4.1091059 | 12906 | 4.1107917 | 12956 | 4.1124709 |
| 12807 | 4.1074474 | 12857 | 4.1091396 | 12907 | 4.1108253 | 12957 | 4.1125045 |
| 12808 | 4.1074813 | 12858 | 4.1091734 | 12908 | 4.1108590 | 12958 | 4.1125380 |
| 12809 | 4.1075152 | 12859 | 4.1092071 | 12909 | 4.1108926 | 12959 | 4.1125715 |
| 12810 | 4.1075491 | 12860 | 4.1092410 | 12910 | 4.1109262 | 12960 | 4.1126050 |
| 12811 | 4.1075830 | 12861 | 4.1092747 | 12911 | 4.1109599 | 12961 | 4.1126385 |
| 12812 | 4.1076169 | 12862 | 4.1093085 | 12912 | 4.1109935 | 12962 | 4.1126720 |
| 12813 | 4.1076508 | 12863 | 4.1093423 | 12913 | 4.1110272 | 12963 | 4.1127055 |
| 12814 | 4.1076847 | 12864 | 4.1093760 | 12914 | 4.1110608 | 12964 | 4.1127390 |
| 12815 | 4.1077186 | 12865 | 4.1094098 | 12915 | 4.1110944 | 12965 | 4.1127725 |
| 12816 | 4.1077525 | 12866 | 4.1094435 | 12916 | 4.1111280 | 12966 | 4.1128060 |
| 12817 | 4.1077864 | 12867 | 4.1094773 | 12917 | 4.1111617 | 12967 | 4.1128395 |
| 12818 | 4.1078203 | 12868 | 4.1095111 | 12918 | 4.1111953 | 12968 | 4.1128730 |
| 12819 | 4.1078541 | 12869 | 4.1095448 | 12919 | 4.1112289 | 12969 | 4.1129065 |
| 12820 | 4.1078880 | 12870 | 4.1095785 | 12920 | 4.1112625 | 12970 | 4.1129400 |
| 12821 | 4.1079219 | 12871 | 4.1096123 | 12921 | 4.1112961 | 12971 | 4.1129735 |
| 12822 | 4.1079558 | 12872 | 4.1096460 | 12922 | 4.1113297 | 12972 | 4.1130069 |
| 12823 | 4.1079896 | 12873 | 4.1096798 | 12923 | 4.1113633 | 12973 | 4.1130404 |
| 12824 | 4.1080235 | 12874 | 4.1097135 | 12924 | 4.1113969 | 12974 | 4.1130739 |
| 12825 | 4.1080574 | 12875 | 4.1097472 | 12925 | 4.1114306 | 12975 | 4.1131074 |
| 12826 | 4.1080912 | 12876 | 4.1097810 | 12926 | 4.1114642 | 12976 | 4.1131408 |
| 12827 | 4.1081251 | 12877 | 4.1098147 | 12927 | 4.1114977 | 12977 | 4.1131743 |
| 12828 | 4.1081590 | 12878 | 4.1098484 | 12928 | 4.1115313 | 12978 | 4.1132078 |
| 12829 | 4.1081928 | 12879 | 4.1098821 | 12929 | 4.1115649 | 12979 | 4.1132412 |
| 12830 | 4.1082267 | 12880 | 4.1099159 | 12930 | 4.1115985 | 12980 | 4.1132747 |
| 12831 | 4.1082605 | 12881 | 4.1099496 | 12931 | 4.1116321 | 12981 | 4.1133081 |
| 12832 | 4.1082944 | 12882 | 4.1099833 | 12932 | 4.1116657 | 12982 | 4.1133416 |
| 12833 | 4.1083282 | 12883 | 4.1100170 | 12933 | 4.1116993 | 12983 | 4.1133751 |
| 12834 | 4.1083620 | 12884 | 4.1100507 | 12934 | 4.1117329 | 12984 | 4.1134085 |
| 12835 | 4.1083959 | 12885 | 4.1100844 | 12935 | 4.1117664 | 12985 | 4.1134420 |
| 12836 | 4.1084297 | 12886 | 4.1101181 | 12936 | 4.1118000 | 12986 | 4.1134754 |
| 12837 | 4.1084635 | 12887 | 4.1101518 | 12937 | 4.1118336 | 12987 | 4.1135088 |
| 12838 | 4.1084974 | 12888 | 4.1101855 | 12938 | 4.1118671 | 12988 | 4.1135423 |
| 12839 | 4.1085312 | 12889 | 4.1102192 | 12939 | 4.1119007 | 12989 | 4.1135757 |
| 12840 | 4.1085650 | 12890 | 4.1102529 | 12940 | 4.1119343 | 12990 | 4.1136092 |
| 12841 | 4.1085988 | 12891 | 4.1102866 | 12941 | 4.1119678 | 12991 | 4.1136426 |
| 12842 | 4.1086327 | 12892 | 4.1103203 | 12942 | 4.1120014 | 12992 | 4.1136760 |
| 12843 | 4.1086665 | 12893 | 4.1103540 | 12943 | 4.1120350 | 12993 | 4.1137094 |
| 12844 | 4.1087003 | 12894 | 4.1103877 | 12944 | 4.1120685 | 12994 | 4.1137429 |
| 12845 | 4.1087341 | 12895 | 4.1104213 | 12945 | 4.1121021 | 12995 | 4.1137763 |
| 12846 | 4.1087679 | 12896 | 4.1104550 | 12946 | 4.1121356 | 12996 | 4.1138097 |
| 12847 | 4.1088017 | 12897 | 4.1104887 | 12947 | 4.1121691 | 12997 | 4.1138431 |
| 12848 | 4.1088355 | 12898 | 4.1105224 | 12948 | 4.1122027 | 12998 | 4.1138765 |
| 12849 | 4.1088693 | 12899 | 4.1105560 | 12949 | 4.1122362 | 12999 | 4.1139099 |
| 12850 | 4.1089031 | 12900 | 4.1105897 | 12950 | 4.1122698 | 13000 | 4.1139432 |

Digitized by Google

| Nõb. | Logarithm. | Nõb. | Logarithm. | Nõb. | Logarithm. | Nõb. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 13001 | 4.1139768 | 13051 | 4.1156438 | 13101 | 4.1173044 | 13151 | 4.1189588 |
| 13002 | 4.1140102 | 13052 | 4.1156771 | 13102 | 4.1173376 | 13152 | 4.1189918 |
| 13003 | 4.1140436 | 13053 | 4.1157103 | 13103 | 4.1173707 | 13153 | 4.1190248 |
| 13004 | 4.1140770 | 13054 | 4.1157436 | 13104 | 4.1174039 | 13154 | 4.1190578 |
| 13005 | 4.1141104 | 13055 | 4.1157769 | 13105 | 4.1174370 | 13155 | 4.1190909 |
| 13006 | 4.1141437 | 13056 | 4.1158101 | 13106 | 4.1174702 | 13156 | 4.1191239 |
| 13007 | 4.1141771 | 13057 | 4.1158434 | 13107 | 4.1175033 | 13157 | 4.1191569 |
| 13008 | 4.1142105 | 13058 | 4.1158767 | 13108 | 4.1175364 | 13158 | 4.1191899 |
| 13009 | 4.1142439 | 13059 | 4.1159099 | 13109 | 4.1175696 | 13159 | 4.1192229 |
| 13010 | 4.1142772 | 13060 | 4.1159432 | 13110 | 4.1176027 | 13160 | 4.1192559 |
| 13011 | 4.1143107 | 13061 | 4.1159764 | 13111 | 4.1176358 | 13161 | 4.1192889 |
| 13012 | 4.1143441 | 13062 | 4.1160097 | 13112 | 4.1176689 | 13162 | 4.1193219 |
| 13013 | 4.1143774 | 13063 | 4.1160429 | 13113 | 4.1177021 | 13163 | 4.1193549 |
| 13014 | 4.1144108 | 13064 | 4.1160762 | 13114 | 4.1177352 | 13164 | 4.1193879 |
| 13015 | 4.1144442 | 13065 | 4.1161094 | 13115 | 4.1177683 | 13165 | 4.1194209 |
| 13016 | 4.1144775 | 13066 | 4.1161427 | 13116 | 4.1178014 | 13166 | 4.1194539 |
| 13017 | 4.1145109 | 13067 | 4.1161759 | 13117 | 4.1178345 | 13167 | 4.1194868 |
| 13018 | 4.1145443 | 13068 | 4.1162091 | 13118 | 4.1178676 | 13168 | 4.1195198 |
| 13019 | 4.1145776 | 13069 | 4.1162424 | 13119 | 4.1179007 | 13169 | 4.1195528 |
| 13020 | 4.1146110 | 13070 | 4.1162756 | 13120 | 4.1179338 | 13170 | 4.1195858 |
| 13021 | 4.1146443 | 13071 | 4.1163088 | 13121 | 4.1179669 | 13171 | 4.1196187 |
| 13022 | 4.1146777 | 13072 | 4.1163420 | 13122 | 4.1180000 | 13172 | 4.1196517 |
| 13023 | 4.1147110 | 13073 | 4.1163753 | 13123 | 4.1180331 | 13173 | 4.1196847 |
| 13024 | 4.1147444 | 13074 | 4.1164085 | 13124 | 4.1180662 | 13174 | 4.1197177 |
| 13025 | 4.1147777 | 13075 | 4.1164417 | 13125 | 4.1180993 | 13175 | 4.1197506 |
| 13026 | 4.1148111 | 13076 | 4.1164749 | 13126 | 4.1181324 | 13176 | 4.1197836 |
| 13027 | 4.1148444 | 13077 | 4.1165081 | 13127 | 4.1181655 | 13177 | 4.1198165 |
| 13028 | 4.1148777 | 13078 | 4.1165413 | 13128 | 4.1181986 | 13178 | 4.1198495 |
| 13029 | 4.1149111 | 13079 | 4.1165745 | 13129 | 4.1182316 | 13179 | 4.1198825 |
| 13030 | 4.1149444 | 13080 | 4.1166077 | 13130 | 4.1182647 | 13180 | 4.1199154 |
| 13031 | 4.1149777 | 13081 | 4.1166409 | 13131 | 4.1182978 | 13181 | 4.1199484 |
| 13032 | 4.1150111 | 13082 | 4.1166741 | 13132 | 4.1183309 | 13182 | 4.1199813 |
| 13033 | 4.1150444 | 13083 | 4.1167073 | 13133 | 4.1183639 | 13183 | 4.1200143 |
| 13034 | 4.1150777 | 13084 | 4.1167405 | 13134 | 4.1183970 | 13184 | 4.1200472 |
| 13035 | 4.1151110 | 13085 | 4.1167737 | 13135 | 4.1184301 | 13185 | 4.1200801 |
| 13036 | 4.1151444 | 13086 | 4.1168069 | 13136 | 4.1184631 | 13186 | 4.1201131 |
| 13037 | 4.1151777 | 13087 | 4.1168401 | 13137 | 4.1184962 | 13187 | 4.1201460 |
| 13038 | 4.1152110 | 13088 | 4.1168733 | 13138 | 4.1185293 | 13188 | 4.1201789 |
| 13039 | 4.1152443 | 13089 | 4.1169065 | 13139 | 4.1185623 | 13189 | 4.1202119 |
| 13040 | 4.1152776 | 13090 | 4.1169396 | 13140 | 4.1185954 | 13190 | 4.1202448 |
| 13041 | 4.1153109 | 13091 | 4.1169728 | 13141 | 4.1186284 | 13191 | 4.1202777 |
| 13042 | 4.1153442 | 13092 | 4.1170060 | 13142 | 4.1186615 | 13192 | 4.1203106 |
| 13043 | 4.1153775 | 13093 | 4.1170392 | 13143 | 4.1186945 | 13193 | 4.1203436 |
| 13044 | 4.1154108 | 13094 | 4.1170723 | 13144 | 4.1187276 | 13194 | 4.1203765 |
| 13045 | 4.1154441 | 13095 | 4.1171055 | 13145 | 4.1187606 | 13195 | 4.1204094 |
| 13046 | 4.1154774 | 13096 | 4.1171387 | 13146 | 4.1187936 | 13196 | 4.1204423 |
| 13047 | 4.1155107 | 13097 | 4.1171718 | 13147 | 4.1188267 | 13197 | 4.1204752 |
| 13048 | 4.1155439 | 13098 | 4.1172050 | 13148 | 4.1188597 | 13198 | 4.1205081 |
| 13049 | 4.1155772 | 13099 | 4.1172381 | 13149 | 4.1188927 | 13199 | 4.1205410 |
| 13050 | 4.1156105 | 13100 | 4.1172713 | 13150 | 4.1189258 | 13200 | 4.1205739 |



Digitized by Google

| Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 13201 | 4.1206068 | 13251 | 4.1222487 | 13301 | 4.1238843 | 13351 | 4.1255138 |
| 13202 | 4.1206397 | 13252 | 4.1222814 | 13302 | 4.1239169 | 13352 | 4.1255463 |
| 13203 | 4.1206726 | 13253 | 4.1223142 | 13303 | 4.1239496 | 13353 | 4.1255788 |
| 13204 | 4.1207055 | 13254 | 4.1223470 | 13304 | 4.1239822 | 13354 | 4.1256114 |
| 13205 | 4.1207384 | 13255 | 4.1223797 | 13305 | 4.1240149 | 13355 | 4.1256439 |
| 13206 | 4.1207713 | 13256 | 4.1224125 | 13306 | 4.1240475 | 13356 | 4.1256764 |
| 13207 | 4.1208042 | 13257 | 4.1224453 | 13307 | 4.1240802 | 13357 | 4.1257089 |
| 13208 | 4.1208371 | 13258 | 4.1224780 | 13308 | 4.1241128 | 13358 | 4.1257414 |
| 13209 | 4.1208699 | 13259 | 4.1225108 | 13309 | 4.1241454 | 13359 | 4.1257739 |
| 13210 | 4.1209028 | 13260 | 4.1225435 | 13310 | 4.1241781 | 13360 | 4.1258065 |
| 13211 | 4.1209357 | 13261 | 4.1225763 | 13311 | 4.1242107 | 13361 | 4.1258390 |
| 13212 | 4.1209686 | 13262 | 4.1226090 | 13312 | 4.1242433 | 13362 | 4.1258715 |
| 13213 | 4.1210014 | 13263 | 4.1226418 | 13313 | 4.1242759 | 13363 | 4.1259040 |
| 13214 | 4.1210343 | 13264 | 4.1226745 | 13314 | 4.1243086 | 13364 | 4.1259365 |
| 13215 | 4.1210672 | 13265 | 4.1227073 | 13315 | 4.1243412 | 13365 | 4.1259690 |
| 13216 | 4.1211000 | 13266 | 4.1227400 | 13316 | 4.1243738 | 13366 | 4.1260015 |
| 13217 | 4.1211329 | 13267 | 4.1227727 | 13317 | 4.1244064 | 13367 | 4.1260339 |
| 13218 | 4.1211657 | 13268 | 4.1228055 | 13318 | 4.1244390 | 13368 | 4.1260664 |
| 13219 | 4.1211986 | 13269 | 4.1228382 | 13319 | 4.1244716 | 13369 | 4.1260989 |
| 13220 | 4.1212315 | 13270 | 4.1228709 | 13320 | 4.1245042 | 13370 | 4.1261314 |
| 13221 | 4.1212643 | 13271 | 4.1229036 | 13321 | 4.1245368 | 13371 | 4.1261639 |
| 13222 | 4.1212972 | 13272 | 4.1229364 | 13322 | 4.1245694 | 13372 | 4.1261964 |
| 13223 | 4.1213300 | 13273 | 4.1229691 | 13323 | 4.1246020 | 13373 | 4.1262288 |
| 13224 | 4.1213628 | 13274 | 4.1230018 | 13324 | 4.1246346 | 13374 | 4.1262613 |
| 13225 | 4.1213957 | 13275 | 4.1230345 | 13325 | 4.1246672 | 13375 | 4.1262938 |
| 13226 | 4.1214285 | 13276 | 4.1230672 | 13326 | 4.1246998 | 13376 | 4.1263263 |
| 13227 | 4.1214614 | 13277 | 4.1231000 | 13327 | 4.1247324 | 13377 | 4.1263587 |
| 13228 | 4.1214942 | 13278 | 4.1231327 | 13328 | 4.1247650 | 13378 | 4.1263912 |
| 13229 | 4.1215270 | 13279 | 4.1231654 | 13329 | 4.1247976 | 13379 | 4.1264237 |
| 13230 | 4.1215598 | 13280 | 4.1231981 | 13330 | 4.1248301 | 13380 | 4.1264561 |
| 13231 | 4.1215927 | 13281 | 4.1232308 | 13331 | 4.1248627 | 13381 | 4.1264886 |
| 13232 | 4.1216255 | 13282 | 4.1232635 | 13332 | 4.1248953 | 13382 | 4.1265210 |
| 13233 | 4.1216583 | 13283 | 4.1232962 | 13333 | 4.1249279 | 13383 | 4.1265535 |
| 13234 | 4.1216911 | 13284 | 4.1233289 | 13334 | 4.1249605 | 13384 | 4.1265859 |
| 13235 | 4.1217239 | 13285 | 4.1233616 | 13335 | 4.1249930 | 13385 | 4.1266184 |
| 13236 | 4.1217568 | 13286 | 4.1233942 | 13336 | 4.1250256 | 13386 | 4.1266508 |
| 13237 | 4.1217896 | 13287 | 4.1234269 | 13337 | 4.1250582 | 13387 | 4.1266833 |
| 13238 | 4.1218224 | 13288 | 4.1234596 | 13338 | 4.1250907 | 13388 | 4.1267157 |
| 13239 | 4.1218552 | 13289 | 4.1234923 | 13339 | 4.1251233 | 13389 | 4.1267481 |
| 13240 | 4.1218880 | 13290 | 4.1235250 | 13340 | 4.1251558 | 13390 | 4.1267806 |
| 13241 | 4.1219208 | 13291 | 4.1235577 | 13341 | 4.1251884 | 13391 | 4.1268130 |
| 13242 | 4.1219536 | 13292 | 4.1235903 | 13342 | 4.1252209 | 13392 | 4.1268454 |
| 13243 | 4.1219864 | 13293 | 4.1236230 | 13343 | 4.1252535 | 13393 | 4.1268779 |
| 13244 | 4.1220192 | 13294 | 4.1236557 | 13344 | 4.1252860 | 13394 | 4.1269103 |
| 13245 | 4.1220520 | 13295 | 4.1236883 | 13345 | 4.1253186 | 13395 | 4.1269427 |
| 13246 | 4.1220848 | 13296 | 4.1237210 | 13346 | 4.1253511 | 13396 | 4.1269751 |
| 13247 | 4.1221175 | 13297 | 4.1237537 | 13347 | 4.1253837 | 13397 | 4.1270076 |
| 13248 | 4.1221503 | 13298 | 4.1237863 | 13348 | 4.1254162 | 13398 | 4.1270400 |
| 13249 | 4.1221831 | 13299 | 4.1238190 | 13349 | 4.1254487 | 13399 | 4.1270724 |
| 13250 | 4.1222159 | 13300 | 4.1238516 | 13350 | 4.1254813 | 13400 | 4.1271048 |



Digitized by Google

| Nõb. | Logarithm. | Nõb. | Logarithm. | Nõb. | Logarithm. | Nõb. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 13401 | 4.1271372 | 13451 | 4.1287546 | 13501 | 4.1303659 | 13551 | 4.1319713 |
| 13402 | 4.1271696 | 13452 | 4.1287869 | 13502 | 4.1303981 | 13552 | 4.1320034 |
| 13403 | 4.1272020 | 13453 | 4.1288191 | 13503 | 4.1304303 | 13553 | 4.1320354 |
| 13404 | 4.1272344 | 13454 | 4.1288514 | 13504 | 4.1304624 | 13554 | 4.1320675 |
| 13405 | 4.1272668 | 13455 | 4.1288837 | 13505 | 4.1304946 | 13555 | 4.1320995 |
| 13406 | 4.1272992 | 13456 | 4.1289160 | 13506 | 4.1305267 | 13556 | 4.1321316 |
| 13407 | 4.1273316 | 13457 | 4.1289483 | 13507 | 4.1305589 | 13557 | 4.1321636 |
| 13408 | 4.1273640 | 13458 | 4.1289805 | 13508 | 4.1305911 | 13558 | 4.1321956 |
| 13409 | 4.1273964 | 13459 | 4.1290128 | 13509 | 4.1306232 | 13559 | 4.1322277 |
| 13410 | 4.1274288 | 13460 | 4.1290451 | 13510 | 4.1306553 | 13560 | 4.1322597 |
| 13411 | 4.1274612 | 13461 | 4.1290773 | 13511 | 4.1306875 | 13561 | 4.1322917 |
| 13412 | 4.1274935 | 13462 | 4.1291096 | 13512 | 4.1307196 | 13562 | 4.1323237 |
| 13413 | 4.1275259 | 13463 | 4.1291418 | 13513 | 4.1307518 | 13563 | 4.1323558 |
| 13414 | 4.1275583 | 13464 | 4.1291741 | 13514 | 4.1307839 | 13564 | 4.1323878 |
| 13415 | 4.1275907 | 13465 | 4.1292064 | 13515 | 4.1308161 | 13565 | 4.1324198 |
| 13416 | 4.1276230 | 13466 | 4.1292388 | 13516 | 4.1308482 | 13566 | 4.1324518 |
| 13417 | 4.1276554 | 13467 | 4.1292709 | 13517 | 4.1308803 | 13567 | 4.1324838 |
| 13418 | 4.1276878 | 13468 | 4.1293031 | 13518 | 4.1309124 | 13568 | 4.1325158 |
| 13419 | 4.1277202 | 13469 | 4.1293354 | 13519 | 4.1309446 | 13569 | 4.1325478 |
| 13420 | 4.1277525 | 13470 | 4.1293676 | 13520 | 4.1309767 | 13570 | 4.1325798 |
| 13421 | 4.1277849 | 13471 | 4.1293998 | 13521 | 4.1310088 | 13571 | 4.1326119 |
| 13422 | 4.1278172 | 13472 | 4.1294321 | 13522 | 4.1310409 | 13572 | 4.1326439 |
| 13423 | 4.1278496 | 13473 | 4.1294643 | 13523 | 4.1310730 | 13573 | 4.1326758 |
| 13424 | 4.1278819 | 13474 | 4.1294965 | 13524 | 4.1311052 | 13574 | 4.1327078 |
| 13425 | 4.1279143 | 13475 | 4.1295288 | 13525 | 4.1311373 | 13575 | 4.1327398 |
| 13426 | 4.1279466 | 13476 | 4.1295610 | 13526 | 4.1311694 | 13576 | 4.1327718 |
| 13427 | 4.1279790 | 13477 | 4.1295932 | 13527 | 4.1312015 | 13577 | 4.1328038 |
| 13428 | 4.1280113 | 13478 | 4.1296255 | 13528 | 4.1312336 | 13578 | 4.1328358 |
| 13429 | 4.1280437 | 13479 | 4.1296577 | 13529 | 4.1312657 | 13579 | 4.1328678 |
| 13430 | 4.1280760 | 13480 | 4.1296899 | 13530 | 4.1312978 | 13580 | 4.1328998 |
| 13431 | 4.1281083 | 13481 | 4.1297221 | 13531 | 4.1313299 | 13581 | 4.1329317 |
| 13432 | 4.1281407 | 13482 | 4.1297543 | 13532 | 4.1313620 | 13582 | 4.1329637 |
| 13433 | 4.1281730 | 13483 | 4.1297865 | 13533 | 4.1313941 | 13583 | 4.1329957 |
| 13434 | 4.1282053 | 13484 | 4.1298187 | 13534 | 4.1314262 | 13584 | 4.1330277 |
| 13435 | 4.1282377 | 13485 | 4.1298510 | 13535 | 4.1314583 | 13585 | 4.1330596 |
| 13436 | 4.1282700 | 13486 | 4.1298832 | 13536 | 4.1314903 | 13586 | 4.1330916 |
| 13437 | 4.1283023 | 13487 | 4.1299154 | 13537 | 4.1315224 | 13587 | 4.1331236 |
| 13438 | 4.1283346 | 13488 | 4.1299476 | 13538 | 4.1315545 | 13588 | 4.1331555 |
| 13439 | 4.1283670 | 13489 | 4.1299798 | 13539 | 4.1315866 | 13589 | 4.1331875 |
| 13440 | 4.1283993 | 13490 | 4.1300120 | 13540 | 4.1316187 | 13590 | 4.1332195 |
| 13441 | 4.1284316 | 13491 | 4.1300441 | 13541 | 4.1316507 | 13591 | 4.1332514 |
| 13442 | 4.1284639 | 13492 | 4.1300763 | 13542 | 4.1316828 | 13592 | 4.1332834 |
| 13443 | 4.1284962 | 13493 | 4.1301085 | 13543 | 4.1317149 | 13593 | 4.1333153 |
| 13444 | 4.1285285 | 13494 | 4.1301407 | 13544 | 4.1317469 | 13594 | 4.1333473 |
| 13445 | 4.1285608 | 13495 | 4.1301729 | 13545 | 4.1317790 | 13595 | 4.1333792 |
| 13446 | 4.1285931 | 13496 | 4.1302051 | 13546 | 4.1318111 | 13596 | 4.1334112 |
| 13447 | 4.1286254 | 13497 | 4.1302372 | 13547 | 4.1318431 | 13597 | 4.1334431 |
| 13448 | 4.1286577 | 13498 | 4.1302694 | 13548 | 4.1318752 | 13598 | 4.1334750 |
| 13449 | 4.1286900 | 13499 | 4.1303016 | 13549 | 4.1319072 | 13599 | 4.1335070 |
| 13450 | 4.1287223 | 13500 | 4.1303338 | 13550 | 4.1319393 | 13600 | 4.1335389 |

Digitized by Google

| Nob. | Logarithm. | Nob. | Logarithm. | Nob. | Logarithm. | Nob. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 13601 | 4.1335708 | 13651 | 4.1351645 | 13701 | 4.1367523 | 13751 | 4.1383343 |
| 13602 | 4.1336028 | 13652 | 4.1351963 | 13702 | 4.1367840 | 13752 | 4.1383659 |
| 13603 | 4.1336347 | 13653 | 4.1352280 | 13703 | 4.1368157 | 13753 | 4.1383974 |
| 13604 | 4.1336666 | 13654 | 4.1352599 | 13704 | 4.1368474 | 13754 | 4.1384290 |
| 13605 | 4.1336985 | 13655 | 4.1352917 | 13705 | 4.1368790 | 13755 | 4.1384606 |
| 13606 | 4.1337305 | 13656 | 4.1353235 | 13706 | 4.1369107 | 13756 | 4.1384922 |
| 13607 | 4.1337624 | 13657 | 4.1353553 | 13707 | 4.1369424 | 13757 | 4.1385237 |
| 13608 | 4.1337943 | 13658 | 4.1353871 | 13708 | 4.1369741 | 13758 | 4.1385553 |
| 13609 | 4.1338262 | 13659 | 4.1354189 | 13709 | 4.1370058 | 13759 | 4.1385869 |
| 13610 | 4.1338581 | 13660 | 4.1354507 | 13710 | 4.1370375 | 13760 | 4.1386184 |
| 13611 | 4.1338900 | 13661 | 4.1354825 | 13711 | 4.1370691 | 13761 | 4.1386500 |
| 13612 | 4.1339219 | 13662 | 4.1355143 | 13712 | 4.1371008 | 13762 | 4.1386816 |
| 13613 | 4.1339538 | 13663 | 4.1355461 | 13713 | 4.1371325 | 13763 | 4.1387131 |
| 13614 | 4.1339857 | 13664 | 4.1355779 | 13714 | 4.1371641 | 13764 | 4.1387447 |
| 13615 | 4.1340176 | 13665 | 4.1356096 | 13715 | 4.1371958 | 13765 | 4.1387762 |
| 13616 | 4.1340495 | 13666 | 4.1356414 | 13716 | 4.1372275 | 13766 | 4.1388078 |
| 13617 | 4.1340814 | 13667 | 4.1356732 | 13717 | 4.1372591 | 13767 | 4.1388393 |
| 13618 | 4.1341133 | 13668 | 4.1357050 | 13718 | 4.1372908 | 13768 | 4.1388709 |
| 13619 | 4.1341452 | 13669 | 4.1357367 | 13719 | 4.1373225 | 13769 | 4.1389024 |
| 13620 | 4.1341771 | 13670 | 4.1357685 | 13720 | 4.1373541 | 13770 | 4.1389339 |
| 13621 | 4.1342090 | 13671 | 4.1358003 | 13721 | 4.1373858 | 13771 | 4.1389655 |
| 13622 | 4.1342409 | 13672 | 4.1358320 | 13722 | 4.1374174 | 13772 | 4.1389970 |
| 13623 | 4.1342728 | 13673 | 4.1358638 | 13723 | 4.1374491 | 13773 | 4.1390285 |
| 13624 | 4.1343046 | 13674 | 4.1358956 | 13724 | 4.1374807 | 13774 | 4.1390601 |
| 13625 | 4.1343365 | 13675 | 4.1359273 | 13725 | 4.1375124 | 13775 | 4.1390916 |
| 13626 | 4.1343684 | 13676 | 4.1359591 | 13726 | 4.1375440 | 13776 | 4.1391231 |
| 13627 | 4.1344003 | 13677 | 4.1359908 | 13727 | 4.1375757 | 13777 | 4.1391547 |
| 13628 | 4.1344321 | 13678 | 4.1360226 | 13728 | 4.1376073 | 13778 | 4.1391862 |
| 13629 | 4.1344640 | 13679 | 4.1360543 | 13729 | 4.1376389 | 13779 | 4.1392177 |
| 13630 | 4.1344959 | 13680 | 4.1360861 | 13730 | 4.1376705 | 13780 | 4.1392492 |
| 13631 | 4.1345277 | 13681 | 4.1361178 | 13731 | 4.1377022 | 13781 | 4.1392807 |
| 13632 | 4.1345596 | 13682 | 4.1361496 | 13732 | 4.1377338 | 13782 | 4.1393122 |
| 13633 | 4.1345914 | 13683 | 4.1361813 | 13733 | 4.1377654 | 13783 | 4.1393438 |
| 13634 | 4.1346233 | 13684 | 4.1362131 | 13734 | 4.1377970 | 13784 | 4.1393753 |
| 13635 | 4.1346551 | 13685 | 4.1362448 | 13735 | 4.1378287 | 13785 | 4.1394068 |
| 13636 | 4.1346870 | 13686 | 4.1362765 | 13736 | 4.1378603 | 13786 | 4.1394383 |
| 13637 | 4.1347188 | 13687 | 4.1363083 | 13737 | 4.1378919 | 13787 | 4.1394698 |
| 13638 | 4.1347507 | 13688 | 4.1363400 | 13738 | 4.1379235 | 13788 | 4.1395013 |
| 13639 | 4.1347825 | 13689 | 4.1363717 | 13739 | 4.1379551 | 13789 | 4.1395328 |
| 13640 | 4.1348144 | 13690 | 4.1364034 | 13740 | 4.1379867 | 13790 | 4.1395643 |
| 13641 | 4.1348462 | 13691 | 4.1364352 | 13741 | 4.1380183 | 13791 | 4.1395958 |
| 13642 | 4.1348780 | 13692 | 4.1364669 | 13742 | 4.1380499 | 13792 | 4.1396272 |
| 13643 | 4.1349099 | 13693 | 4.1364986 | 13743 | 4.1380815 | 13793 | 4.1396587 |
| 13644 | 4.1349417 | 13694 | 4.1365303 | 13744 | 4.1381131 | 13794 | 4.1396902 |
| 13645 | 4.1349735 | 13695 | 4.1365620 | 13745 | 4.1381447 | 13795 | 4.1397217 |
| 13646 | 4.1350054 | 13696 | 4.1365937 | 13746 | 4.1381763 | 13796 | 4.1397532 |
| 13647 | 4.1350372 | 13697 | 4.1366255 | 13747 | 4.1382079 | 13797 | 4.1397847 |
| 13648 | 4.1350690 | 13698 | 4.1366572 | 13748 | 4.1382395 | 13798 | 4.1398161 |
| 13649 | 4.1351008 | 13699 | 4.1366889 | 13749 | 4.1382711 | 13799 | 4.1398476 |
| 13650 | 4.1351327 | 13700 | 4.1367206 | 13750 | 4.1383027 | 13800 | 4.1398791 |



Digitized by Google

| Nob. | Logarithm. | Nob. | Logarithm. | Nob. | Logarithm. | Nob. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 13801 | 4.1399106 | 13851 | 4.1414811 | 13901 | 4.1430460 | 13951 | 4.1446053 |
| 13802 | 4.1399420 | 13852 | 4.1415125 | 13902 | 4.1430773 | 13952 | 4.1446365 |
| 13803 | 4.1399735 | 13853 | 4.1415438 | 13903 | 4.1431085 | 13953 | 4.1446676 |
| 13804 | 4.1400050 | 13854 | 4.1415752 | 13904 | 4.1431398 | 13954 | 4.1446987 |
| 13805 | 4.1400364 | 13855 | 4.1416065 | 13905 | 4.1431710 | 13955 | 4.1447298 |
| 13806 | 4.1400679 | 13856 | 4.1416379 | 13906 | 4.1432022 | 13956 | 4.1447610 |
| 13807 | 4.1400993 | 13857 | 4.1416692 | 13907 | 4.1432335 | 13957 | 4.1447921 |
| 13808 | 4.1401308 | 13858 | 4.1417006 | 13908 | 4.1432647 | 13958 | 4.1448232 |
| 13809 | 4.1401622 | 13859 | 4.1417319 | 13909 | 4.1432959 | 13959 | 4.1448543 |
| 13810 | 4.1401937 | 13860 | 4.1417632 | 13910 | 4.1433271 | 13960 | 4.1448854 |
| 13811 | 4.1402251 | 13861 | 4.1417946 | 13911 | 4.1433584 | 13961 | 4.1449165 |
| 13812 | 4.1402566 | 13862 | 4.1418259 | 13912 | 4.1433896 | 13962 | 4.1449476 |
| 13813 | 4.1402880 | 13863 | 4.1418572 | 13913 | 4.1434208 | 13963 | 4.1449787 |
| 13814 | 4.1403195 | 13864 | 4.1418885 | 13914 | 4.1434520 | 13964 | 4.1450098 |
| 13815 | 4.1403509 | 13865 | 4.1419199 | 13915 | 4.1434832 | 13965 | 4.1450409 |
| 13816 | 4.1403823 | 13866 | 4.1419512 | 13916 | 4.1435144 | 13966 | 4.1450720 |
| 13817 | 4.1404138 | 13867 | 4.1419825 | 13917 | 4.1435456 | 13967 | 4.1451031 |
| 13818 | 4.1404452 | 13868 | 4.1420138 | 13918 | 4.1435768 | 13968 | 4.1451342 |
| 13819 | 4.1404766 | 13869 | 4.1420451 | 13919 | 4.1436080 | 13969 | 4.1451653 |
| 13820 | 4.1405080 | 13870 | 4.1420765 | 13920 | 4.1436392 | 13970 | 4.1451964 |
| 13821 | 4.1405395 | 13871 | 4.1421078 | 13921 | 4.1436704 | 13971 | 4.1452275 |
| 13822 | 4.1405709 | 13872 | 4.1421391 | 13922 | 4.1437016 | 13972 | 4.1452586 |
| 13823 | 4.1406023 | 13873 | 4.1421704 | 13923 | 4.1437328 | 13973 | 4.1452897 |
| 13824 | 4.1406337 | 13874 | 4.1422017 | 13924 | 4.1437640 | 13974 | 4.1453207 |
| 13825 | 4.1406651 | 13875 | 4.1422330 | 13925 | 4.1437952 | 13975 | 4.1453518 |
| 13826 | 4.1406966 | 13876 | 4.1422643 | 13926 | 4.1438264 | 13976 | 4.1453829 |
| 13827 | 4.1407280 | 13877 | 4.1422956 | 13927 | 4.1438576 | 13977 | 4.1454140 |
| 13828 | 4.1407594 | 13878 | 4.1423269 | 13928 | 4.1438888 | 13978 | 4.1454450 |
| 13829 | 4.1407908 | 13879 | 4.1423582 | 13929 | 4.1439199 | 13979 | 4.1454761 |
| 13830 | 4.1408222 | 13880 | 4.1423895 | 13930 | 4.1439511 | 13980 | 4.1455072 |
| 13831 | 4.1408536 | 13881 | 4.1424208 | 13931 | 4.1439823 | 13981 | 4.1455382 |
| 13832 | 4.1408850 | 13882 | 4.1424520 | 13932 | 4.1440135 | 13982 | 4.1455693 |
| 13833 | 4.1409164 | 13883 | 4.1424833 | 13933 | 4.1440446 | 13983 | 4.1456004 |
| 13834 | 4.1409478 | 13884 | 4.1425146 | 13934 | 4.1440758 | 13984 | 4.1456314 |
| 13835 | 4.1409792 | 13885 | 4.1425459 | 13935 | 4.1441070 | 13985 | 4.1456625 |
| 13836 | 4.1410106 | 13886 | 4.1425772 | 13936 | 4.1441381 | 13986 | 4.1456935 |
| 13837 | 4.1410419 | 13887 | 4.1426084 | 13937 | 4.1441693 | 13987 | 4.1457246 |
| 13838 | 4.1410733 | 13888 | 4.1426397 | 13938 | 4.1442005 | 13988 | 4.1457556 |
| 13839 | 4.1411047 | 13889 | 4.1426710 | 13939 | 4.1442316 | 13989 | 4.1457867 |
| 13840 | 4.1411361 | 13890 | 4.1427022 | 13940 | 4.1442628 | 13990 | 4.1458177 |
| 13841 | 4.1411675 | 13891 | 4.1427335 | 13941 | 4.1442939 | 13991 | 4.1458488 |
| 13842 | 4.1411988 | 13892 | 4.1427648 | 13942 | 4.1443251 | 13992 | 4.1458798 |
| 13843 | 4.1412302 | 13893 | 4.1427960 | 13943 | 4.1443562 | 13993 | 4.1459108 |
| 13844 | 4.1412616 | 13894 | 4.1428273 | 13944 | 4.1443874 | 13994 | 4.1459419 |
| 13845 | 4.1412930 | 13895 | 4.1428586 | 13945 | 4.1444185 | 13995 | 4.1459729 |
| 13846 | 4.1413243 | 13896 | 4.1428898 | 13946 | 4.1444497 | 13996 | 4.1460039 |
| 13847 | 4.1413557 | 13897 | 4.1429211 | 13947 | 4.1444808 | 13997 | 4.1460350 |
| 13848 | 4.1413871 | 13898 | 4.1429523 | 13948 | 4.1445119 | 13998 | 4.1460660 |
| 13849 | 4.1414184 | 13899 | 4.1429836 | 13949 | 4.1445431 | 13999 | 4.1460970 |
| 13850 | 4.1414498 | 13900 | 4.1420148 | 13950 | 4.1445742 | 14000 | 4.1461280 |

Digitized by Google

| Nob. | Logarithm. | Nob. | Logarithm. | Nob. | Logarithm. | Nob. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 14001 | 4.1461591 | 14051 | 4.1477072 | 14101 | 4.1492499 | 14151 | 4.1507871 |
| 14002 | 4.1461901 | 14052 | 4.1477381 | 14102 | 4.1492807 | 14152 | 4.1508178 |
| 14003 | 4.1462211 | 14053 | 4.1477690 | 14103 | 4.1493115 | 14153 | 4.1508485 |
| 14004 | 4.1462521 | 14054 | 4.1477999 | 14104 | 4.1493423 | 14154 | 4.1508792 |
| 14005 | 4.1462831 | 14055 | 4.1478308 | 14105 | 4.1493731 | 14155 | 4.1509099 |
| 14006 | 4.1463141 | 14056 | 4.1478617 | 14106 | 4.1494039 | 14156 | 4.1509406 |
| 14007 | 4.1463451 | 14057 | 4.1478926 | 14107 | 4.1494347 | 14157 | 4.1509712 |
| 14008 | 4.1463761 | 14058 | 4.1479235 | 14108 | 4.1494655 | 14158 | 4.1510019 |
| 14009 | 4.1464071 | 14059 | 4.1479544 | 14109 | 4.1494962 | 14159 | 4.1510326 |
| 14010 | 4.1464381 | 14060 | 4.1479853 | 14110 | 4.1495270 | 14160 | 4.1510633 |
| 14011 | 4.1464691 | 14061 | 4.1480162 | 14111 | 4.1495578 | 14161 | 4.1510939 |
| 14012 | 4.1465001 | 14062 | 4.1480471 | 14112 | 4.1495886 | 14162 | 4.1511246 |
| 14013 | 4.1465311 | 14063 | 4.1480780 | 14113 | 4.1496193 | 14163 | 4.1511553 |
| 14014 | 4.1465621 | 14064 | 4.1481089 | 14114 | 4.1496501 | 14164 | 4.1511859 |
| 14015 | 4.1465931 | 14065 | 4.1481397 | 14115 | 4.1496809 | 14165 | 4.1512166 |
| 14016 | 4.1466241 | 14066 | 4.1481706 | 14116 | 4.1497116 | 14166 | 4.1512472 |
| 14017 | 4.1466551 | 14067 | 4.1482015 | 14117 | 4.1497424 | 14167 | 4.1512779 |
| 14018 | 4.1466861 | 14068 | 4.1482324 | 14118 | 4.1497732 | 14168 | 4.1513085 |
| 14019 | 4.1467170 | 14069 | 4.1482632 | 14119 | 4.1498039 | 14169 | 4.1513392 |
| 14020 | 4.1467480 | 14070 | 4.1482941 | 14120 | 4.1498347 | 14170 | 4.1513699 |
| 14021 | 4.1467790 | 14071 | 4.1483250 | 14121 | 4.1498655 | 14171 | 4.1514005 |
| 14022 | 4.1468100 | 14072 | 4.1483558 | 14122 | 4.1498962 | 14172 | 4.1514311 |
| 14023 | 4.1468409 | 14073 | 4.1483867 | 14123 | 4.1499270 | 14173 | 4.1514618 |
| 14024 | 4.1468719 | 14074 | 4.1484175 | 14124 | 4.1499577 | 14174 | 4.1514924 |
| 14025 | 4.1469029 | 14075 | 4.1484484 | 14125 | 4.1499885 | 14175 | 4.1515231 |
| 14026 | 4.1469338 | 14076 | 4.1484793 | 14126 | 4.1500192 | 14176 | 4.1515537 |
| 14027 | 4.1469648 | 14077 | 4.1485101 | 14127 | 4.1500499 | 14177 | 4.1515843 |
| 14028 | 4.1469958 | 14078 | 4.1485410 | 14128 | 4.1500807 | 14178 | 4.1516150 |
| 14029 | 4.1470267 | 14079 | 4.1485718 | 14129 | 4.1501114 | 14179 | 4.1516456 |
| 14030 | 4.1470577 | 14080 | 4.1486027 | 14130 | 4.1501422 | 14180 | 4.1516762 |
| 14031 | 4.1470886 | 14081 | 4.1486335 | 14131 | 4.1501729 | 14181 | 4.1517069 |
| 14032 | 4.1471196 | 14082 | 4.1486643 | 14132 | 4.1502036 | 14182 | 4.1517375 |
| 14033 | 4.1471505 | 14083 | 4.1486952 | 14133 | 4.1502344 | 14183 | 4.1517681 |
| 14034 | 4.1471815 | 14084 | 4.1487260 | 14134 | 4.1502651 | 14184 | 4.1517987 |
| 14035 | 4.1472124 | 14085 | 4.1487569 | 14135 | 4.1502958 | 14185 | 4.1518293 |
| 14036 | 4.1472434 | 14086 | 4.1487877 | 14136 | 4.1503265 | 14186 | 4.1518600 |
| 14037 | 4.1472743 | 14087 | 4.1488185 | 14137 | 4.1503573 | 14187 | 4.1518906 |
| 14038 | 4.1473052 | 14088 | 4.1488493 | 14138 | 4.1503880 | 14188 | 4.1519212 |
| 14039 | 4.1473362 | 14089 | 4.1488802 | 14139 | 4.1504187 | 14189 | 4.1519518 |
| 14040 | 4.1473671 | 14090 | 4.1489110 | 14140 | 4.1504494 | 14190 | 4.1519824 |
| 14041 | 4.1473980 | 14091 | 4.1489418 | 14141 | 4.1504801 | 14191 | 4.1520130 |
| 14042 | 4.1474290 | 14092 | 4.1489726 | 14142 | 4.1505108 | 14192 | 4.1520436 |
| 14043 | 4.1474599 | 14093 | 4.1490035 | 14143 | 4.1505415 | 14193 | 4.1520742 |
| 14044 | 4.1474908 | 14094 | 4.1490343 | 14144 | 4.1505722 | 14194 | 4.1521048 |
| 14045 | 4.1475217 | 14095 | 4.1490651 | 14145 | 4.1506030 | 14195 | 4.1521354 |
| 14046 | 4.1475527 | 14096 | 4.1490959 | 14146 | 4.1506337 | 14196 | 4.1521660 |
| 14047 | 4.1475836 | 14097 | 4.1491267 | 14147 | 4.1506644 | 14197 | 4.1521966 |
| 14048 | 4.1476145 | 14098 | 4.1491575 | 14148 | 4.1506951 | 14198 | 4.1522272 |
| 14049 | 4.1476454 | 14099 | 4.1491883 | 14149 | 4.1507257 | 14199 | 4.1522578 |
| 14050 | 4.1476763 | 14100 | 4.1492191 | 14150 | 4.1507564 | 14200 | 4.1522883 |



Digitized by Google

| Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 14201 | 4.1523189 | 14251 | 4.1538453 | 14301 | 4.1553664 | 14351 | 4.1568822 |
| 14202 | 4.1523495 | 14252 | 4.1538758 | 14302 | 4.1553968 | 14352 | 4.1569124 |
| 14203 | 4.1523801 | 14253 | 4.1539063 | 14303 | 4.1554271 | 14353 | 4.1569427 |
| 14204 | 4.1524107 | 14254 | 4.1539368 | 14304 | 4.1554575 | 14354 | 4.1569729 |
| 14205 | 4.1524412 | 14255 | 4.1539672 | 14305 | 4.1554879 | 14355 | 4.1570032 |
| 14206 | 4.1524718 | 14256 | 4.1539977 | 14306 | 4.1555182 | 14356 | 4.1570334 |
| 14207 | 4.1525024 | 14257 | 4.1540281 | 14307 | 4.1555486 | 14357 | 4.1570637 |
| 14208 | 4.1525329 | 14258 | 4.1540586 | 14308 | 4.1555789 | 14358 | 4.1570939 |
| 14209 | 4.1525635 | 14259 | 4.1540891 | 14309 | 4.1556093 | 14359 | 4.1571242 |
| 14210 | 4.1525941 | 14260 | 4.1541195 | 14310 | 4.1556396 | 14360 | 4.1571544 |
| 14211 | 4.1526246 | 14261 | 4.1541500 | 14311 | 4.1556700 | 14361 | 4.1571847 |
| 14212 | 4.1526552 | 14262 | 4.1541804 | 14312 | 4.1557003 | 14362 | 4.1572149 |
| 14213 | 4.1526858 | 14263 | 4.1542109 | 14313 | 4.1557307 | 14363 | 4.1572452 |
| 14214 | 4.1527163 | 14264 | 4.1542413 | 14314 | 4.1557610 | 14364 | 4.1572754 |
| 14215 | 4.1527469 | 14265 | 4.1542718 | 14315 | 4.1557914 | 14365 | 4.1573056 |
| 14216 | 4.1527774 | 14266 | 4.1543022 | 14316 | 4.1558217 | 14366 | 4.1573359 |
| 14217 | 4.1528080 | 14267 | 4.1543327 | 14317 | 4.1558520 | 14367 | 4.1573661 |
| 14218 | 4.1528385 | 14268 | 4.1543631 | 14318 | 4.1558824 | 14368 | 4.1573963 |
| 14219 | 4.1528691 | 14269 | 4.1543935 | 14319 | 4.1559127 | 14369 | 4.1574265 |
| 14220 | 4.1528996 | 14270 | 4.1544240 | 14320 | 4.1559430 | 14370 | 4.1574568 |
| 14221 | 4.1529301 | 14271 | 4.1544544 | 14321 | 4.1559733 | 14371 | 4.1574870 |
| 14222 | 4.1529607 | 14272 | 4.1544848 | 14322 | 4.1560037 | 14372 | 4.1575172 |
| 14223 | 4.1529912 | 14273 | 4.1545153 | 14323 | 4.1560340 | 14373 | 4.1575474 |
| 14224 | 4.1530217 | 14274 | 4.1545457 | 14324 | 4.1560643 | 14374 | 4.1575776 |
| 14225 | 4.1530523 | 14275 | 4.1545761 | 14325 | 4.1560946 | 14375 | 4.1576079 |
| 14226 | 4.1530828 | 14276 | 4.1546066 | 14326 | 4.1561249 | 14376 | 4.1576381 |
| 14227 | 4.1531133 | 14277 | 4.1546370 | 14327 | 4.1561553 | 14377 | 4.1576683 |
| 14228 | 4.1531439 | 14278 | 4.1546674 | 14328 | 4.1561856 | 14378 | 4.1576985 |
| 14229 | 4.1531744 | 14279 | 4.1546978 | 14329 | 4.1562159 | 14379 | 4.1577287 |
| 14230 | 4.1532049 | 14280 | 4.1547282 | 14330 | 4.1562462 | 14380 | 4.1577589 |
| 14231 | 4.1532354 | 14281 | 4.1547586 | 14331 | 4.1562765 | 14381 | 4.1577891 |
| 14232 | 4.1532659 | 14282 | 4.1547890 | 14332 | 4.1563068 | 14382 | 4.1578193 |
| 14233 | 4.1532964 | 14283 | 4.1548194 | 14333 | 4.1563371 | 14383 | 4.1578495 |
| 14234 | 4.1533270 | 14284 | 4.1548498 | 14334 | 4.1563674 | 14384 | 4.1578797 |
| 14235 | 4.1533575 | 14285 | 4.1548802 | 14335 | 4.1563977 | 14385 | 4.1579099 |
| 14236 | 4.1533880 | 14286 | 4.1549106 | 14336 | 4.1564280 | 14386 | 4.1579401 |
| 14237 | 4.1534185 | 14287 | 4.1549410 | 14337 | 4.1564583 | 14387 | 4.1579702 |
| 14238 | 4.1534490 | 14288 | 4.1549714 | 14338 | 4.1564886 | 14388 | 4.1580004 |
| 14239 | 4.1534795 | 14289 | 4.1550018 | 14339 | 4.1565189 | 14389 | 4.1580306 |
| 14240 | 4.1535100 | 14290 | 4.1550322 | 14340 | 4.1565492 | 14390 | 4.1580608 |
| 14241 | 4.1535405 | 14291 | 4.1550626 | 14341 | 4.1565794 | 14391 | 4.1580910 |
| 14242 | 4.1535710 | 14292 | 4.1550930 | 14342 | 4.1566097 | 14392 | 4.1581212 |
| 14243 | 4.1536015 | 14293 | 4.1551234 | 14343 | 4.1566400 | 14393 | 4.1581513 |
| 14244 | 4.1536320 | 14294 | 4.1551538 | 14344 | 4.1566703 | 14394 | 4.1581815 |
| 14245 | 4.1536625 | 14295 | 4.1551842 | 14345 | 4.1567006 | 14395 | 4.1582117 |
| 14246 | 4.1536929 | 14296 | 4.1552145 | 14346 | 4.1567308 | 14396 | 4.1582418 |
| 14247 | 4.1537234 | 14297 | 4.1552449 | 14347 | 4.1567611 | 14397 | 4.1582720 |
| 14248 | 4.1537539 | 14298 | 4.1552753 | 14348 | 4.1567914 | 14398 | 4.1583021 |
| 14249 | 4.1537844 | 14299 | 4.1553057 | 14349 | 4.1568216 | 14399 | 4.1583323 |
| 14250 | 4.1538149 | 14300 | 4.1553360 | 14350 | 4.1568519 | 14400 | 4.1583625 |

Digitized by Google

| Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 14401 | 4.1583927 | 14451 | 4.1598979 | 14501 | 4.1613980 | 14551 | 4.1628928 |
| 14402 | 4.1584228 | 14452 | 4.1599280 | 14502 | 4.1614279 | 14552 | 4.1629227 |
| 14403 | 4.1584530 | 14453 | 4.1599580 | 14503 | 4.1614578 | 14553 | 4.1629525 |
| 14404 | 4.1584831 | 14454 | 4.1609881 | 14504 | 4.1614878 | 14554 | 4.1629824 |
| 14405 | 4.1585133 | 14455 | 4.1600181 | 14505 | 4.1615177 | 14555 | 4.1630122 |
| 14406 | 4.1585434 | 14456 | 4.1600481 | 14506 | 4.1615477 | 14556 | 4.1630420 |
| 14407 | 4.1585736 | 14457 | 4.1600782 | 14507 | 4.1615776 | 14557 | 4.1630719 |
| 14408 | 4.1586037 | 14458 | 4.1601082 | 14508 | 4.1616075 | 14558 | 4.1631017 |
| 14409 | 4.1586338 | 14459 | 4.1601383 | 14509 | 4.1616375 | 14559 | 4.1631315 |
| 14410 | 4.1586640 | 14460 | 4.1601683 | 14510 | 4.1616674 | 14560 | 4.1631614 |
| 14411 | 4.1586941 | 14461 | 4.1601983 | 14511 | 4.1616973 | 14561 | 4.1631912 |
| 14412 | 4.1587243 | 14462 | 4.1602284 | 14512 | 4.1617273 | 14562 | 4.1632210 |
| 14413 | 4.1587544 | 14463 | 4.1602584 | 14513 | 4.1617572 | 14563 | 4.1632508 |
| 14414 | 4.1587845 | 14464 | 4.1602884 | 14514 | 4.1617871 | 14564 | 4.1632807 |
| 14415 | 4.1588146 | 14465 | 4.1603184 | 14515 | 4.1618170 | 14565 | 4.1633105 |
| 14416 | 4.1588448 | 14466 | 4.1603485 | 14516 | 4.1618470 | 14566 | 4.1633403 |
| 14417 | 4.1588749 | 14467 | 4.1603785 | 14517 | 4.1618769 | 14567 | 4.1633701 |
| 14418 | 4.1589050 | 14468 | 4.1604085 | 14518 | 4.1619068 | 14568 | 4.1633999 |
| 14419 | 4.1589351 | 14469 | 4.1604385 | 14519 | 4.1619367 | 14569 | 4.1634297 |
| 14420 | 4.1589653 | 14470 | 4.1604685 | 14520 | 4.1619666 | 14570 | 4.1634596 |
| 14421 | 4.1589954 | 14471 | 4.1604985 | 14521 | 4.1619965 | 14571 | 4.1634894 |
| 14422 | 4.1590255 | 14472 | 4.1605286 | 14522 | 4.1620264 | 14572 | 4.1635192 |
| 14423 | 4.1590556 | 14473 | 4.1605586 | 14523 | 4.1620563 | 14573 | 4.1635490 |
| 14424 | 4.1590857 | 14474 | 4.1605886 | 14524 | 4.1620862 | 14574 | 4.1635788 |
| 14425 | 4.1591158 | 14475 | 4.1606186 | 14525 | 4.1621161 | 14575 | 4.1636086 |
| 14426 | 4.1591459 | 14476 | 4.1606486 | 14526 | 4.1621460 | 14576 | 4.1636384 |
| 14427 | 4.1591760 | 14477 | 4.1606786 | 14527 | 4.1621759 | 14577 | 4.1636682 |
| 14428 | 4.1592061 | 14478 | 4.1607086 | 14528 | 4.1622058 | 14578 | 4.1636979 |
| 14429 | 4.1592362 | 14479 | 4.1607386 | 14529 | 4.1622357 | 14579 | 4.1637277 |
| 14430 | 4.1592663 | 14480 | 4.1607686 | 14530 | 4.1622656 | 14580 | 4.1637575 |
| 14431 | 4.1592964 | 14481 | 4.1607986 | 14531 | 4.1622955 | 14581 | 4.1637873 |
| 14432 | 4.1593265 | 14482 | 4.1608285 | 14532 | 4.1623254 | 14582 | 4.1638171 |
| 14433 | 4.1593566 | 14483 | 4.1608585 | 14533 | 4.1623553 | 14583 | 4.1638469 |
| 14434 | 4.1593867 | 14484 | 4.1608885 | 14534 | 4.1623852 | 14584 | 4.1638767 |
| 14435 | 4.1594168 | 14485 | 4.1609185 | 14535 | 4.1624150 | 14585 | 4.1639064 |
| 14436 | 4.1594469 | 14486 | 4.1609485 | 14536 | 4.1624449 | 14586 | 4.1639362 |
| 14437 | 4.1594770 | 14487 | 4.1609785 | 14537 | 4.1624748 | 14587 | 4.1639660 |
| 14438 | 4.1595070 | 14488 | 4.1610084 | 14538 | 4.1625047 | 14588 | 4.1639958 |
| 14439 | 4.1595371 | 14489 | 4.1610384 | 14539 | 4.1625346 | 14589 | 4.1640255 |
| 14440 | 4.1595672 | 14490 | 4.1610684 | 14540 | 4.1625644 | 14590 | 4.1640553 |
| 14441 | 4.1595973 | 14491 | 4.1610984 | 14541 | 4.1625943 | 14591 | 4.1640851 |
| 14442 | 4.1596273 | 14492 | 4.1611283 | 14542 | 4.1626241 | 14592 | 4.1641148 |
| 14443 | 4.1596574 | 14493 | 4.1611583 | 14543 | 4.1626540 | 14593 | 4.1641446 |
| 14444 | 4.1596875 | 14494 | 4.1611883 | 14544 | 4.1626839 | 14594 | 4.1641743 |
| 14445 | 4.1597175 | 14495 | 4.1612182 | 14545 | 4.1627137 | 14595 | 4.1642041 |
| 14446 | 4.1597476 | 14496 | 4.1612482 | 14546 | 4.1627436 | 14596 | 4.1644339 |
| 14447 | 4.1597777 | 14497 | 4.1612781 | 14547 | 4.1627734 | 14597 | 4.1642636 |
| 14448 | 4.1598077 | 14498 | 4.1613081 | 14548 | 4.1628033 | 14598 | 4.1642934 |
| 14449 | 4.1598378 | 14499 | 4.1613380 | 14549 | 4.1628331 | 14599 | 4.1643231 |
| 14450 | 4.1598678 | 14500 | 4.1613680 | 14550 | 4.1628630 | 14600 | 4.1643529 |

Digitized by Google

| Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 14601 | 4.1643826 | 14651 | 4.1658673 | 14701 | 4.1673469 | 14751 | 4.1688215 |
| 14602 | 4.1644123 | 14652 | 4.1658969 | 14702 | 4.1673764 | 14752 | 4.1688509 |
| 14603 | 4.1644421 | 14653 | 4.1659265 | 14703 | 4.1674060 | 14753 | 4.1688803 |
| 14604 | 4.1644718 | 14654 | 4.1659562 | 14704 | 4.1674355 | 14754 | 4.1689098 |
| 14605 | 4.1645016 | 14655 | 4.1659858 | 14705 | 4.1674650 | 14755 | 4.1689392 |
| 14606 | 4.1645313 | 14656 | 4.1660155 | 14706 | 4.1674946 | 14756 | 4.1689686 |
| 14607 | 4.1645610 | 14657 | 4.1660451 | 14707 | 4.1675241 | 14757 | 4.1689981 |
| 14608 | 4.1645608 | 14658 | 4.1660747 | 14708 | 4.1675536 | 14758 | 4.1690275 |
| 14609 | 4.1646205 | 14659 | 4.1661043 | 14709 | 4.1675831 | 14759 | 4.1690569 |
| 14610 | 4.1646502 | 14660 | 4.1661340 | 14710 | 4.1676127 | 14760 | 4.1690864 |
| 14611 | 4.1646799 | 14661 | 4.1661636 | 14711 | 4.1676422 | 14761 | 4.1691158 |
| 14612 | 4.1647097 | 14662 | 4.1661932 | 14712 | 4.1676717 | 14762 | 4.1691452 |
| 14613 | 4.1647394 | 14663 | 4.1662228 | 14713 | 4.1677012 | 14763 | 4.1691746 |
| 14614 | 4.1647691 | 14664 | 4.1662525 | 14714 | 4.1677308 | 14764 | 4.1692040 |
| 14615 | 4.1647988 | 14665 | 4.1662821 | 14715 | 4.1677603 | 14765 | 4.1692335 |
| 14616 | 4.1648285 | 14666 | 4.1663117 | 14716 | 4.1677898 | 14766 | 4.1692629 |
| 14617 | 4.1648582 | 14667 | 4.1663413 | 14717 | 4.1678193 | 14767 | 4.1692923 |
| 14618 | 4.1648880 | 14668 | 4.1663709 | 14718 | 4.1678488 | 14768 | 4.1693217 |
| 14619 | 4.1649177 | 14669 | 4.1664005 | 14719 | 4.1678783 | 14769 | 4.1693511 |
| 14620 | 4.1649474 | 14670 | 4.1664301 | 14720 | 4.1679078 | 14770 | 4.1693805 |
| 14621 | 4.1649771 | 14671 | 4.1664597 | 14721 | 4.1679373 | 14771 | 4.1694099 |
| 14622 | 4.1650068 | 14672 | 4.1664893 | 14722 | 4.1679668 | 14772 | 4.1694393 |
| 14623 | 4.1650365 | 14673 | 4.1665189 | 14723 | 4.1679963 | 14773 | 4.1694687 |
| 14624 | 4.1650662 | 14674 | 4.1665485 | 14724 | 4.1680258 | 14774 | 4.1694981 |
| 14625 | 4.1650959 | 14675 | 4.1665781 | 14725 | 4.1680553 | 14775 | 4.1695275 |
| 14626 | 4.1651256 | 14676 | 4.1666077 | 14726 | 4.1680848 | 14776 | 4.1695569 |
| 14627 | 4.1651553 | 14677 | 4.1666373 | 14727 | 4.1681143 | 14777 | 4.1695863 |
| 14628 | 4.1651850 | 14678 | 4.1666669 | 14728 | 4.1681438 | 14778 | 4.1696157 |
| 14629 | 4.1652146 | 14679 | 4.1666965 | 14729 | 4.1681733 | 14779 | 4.1696450 |
| 14630 | 4.1652443 | 14680 | 4.1667261 | 14730 | 4.1682027 | 14780 | 4.1696744 |
| 14631 | 4.1652740 | 14681 | 4.1667556 | 14731 | 4.1682322 | 14781 | 4.1697038 |
| 14632 | 4.1653037 | 14682 | 4.1667852 | 14732 | 4.1682617 | 14782 | 4.1697332 |
| 14633 | 4.1653334 | 14683 | 4.1668148 | 14733 | 4.1682912 | 14783 | 4.1697626 |
| 14634 | 4.1653631 | 14684 | 4.1668444 | 14734 | 4.1683207 | 14784 | 4.1697920 |
| 14635 | 4.1653927 | 14685 | 4.1668740 | 14735 | 4.1683501 | 14785 | 4.1698213 |
| 14636 | 4.1654224 | 14686 | 4.1669035 | 14736 | 4.1683796 | 14786 | 4.1698501 |
| 14637 | 4.1654521 | 14687 | 4.1669331 | 14737 | 4.1684091 | 14787 | 4.1698801 |
| 14638 | 4.1654817 | 14688 | 4.1669627 | 14738 | 4.1684386 | 14788 | 4.1699094 |
| 14639 | 4.1655114 | 14689 | 4.1669922 | 14739 | 4.1684680 | 14789 | 4.1699388 |
| 14640 | 4.1655411 | 14690 | 4.1670218 | 14740 | 4.1684975 | 14790 | 4.1699682 |
| 14641 | 4.1655707 | 14691 | 4.1670514 | 14741 | 4.1685269 | 14791 | 4.1699975 |
| 14642 | 4.1656004 | 14692 | 4.1670809 | 14742 | 4.1685564 | 14792 | 4.1700269 |
| 14643 | 4.1656301 | 14693 | 4.1671105 | 14743 | 4.1685859 | 14793 | 4.1700563 |
| 14644 | 4.1656597 | 14694 | 4.1671400 | 14744 | 4.1686153 | 14794 | 4.1700856 |
| 14645 | 4.1656894 | 14695 | 4.1671696 | 14745 | 4.1686448 | 14795 | 4.1701150 |
| 14646 | 4.1657190 | 14696 | 4.1671991 | 14746 | 4.1686742 | 14796 | 4.1701443 |
| 14647 | 4.1657487 | 14697 | 4.1672287 | 14747 | 4.1687036 | 14797 | 4.1701737 |
| 14648 | 4.1657783 | 14698 | 4.1672582 | 14748 | 4.1687331 | 14798 | 4.1702030 |
| 14649 | 4.1658080 | 14699 | 4.1672878 | 14749 | 4.1687626 | 14799 | 4.1702324 |
| 14650 | 4.1658376 | 14700 | 4.1673173 | 14750 | 4.1687920 | 14800 | 4.1702617 |



Digitized by Google

| Nõb. | Logarithm. | Nõb. | Logarithm. | Nõb. | Logarithm. | Nõb. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 14801 | 4.1702911 | 14851 | 4.1717557 | 14901 | 4.1732154 | 14951 | 4.1746702 |
| 14802 | 4.1703204 | 14852 | 4.1717849 | 14902 | 4.1732446 | 14952 | 4.1746993 |
| 14805 | 4.1703497 | 14853 | 4.1718142 | 14903 | 4.1732737 | 14953 | 4.1747283 |
| 14804 | 4.1703791 | 14854 | 4.1718434 | 14904 | 4.1733028 | 14954 | 4.1747574 |
| 14805 | 4.1704084 | 14855 | 4.1718727 | 14905 | 4.1733320 | 14955 | 4.1747864 |
| 14806 | 4.1704377 | 14856 | 4.1719019 | 14906 | 4.1733611 | 14956 | 4.1748155 |
| 14807 | 4.1704671 | 14857 | 4.1719311 | 14907 | 4.1733903 | 14957 | 4.1748445 |
| 14808 | 4.1704964 | 14858 | 4.1719604 | 14908 | 4.1734194 | 14958 | 4.1748735 |
| 14809 | 4.1705257 | 14859 | 4.1719896 | 14909 | 4.1734485 | 14959 | 4.1749026 |
| 14810 | 4.1705551 | 14860 | 4.1720188 | 14910 | 4.1734776 | 14960 | 4.1749316 |
| 14811 | 4.1705844 | 14861 | 4.1720480 | 14911 | 4.1735068 | 14961 | 4.1749606 |
| 14812 | 4.1706137 | 14862 | 4.1720773 | 14912 | 4.1735359 | 14962 | 4.1749897 |
| 14813 | 4.1706430 | 14863 | 4.1721065 | 14913 | 4.1735650 | 14963 | 4.1750187 |
| 14814 | 4.1706723 | 14864 | 4.1721357 | 14914 | 4.1735941 | 14964 | 4.1750477 |
| 14815 | 4.1707017 | 14865 | 4.1721649 | 14915 | 4.1736233 | 14965 | 4.1750767 |
| 14816 | 4.1707310 | 14866 | 4.1721941 | 14916 | 4.1736524 | 14966 | 4.1751057 |
| 14817 | 4.1707603 | 14867 | 4.1722233 | 14917 | 4.1736815 | 14967 | 4.1751348 |
| 14818 | 4.1707896 | 14868 | 4.1722526 | 14918 | 4.1737106 | 14968 | 4.1751638 |
| 14819 | 4.1708189 | 14869 | 4.1722818 | 14919 | 4.1737397 | 14969 | 4.1751928 |
| 14820 | 4.1708482 | 14870 | 4.1723110 | 14920 | 4.1737688 | 14970 | 4.1752218 |
| 14821 | 4.1708775 | 14871 | 4.1723402 | 14921 | 4.1737979 | 14971 | 4.1752508 |
| 14822 | 4.1709068 | 14872 | 4.1723694 | 14922 | 4.1738270 | 14972 | 4.1752798 |
| 14823 | 4.1709361 | 14873 | 4.1723986 | 14923 | 4.1738561 | 14973 | 4.1753088 |
| 14824 | 4.1709654 | 14874 | 4.1724278 | 14924 | 4.1738852 | 14974 | 4.1753378 |
| 14825 | 4.1709947 | 14875 | 4.1724570 | 14925 | 4.1739143 | 14975 | 4.1753668 |
| 14826 | 4.1710240 | 14876 | 4.1724862 | 14926 | 4.1739434 | 14976 | 4.1753958 |
| 14827 | 4.1710533 | 14877 | 4.1725154 | 14927 | 4.1739725 | 14977 | 4.1754248 |
| 14828 | 4.1710826 | 14878 | 4.1725446 | 14928 | 4.1740016 | 14978 | 4.1754538 |
| 14829 | 4.1711119 | 14879 | 4.1725737 | 14929 | 4.1740307 | 14979 | 4.1754828 |
| 14830 | 4.1711412 | 14880 | 4.1726029 | 14930 | 4.1740598 | 14980 | 4.1755118 |
| 14831 | 4.1711704 | 14881 | 4.1726321 | 14931 | 4.1740889 | 14981 | 4.1755408 |
| 14832 | 4.1711997 | 14882 | 4.1726613 | 14932 | 4.1741180 | 14982 | 4.1755698 |
| 14833 | 4.1712290 | 14883 | 4.1726905 | 14933 | 4.1741471 | 14983 | 4.1755988 |
| 14834 | 4.1712583 | 14884 | 4.1727197 | 14934 | 4.1741761 | 14984 | 4.1756278 |
| 14835 | 4.1712876 | 14885 | 4.1727488 | 14935 | 4.1742052 | 14985 | 4.1756567 |
| 14836 | 4.1713168 | 14886 | 4.1727780 | 14936 | 4.1742343 | 14986 | 4.1756857 |
| 14837 | 4.1713461 | 14887 | 4.1728072 | 14937 | 4.1742634 | 14987 | 4.1757147 |
| 14838 | 4.1713754 | 14888 | 4.1728364 | 14938 | 4.1742925 | 14988 | 4.1757437 |
| 14839 | 4.1714046 | 14889 | 4.1728655 | 14939 | 4.1743215 | 14989 | 4.1757727 |
| 14840 | 4.1714339 | 14890 | 4.1728947 | 14940 | 4.1743506 | 14990 | 4.1758016 |
| 14841 | 4.1714632 | 14891 | 4.1729239 | 14941 | 4.1743797 | 14991 | 4.1758306 |
| 14842 | 4.1714924 | 14892 | 4.1729530 | 14942 | 4.1744087 | 14992 | 4.1758596 |
| 14843 | 4.1715217 | 14893 | 4.1729822 | 14943 | 4.1744378 | 14993 | 4.1758885 |
| 14844 | 4.1715509 | 14894 | 4.1730113 | 14944 | 4.1744669 | 14994 | 4.1759175 |
| 14845 | 4.1715802 | 14895 | 4.1730405 | 14945 | 4.1744959 | 14995 | 4.1759465 |
| 14846 | 4.1716095 | 14896 | 4.1730697 | 14946 | 4.1745250 | 14996 | 4.1759754 |
| 14847 | 4.1716387 | 14897 | 4.1730988 | 14947 | 4.1745540 | 14997 | 4.1760044 |
| 14848 | 4.1716680 | 14898 | 4.1731280 | 14948 | 4.1745831 | 14998 | 4.1760333 |
| 14849 | 4.1716972 | 14899 | 4.1731571 | 14949 | 4.1746121 | 14999 | 4.1760623 |
| 14850 | 4.1717265 | 14900 | 4.1731863 | 14950 | 4.1746412 | 15000 | 4.1760913 |



Digitized by Google

| Nôb. | Logarithm. | Nôb. | Logarithm. | Nôb. | Logarithm. | Nôb. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 15001 | 4.1761202 | 15051 | 4.1775654 | 15101 | 4.1790057 | 15151 | 4.1804413 |
| 15002 | 4.1761492 | 15052 | 4.1775942 | 15102 | 4.1790345 | 15152 | 4.1804700 |
| 15003 | 4.1761781 | 15053 | 4.1776231 | 15103 | 4.1790632 | 15153 | 4.1804986 |
| 15004 | 4.1762071 | 15054 | 4.1776519 | 15104 | 4.1790920 | 15154 | 4.1805273 |
| 15005 | 4.1762360 | 15055 | 4.1776808 | 15105 | 4.1791207 | 15155 | 4.1805559 |
| 15006 | 4.1762649 | 15056 | 4.1777096 | 15106 | 4.1791495 | 15156 | 4.1805846 |
| 15007 | 4.1762939 | 15057 | 4.1777385 | 15107 | 4.1791782 | 15157 | 4.1806133 |
| 15008 | 4.1763228 | 15058 | 4.1777673 | 15108 | 4.1792070 | 15158 | 4.1806419 |
| 15009 | 4.1763518 | 15059 | 4.1777961 | 15109 | 4.1792357 | 15159 | 4.1806706 |
| 15010 | 4.1763807 | 15060 | 4.1778250 | 15110 | 4.1792645 | 15160 | 4.1806992 |
| 15011 | 4.1764096 | 15061 | 4.1778538 | 15111 | 4.1792932 | 15161 | 4.1807278 |
| 15012 | 4.1764386 | 15062 | 4.1778826 | 15112 | 4.1793219 | 15162 | 4.1807565 |
| 15013 | 4.1764675 | 15063 | 4.1779115 | 15113 | 4.1793507 | 15163 | 4.1807851 |
| 15014 | 4.1764964 | 15064 | 4.1779403 | 15114 | 4.1793794 | 15164 | 4.1808138 |
| 15015 | 4.1765253 | 15065 | 4.1779691 | 15115 | 4.1794081 | 15165 | 4.1808424 |
| 15016 | 4.1765543 | 15066 | 4.1779980 | 15116 | 4.1794369 | 15166 | 4.1808711 |
| 15017 | 4.1765832 | 15067 | 4.1780268 | 15117 | 4.1794656 | 15167 | 4.1808997 |
| 15018 | 4.1766121 | 15068 | 4.1780556 | 15118 | 4.1794943 | 15168 | 4.1809283 |
| 15019 | 4.1766410 | 15069 | 4.1780844 | 15119 | 4.1795231 | 15169 | 4.1809570 |
| 15020 | 4.1766699 | 15070 | 4.1781133 | 15120 | 4.1795518 | 15170 | 4.1809856 |
| 15021 | 4.1766988 | 15071 | 4.1781421 | 15121 | 4.1795805 | 15171 | 4.1810142 |
| 15022 | 4.1767278 | 15072 | 4.1781709 | 15122 | 4.1796092 | 15172 | 4.1810428 |
| 15023 | 4.1767567 | 15073 | 4.1781997 | 15123 | 4.1796380 | 15173 | 4.1810715 |
| 15024 | 4.1767856 | 15074 | 4.1782285 | 15124 | 4.1796667 | 15174 | 4.1811001 |
| 15025 | 4.1768145 | 15075 | 4.1782573 | 15125 | 4.1796954 | 15175 | 4.1811287 |
| 15026 | 4.1768434 | 15076 | 4.1782861 | 15126 | 4.1797241 | 15176 | 4.1811573 |
| 15027 | 4.1768723 | 15077 | 4.1783149 | 15127 | 4.1797528 | 15177 | 4.1811859 |
| 15028 | 4.1769012 | 15078 | 4.1783437 | 15128 | 4.1797815 | 15178 | 4.1812145 |
| 15029 | 4.1769301 | 15079 | 4.1783725 | 15129 | 4.1798102 | 15179 | 4.1812432 |
| 15030 | 4.1769590 | 15080 | 4.1784013 | 15130 | 4.1798389 | 15180 | 4.1812718 |
| 15031 | 4.1769879 | 15081 | 4.1784301 | 15131 | 4.1798676 | 15181 | 4.1813004 |
| 15032 | 4.1770168 | 15082 | 4.1784589 | 15132 | 4.1798963 | 15182 | 4.1813290 |
| 15033 | 4.1770457 | 15083 | 4.1784877 | 15133 | 4.1799250 | 15183 | 4.1813576 |
| 15034 | 4.1770745 | 15084 | 4.1785165 | 15134 | 4.1799537 | 15184 | 4.1813862 |
| 15035 | 4.1771034 | 15085 | 4.1785453 | 15135 | 4.1799824 | 15185 | 4.1814148 |
| 15036 | 4.1771323 | 15086 | 4.1785741 | 15136 | 4.1800111 | 15186 | 4.1814434 |
| 15037 | 4.1771612 | 15087 | 4.1786029 | 15137 | 4.1800398 | 15187 | 4.1814720 |
| 15038 | 4.1771901 | 15088 | 4.1786317 | 15138 | 4.1800685 | 15188 | 4.1815006 |
| 15039 | 4.1772190 | 15089 | 4.1786605 | 15139 | 4.1800972 | 15189 | 4.1815292 |
| 15040 | 4.1772478 | 15090 | 4.1786892 | 15140 | 4.1801259 | 15190 | 4.1815578 |
| 15041 | 4.1772767 | 15091 | 4.1787180 | 15141 | 4.1801546 | 15191 | 4.1815864 |
| 15042 | 4.1773056 | 15092 | 4.1787468 | 15142 | 4.1801832 | 15192 | 4.1816150 |
| 15043 | 4.1773345 | 15093 | 4.1787756 | 15143 | 4.1802119 | 15193 | 4.1816435 |
| 15044 | 4.1773633 | 15094 | 4.1788043 | 15144 | 4.1802406 | 15194 | 4.1816721 |
| 15045 | 4.1773922 | 15095 | 4.1788331 | 15145 | 4.1802693 | 15195 | 4.1817007 |
| 15046 | 4.1774211 | 15096 | 4.1788619 | 15146 | 4.1802980 | 15196 | 4.1817293 |
| 15047 | 4.1774499 | 15097 | 4.1788907 | 15147 | 4.1803266 | 15197 | 4.1817579 |
| 15048 | 4.1774788 | 15098 | 4.1789194 | 15148 | 4.1803553 | 15198 | 4.1817864 |
| 15049 | 4.1775076 | 15099 | 4.1789482 | 15149 | 4.1803840 | 15199 | 4.1818150 |
| 15050 | 4.1775365 | 15100 | 4.1789769 | 15150 | 4.1804126 | 15200 | 4.1818436 |

Digitized by Google

| Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 15201 | 4.1818722 | 15251 | 4.1832983 | 15301 | 4.1847198 | 15351 | 4.1861367 |
| 15202 | 4.1819007 | 15252 | 4.1833268 | 15302 | 4.1847482 | 15352 | 4.1861650 |
| 15203 | 4.1819293 | 15253 | 4.1833553 | 15303 | 4.1847766 | 15353 | 4.1861932 |
| 15204 | 4.1819579 | 15254 | 4.1833837 | 15304 | 4.1848050 | 15354 | 4.1862215 |
| 15205 | 4.1819864 | 15255 | 4.1834122 | 15305 | 4.1848333 | 15355 | 4.1862498 |
| 15206 | 4.1820150 | 15256 | 4.1834407 | 15306 | 4.1848617 | 15356 | 4.1862781 |
| 15207 | 4.1820435 | 15257 | 4.1834691 | 15307 | 4.1848901 | 15357 | 4.1863064 |
| 15208 | 4.1820721 | 15258 | 4.1834976 | 15308 | 4.1849185 | 15358 | 4.1863347 |
| 15209 | 4.1821007 | 15259 | 4.1835261 | 15309 | 4.1849468 | 15359 | 4.1863629 |
| 15210 | 4.1821292 | 15260 | 4.1835545 | 15310 | 4.1849752 | 15360 | 4.1863912 |
| 15211 | 4.1821578 | 15261 | 4.1835830 | 15311 | 4.1850036 | 15361 | 4.1864195 |
| 15212 | 4.1821865 | 15262 | 4.1836114 | 15312 | 4.1850319 | 15362 | 4.1864478 |
| 15213 | 4.1822149 | 15263 | 4.1836399 | 15313 | 4.1850603 | 15363 | 4.1864760 |
| 15214 | 4.1822434 | 15264 | 4.1836684 | 15314 | 4.1850886 | 15364 | 4.1865043 |
| 15215 | 4.1822720 | 15265 | 4.1836968 | 15315 | 4.1851170 | 15365 | 4.1865326 |
| 15216 | 4.1823005 | 15266 | 4.1837253 | 15316 | 4.1851454 | 15366 | 4.1865608 |
| 15217 | 4.1823290 | 15267 | 4.1837537 | 15317 | 4.1851737 | 15367 | 4.1865891 |
| 15218 | 4.1823576 | 15268 | 4.1837822 | 15318 | 4.1852021 | 15368 | 4.1866174 |
| 15219 | 4.1823861 | 15269 | 4.1838106 | 15319 | 4.1852304 | 15369 | 4.1866456 |
| 15220 | 4.1824147 | 15270 | 4.1838390 | 15320 | 4.1852588 | 15370 | 4.1866739 |
| 15221 | 4.1824432 | 15271 | 4.1838675 | 15321 | 4.1852871 | 15371 | 4.1867021 |
| 15222 | 4.1824717 | 15272 | 4.1838959 | 15322 | 4.1853155 | 15372 | 4.1867304 |
| 15223 | 4.1825002 | 15273 | 4.1839244 | 15323 | 4.1853438 | 15373 | 4.1867586 |
| 15224 | 4.1825288 | 15274 | 4.1839528 | 15324 | 4.1853721 | 15374 | 4.1867869 |
| 15225 | 4.1825573 | 15275 | 4.1839812 | 15325 | 4.1854005 | 15375 | 4.1868151 |
| 15226 | 4.1825858 | 15276 | 4.1840096 | 15326 | 4.1854288 | 15376 | 4.1868434 |
| 15227 | 4.1826143 | 15277 | 4.1840381 | 15327 | 4.1854572 | 15377 | 4.1868716 |
| 15228 | 4.1826429 | 15278 | 4.1840665 | 15328 | 4.1854855 | 15378 | 4.1868999 |
| 15229 | 4.1826714 | 15279 | 4.1840949 | 15329 | 4.1855138 | 15379 | 4.1869281 |
| 15230 | 4.1826999 | 15280 | 4.1841234 | 15330 | 4.1855422 | 15380 | 4.1869563 |
| 15231 | 4.1827284 | 15281 | 4.1841518 | 15331 | 4.1855705 | 15381 | 4.1869846 |
| 15232 | 4.1827569 | 15282 | 4.1841802 | 15332 | 4.1855988 | 15382 | 4.1870128 |
| 15233 | 4.1827854 | 15283 | 4.1842086 | 15333 | 4.1856271 | 15383 | 4.1870410 |
| 15234 | 4.1828140 | 15284 | 4.1842370 | 15334 | 4.1856555 | 15384 | 4.1870693 |
| 15235 | 4.1828425 | 15285 | 4.1842654 | 15335 | 4.1856838 | 15385 | 4.1870975 |
| 15236 | 4.1828710 | 15286 | 4.1842939 | 15336 | 4.1857121 | 15386 | 4.1871257 |
| 15237 | 4.1828995 | 15287 | 4.1843223 | 15337 | 4.1857404 | 15387 | 4.1871540 |
| 15238 | 4.1829280 | 15288 | 4.1843507 | 15338 | 4.1857687 | 15388 | 4.1871822 |
| 15239 | 4.1829565 | 15289 | 4.1843791 | 15339 | 4.1857970 | 15389 | 4.1872104 |
| 15240 | 4.1829850 | 15290 | 4.1844075 | 15340 | 4.1858254 | 15390 | 4.1872386 |
| 15241 | 4.1830135 | 15291 | 4.1844359 | 15341 | 4.1858537 | 15391 | 4.1872668 |
| 15242 | 4.1830420 | 15292 | 4.1844643 | 15342 | 4.1858820 | 15392 | 4.1872951 |
| 15243 | 4.1830704 | 15293 | 4.1844927 | 15343 | 4.1859103 | 15393 | 4.1873233 |
| 15244 | 4.1830989 | 15294 | 4.1845211 | 15344 | 4.1859386 | 15394 | 4.1873515 |
| 15245 | 4.1831274 | 15295 | 4.1845495 | 15345 | 4.1859669 | 15395 | 4.1873797 |
| 15246 | 4.1831559 | 15296 | 4.1845779 | 15346 | 4.1859952 | 15396 | 4.1874079 |
| 15247 | 4.1831844 | 15297 | 4.1846063 | 15347 | 4.1860235 | 15397 | 4.1874361 |
| 15248 | 4.1832129 | 15298 | 4.1846347 | 15348 | 4.1860518 | 15398 | 4.1874643 |
| 15249 | 4.1832414 | 15299 | 4.1846630 | 15349 | 4.1860801 | 15399 | 4.1874925 |
| 15250 | 4.1832698 | 15300 | 4.1846914 | 15350 | 4.1861084 | 15400 | 4.1875207 |



Digitized by Google

| Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 15401 | 4.1875489 | 15451 | 4.1889566 | 15501 | 4.1903597 | 15551 | 4.1917583 |
| 15402 | 4.1875771 | 15452 | 4.1889847 | 15502 | 4.1903877 | 15552 | 4.1917862 |
| 15403 | 4.1876053 | 15453 | 4.1890128 | 15503 | 4.1904157 | 15553 | 4.1918142 |
| 15404 | 4.1876335 | 15454 | 4.1890409 | 15504 | 4.1904438 | 15554 | 4.1918421 |
| 15405 | 4.1876617 | 15455 | 4.1890690 | 15505 | 4.1904718 | 15555 | 4.1918700 |
| 15406 | 4.1876899 | 15456 | 4.1890971 | 15506 | 4.1904998 | 15556 | 4.1918979 |
| 15407 | 4.1877181 | 15457 | 4.1891252 | 15507 | 4.1905278 | 15557 | 4.1919259 |
| 15408 | 4.1877463 | 15458 | 4.1891533 | 15508 | 4.1905558 | 15558 | 4.1919538 |
| 15409 | 4.1877745 | 15459 | 4.1891814 | 15509 | 4.1905838 | 15559 | 4.1919817 |
| 15410 | 4.1878026 | 15460 | 4.1892095 | 15510 | 4.1906118 | 15560 | 4.1920096 |
| 15411 | 4.1878308 | 15461 | 4.1892376 | 15511 | 4.1906398 | 15561 | 4.1920375 |
| 15412 | 4.1878590 | 15462 | 4.1892657 | 15512 | 4.1906678 | 15562 | 4.1920654 |
| 15413 | 4.1878872 | 15463 | 4.1892938 | 15513 | 4.1906958 | 15563 | 4.1920933 |
| 15414 | 4.1879154 | 15464 | 4.1893218 | 15514 | 4.1907238 | 15564 | 4.1921212 |
| 15415 | 4.1879435 | 15465 | 4.1893499 | 15515 | 4.1907518 | 15565 | 4.1921491 |
| 15416 | 4.1879717 | 15466 | 4.1893780 | 15516 | 4.1907798 | 15566 | 4.1921770 |
| 15417 | 4.1879999 | 15467 | 4.1894061 | 15517 | 4.1908078 | 15567 | 4.1922049 |
| 15418 | 4.1880280 | 15468 | 4.1894342 | 15518 | 4.1908357 | 15568 | 4.1922328 |
| 15419 | 4.1880562 | 15469 | 4.1894622 | 15519 | 4.1908637 | 15569 | 4.1922607 |
| 15420 | 4.1880844 | 15470 | 4.1894903 | 15520 | 4.1908917 | 15570 | 4.1922886 |
| 15421 | 4.1881125 | 15471 | 4.1895184 | 15521 | 4.1909197 | 15571 | 4.1923165 |
| 15422 | 4.1881407 | 15472 | 4.1895465 | 15522 | 4.1909477 | 15572 | 4.1923444 |
| 15423 | 4.1881689 | 15473 | 4.1895745 | 15523 | 4.1909757 | 15573 | 4.1923723 |
| 15424 | 4.1881970 | 15474 | 4.1896026 | 15524 | 4.1910036 | 15574 | 4.1924002 |
| 15425 | 4.1882252 | 15475 | 4.1896307 | 15525 | 4.1910316 | 15575 | 4.1924281 |
| 15426 | 4.1882533 | 15476 | 4.1896587 | 15526 | 4.1910596 | 15576 | 4.1924559 |
| 15427 | 4.1882815 | 15477 | 4.1896868 | 15527 | 4.1910876 | 15577 | 4.1924838 |
| 15428 | 4.1883096 | 15478 | 4.1897148 | 15528 | 4.1911155 | 15578 | 4.1925117 |
| 15429 | 4.1883378 | 15479 | 4.1897429 | 15529 | 4.1911435 | 15579 | 4.1925396 |
| 15430 | 4.1883659 | 15480 | 4.1897710 | 15530 | 4.1911715 | 15580 | 4.1925675 |
| 15431 | 4.1883941 | 15481 | 4.1897990 | 15531 | 4.1911994 | 15581 | 4.1925953 |
| 15432 | 4.1884222 | 15482 | 4.1898271 | 15532 | 4.1912274 | 15582 | 4.1926232 |
| 15433 | 4.1884504 | 15483 | 4.1898551 | 15533 | 4.1912553 | 15583 | 4.1926511 |
| 15434 | 4.1884785 | 15484 | 4.1898832 | 15534 | 4.1912833 | 15584 | 4.1926789 |
| 15435 | 4.1885066 | 15485 | 4.1899112 | 15535 | 4.1913113 | 15585 | 4.1927068 |
| 15436 | 4.1885348 | 15486 | 4.1899393 | 15536 | 4.1913392 | 15586 | 4.1927347 |
| 15437 | 4.1885629 | 15487 | 4.1899673 | 15537 | 4.1913672 | 15587 | 4.1927625 |
| 15438 | 4.1885910 | 15488 | 4.1899953 | 15538 | 4.1913951 | 15588 | 4.1927904 |
| 15439 | 4.1886192 | 15489 | 4.1900234 | 15539 | 4.1914231 | 15589 | 4.1928183 |
| 15440 | 4.1886473 | 15490 | 4.1900514 | 15540 | 4.1914510 | 15590 | 4.1928461 |
| 15441 | 4.1886754 | 15491 | 4.1900795 | 15541 | 4.1914790 | 15591 | 4.1928740 |
| 15442 | 4.1887035 | 15492 | 4.1901075 | 15542 | 4.1915069 | 15592 | 4.1929018 |
| 15443 | 4.1887317 | 15493 | 4.1901355 | 15543 | 4.1915348 | 15593 | 4.1929297 |
| 15444 | 4.1887598 | 15494 | 4.1901636 | 15544 | 4.1915628 | 15594 | 4.1929575 |
| 15445 | 4.1887879 | 15495 | 4.1901916 | 15545 | 4.1015907 | 15595 | 4.1929854 |
| 15446 | 4.1888160 | 15496 | 4.1902196 | 15546 | 4.1916187 | 15596 | 4.1930132 |
| 15447 | 4.1888441 | 15497 | 4.1902476 | 15547 | 4.1916466 | 15597 | 4.1930411 |
| 15448 | 4.1888723 | 15498 | 4.1902757 | 15548 | 4.1916745 | 15598 | 4.1930689 |
| 15449 | 4.1889004 | 15499 | 4.1903037 | 15549 | 4.1917025 | 15599 | 4.1930968 |
| 15450 | 4.1889285 | 15500 | 4.1903317 | 15550 | 4.1917304 | 15600 | 4.1931246 |

Digitized by Google

| Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 15601 | 4.1931524 | 15651 | 4.1945421 | 15701 | 4.1959273 | 15751 | 4.1973081 |
| 15602 | 4.1931803 | 15652 | 4.1945698 | 15702 | 4.1959550 | 15752 | 4.1973357 |
| 15603 | 4.1932081 | 15653 | 4.1945976 | 15703 | 4.1959826 | 15753 | 4.1973633 |
| 15604 | 4.1932359 | 15654 | 4.1946253 | 15704 | 4.1960103 | 15754 | 4.1973908 |
| 15605 | 4.1932638 | 15655 | 4.1946531 | 15705 | 4.1960379 | 15755 | 4.1974184 |
| 15606 | 4.1932916 | 15656 | 4.1946808 | 15706 | 4.1960656 | 15756 | 4.1974460 |
| 15607 | 4.1933194 | 15657 | 4.1947086 | 15707 | 4.1960932 | 15757 | 4.1974735 |
| 15608 | 4.1933473 | 15658 | 4.1947363 | 15708 | 4.1961209 | 15758 | 4.1975011 |
| 15609 | 4.1933751 | 15659 | 4.1947640 | 15709 | 4.1961485 | 15759 | 4.1975287 |
| 15610 | 4.1934029 | 15660 | 4.1947918 | 15710 | 4.1961762 | 15760 | 4.1975562 |
| 15611 | 4.1934307 | 15661 | 4.1948195 | 15711 | 4.1962038 | 15761 | 4.1975838 |
| 15612 | 4.1934585 | 15662 | 4.1948472 | 15712 | 4.1962315 | 15762 | 4.1976113 |
| 15613 | 4.1934864 | 15663 | 4.1948749 | 15713 | 4.1962591 | 15763 | 4.1976389 |
| 15614 | 4.1935142 | 15664 | 4.1949027 | 15714 | 4.1962867 | 15764 | 4.1976664 |
| 15615 | 4.1935420 | 15665 | 4.1949304 | 15715 | 4.1963144 | 15765 | 4.1976940 |
| 15616 | 4.1935698 | 15666 | 4.1949581 | 15716 | 4.1963420 | 15766 | 4.1977215 |
| 15617 | 4.1935976 | 15667 | 4.1959858 | 15717 | 4.1963697 | 15767 | 4.1977491 |
| 15618 | 4.1936254 | 15668 | 4.1950136 | 15718 | 4.1963973 | 15768 | 4.1977766 |
| 15619 | 4.1936532 | 15669 | 4.1950413 | 15719 | 4.1964249 | 15769 | 4.1978042 |
| 15620 | 4.1936810 | 15670 | 4.1950690 | 15720 | 4.1964525 | 15770 | 4.1978317 |
| 15621 | 4.1937088 | 15671 | 4.1950967 | 15721 | 4.1964802 | 15771 | 4.1978592 |
| 15622 | 4.1937366 | 15672 | 4.1951244 | 15722 | 4.1965078 | 15772 | 4.1978868 |
| 15623 | 4.1937644 | 15673 | 4.1951621 | 15723 | 4.1965354 | 15773 | 4.1979143 |
| 15624 | 4.1937922 | 15674 | 4.1951798 | 15724 | 4.1965630 | 15774 | 4.1979418 |
| 15625 | 4.1938200 | 15675 | 4.1952075 | 15725 | 4.1965907 | 15775 | 4.1979694 |
| 15626 | 4.1938478 | 15676 | 4.1952353 | 15726 | 4.1966183 | 15776 | 4.1979969 |
| 15627 | 4.1938756 | 15677 | 4.1952630 | 15727 | 4.1966459 | 15777 | 4.1980244 |
| 15628 | 4.1939034 | 15678 | 4.1952907 | 15728 | 4.1966735 | 15778 | 4.1980520 |
| 15629 | 4.1939312 | 15679 | 4.1953184 | 15729 | 4.1967011 | 15779 | 4.1980795 |
| 15630 | 4.1939590 | 15680 | 4.1953461 | 15730 | 4.1967287 | 15780 | 4.1981070 |
| 15631 | 4.1939868 | 15681 | 4.1953738 | 15731 | 4.1967563 | 15781 | 4.1981345 |
| 15632 | 4.1940145 | 15682 | 4.1954014 | 15732 | 4.1967839 | 15782 | 4.1981620 |
| 15633 | 4.1940423 | 15683 | 4.1954291 | 15733 | 4.1968115 | 15783 | 4.1981896 |
| 15634 | 4.1940701 | 15684 | 4.1954568 | 15734 | 4.1968391 | 15784 | 4.1982171 |
| 15635 | 4.1940979 | 15685 | 4.1954845 | 15735 | 4.1968667 | 15785 | 4.1982446 |
| 15636 | 4.1941257 | 15686 | 4.1955122 | 15736 | 4.1968943 | 15786 | 4.1982721 |
| 15637 | 4.1941534 | 15687 | 4.1955399 | 15737 | 4.1969219 | 15787 | 4.1982996 |
| 15638 | 4.1941812 | 15688 | 4.1955676 | 15738 | 4.1969495 | 15788 | 4.1983271 |
| 15639 | 4.1942090 | 15689 | 4.1955953 | 15739 | 4.1969771 | 15789 | 4.1983546 |
| 15640 | 4.1942367 | 15690 | 4.1956229 | 15740 | 4.1970047 | 15790 | 4.1983821 |
| 15641 | 4.1942645 | 15691 | 4.1956506 | 15741 | 4.1970323 | 15791 | 4.1984096 |
| 15642 | 4.1942923 | 15692 | 4.1956783 | 15742 | 4.1970599 | 15792 | 4.1984371 |
| 15643 | 4.1943200 | 15693 | 4.1957060 | 15743 | 4.1970875 | 15793 | 4.1984646 |
| 15644 | 4.1943478 | 15694 | 4.1957336 | 15744 | 4.1971151 | 15794 | 4.1984921 |
| 15645 | 4.1943756 | 15695 | 4.1957613 | 15745 | 4.1971427 | 15795 | 4.1985196 |
| 15646 | 4.1944033 | 15696 | 4.1957890 | 15746 | 4.1971702 | 15796 | 4.1985471 |
| 15647 | 4.1944311 | 15697 | 4.1958167 | 15747 | 4.1971978 | 15797 | 4.1985746 |
| 15648 | 4.1944588 | 15698 | 4.1958443 | 15748 | 4.1972254 | 15798 | 4.1986021 |
| 15649 | 4.1944866 | 15699 | 4.1958720 | 15749 | 4.1972530 | 15799 | 4.1986296 |
| 15650 | 4.1945143 | 15700 | 4.1958997 | 15750 | 4.1972806 | 15800 | 4.1986571 |



Digitized by Google

| Nôb. | Logarithm. | Nôb. | Logarithm. | Nôb. | Logarithm. | Nôb. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 15801 | 4.1986846 | 15851 | 4.2000567 | 15901 | 4.2014144 | 15951 | 4.2027579 |
| 15802 | 4.1987121 | 15852 | 4.2000841 | 15902 | 4.2014517 | 15952 | 4.2028151 |
| 15803 | 4.1987395 | 15853 | 4.2001115 | 15903 | 4.2014791 | 15953 | 4.2028424 |
| 15804 | 4.1987670 | 15854 | 4.2001389 | 15904 | 4.2015064 | 15954 | 4.2028696 |
| 15805 | 4.1987945 | 15855 | 4.2001662 | 15905 | 4.2015337 | 15955 | 4.2028968 |
| 15806 | 4.1988220 | 15856 | 4.2001936 | 15906 | 4.2015610 | 15956 | 4.2029240 |
| 15807 | 4.1988495 | 15857 | 4.2002210 | 15907 | 4.2015883 | 15957 | 4.2029512 |
| 15808 | 4.1988769 | 15858 | 4.2002484 | 15908 | 4.2016156 | 15958 | 4.2029785 |
| 15809 | 4.1989044 | 15859 | 4.2002758 | 15909 | 4.2016429 | 15959 | 4.2030057 |
| 15810 | 4.1989319 | 15860 | 4.2003032 | 15910 | 4.2016702 | 15960 | 4.2030329 |
| 15811 | 4.1989593 | 15861 | 4.2003306 | 15911 | 4.2016975 | 15961 | 4.2030601 |
| 15812 | 4.1989868 | 15862 | 4.2003579 | 15912 | 4.2017248 | 15962 | 4.2030873 |
| 15813 | 4.1990143 | 15863 | 4.2003853 | 15913 | 4.2017521 | 15963 | 4.2031145 |
| 15814 | 4.1990417 | 15864 | 4.2004127 | 15914 | 4.2017794 | 15964 | 4.2031417 |
| 15815 | 4.1990692 | 15865 | 4.2004401 | 15915 | 4.2018066 | 15965 | 4.2031689 |
| 15816 | 4.1990967 | 15866 | 4.2004675 | 15916 | 4.2018339 | 15966 | 4.2031961 |
| 15817 | 4.1991241 | 15867 | 4.2004948 | 15917 | 4.2018612 | 15967 | 4.2032233 |
| 15818 | 4.1991516 | 15868 | 4.2005222 | 15918 | 4.2018885 | 15968 | 4.2032505 |
| 15819 | 4.1991790 | 15869 | 4.2005496 | 15919 | 4.2019158 | 15969 | 4.2032777 |
| 15820 | 4.1992065 | 15870 | 4.2005769 | 15920 | 4.2019431 | 15970 | 4.2033049 |
| 15821 | 4.1992339 | 15871 | 4.2006043 | 15921 | 4.2019703 | 15971 | 4.2033321 |
| 15822 | 4.1992614 | 15872 | 4.2006317 | 15922 | 4.2019976 | 15972 | 4.2033593 |
| 15823 | 4.1992888 | 15873 | 4.2006590 | 15923 | 4.2020249 | 15973 | 4.2033865 |
| 15824 | 4.1993163 | 15874 | 4.2006864 | 15924 | 4.2020522 | 15974 | 4.2034137 |
| 15825 | 4.1993437 | 15875 | 4.2007137 | 15925 | 4.2020794 | 15975 | 4.2034409 |
| 15826 | 4.1993712 | 15876 | 4.2007411 | 15926 | 4.2021067 | 15976 | 4.2034681 |
| 15827 | 4.1993986 | 15877 | 4.2007684 | 15927 | 4.2021340 | 15977 | 4.2034952 |
| 15828 | 4.1994260 | 15878 | 4.2007958 | 15928 | 4.2021612 | 15978 | 4.2035224 |
| 15829 | 4.1994535 | 15879 | 4.2008231 | 15929 | 4.2021885 | 15979 | 4.2035496 |
| 15830 | 4.1994809 | 15880 | 4.2008505 | 15930 | 4.2022158 | 15980 | 4.2035768 |
| 15831 | 4.1995083 | 15881 | 4.2008778 | 15931 | 4.2022430 | 15981 | 4.2036040 |
| 15832 | 4.1995358 | 15882 | 4.2009052 | 15932 | 4.2022703 | 15982 | 4.2036311 |
| 15833 | 4.1995632 | 15883 | 4.2009325 | 15933 | 4.2022976 | 15983 | 4.2036583 |
| 15834 | 4.1995906 | 15884 | 4.2009599 | 15934 | 4.2023248 | 15984 | 4.2036855 |
| 15835 | 4.1996181 | 15885 | 4.2009872 | 15935 | 4.2023521 | 15985 | 4.2037126 |
| 15836 | 4.1996455 | 15886 | 4.2010146 | 15936 | 4.2023793 | 15986 | 4.2037398 |
| 15837 | 4.1996729 | 15887 | 4.2010419 | 15937 | 4.2024066 | 15987 | 4.2037670 |
| 15838 | 4.1997003 | 15888 | 4.2010692 | 15938 | 4.2024338 | 15988 | 4.2037941 |
| 15839 | 4.1997278 | 15889 | 4.2010966 | 15939 | 4.2024611 | 15989 | 4.2038213 |
| 15840 | 4.1997552 | 15890 | 4.2011239 | 15940 | 4.2024883 | 15990 | 4.2038485 |
| 15841 | 4.1997826 | 15891 | 4.2011512 | 15941 | 4.2025156 | 15991 | 4.2038756 |
| 15842 | 4.1998100 | 15892 | 4.2011786 | 15942 | 4.2025428 | 15992 | 4.2039028 |
| 15843 | 4.1998374 | 15893 | 4.2012059 | 15943 | 4.2025700 | 15993 | 4.2039299 |
| 15844 | 4.1998648 | 15894 | 4.2012332 | 15944 | 4.2025973 | 15994 | 4.2039571 |
| 15845 | 4.1998922 | 15895 | 4.2012605 | 15945 | 4.2026245 | 15995 | 4.2039842 |
| 15846 | 4.1999197 | 15896 | 4.2012879 | 15946 | 4.2026518 | 15996 | 4.2040114 |
| 15847 | 4.1999471 | 15897 | 4.2013152 | 15947 | 4.2026790 | 15997 | 4.2040385 |
| 15848 | 4.1994745 | 15898 | 4.2013425 | 15948 | 4.2027062 | 15998 | 4.2040657 |
| 15849 | 4.2000019 | 15899 | 4.2013698 | 15949 | 4.2027335 | 15999 | 4.2040928 |
| 15850 | 4.2000293 | 15900 | 4.2013971 | 15950 | 4.2027607 | 16000 | 4.2041200 |

Digitized by Google

| Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 16001 | 4.2041471 | 16051 | 4.2055021 | 16101 | 4.2068529 | 16151 | 4.2081994 |
| 16002 | 4.2041743 | 16052 | 4.2055292 | 16102 | 4.2068798 | 16152 | 4.2082263 |
| 16003 | 4.2042014 | 16053 | 4.2055562 | 16103 | 4.2069068 | 16153 | 4.2082532 |
| 16004 | 4.2042285 | 16054 | 4.2055833 | 16104 | 4.2069338 | 16154 | 4.2082801 |
| 16005 | 4.2042557 | 16055 | 4.2056103 | 16105 | 4.2069607 | 16155 | 4.2083070 |
| 16006 | 4.2042828 | 16056 | 4.2056374 | 16106 | 4.2069877 | 16156 | 4.2083338 |
| 16007 | 4.2043099 | 16057 | 4.2056644 | 16107 | 4.2070147 | 16157 | 4.2083607 |
| 16008 | 4.2043371 | 16058 | 4.2056915 | 16108 | 4.2070416 | 16158 | 4.2083876 |
| 16009 | 4.2043642 | 16059 | 4.2057185 | 16109 | 4.2070686 | 16159 | 4.2084145 |
| 16010 | 4.2043913 | 16060 | 4.2057455 | 16110 | 4.2070955 | 16160 | 4.2084414 |
| 16011 | 4.2044185 | 16061 | 4.2057726 | 16111 | 4.2071225 | 16161 | 4.2084682 |
| 16012 | 4.2044456 | 16062 | 4.2057996 | 16112 | 4.2071495 | 16162 | 4.2084951 |
| 16013 | 4.2044727 | 16063 | 4.2058267 | 16113 | 4.2071764 | 16163 | 4.2085220 |
| 16014 | 4.2044998 | 16064 | 4.2058537 | 16114 | 4.2072034 | 16164 | 4.2085488 |
| 16015 | 4.2045269 | 16065 | 4.2058807 | 16115 | 4.2072303 | 16165 | 4.2085757 |
| 16016 | 4.2045541 | 16066 | 4.2059078 | 16116 | 4.2072573 | 16166 | 4.2086026 |
| 16017 | 4.2045812 | 16067 | 4.2059348 | 16117 | 4.2072842 | 16167 | 4.2086294 |
| 16018 | 4.2046083 | 16068 | 4.2059618 | 16118 | 4.2073112 | 16168 | 4.2086563 |
| 16019 | 4.2046354 | 16069 | 4.2059889 | 16119 | 4.2073381 | 16169 | 4.2086832 |
| 16020 | 4.2046625 | 16070 | 4.2060159 | 16120 | 4.2073650 | 16170 | 4.2087100 |
| 16021 | 4.2046896 | 16071 | 4.2060429 | 16121 | 4.2073920 | 16171 | 4.2087369 |
| 16022 | 4.2047167 | 16072 | 4.2060699 | 16122 | 4.2074189 | 16172 | 4.2087637 |
| 16023 | 4.2047438 | 16073 | 4.2060969 | 16123 | 4.2074459 | 16173 | 4.2087906 |
| 16024 | 4.2047709 | 16074 | 4.2061240 | 16124 | 4.2074728 | 16174 | 4.2088174 |
| 16025 | 4.2047980 | 16075 | 4.2061510 | 16125 | 4.2074997 | 16175 | 4.2088443 |
| 16026 | 4.2048251 | 16076 | 4.2061780 | 16126 | 4.2075267 | 16176 | 4.2088711 |
| 16027 | 4.2048522 | 16077 | 4.2062050 | 16127 | 4.2075536 | 16177 | 4.2088980 |
| 16028 | 4.2048793 | 16078 | 4.2062320 | 16128 | 4.2075805 | 16178 | 4.2089248 |
| 16029 | 4.2049064 | 16079 | 4.2062590 | 16129 | 4.2076074 | 16179 | 4.2089517 |
| 16030 | 4.2049335 | 16080 | 4.2062860 | 16130 | 4.2076344 | 16180 | 4.2089785 |
| 16031 | 4.2049606 | 16081 | 4.2063131 | 16131 | 4.2076613 | 16181 | 4.2090054 |
| 16032 | 4.2049877 | 16082 | 4.2063401 | 16132 | 4.2076882 | 16182 | 4.2090322 |
| 16033 | 4.2050148 | 16083 | 4.2063671 | 16133 | 4.2077151 | 16183 | 4.2090590 |
| 16034 | 4.2050419 | 16084 | 4.2063941 | 16134 | 4.2077421 | 16184 | 4.2090859 |
| 16035 | 4.2050690 | 16085 | 4.2064211 | 16135 | 4.2077690 | 16185 | 4.2091127 |
| 16036 | 4.2050960 | 16086 | 4.2064481 | 16136 | 4.2077959 | 16186 | 4.2091395 |
| 16037 | 4.2051231 | 16087 | 4.2064751 | 16137 | 4.2078228 | 16187 | 4.2091664 |
| 16038 | 4.2051502 | 16088 | 4.2065021 | 16138 | 4.2078497 | 16188 | 4.2091932 |
| 16039 | 4.2051773 | 16089 | 4.2065291 | 16139 | 4.2078766 | 16189 | 4.2092200 |
| 16040 | 4.2052044 | 16090 | 4.2065560 | 16140 | 4.2079035 | 16190 | 4.2092468 |
| 16041 | 4.2052314 | 16091 | 4.2065830 | 16141 | 4.2079304 | 16191 | 4.2092737 |
| 16042 | 4.2052585 | 16092 | 4.2066100 | 16142 | 4.2079573 | 16192 | 4.2093005 |
| 16043 | 4.2052856 | 16093 | 4.2066370 | 16143 | 4.2079842 | 16193 | 4.2093273 |
| 16044 | 4.2053127 | 16094 | 4.2066640 | 16144 | 4.2080111 | 16194 | 4.2093541 |
| 16045 | 4.2053397 | 16095 | 4.2066910 | 16145 | 4.2080380 | 16195 | 4.2093810 |
| 16046 | 4.2053668 | 16096 | 4.2067180 | 16146 | 4.2080649 | 16196 | 4.2094078 |
| 16047 | 4.2053939 | 16097 | 4.2067449 | 16147 | 4.2080918 | 16197 | 4.2094346 |
| 16048 | 4.2054209 | 16098 | 4.2067719 | 16148 | 4.2081187 | 16198 | 4.2094614 |
| 16049 | 4.2054480 | 16099 | 4.2067989 | 16149 | 4.2081456 | 16199 | 4.2094882 |
| 16050 | 4.2054750 | 16100 | 4.2068259 | 16150 | 4.2081725 | 16200 | 4.2095150 |

Digitized by Google

| Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 16201 | 4.2095418 | 16251 | 4.2108801 | 16301 | 4.2122142 | 16351 | 4.2135443 |
| 16202 | 4.2095686 | 16252 | 4.2109068 | 16302 | 4.2122409 | 16352 | 4.2135709 |
| 16203 | 4.2095954 | 16253 | 4.2109335 | 16303 | 4.2122675 | 16353 | 4.2135974 |
| 16204 | 4.2096222 | 16254 | 4.2109603 | 16304 | 4.2122942 | 16354 | 4.2136240 |
| 16205 | 4.2096490 | 16255 | 4.2109870 | 16305 | 4.2123208 | 16355 | 4.2136505 |
| 16206 | 4.2096758 | 16256 | 4.2110137 | 16306 | 4.2123474 | 16356 | 4.2136771 |
| 16207 | 4.2097026 | 16257 | 4.2110404 | 16307 | 4.2123741 | 16357 | 4.2137037 |
| 16208 | 4.2097294 | 16258 | 4.2110671 | 16308 | 4.2124007 | 16358 | 4.2137302 |
| 16209 | 4.2097562 | 16259 | 4.2110938 | 16309 | 4.2124275 | 16359 | 4.2137568 |
| 16210 | 4.2097830 | 16260 | 4.2111205 | 16310 | 4.2124540 | 16360 | 4.2137834 |
| 16211 | 4.2098098 | 16261 | 4.2111472 | 16311 | 4.2124806 | 16361 | 4.2138099 |
| 16212 | 4.2098366 | 16262 | 4.2111740 | 16312 | 4.2125072 | 16362 | 4.2138365 |
| 16213 | 4.2098634 | 16263 | 4.2112007 | 16313 | 4.2125338 | 16363 | 4.2138631 |
| 16214 | 4.2098902 | 16264 | 4.2112274 | 16314 | 4.2125605 | 16364 | 4.2138895 |
| 16215 | 4.2099170 | 16265 | 4.2112541 | 16315 | 4.2125871 | 16365 | 4.2139160 |
| 16216 | 4.2099437 | 16266 | 4.2112808 | 16316 | 4.2126137 | 16366 | 4.2139426 |
| 16217 | 4.2099705 | 16267 | 4.2113075 | 16317 | 4.2126403 | 16367 | 4.2139692 |
| 16218 | 4.2099973 | 16268 | 4.2113342 | 16318 | 4.2126669 | 16368 | 4.2139958 |
| 16219 | 4.2100241 | 16269 | 4.2113609 | 16319 | 4.2126935 | 16369 | 4.2140223 |
| 16220 | 4.2100508 | 16270 | 4.2113876 | 16320 | 4.2127202 | 16370 | 4.2140489 |
| 16221 | 4.2100776 | 16271 | 4.2114142 | 16321 | 4.2127468 | 16371 | 4.2140755 |
| 16222 | 4.2101044 | 16272 | 4.2114409 | 16322 | 4.2127734 | 16372 | 4.2141019 |
| 16223 | 4.2101312 | 16273 | 4.2114676 | 16323 | 4.2128000 | 16373 | 4.2141285 |
| 16224 | 4.2101579 | 16274 | 4.2114943 | 16324 | 4.2128266 | 16374 | 4.2141551 |
| 16225 | 4.2101847 | 16275 | 4.2115210 | 16325 | 4.2128532 | 16375 | 4.2141817 |
| 16226 | 4.2102115 | 16276 | 4.2115477 | 16326 | 4.2128798 | 16376 | 4.2142082 |
| 16227 | 4.2102382 | 16277 | 4.2115744 | 16327 | 4.2129064 | 16377 | 4.2142348 |
| 16228 | 4.2102650 | 16278 | 4.2116010 | 16328 | 4.2129330 | 16378 | 4.2142614 |
| 16229 | 4.2102918 | 16279 | 4.2116277 | 16329 | 4.2129596 | 16379 | 4.2142880 |
| 16230 | 4.2103185 | 16280 | 4.2116544 | 16330 | 4.2129862 | 16380 | 4.2143145 |
| 16231 | 4.2103453 | 16281 | 4.2116811 | 16331 | 4.2130128 | 16381 | 4.2143411 |
| 16232 | 4.2103720 | 16282 | 4.2117078 | 16332 | 4.2130394 | 16382 | 4.2143677 |
| 16233 | 4.2103988 | 16283 | 4.2117344 | 16333 | 4.2130660 | 16383 | 4.2143943 |
| 16234 | 4.2104255 | 16284 | 4.2117611 | 16334 | 4.2130926 | 16384 | 4.2144208 |
| 16235 | 4.2104523 | 16285 | 4.2117878 | 16335 | 4.2131101 | 16385 | 4.2144474 |
| 16236 | 4.2104790 | 16286 | 4.2118144 | 16336 | 4.2131457 | 16386 | 4.2144740 |
| 16237 | 4.2105058 | 16287 | 4.2118411 | 16337 | 4.2131723 | 16387 | 4.2145006 |
| 16238 | 4.2105325 | 16288 | 4.2118678 | 16338 | 4.2131989 | 16388 | 4.2145271 |
| 16239 | 4.2105593 | 16289 | 4.2118944 | 16339 | 4.2132255 | 16389 | 4.2145537 |
| 16240 | 4.2105860 | 16290 | 4.2119211 | 16340 | 4.2132521 | 16390 | 4.2145803 |
| 16241 | 4.2106128 | 16291 | 4.2119477 | 16341 | 4.2132786 | 16391 | 4.2146068 |
| 16242 | 4.2106395 | 16292 | 4.2119744 | 16342 | 4.2133052 | 16392 | 4.2146334 |
| 16243 | 4.2106662 | 16293 | 4.2120011 | 16343 | 4.2133318 | 16393 | 4.2146600 |
| 16244 | 4.2106930 | 16294 | 4.2120277 | 16344 | 4.2133584 | 16394 | 4.2146865 |
| 16245 | 4.2107197 | 16295 | 4.2120544 | 16345 | 4.2133849 | 16395 | 4.2147131 |
| 16246 | 4.2107464 | 16296 | 4.2120810 | 16346 | 4.2134115 | 16396 | 4.2147397 |
| 16247 | 4.2107732 | 16297 | 4.2121077 | 16347 | 4.2134381 | 16397 | 4.2147662 |
| 16248 | 4.2107999 | 16298 | 4.2121343 | 16348 | 4.2134646 | 16398 | 4.2147928 |
| 16249 | 4.2108266 | 16299 | 4.2121610 | 16349 | 4.2134912 | 16399 | 4.2148193 |
| 16250 | 4.2108534 | 16300 | 4.2121876 | 16350 | 4.2135178 | 16400 | 4.2148459 |

| Nôb. | Logarithm. | Nôb. | Logarithm. | Nôb. | Logarithm. | Nôb. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 16401 | 4.2148703 | 16451 | 4.2161923 | 16501 | 4.2175103 | 16551 | 4.2188243 |
| 16402 | 4.2148968 | 16452 | 4.2162187 | 16502 | 4.2175366 | 16552 | 4.2188505 |
| 16403 | 4.2149233 | 16453 | 4.2162451 | 16503 | 4.2175629 | 16553 | 4.2188767 |
| 16404 | 4.2149498 | 16454 | 4.2162715 | 16504 | 4.2175892 | 16554 | 4.2189030 |
| 16405 | 4.2149762 | 16455 | 4.2162979 | 16505 | 4.2176155 | 16555 | 4.2189292 |
| 16406 | 4.2150027 | 16456 | 4.2163243 | 16506 | 4.2176418 | 16556 | 4.2189554 |
| 16407 | 4.2150292 | 16457 | 4.2163507 | 16507 | 4.2176682 | 16557 | 4.2189816 |
| 16408 | 4.2150556 | 16458 | 4.2163771 | 16508 | 4.2176945 | 16558 | 4.2190079 |
| 16409 | 4.2150821 | 16459 | 4.2164034 | 16509 | 4.2177208 | 16559 | 4.2190341 |
| 16410 | 4.2151086 | 16460 | 4.2164298 | 16510 | 4.2177471 | 16560 | 4.2190603 |
| 16411 | 4.2151350 | 16461 | 4.2164562 | 16511 | 4.2177734 | 16561 | 4.2190866 |
| 16412 | 4.2151615 | 16462 | 4.2164826 | 16512 | 4.2177997 | 16562 | 4.2191128 |
| 16413 | 4.2151880 | 16463 | 4.2165090 | 16513 | 4.2178260 | 16563 | 4.2191390 |
| 16414 | 4.2152144 | 16464 | 4.2165354 | 16514 | 4.2178523 | 16564 | 4.2191652 |
| 16415 | 4.2152409 | 16465 | 4.2165617 | 16515 | 4.2178786 | 16565 | 4.2191914 |
| 16416 | 4.2152673 | 16466 | 4.2165881 | 16516 | 4.2179049 | 16566 | 4.2192177 |
| 16417 | 4.2152938 | 16467 | 4.2166145 | 16517 | 4.2179312 | 16567 | 4.2192439 |
| 16418 | 4.2153203 | 16468 | 4.2166409 | 16518 | 4.2179575 | 16568 | 4.2192701 |
| 16419 | 4.2153467 | 16469 | 4.2166672 | 16519 | 4.2179838 | 16569 | 4.2192963 |
| 16420 | 4.2153732 | 16470 | 4.2166936 | 16520 | 4.2180100 | 16570 | 4.2193225 |
| 16421 | 4.2153996 | 16471 | 4.2167200 | 16521 | 4.2180363 | 16571 | 4.2193487 |
| 16422 | 4.2154260 | 16472 | 4.2167463 | 16522 | 4.2180626 | 16572 | 4.2193749 |
| 16423 | 4.2154525 | 16473 | 4.2167727 | 16523 | 4.2180889 | 16573 | 4.2194011 |
| 16424 | 4.2154789 | 16474 | 4.2167991 | 16524 | 4.2181152 | 16574 | 4.2194273 |
| 16425 | 4.2155054 | 16475 | 4.2168254 | 16525 | 4.2181415 | 16575 | 4.2194535 |
| 16426 | 4.2155318 | 16476 | 4.2168518 | 16526 | 4.2181677 | 16576 | 4.2194797 |
| 16427 | 4.2155583 | 16477 | 4.2168781 | 16527 | 4.2181940 | 16577 | 4.2195059 |
| 16428 | 4.2155847 | 16478 | 4.2169045 | 16528 | 4.2182203 | 16578 | 4.2195321 |
| 16429 | 4.2156111 | 16479 | 4.2169309 | 16529 | 4.2182466 | 16579 | 4.2195583 |
| 16430 | 4.2156376 | 16480 | 4.2169572 | 16530 | 4.2182729 | 16580 | 4.2195845 |
| 16431 | 4.2156640 | 16481 | 4.2169836 | 16531 | 4.2182991 | 16581 | 4.2196107 |
| 16432 | 4.2156904 | 16482 | 4.2170099 | 16532 | 4.2183254 | 16582 | 4.2196369 |
| 16433 | 4.2157169 | 16483 | 4.2170363 | 16533 | 4.2183517 | 16583 | 4.2196631 |
| 16434 | 4.2157433 | 16484 | 4.2170626 | 16534 | 4.2183779 | 16584 | 4.2196893 |
| 16435 | 4.2157697 | 16485 | 4.2170890 | 16535 | 4.2184042 | 16585 | 4.2197155 |
| 16436 | 4.2157961 | 16486 | 4.2171153 | 16536 | 4.2184305 | 16586 | 4.2197417 |
| 16437 | 4.2158226 | 16487 | 4.2171416 | 16537 | 4.2184567 | 16587 | 4.2197678 |
| 16438 | 4.2158490 | 16488 | 4.2171680 | 16538 | 4.2184830 | 16588 | 4.2197940 |
| 16439 | 4.2158754 | 16489 | 4.2171943 | 16539 | 4.2185092 | 16589 | 4.2198202 |
| 16440 | 4.2159018 | 16490 | 4.2172207 | 16540 | 4.2185355 | 16590 | 4.2198464 |
| 16441 | 4.2159282 | 16491 | 4.2172470 | 16541 | 4.2185618 | 16591 | 4.2198726 |
| 16442 | 4.2159546 | 16492 | 4.2172733 | 16542 | 4.2185880 | 16592 | 4.2198987 |
| 16443 | 4.2159811 | 16493 | 4.2172997 | 16543 | 4.2186143 | 16593 | 4.2199249 |
| 16444 | 4.2160075 | 16494 | 4.2173260 | 16544 | 4.2186405 | 16594 | 4.2199511 |
| 16445 | 4.2160339 | 16495 | 4.2173523 | 16545 | 4.2186668 | 16595 | 4.2199773 |
| 16446 | 4.2160603 | 16496 | 4.2173786 | 16546 | 4.2186930 | 16596 | 4.2200034 |
| 16447 | 4.2160867 | 16497 | 4.2174050 | 16547 | 4.2187193 | 16597 | 4.2200296 |
| 16448 | 4.2161131 | 16498 | 4.2174313 | 16548 | 4.2187455 | 16598 | 4.2200558 |
| 16449 | 4.2161395 | 16499 | 4.2174576 | 16549 | 4.2187718 | 16599 | 4.2200819 |
| 16450 | 4.2161659 | 16500 | 4.2174839 | 16550 | 4.2187980 | 16600 | 4.2201081 |



Digitized by Google

| Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 16601 | 4.2201342 | 16651 | 4.2214403 | 16701 | 4.2227425 | 16751 | 4.2240407 |
| 16602 | 4.2201604 | 16652 | 4.2214664 | 16702 | 4.2227685 | 16752 | 4.2240667 |
| 16603 | 4.2201866 | 16653 | 4.2214925 | 16703 | 4.2227945 | 16753 | 4.2240926 |
| 16604 | 4.2202127 | 16654 | 4.2215186 | 16704 | 4.2228205 | 16754 | 4.2241185 |
| 16605 | 4.2202389 | 16655 | 4.2215446 | 16705 | 4.2228465 | 16755 | 4.2241444 |
| 16606 | 4.2202650 | 16656 | 4.2215707 | 16706 | 4.2228725 | 16756 | 4.2241704 |
| 16607 | 4.2202912 | 16657 | 4.2215968 | 16707 | 4.2228985 | 16757 | 4.2241963 |
| 16608 | 4.2203173 | 16658 | 4.2216228 | 16708 | 4.2229245 | 16758 | 4.2242222 |
| 16609 | 4.2203435 | 16659 | 4.2216489 | 16709 | 4.2229505 | 16759 | 4.2242481 |
| 16610 | 4.2203696 | 16660 | 4.2216750 | 16710 | 4.2229764 | 16760 | 4.2242740 |
| 16611 | 4.2203958 | 16661 | 4.2217011 | 16711 | 4.2230024 | 16761 | 4.2242999 |
| 16612 | 4.2204219 | 16662 | 4.2217271 | 16712 | 4.2230284 | 16762 | 4.2243258 |
| 16613 | 4.2204481 | 16663 | 4.2217532 | 16713 | 4.2230544 | 16763 | 4.2243517 |
| 16614 | 4.2204742 | 16664 | 4.2217793 | 16714 | 4.2230804 | 16764 | 4.2243777 |
| 16615 | 4.2205003 | 16665 | 4.2218053 | 16715 | 4.2231064 | 16765 | 4.2244036 |
| 16616 | 4.2205265 | 16666 | 4.2218314 | 16716 | 4.2231324 | 16766 | 4.2244295 |
| 16617 | 4.2205526 | 16667 | 4.2218574 | 16717 | 4.2231583 | 16767 | 4.2244554 |
| 16618 | 4.2205788 | 16668 | 4.2218835 | 16718 | 4.2231843 | 16768 | 4.2244813 |
| 16619 | 4.2206049 | 16669 | 4.2219095 | 16719 | 4.2232103 | 16769 | 4.2245072 |
| 16620 | 4.2206310 | 16670 | 4.2219356 | 16720 | 4.2232363 | 16770 | 4.2245331 |
| 16621 | 4.2206571 | 16671 | 4.2219617 | 16721 | 4.2232622 | 16771 | 4.2245590 |
| 16622 | 4.2206833 | 16672 | 4.2219877 | 16722 | 4.2232882 | 16772 | 4.2245849 |
| 16623 | 4.2207094 | 16673 | 4.2220138 | 16723 | 4.2233142 | 16773 | 4.2246107 |
| 16624 | 4.2207355 | 16674 | 4.2220398 | 16724 | 4.2233402 | 16774 | 4.2246366 |
| 16625 | 4.2207617 | 16675 | 4.2220658 | 16725 | 4.2233661 | 16775 | 4.2246625 |
| 16626 | 4.2207878 | 16676 | 4.2220919 | 16726 | 4.2233921 | 16776 | 4.2246884 |
| 16627 | 4.2208139 | 16677 | 4.2221179 | 16727 | 4.2234181 | 16777 | 4.2247143 |
| 16628 | 4.2208400 | 16678 | 4.2221440 | 16728 | 4.2234440 | 16778 | 4.2247402 |
| 16629 | 4.2208661 | 16679 | 4.2221700 | 16729 | 4.2234700 | 16779 | 4.2247661 |
| 16630 | 4.2208922 | 16680 | 4.2221960 | 16730 | 4.2234959 | 16780 | 4 2247920 |
| 16631 | 4.2209184 | 16681 | 4.2222221 | 16731 | 4.2235219 | 16781 | 4.2248178 |
| 16632 | 4.2209445 | 16682 | 4.2222481 | 16732 | 4.2235479 | 16782 | 4.2248437 |
| 16633 | 4.2209706 | 16683 | 4.2222741 | 16733 | 4.2235738 | 16783 | 4.2248696 |
| 16634 | 4.2209967 | 16684 | 4.2223002 | 16734 | 4.2235998 | 16784 | 4.2248955 |
| 16635 | 4.2210228 | 16685 | 4.2223262 | 16735 | 4.2236257 | 16785 | 4.2249213 |
| 16636 | 4.2210489 | 16686 | 4.2223522 | 16736 | 4.2236517 | 16786 | 4.2249472 |
| 16637 | 4.2210750 | 16687 | 4.2223783 | 16737 | 4.2236776 | 16787 | 4.2249731 |
| 16638 | 4.2211011 | 16688 | 4.2224043 | 16738 | 4.2237036 | 16788 | 4.2249990 |
| 16639 | 4.2211272 | 16689 | 4.2224303 | 16739 | 4.2237295 | 16789 | 4.2250248 |
| 16640 | 4.2211533 | 16690 | 4.2224563 | 16740 | 4.2237555 | 16790 | 4.2250507 |
| 16641 | 4.2211794 | 16691 | 4.2224824 | 16741 | 4.2237814 | 16791 | 4.2250766 |
| 16642 | 4.2212055 | 16692 | 4.2225084 | 16742 | 4.2238073 | 16792 | 4.2251024 |
| 16643 | 4.2212316 | 16693 | 4.2225344 | 16743 | 4.2238333 | 16793 | 4.2251283 |
| 16644 | 4.2212577 | 16694 | 4.2225604 | 16744 | 4.2238592 | 16794 | 4.2251541 |
| 16645 | 4.2212838 | 16695 | 4.2225864 | 16745 | 4.2238852 | 16795 | 4.2251800 |
| 16646 | 4.2213099 | 16696 | 4.2226124 | 16746 | 4.2239111 | 16796 | 4.2252059 |
| 16647 | 4.2213360 | 16697 | 4.2226384 | 16747 | 4.2239370 | 16797 | 4.2252317 |
| 16648 | 4.2213621 | 16698 | 4.2226645 | 16748 | 4.2239630 | 16798 | 4.2252576 |
| 16649 | 4.2213882 | 16699 | 4.2226905 | 16749 | 4.2239889 | 16799 | 4.2252834 |
| 16650 | 4.2214141 | 16700 | 4.2227165 | 16750 | 4.2240148 | 16800 | 4.2253093 |

Digitized by Google

| Nōb. | Logarithm. | Nōb. | Logarithm. | Nōb. | Logarithm. | Nōb. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 16801 | 4.2253351 | 16851 | 4.2266257 | 16901 | 4.2279124 | 16951 | 4.2291953 |
| 16802 | 4.2253610 | 16852 | 4.2266515 | 16902 | 4.2279381 | 16952 | 4.2292209 |
| 16803 | 4.2253868 | 16853 | 4.2266772 | 16903 | 4.2279638 | 16953 | 4.2292466 |
| 16804 | 4.2254127 | 16854 | 4.2267030 | 16904 | 4.2279895 | 16954 | 4.2292722 |
| 16805 | 4.2254385 | 16855 | 4.2267288 | 16905 | 4.2280152 | 16955 | 4.2292978 |
| 16806 | 4.2254644 | 16856 | 4.2267545 | 16906 | 4.2280409 | 16956 | 4.2293234 |
| 16807 | 4.2254902 | 16857 | 4.2267803 | 16907 | 4.2280666 | 16957 | 4.2293490 |
| 16808 | 4.2255160 | 16858 | 4.2268060 | 16908 | 4.2280922 | 16958 | 4.2293746 |
| 16809 | 4.2255419 | 16859 | 4.2268318 | 16909 | 4.2281179 | 16959 | 4.2294002 |
| 16810 | 4.2255677 | 16860 | 4.2268576 | 16910 | 4.2281436 | 16960 | 4.2294258 |
| 16811 | 4.2255935 | 16861 | 4.2268833 | 16911 | 4.2281693 | 16961 | 4.2294515 |
| 16812 | 4.2256194 | 16862 | 4.2269091 | 16912 | 4.2281950 | 16962 | 4.2294771 |
| 16813 | 4.2256452 | 16863 | 4.2269348 | 16913 | 4.2282206 | 16963 | 4.2295027 |
| 16814 | 4.2256710 | 16864 | 4.2269606 | 16914 | 4.2282463 | 16964 | 4.2295283 |
| 16815 | 4.2256969 | 16865 | 4.2269863 | 16915 | 4.2282720 | 16965 | 4.2295539 |
| 16816 | 4.2257227 | 16866 | 4.2270121 | 16916 | 4.2282977 | 16966 | 4.2295795 |
| 16817 | 4.2257485 | 16867 | 4.2270378 | 16917 | 4.2283233 | 16967 | 4.2296051 |
| 16818 | 4.2257743 | 16868 | 4.2270636 | 16918 | 4.2283490 | 16968 | 4.2296307 |
| 16819 | 4.2258002 | 16869 | 4.2270894 | 16919 | 4.2283747 | 16969 | 4.2296562 |
| 16820 | 4.2258260 | 16870 | 4.2271151 | 16920 | 4.2284004 | 16970 | 4.2296818 |
| 16821 | 4.2258518 | 16871 | 4.2271408 | 16921 | 4.2284260 | 16971 | 4.2297074 |
| 16822 | 4.2258776 | 16872 | 4.2271666 | 16922 | 4.2284517 | 16972 | 4.2297330 |
| 16823 | 4.2259034 | 16873 | 4.2271923 | 16923 | 4.2284773 | 16973 | 4.2297586 |
| 16824 | 4.2259293 | 16874 | 4.2272180 | 16924 | 4.2285030 | 16974 | 4.2297842 |
| 16825 | 4.2259551 | 16875 | 4.2272438 | 16925 | 4.2285287 | 16975 | 4.2298098 |
| 16826 | 4.2259809 | 16876 | 4.2272695 | 16926 | 4.2285543 | 16976 | 4.2298354 |
| 16827 | 4.2260067 | 16877 | 4.2272953 | 16927 | 4.2285800 | 16977 | 4.2298609 |
| 16828 | 4.2260325 | 16878 | 4.2273210 | 16928 | 4.2286057 | 16978 | 4.2298865 |
| 16829 | 4.2260583 | 16879 | 4.2273467 | 16929 | 4.2286313 | 16979 | 4.2299121 |
| 16830 | 4.2260841 | 16880 | 4.2273724 | 16930 | 4.2286570 | 16980 | 4.2299377 |
| 16831 | 4.2261099 | 16881 | 4.2273982 | 16931 | 4.2286826 | 16981 | 4.2299633 |
| 16832 | 4.2261357 | 16882 | 4.2274240 | 16932 | 4.2287083 | 16982 | 4.2299888 |
| 16833 | 4.2261615 | 16883 | 4.2274496 | 16933 | 4.2287339 | 16983 | 4.2300144 |
| 16834 | 4.2261873 | 16884 | 4.2274753 | 16934 | 4.2287596 | 16984 | 4.2300400 |
| 16835 | 4.2262131 | 16885 | 4.2275011 | 16935 | 4.2287852 | 16985 | 4.2300656 |
| 16836 | 4.2262389 | 16886 | 4.2275268 | 16936 | 4.2288108 | 16986 | 4.2300911 |
| 16837 | 4.2262647 | 16887 | 4.2275525 | 16937 | 4.2288365 | 16987 | 4.2301167 |
| 16838 | 4.2262905 | 16888 | 4.2275782 | 16938 | 4.2288621 | 16988 | 4.2301423 |
| 16839 | 4.2263163 | 16889 | 4.2276039 | 16939 | 4.2288878 | 16989 | 4.2301678 |
| 16840 | 4.2263421 | 16890 | 4.2276296 | 16940 | 4.2289134 | 16990 | 4.2301934 |
| 16841 | 4.2263679 | 16891 | 4.2276554 | 16941 | 4.2289390 | 16991 | 4.2302189 |
| 16842 | 4.2263937 | 16892 | 4.2276811 | 16942 | 4.2289647 | 16992 | 4.2302445 |
| 16843 | 4.2264194 | 16893 | 4.2277068 | 16943 | 4.2289903 | 16993 | 4.2302701 |
| 16844 | 4.2264452 | 16894 | 4.2277325 | 16944 | 4.2290159 | 16994 | 4.2302956 |
| 16845 | 4.2264710 | 16895 | 4.2277582 | 16945 | 4.2290416 | 16995 | 4.2303212 |
| 16846 | 4.2264968 | 16896 | 4.2277839 | 16946 | 4.2290672 | 16996 | 4.2303467 |
| 16847 | 4.2265226 | 16897 | 4.2278096 | 16947 | 4.2290928 | 16997 | 4.2303723 |
| 16848 | 4.2265484 | 16898 | 4.2278353 | 16948 | 4.2291185 | 16998 | 4.2303978 |
| 16849 | 4.2265741 | 16899 | 4.2278610 | 16949 | 4.2291441 | 16999 | 4.2304234 |
| 16850 | 4.2265999 | 16900 | 4.2278867 | 16950 | 4.2291697 | 17000 | 4.2304489 |



Digitized by Google

| Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 17001 | 4.2304745 | 17051 | 4.2317499 | 17101 | 4.2330215 | 17151 | 4.2342894 |
| 17002 | 4.2305000 | 17052 | 4.2317753 | 17102 | 4.2330469 | 17152 | 4.2343148 |
| 17003 | 4.2305256 | 17053 | 4.2318008 | 17103 | 4.2330723 | 17153 | 4.2343401 |
| 17004 | 4.2305511 | 17054 | 4.2318263 | 17104 | 4.2330977 | 17154 | 4.2343654 |
| 17005 | 4.2305766 | 17055 | 4.2318517 | 17105 | 4.2331231 | 17155 | 4.2343907 |
| 17006 | 4.2306022 | 17056 | 4.2318772 | 17106 | 4.2331485 | 17156 | 4.2344160 |
| 17007 | 4.2306277 | 17057 | 4.2319026 | 17107 | 4.2331739 | 17157 | 4.2344414 |
| 17008 | 4.2306532 | 17058 | 4.2319281 | 17108 | 4.2331992 | 17158 | 4.2344667 |
| 17009 | 4.2306788 | 17059 | 4.2319536 | 17109 | 4.2332246 | 17159 | 4.2344920 |
| 17010 | 4.2307043 | 17060 | 4.2319790 | 17110 | 4.2332500 | 17160 | 4.2345173 |
| 17011 | 4.2307298 | 17061 | 4.2320045 | 17111 | 4.2332754 | 17161 | 4.2345426 |
| 17012 | 4.2307554 | 17062 | 4.2320299 | 17112 | 4.2333008 | 17162 | 4.2345679 |
| 17013 | 4.2307809 | 17063 | 4.2320554 | 17113 | 4.2333262 | 17163 | 4.2345932 |
| 17014 | 4.2308064 | 17064 | 4.2320808 | 17114 | 4.2333515 | 17164 | 4.2346185 |
| 17015 | 4.2308320 | 17065 | 4.2321063 | 17115 | 4.2333769 | 17165 | 4.2346438 |
| 17016 | 4.2308575 | 17066 | 4.2321317 | 17116 | 4.2334023 | 17166 | 4.2346691 |
| 17017 | 4.2308830 | 17067 | 4.2321572 | 17117 | 4.2334277 | 17167 | 4.2346944 |
| 17018 | 4.2309085 | 17068 | 4.2321826 | 17118 | 4.2334530 | 17168 | 4.2347197 |
| 17019 | 4.2309340 | 17069 | 4.2322081 | 17119 | 4.2334784 | 17169 | 4.2347450 |
| 17020 | 4.2309696 | 17070 | 4.2322335 | 17120 | 4.2335038 | 17170 | 4.2347703 |
| 17021 | 4.2309851 | 17071 | 4.2322590 | 17121 | 4.2335291 | 17171 | 4.2347956 |
| 17022 | 4.2310106 | 17072 | 4.2322844 | 17122 | 4.2335545 | 17172 | 4.2348209 |
| 17023 | 4.2310361 | 17073 | 4.2323098 | 17123 | 4.2335799 | 17173 | 4.2348462 |
| 17024 | 4.2310616 | 17074 | 4.2323353 | 17124 | 4.2336052 | 17174 | 4.2348715 |
| 17025 | 4.2310871 | 17075 | 4.2323607 | 17125 | 4.2336306 | 17175 | 4.2348967 |
| 17026 | 4.2311126 | 17076 | 4.2323861 | 17126 | 4.2336559 | 17176 | 4.2349220 |
| 17027 | 4.2311381 | 17077 | 4.2324116 | 17127 | 4.2336813 | 17177 | 4.2349473 |
| 17028 | 4.2311636 | 17078 | 4.2324370 | 17128 | 4.2337067 | 17178 | 4.2349726 |
| 17029 | 4.2311891 | 17079 | 4.2324624 | 17129 | 4.2337320 | 17179 | 4.2349979 |
| 17030 | 4.2312146 | 17080 | 4.2324879 | 17130 | 4.2337574 | 17180 | 4.2350232 |
| 17031 | 4.2312401 | 17081 | 4.2325133 | 17131 | 4.2337827 | 17181 | 4.2350484 |
| 17032 | 4.2312656 | 17082 | 4.2325387 | 17132 | 4.2338081 | 17182 | 4.2350737 |
| 17033 | 4.2312911 | 17083 | 4.2325641 | 17133 | 4.2338334 | 17183 | 4.2350990 |
| 17034 | 4.2313166 | 17084 | 4.2325896 | 17134 | 4.2338588 | 17184 | 4.2351243 |
| 17035 | 4.2313421 | 17085 | 4.2326150 | 17135 | 4.2338841 | 17185 | 4.2351495 |
| 17036 | 4.2313676 | 17086 | 4.2326404 | 17136 | 4.2339095 | 17186 | 4.2351748 |
| 17037 | 4.2313931 | 17087 | 4.2326658 | 17137 | 4.2339348 | 17187 | 4.2352001 |
| 17038 | 4.2314186 | 17088 | 4.2326912 | 17138 | 4.2339601 | 17188 | 4.2352253 |
| 17039 | 4.2314441 | 17089 | 4.2327166 | 17139 | 4.2339855 | 17189 | 4.2352506 |
| 17040 | 4.2314696 | 17090 | 4.2327421 | 17140 | 4.2340108 | 17190 | 4.2352759 |
| 17041 | 4.2314951 | 17091 | 4.2327675 | 17141 | 4.2340362 | 17191 | 4.2353011 |
| 17042 | 4.2315206 | 17092 | 4.2327929 | 17142 | 4.2340615 | 17192 | 4.2353264 |
| 17043 | 4.2315460 | 17093 | 4.2328183 | 17143 | 4.2340868 | 17193 | 4.2353517 |
| 17044 | 4.2315715 | 17094 | 4.2328437 | 17144 | 4.2341122 | 17194 | 4.2353769 |
| 17045 | 4.2315970 | 17095 | 4.2328691 | 17145 | 4.2341375 | 17195 | 4.2354022 |
| 17046 | 4.2316225 | 17096 | 4.2328945 | 17146 | 4.2341628 | 17196 | 4.2354274 |
| 17047 | 4.2316480 | 17097 | 4.2329199 | 17147 | 4.2341881 | 17197 | 4.2354527 |
| 17048 | 4.2316734 | 17098 | 4.2329453 | 17148 | 4.2342135 | 17198 | 4.2354779 |
| 17049 | 4.2316989 | 17099 | 4.2329707 | 17149 | 4.2342388 | 17199 | 4.2355032 |
| 17050 | 4.2317243 | 17100 | 4.2329961 | 17150 | 4.2342641 | 17200 | 4.2355284 |

Digitized by Google

| Nõb. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. | Nõb. | Logarithm. | Nõb. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 17201 | 4.2355537 | 17251 | 4.2368143 | 17301 | 4.2380712 | 17351 | 4.2393245 |
| 17202 | 4.2355789 | 17252 | 4.2368394 | 17302 | 4.2380963 | 17352 | 4.2393495 |
| 17203 | 4.2356042 | 17253 | 4.2368646 | 17303 | 4.2381214 | 17353 | 4.2393746 |
| 17204 | 4.2356294 | 17254 | 4.2368898 | 17304 | 4.2381465 | 17354 | 4.2393996 |
| 17205 | 4.2356547 | 17255 | 4.2369150 | 17305 | 4.2381716 | 17355 | 4.2394246 |
| 17206 | 4.2356799 | 17256 | 4.2369401 | 17306 | 4.2381967 | 17356 | 4.2394496 |
| 17207 | 4.2357052 | 17257 | 4.2369653 | 17307 | 4.2382218 | 17357 | 4.2394747 |
| 17208 | 4.2357304 | 17258 | 4.2369905 | 17308 | 4.2382469 | 17358 | 4.2394997 |
| 17209 | 4.2357556 | 17259 | 4.2370156 | 17309 | 4.2382720 | 17359 | 4.2395247 |
| 17210 | 4.2357809 | 17260 | 4.2370408 | 17310 | 4.2382971 | 17360 | 4.2395497 |
| 17211 | 4.2358061 | 17261 | 4.2370660 | 17311 | 4.2383222 | 17361 | 4.2395747 |
| 17212 | 4.2358313 | 17262 | 4.2370911 | 17312 | 4.2383472 | 17362 | 4.2395998 |
| 17213 | 4.2358566 | 17263 | 4.2371163 | 17313 | 4.2383723 | 17363 | 4.2396248 |
| 17214 | 4.2358818 | 17264 | 4.2371414 | 17314 | 4.2383974 | 17364 | 4.2396498 |
| 17215 | 4.2359070 | 17265 | 4.2371666 | 17315 | 4.2384225 | 17365 | 4.2396748 |
| 17216 | 4.2359323 | 17266 | 4.2371917 | 17316 | 4.2384476 | 17366 | 4.2396998 |
| 17217 | 4.2359575 | 17267 | 4.2372169 | 17317 | 4.2384727 | 17367 | 4.2397248 |
| 17218 | 4.2359827 | 17268 | 4.2372420 | 17318 | 4.2384977 | 17368 | 4.2397498 |
| 17219 | 4.2360079 | 17269 | 4.2372672 | 17319 | 4.2385228 | 17369 | 4.2397848 |
| 17220 | 4.2360331 | 17270 | 4.2372923 | 17320 | 4.2385479 | 17370 | 4.2397998 |
| 17221 | 4.2360584 | 17271 | 4.2373175 | 17321 | 4.2385730 | 17371 | 4.2398248 |
| 17222 | 4.2360836 | 17272 | 4.2373426 | 17322 | 4.2385980 | 17372 | 4.2398498 |
| 17223 | 4.2361088 | 17273 | 4.2373678 | 17323 | 4.2386231 | 17373 | 4.2398748 |
| 17224 | 4.2361340 | 17274 | 4.2373929 | 17324 | 4.2386482 | 17374 | 4.2398998 |
| 17225 | 4.2361592 | 17275 | 4.2374181 | 17325 | 4.2386732 | 17375 | 4.2399248 |
| 17226 | 4.2361844 | 17276 | 4.2374432 | 17326 | 4.2386983 | 17376 | 4.2399498 |
| 17227 | 4.2362097 | 17277 | 4.2374683 | 17327 | 4.2387234 | 17377 | 4.2399748 |
| 17228 | 4.2362349 | 17278 | 4.2374935 | 17328 | 4.2387484 | 17378 | 4.2399998 |
| 17229 | 4.2362601 | 17279 | 4.2375186 | 17329 | 4.2387735 | 17379 | 4.2400248 |
| 17230 | 4.2362853 | 17280 | 4.2375437 | 17330 | 4.2387986 | 17380 | 4.2400498 |
| 17231 | 4.2363105 | 17281 | 4.2375689 | 17331 | 4.2388236 | 17381 | 4.2400748 |
| 17232 | 4.2363357 | 17282 | 4.2375940 | 17332 | 4.2388487 | 17382 | 4.2400997 |
| 17233 | 4.2363609 | 17283 | 4.2376191 | 17333 | 4.2388737 | 17383 | 4.2401247 |
| 17234 | 4.2363861 | 17284 | 4.2376443 | 17334 | 4.2388988 | 17384 | 4.2401497 |
| 17235 | 4.2364113 | 17285 | 4.2376694 | 17335 | 4.2389238 | 17385 | 4.2401747 |
| 17236 | 4.2364365 | 17286 | 4.2376945 | 17336 | 4.2389489 | 17386 | 4.2401997 |
| 17237 | 4.2364617 | 17287 | 4.2377196 | 17337 | 4.2389739 | 17387 | 4.2402247 |
| 17238 | 4.2364869 | 17288 | 4.2377448 | 17338 | 4.2389990 | 17388 | 4.2402496 |
| 17239 | 4.2365121 | 17289 | 4.2377699 | 17339 | 4.2390240 | 17389 | 4.2402746 |
| 17240 | 4.2365373 | 17290 | 4.2377950 | 17340 | 4.2390491 | 17390 | 4.2402996 |
| 17241 | 4.2365625 | 17291 | 4.2378201 | 17341 | 4.2390741 | 17391 | 4.2403246 |
| 17242 | 4.2365876 | 17292 | 4.2378452 | 17342 | 4.2390992 | 17392 | 4.2403495 |
| 17243 | 4.2366128 | 17293 | 4.2378703 | 17343 | 4.2391242 | 17393 | 4.2403745 |
| 17244 | 4.2366380 | 17294 | 4.2378955 | 17344 | 4.2391493 | 17394 | 4.2403995 |
| 17245 | 4.2366632 | 17295 | 4.2379206 | 17345 | 4.2391743 | 17395 | 4.2404244 |
| 17246 | 4.2366884 | 17296 | 4.2379457 | 17346 | 4.2391993 | 17396 | 4.2404494 |
| 17247 | 4.2367136 | 17297 | 4.2379708 | 17347 | 4.2392244 | 17397 | 4.2404744 |
| 17248 | 4.2367387 | 17298 | 4.2379959 | 17348 | 4.2392494 | 17398 | 4.2404993 |
| 17249 | 4.2367639 | 17299 | 4.2380210 | 17349 | 4.2392744 | 17399 | 4.2405243 |
| 17250 | 4.2367891 | 17300 | 4.2380461 | 17350 | 4.2392995 | 17400 | 4.2405492 |



Digitized by Google

| Nob. | Logarithm. | Nob. | Logarithm. | Nob. | Logarithm. | Nob. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 17401 | 4.2405742 | 17451 | 4.2418203 | 17501 | 4.2430629 | 17551 | 4.2443019 |
| 17402 | 4.2405992 | 17452 | 4.2418452 | 17502 | 4.2430877 | 17552 | 4.2443266 |
| 17403 | 4.2406241 | 17453 | 4.2418701 | 17503 | 4.2431125 | 17553 | 4.2443514 |
| 17404 | 4.2406491 | 17454 | 4.2418950 | 17504 | 4.2431373 | 17554 | 4.2443761 |
| 17405 | 4.2406740 | 17455 | 4.2419199 | 17505 | 4.2431621 | 17555 | 4.2444008 |
| 17406 | 4.2406990 | 17456 | 4.2419447 | 17506 | 4.2431869 | 17556 | 4.2444256 |
| 17407 | 4.2407239 | 17457 | 4.2419696 | 17507 | 4.2432117 | 17557 | 4.2444503 |
| 17408 | 4.2407489 | 17458 | 4.2419945 | 17508 | 4.2432365 | 17558 | 4.2444750 |
| 17409 | 4.2407738 | 17459 | 4.2420194 | 17509 | 4.2432613 | 17559 | 4.2444998 |
| 17410 | 4.2407988 | 17460 | 4.2420442 | 17510 | 4.2432861 | 17560 | 4.2445245 |
| 17411 | 4.2408237 | 17461 | 4.2420691 | 17511 | 4.2433109 | 17561 | 4.2445492 |
| 17412 | 4.2408487 | 17462 | 4.2420940 | 17512 | 4.2433357 | 17562 | 4.2445740 |
| 17413 | 4.2408736 | 17463 | 4.2421189 | 17513 | 4.2433605 | 17563 | 4.2445987 |
| 17414 | 4.2408985 | 17464 | 4.2421437 | 17514 | 4.2433853 | 17564 | 4.2446234 |
| 17415 | 4.2409235 | 17465 | 4.2421686 | 17515 | 4.2434101 | 17565 | 4.2446482 |
| 17416 | 4.2409484 | 17466 | 4.2421935 | 17516 | 4.2434349 | 17566 | 4.2446729 |
| 17417 | 4.2409734 | 17467 | 4.2422183 | 17517 | 4.2434597 | 17567 | 4.2446976 |
| 17418 | 4.2409983 | 17468 | 4.2422432 | 17518 | 4.2434845 | 17568 | 4.2447223 |
| 17419 | 4.2410232 | 17469 | 4.2422680 | 17519 | 4.2435093 | 17569 | 4.2447470 |
| 17420 | 4.2410482 | 17470 | 4.2422929 | 17520 | 4.2435341 | 17570 | 4.2447718 |
| 17421 | 4.2410731 | 17471 | 4.2423178 | 17521 | 4.2435589 | 17571 | 4.2447965 |
| 17422 | 4.2410980 | 17472 | 4.2423426 | 17522 | 4.2435837 | 17572 | 4.2448212 |
| 17423 | 4.2411229 | 17473 | 4.2423675 | 17523 | 4.2436085 | 17573 | 4.2448459 |
| 17424 | 4.2411479 | 17474 | 4.2423923 | 17524 | 4.2436332 | 17574 | 4.2448706 |
| 17425 | 4.2411728 | 17475 | 4.2424172 | 17525 | 4.2436580 | 17575 | 4.2448953 |
| 17426 | 4.2411977 | 17476 | 4.2424420 | 17526 | 4.2436828 | 17576 | 4.2449200 |
| 17427 | 4.2412226 | 17477 | 4.2424669 | 17527 | 4.2437076 | 17577 | 4.2449448 |
| 17428 | 4.2412476 | 17478 | 4.2424917 | 17528 | 4.2437324 | 17578 | 4.2449695 |
| 17429 | 4.2412725 | 17479 | 4.2425166 | 17529 | 4.2437571 | 17579 | 4.2449942 |
| 17430 | 4.2412974 | 17480 | 4.2425414 | 17530 | 4.2437819 | 17580 | 4.2450189 |
| 17431 | 4.2413223 | 17481 | 4.2425663 | 17531 | 4.2438067 | 17581 | 4.2450436 |
| 17432 | 4.2413472 | 17482 | 4.2425911 | 17532 | 4.2438315 | 17582 | 4.2450683 |
| 17433 | 4.2413721 | 17483 | 4.2426160 | 17533 | 4.2438562 | 17583 | 4.2450930 |
| 17434 | 4.2413970 | 17484 | 4.2426408 | 17534 | 4.2438810 | 17584 | 4.2451177 |
| 17435 | 4.2414220 | 17485 | 4.2426656 | 17535 | 4.2439058 | 17585 | 4.2451424 |
| 17436 | 4.2414469 | 17486 | 4.2426905 | 17536 | 4.2439306 | 17586 | 4.2451671 |
| 17437 | 4.2414718 | 17487 | 4.2427153 | 17537 | 4.2439553 | 17587 | 4.2451918 |
| 17438 | 4.2414967 | 17488 | 4.2427401 | 17538 | 4.2439801 | 17588 | 4.2452165 |
| 17439 | 4.2415216 | 17489 | 4.2427650 | 17539 | 4.2440048 | 17589 | 4.2452412 |
| 17440 | 4.2415465 | 17490 | 4.2427898 | 17540 | 4.2440296 | 17590 | 4.2452658 |
| 17441 | 4.2415714 | 17491 | 4.2428146 | 17541 | 4.2440543 | 17591 | 4.2452905 |
| 17442 | 4.2415963 | 17492 | 4.2428395 | 17542 | 4.2440791 | 17592 | 4.2453152 |
| 17443 | 4.2416212 | 17493 | 4.2428643 | 17543 | 4.2441039 | 17593 | 4.2453399 |
| 17444 | 4.2416461 | 17494 | 4.2428891 | 17544 | 4.2441286 | 17594 | 4.2453646 |
| 17445 | 4.2416710 | 17495 | 4.2429139 | 17545 | 4.2441534 | 17595 | 4.2453893 |
| 17446 | 4.2416959 | 17496 | 4.2429388 | 17546 | 4.2441781 | 17596 | 4.2454140 |
| 17447 | 4.2417208 | 17497 | 4.2429636 | 17547 | 4.2442029 | 17597 | 4.2454386 |
| 17448 | 4.2417457 | 17498 | 4.2429884 | 17548 | 4.2442276 | 17598 | 4.2454633 |
| 17449 | 4.2417705 | 17499 | 4.2430132 | 17549 | 4.2442524 | 17599 | 4.2454880 |
| 17450 | 4.2417954 | 17500 | 4.2430380 | 17550 | 4.2442771 | 17600 | 4.2455127 |

Digitized by Google

| Nõb. | Logarithm. | Nõb. | Logarithm. | Nõb. | Logarithm. | Nõb. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 17601 | 4.2455373 | 17651 | 4.2467693 | 17701 | 4.2479978 | 17751 | 4.2492228 |
| 17602 | 4.2455620 | 17652 | 4.2467939 | 17702 | 4.2480223 | 17752 | 4.2492473 |
| 17603 | 4.2455867 | 17653 | 4.2468185 | 17703 | 4.2480469 | 17753 | 4.2492718 |
| 17604 | 4.2456114 | 17654 | 4.2468431 | 17704 | 4.2480714 | 17754 | 4.2492962 |
| 17605 | 4.2456360 | 17655 | 4.2468677 | 17705 | 4.2480959 | 17755 | 4.2493207 |
| 17606 | 4.2456607 | 17656 | 4.2468923 | 17706 | 4.2481205 | 17756 | 4.2493451 |
| 17607 | 4.2456854 | 17657 | 4.2469169 | 17707 | 4.2481450 | 17757 | 4.2493696 |
| 17608 | 4.2457100 | 17658 | 4.2469415 | 17708 | 4.2481695 | 17758 | 4.2493941 |
| 17609 | 4.2457347 | 17659 | 4.2469661 | 17709 | 4.2481940 | 17759 | 4.2494185 |
| 17610 | 4.2457594 | 17660 | 4.2469907 | 17710 | 4.2482186 | 17760 | 4.2494430 |
| 17611 | 4.2457840 | 17661 | 4.2470153 | 17711 | 4.2482431 | 17761 | 4.2494674 |
| 17612 | 4.2458087 | 17662 | 4.2470399 | 17712 | 4.2482676 | 17762 | 4.2494919 |
| 17613 | 4.2458333 | 17663 | 4.2470645 | 17713 | 4.2482921 | 17763 | 4.2495163 |
| 17614 | 4.2458580 | 17664 | 4.2470891 | 17714 | 4.2483166 | 17764 | 4.2495408 |
| 17615 | 4.2458826 | 17665 | 4.2471136 | 17715 | 4.2483312 | 17765 | 4.2495652 |
| 17616 | 4.2459073 | 17666 | 4.2471382 | 17716 | 4.2483657 | 17766 | 4.2495897 |
| 17617 | 4.2459320 | 17667 | 4.2471628 | 17717 | 4.2483902 | 17767 | 4.2496142 |
| 17618 | 4.2459566 | 17668 | 4.2471874 | 17718 | 4.2484147 | 17768 | 4.2496385 |
| 17619 | 4.2459813 | 17669 | 4.2472120 | 17719 | 4.2484392 | 17769 | 4.2496630 |
| 17620 | 4.2460059 | 17670 | 4.2472365 | 17720 | 4.2484637 | 17770 | 4.2496874 |
| 17621 | 4.2460306 | 17671 | 4.2472611 | 17721 | 4.2484882 | 17771 | 4.2497119 |
| 17622 | 4.2460552 | 17672 | 4.2472857 | 17722 | 4.2485127 | 17772 | 4.2497363 |
| 17623 | 4.2460798 | 17673 | 4.2473103 | 17723 | 4.2485372 | 17773 | 4.2497607 |
| 17624 | 4.2461045 | 17674 | 4.2473349 | 17724 | 4.2485617 | 17774 | 4.2497852 |
| 17625 | 4.2461291 | 17675 | 4.2473594 | 17725 | 4.2485862 | 17775 | 4.2498096 |
| 17626 | 4.2461538 | 17676 | 4.2473840 | 17726 | 4.2486107 | 17776 | 4.2498340 |
| 17627 | 4.2461784 | 17677 | 4.2474086 | 17727 | 4.2486352 | 17777 | 4.2498585 |
| 17628 | 4.2462030 | 17678 | 4.2474331 | 17728 | 4.2486597 | 17778 | 4.2498829 |
| 17629 | 4.2462277 | 17679 | 4.2474577 | 17729 | 4.2486842 | 17779 | 4.2499073 |
| 17630 | 4.2462523 | 17680 | 4.2474823 | 17730 | 4.2487087 | 17780 | 4.2499318 |
| 17631 | 4.2462769 | 17681 | 4.2475068 | 17731 | 4.2487332 | 17781 | 4.2499562 |
| 17632 | 4.2463016 | 17682 | 4.2475314 | 17732 | 4.2487577 | 17782 | 4.2499806 |
| 17633 | 4.2463263 | 17683 | 4.2475559 | 17733 | 4.2487822 | 17783 | 4.2500050 |
| 17634 | 4.2463508 | 17684 | 4.2475805 | 17734 | 4.2488067 | 17784 | 4.2500294 |
| 17635 | 4.2463755 | 17685 | 4.2476051 | 17735 | 4.2488312 | 17785 | 4.2500539 |
| 17636 | 4.2464001 | 17686 | 4.2476296 | 17736 | 4.2488557 | 17786 | 4.2500783 |
| 17637 | 4.2464247 | 17687 | 4.2476542 | 17737 | 4.2488802 | 17787 | 4.2501027 |
| 17638 | 4.2464493 | 17688 | 4.2476787 | 17738 | 4.2489047 | 17788 | 4.2501271 |
| 17639 | 4.2464740 | 17689 | 4.2477033 | 17739 | 4.2489291 | 17789 | 4.2501515 |
| 17640 | 4.2464986 | 17690 | 4.2477278 | 17740 | 4.2489536 | 17790 | 4.2501759 |
| 17641 | 4.2465232 | 17691 | 4.2477524 | 17741 | 4.2489781 | 17791 | 4.2502004 |
| 17642 | 4.2465478 | 17692 | 4.2477769 | 17742 | 4.2490026 | 17792 | 4.2502248 |
| 17643 | 4.2465724 | 17693 | 4.2478015 | 17743 | 4.2490271 | 17793 | 4.2502492 |
| 17644 | 4.2465970 | 17694 | 4.2478260 | 17744 | 4.2490515 | 17794 | 4.2502736 |
| 17645 | 4.2466217 | 17695 | 4.2478506 | 17745 | 4.2490760 | 17795 | 4.2502980 |
| 17646 | 4.2466463 | 17696 | 4.2478751 | 17746 | 4.2491005 | 17796 | 4.2503224 |
| 17647 | 4.2466709 | 17697 | 4.2478997 | 17747 | 4.2491249 | 17797 | 4.2503468 |
| 17648 | 4.2466955 | 17698 | 4.2479242 | 17748 | 4.2491494 | 17798 | 4.2503712 |
| 17649 | 4.2467201 | 17699 | 4.2479487 | 17749 | 4.2491739 | 17799 | 4.2503956 |
| 17650 | 4.2467447 | 17700 | 4.2479733 | 17750 | 4.2491984 | 17800 | 4.2504200 |

Digitized by Google

| Nob. | Logarithm. | Nob. | Logarithm. | Nob. | Logarithm. | Nob. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 17801 | 4.2504444 | 17851 | 4.2516626 | 17901 | 4.2528773 | 17951 | 4.2540886 |
| 17802 | 4.2504688 | 17852 | 4.2516869 | 17902 | 4.2529016 | 17952 | 4.2541128 |
| 17803 | 4.2504932 | 17853 | 4.2517112 | 17903 | 4.2529258 | 17953 | 4.2541370 |
| 17804 | 4.2505176 | 17854 | 4.2517355 | 17904 | 4.2529501 | 17954 | 4.2541612 |
| 17805 | 4.2505420 | 17855 | 4.2517599 | 17905 | 4.2529743 | 17955 | 4.2541854 |
| 17806 | 4.2505664 | 17856 | 4.2517842 | 17906 | 4.2529986 | 17956 | 4.2542096 |
| 17807 | 4.2505908 | 17857 | 4.2518085 | 17907 | 4.2530228 | 17957 | 4.2542338 |
| 17808 | 4.2506151 | 17858 | 4.2518328 | 17908 | 4.2530471 | 17958 | 4.2542580 |
| 17809 | 4.2506395 | 17859 | 4.2518571 | 17909 | 4.2530713 | 17959 | 4.2542822 |
| 17810 | 4.2506639 | 17860 | 4.2518815 | 17910 | 4.2530956 | 17960 | 4.2543063 |
| 17811 | 4.2506883 | 17861 | 4.2519058 | 17911 | 4.2531198 | 17961 | 4.2543305 |
| 17812 | 4.2507127 | 17862 | 4.2519301 | 17912 | 4.2531441 | 17962 | 4.2543547 |
| 17813 | 4.2507371 | 17863 | 4.2519544 | 17913 | 4.2531683 | 17963 | 4.2543789 |
| 17814 | 4.2507614 | 17864 | 4.2519787 | 17914 | 4.2531926 | 17964 | 4.2544030 |
| 17815 | 4.2507858 | 17865 | 4.2520030 | 17915 | 4.2532168 | 17965 | 4.2544272 |
| 17816 | 4.2508102 | 17866 | 4.2520273 | 17916 | 4.2532411 | 17966 | 4.2544514 |
| 17817 | 4.2508346 | 17867 | 4.2520516 | 17917 | 4.2532653 | 17967 | 4.2544756 |
| 17818 | 4.2508590 | 17868 | 4.2520759 | 17918 | 4.2532895 | 17968 | 4.2544997 |
| 17819 | 4.2508833 | 17869 | 4.2521002 | 17919 | 4.2533138 | 17969 | 4.2545239 |
| 17820 | 4.2509077 | 17870 | 4.2521246 | 17920 | 4.2533380 | 17970 | 4.2545481 |
| 17821 | 4.2509321 | 17871 | 4.2521489 | 17921 | 4.2533622 | 17971 | 4.2545722 |
| 17822 | 4.2509564 | 17872 | 4.2521732 | 17922 | 4.2533865 | 17972 | 4.2545964 |
| 17823 | 4.2509808 | 17873 | 4.2521975 | 17923 | 4.2534107 | 17973 | 4.2546206 |
| 17824 | 4.2510052 | 17874 | 4.2522218 | 17924 | 4.2534349 | 17974 | 4.2546447 |
| 17825 | 4.2510295 | 17875 | 4.2522461 | 17925 | 4.2534592 | 17975 | 4.2546689 |
| 17826 | 4.2510539 | 17876 | 4.2522703 | 17926 | 4.2534834 | 17976 | 4.2546931 |
| 17827 | 4.2510793 | 17877 | 4.2522946 | 17927 | 4.2535076 | 17977 | 4.2547172 |
| 17828 | 4.2511026 | 17878 | 4.2523189 | 17928 | 4.2535318 | 17978 | 4.2547414 |
| 17829 | 4.2511270 | 17879 | 4.2523432 | 17929 | 4.2535561 | 17979 | 4.2547655 |
| 17830 | 4.2511513 | 17880 | 4.2523675 | 17930 | 4.2535803 | 17980 | 4.2547897 |
| 17831 | 4.2511757 | 17881 | 4.2523918 | 17931 | 4.2536045 | 17981 | 4.2548138 |
| 17832 | 4.2512001 | 17882 | 4.2524161 | 17932 | 4.2536287 | 17982 | 4.2548380 |
| 17833 | 4.2512244 | 17883 | 4.2524404 | 17933 | 4.2536529 | 17983 | 4.2548621 |
| 17834 | 4.2512488 | 17884 | 4.2524647 | 17934 | 4.2536772 | 17984 | 4.2548863 |
| 17835 | 4.2512731 | 17885 | 4.2524889 | 17935 | 4.2537014 | 17985 | 4.2549104 |
| 17836 | 4.2512975 | 17886 | 4.2525132 | 17936 | 4.2537256 | 17986 | 4.2549346 |
| 17837 | 4.2513218 | 17887 | 4.2525375 | 17937 | 4.2537498 | 17987 | 4.2549587 |
| 17838 | 4.2513462 | 17888 | 4.2525618 | 17938 | 4.2537740 | 17988 | 4.2549829 |
| 17839 | 4.2513705 | 17889 | 4.2525861 | 17939 | 4.2537982 | 17989 | 4.2550070 |
| 17840 | 4.2513949 | 17890 | 4.2526103 | 17940 | 4.2538224 | 17990 | 4.2550312 |
| 17841 | 4.2514192 | 17891 | 4.2526346 | 17941 | 4.2538466 | 17991 | 4.2550553 |
| 17842 | 4.2514435 | 17892 | 4.2526589 | 17942 | 4.2538709 | 17992 | 4.2550794 |
| 17843 | 4.2514679 | 17893 | 4.2526832 | 17943 | 4.2538951 | 17993 | 4.2551036 |
| 17844 | 4.2514922 | 17894 | 4.2527074 | 17944 | 4.2539193 | 17994 | 4.2551277 |
| 17845 | 4.2515166 | 17895 | 4.2527317 | 17945 | 4.2539435 | 17995 | 4.2551519 |
| 17846 | 4.2515409 | 17896 | 4.2527560 | 17946 | 4.2539677 | 17996 | 4.2551760 |
| 17847 | 4.2515652 | 17897 | 4.2527802 | 17947 | 4.2539919 | 17997 | 4.2552001 |
| 17848 | 4.2515896 | 17898 | 4.2528045 | 17948 | 4.2540161 | 17998 | 4.2552242 |
| 17849 | 4.2516139 | 17899 | 4.2528288 | 17949 | 4.2540403 | 17999 | 4.2552484 |
| 17850 | 4.2516382 | 17900 | 4.2528530 | 17950 | 4.2540645 | 18000 | 4.2552725 |

| Nõb. | Logarithm. | Nõb. | Logarithm. | Nõb. | Logarithm. | Nõb. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 18001 | 4.2552966 | 18051 | 4.2565013 | 18101 | 4.2577026 | 18151 | 4.2589006 |
| 18002 | 4.2553208 | 18052 | 4.2565253 | 18102 | 4.2577266 | 18152 | 4.2589245 |
| 18003 | 4.2553449 | 18053 | 4.2565494 | 18103 | 4.2577506 | 18153 | 4.2589484 |
| 18004 | 4.2553690 | 18054 | 4.2565734 | 18104 | 4.2577745 | 18154 | 4.2589723 |
| 18005 | 4.2553931 | 18055 | 4.2565975 | 18105 | 4.2577985 | 18155 | 4.2589963 |
| 18006 | 4.2554172 | 18056 | 4.2566215 | 18106 | 4.2578225 | 18156 | 4.2590202 |
| 18007 | 4.2554414 | 18057 | 4.2566456 | 18107 | 4.2578465 | 18157 | 4.2590441 |
| 18008 | 4.2554655 | 18058 | 4.2566696 | 18108 | 4.2578705 | 18158 | 4.2590680 |
| 18009 | 4.2554896 | 18059 | 4.2566937 | 18109 | 4.2578945 | 18159 | 4.2590919 |
| 18010 | 4.2555137 | 18060 | 4.2567177 | 18110 | 4.2579185 | 18160 | 4.2591158 |
| 18011 | 4.2555378 | 18061 | 4.2567418 | 18111 | 4.2579424 | 18161 | 4.2591398 |
| 18012 | 4.2555619 | 18062 | 4.2567658 | 18112 | 4.2579664 | 18162 | 4.2591637 |
| 18013 | 4.2555860 | 18063 | 4.2567899 | 18113 | 4.2579904 | 18163 | 4.2591876 |
| 18014 | 4.2556102 | 18064 | 4.2568139 | 18114 | 4.2580144 | 18164 | 4.2592115 |
| 18015 | 4.2556343 | 18065 | 4.2568380 | 18115 | 4.2580383 | 18165 | 4.2592354 |
| 18016 | 4.2556584 | 18066 | 4.2568620 | 18116 | 4.2580623 | 18166 | 4.2592593 |
| 18017 | 4.2556825 | 18067 | 4.2568860 | 18117 | 4.2580863 | 18167 | 4.2592832 |
| 18018 | 4.2557066 | 18068 | 4.2569101 | 18118 | 4.2581103 | 18168 | 4.2593071 |
| 18019 | 4.2557307 | 18069 | 4.2569341 | 18119 | 4.2581342 | 18169 | 4.2593310 |
| 18020 | 4.2557548 | 18070 | 4.2569582 | 18120 | 4.2581582 | 18170 | 4.2593549 |
| 18021 | 4.2557789 | 18071 | 4.2569822 | 18121 | 4.2581822 | 18171 | 4.2593788 |
| 18022 | 4.2558030 | 18072 | 4.2570062 | 18122 | 4.2582061 | 18172 | 4.2594027 |
| 18023 | 4.2558271 | 18073 | 4.2570302 | 18123 | 4.2582301 | 18173 | 4.2594266 |
| 18024 | 4.2558512 | 18074 | 4.2570543 | 18124 | 4.2582541 | 18174 | 4.2594505 |
| 18025 | 4.2558753 | 18075 | 4.2570783 | 18125 | 4.2582780 | 18175 | 4.2594744 |
| 18026 | 4.2558994 | 18076 | 4.2571023 | 18126 | 4.2583020 | 18176 | 4.2594983 |
| 18027 | 4.2559235 | 18077 | 4.2571264 | 18127 | 4.2583259 | 18177 | 4.2595222 |
| 18028 | 4.2559475 | 18078 | 4.2571504 | 18128 | 4.2583499 | 18178 | 4.2595461 |
| 18029 | 4.2559716 | 18079 | 4.2571744 | 18129 | 4.2583738 | 18179 | 4.2595700 |
| 18030 | 4.2559957 | 18080 | 4.2571984 | 18130 | 4.2583978 | 18180 | 4.2595939 |
| 18031 | 4.2560198 | 18081 | 4.2572224 | 18131 | 4.2584218 | 18181 | 4.2596178 |
| 18032 | 4.2560439 | 18082 | 4.2572465 | 18132 | 4.2584457 | 18182 | 4.2596417 |
| 18033 | 4.2560680 | 18083 | 4.2572705 | 18133 | 4.2584697 | 18183 | 4.2596655 |
| 18034 | 4.2560921 | 18084 | 4.2572945 | 18134 | 4.2584936 | 18184 | 4.2596894 |
| 18035 | 4.2561161 | 18085 | 4.2573185 | 18135 | 4.2585176 | 18185 | 4.2597133 |
| 18036 | 4.2561402 | 18086 | 4.2573425 | 18136 | 4.2585415 | 18186 | 4.2597372 |
| 18037 | 4.2561643 | 18087 | 4.2573665 | 18137 | 4.2585655 | 18187 | 4.2597611 |
| 18038 | 4.2561884 | 18088 | 4.2573905 | 18138 | 4.2585894 | 18188 | 4.2597849 |
| 18039 | 4.2562125 | 18089 | 4.2574146 | 18139 | 4.2586133 | 18189 | 4.2598088 |
| 18040 | 4.2562365 | 18090 | 4.2574386 | 18140 | 4.2586373 | 18190 | 4.2598327 |
| 18041 | 4.2562606 | 18091 | 4.2574626 | 18141 | 4.2586612 | 18191 | 4.2598566 |
| 18042 | 4.2562847 | 18092 | 4.2574866 | 18142 | 4.2586852 | 18192 | 4.2598804 |
| 18043 | 4.2563087 | 18093 | 4.2575106 | 18143 | 4.2587091 | 18193 | 4.2599043 |
| 18044 | 4.2563328 | 18094 | 4.2575346 | 18144 | 4.2587330 | 18194 | 4.2599282 |
| 18045 | 4.2563569 | 18095 | 4.2575586 | 18145 | 4.2587570 | 18195 | 4.2599521 |
| 18046 | 4.2563810 | 18096 | 4.2575826 | 18146 | 4.2587809 | 18196 | 4.2599759 |
| 18047 | 4.2564050 | 18097 | 4.2576066 | 18147 | 4.2588048 | 18197 | 4.2599998 |
| 18048 | 4.2564291 | 18098 | 4.2576306 | 18148 | 4.2588288 | 18198 | 4.2600237 |
| 18049 | 4.2564531 | 18099 | 4.2576546 | 18149 | 4.2588527 | 18199 | 4.2600475 |
| 18050 | 4.2564772 | 18100 | 4.2576786 | 18150 | 4.2588766 | 18200 | 4.2600714 |



Digitized by Google

| Nōb. | Logarithm. | Nōb. | Logarithm. | Nōb. | Logarithm. | Nōb. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 18201 | 4.2600952 | 18251 | 4.2612867 | 18301 | 4.2624748 | 18351 | 4.2636597 |
| 18202 | 4.2601191 | 18252 | 4.2613105 | 18302 | 4.2624986 | 18352 | 4.2636834 |
| 18203 | 4.2601430 | 18253 | 4.2613345 | 18303 | 4.2625223 | 18353 | 4.2637071 |
| 18204 | 4.2601668 | 18254 | 4.2613580 | 18304 | 4.2625460 | 18354 | 4.2637307 |
| 18205 | 4.2601907 | 18255 | 4.2613818 | 18305 | 4.2625697 | 18355 | 4.2637544 |
| 18206 | 4.2602145 | 18256 | 4.2614056 | 18306 | 4.2625935 | 18356 | 4.2637780 |
| 18207 | 4.2602384 | 18257 | 4.2614294 | 18307 | 4.2626172 | 18357 | 4.2638017 |
| 18208 | 4.2602622 | 18258 | 4.2614532 | 18308 | 4.2626409 | 18358 | 4.2638254 |
| 18209 | 4.2602861 | 18259 | 4.2614770 | 18309 | 4.2626646 | 18359 | 4.2638490 |
| 18210 | 4.2603899 | 18260 | 4.2615008 | 18310 | 4.2626883 | 18360 | 4.2638727 |
| 18211 | 4.2603338 | 18261 | 4.2615246 | 18311 | 4.2627121 | 18361 | 4.2638963 |
| 18212 | 4.2603576 | 18262 | 4.2615483 | 18312 | 4.2627358 | 18362 | 4.2639200 |
| 18213 | 4.2603815 | 18263 | 4.2615721 | 18313 | 4.2627595 | 18363 | 4.2639436 |
| 18214 | 4.2604053 | 18264 | 4.2615959 | 18314 | 4.2627832 | 18364 | 4.2639973 |
| 18215 | 4.2604292 | 18265 | 4.2616197 | 18315 | 4.2628069 | 18365 | 4.2639909 |
| 18216 | 4.2604530 | 18266 | 4.2616435 | 18316 | 4.2628306 | 18366 | 4.2640146 |
| 18217 | 4.2604769 | 18267 | 4.2616672 | 18317 | 4.2628543 | 18367 | 4.2640382 |
| 18218 | 4.2605007 | 18268 | 4.2616910 | 18318 | 4.2628781 | 18368 | 4.2640619 |
| 18219 | 4.2605245 | 18269 | 4.2617148 | 18319 | 4.2629018 | 18369 | 4.2640855 |
| 18220 | 4.2605484 | 18270 | 4.2617385 | 18320 | 4.2629255 | 18370 | 4.2641092 |
| 18221 | 4.2605722 | 18271 | 4.2617623 | 18321 | 4.2629492 | 18371 | 4.2641328 |
| 18222 | 4.2605960 | 18272 | 4.2617861 | 18322 | 4.2629729 | 18372 | 4.2641564 |
| 18223 | 4.2606199 | 18273 | 4.2618099 | 18323 | 4.2629966 | 18373 | 4.2641801 |
| 18224 | 4.2606437 | 18274 | 4.2618336 | 18324 | 4.2630203 | 18374 | 4.2642037 |
| 18225 | 4.2606675 | 18275 | 4.2618574 | 18325 | 4.2630440 | 18375 | 4.2642273 |
| 18226 | 4.2606914 | 18276 | 4.2618811 | 18326 | 4.2630677 | 18376 | 4.2642510 |
| 18227 | 4.2607152 | 18277 | 4.2619049 | 18327 | 4.2630914 | 18377 | 4.2642746 |
| 18228 | 4.2607390 | 18278 | 4.2619287 | 18328 | 4.2631151 | 18378 | 4.2642982 |
| 18229 | 4.2607628 | 18279 | 4.2619524 | 18329 | 4.2631388 | 18379 | 4.2643219 |
| 18230 | 4.2607867 | 18280 | 4.2619762 | 18330 | 4.2631625 | 18380 | 4.2643455 |
| 18231 | 4.2608105 | 18281 | 4.2619999 | 18331 | 4.2631862 | 18381 | 4.2643691 |
| 18232 | 4.2608343 | 18282 | 4.2620237 | 18332 | 4.2632098 | 18382 | 4.2643928 |
| 18233 | 4.2608581 | 18283 | 4.2620475 | 18333 | 4.2632335 | 18383 | 4.2644164 |
| 18234 | 4.2608820 | 18284 | 4.2620712 | 18334 | 4.2632572 | 18384 | 4.2644400 |
| 18235 | 4.2609058 | 18285 | 4.2620950 | 18335 | 4.2632809 | 18385 | 4.2644636 |
| 18236 | 4.2609296 | 18286 | 4.2621187 | 18336 | 4.2633046 | 18386 | 4.2644873 |
| 18237 | 4.2609534 | 18287 | 4.2621425 | 18337 | 4.2633283 | 18387 | 4.2645109 |
| 18238 | 4.2609772 | 18288 | 4.2621662 | 18338 | 4.2633520 | 18388 | 4.2645345 |
| 18239 | 4.2610010 | 18289 | 4.2621900 | 18339 | 4.2633757 | 18389 | 4.2645581 |
| 18240 | 4.2610248 | 18290 | 4.2622137 | 18340 | 4.2633993 | 18390 | 4.2645817 |
| 18241 | 4.2610486 | 18291 | 4.2622374 | 18341 | 4.2634230 | 18391 | 4.2646053 |
| 18242 | 4.2610725 | 18292 | 4.2622612 | 18342 | 4.2634467 | 18392 | 4.2646290 |
| 18243 | 4.2610963 | 18293 | 4.2622849 | 18343 | 4.2634704 | 18393 | 4.2646526 |
| 18244 | 4.2611201 | 18294 | 4.2623087 | 18344 | 4.2634940 | 18394 | 4.2646762 |
| 18245 | 4.2611439 | 18295 | 4.2623324 | 18345 | 4.2635177 | 18395 | 4.2646998 |
| 18246 | 4.2611677 | 18296 | 4.2623562 | 18346 | 4.2635414 | 18396 | 4.2647234 |
| 18247 | 4.2611915 | 18297 | 4.2623799 | 18347 | 4.2635651 | 18397 | 4.2647470 |
| 18248 | 4.2612153 | 18298 | 4.2624036 | 18348 | 4.2635887 | 18398 | 4.2647706 |
| 18249 | 4.2612391 | 18299 | 4.2624274 | 18349 | 4.2636124 | 18399 | 4.2647942 |
| 18250 | 4.2612629 | 18300 | 4.2624511 | 18350 | 4.2636361 | 18400 | 4.2648178 |

Digitized by Google

| Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. | Nób. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 18401 | 4.2648414 | 18451 | 4.2660199 | 18501 | 4.2671952 | 18551 | 4.2683673 |
| 18402 | 4.2648650 | 18452 | 4.2660434 | 18502 | 4.2672187 | 18552 | 4.2683907 |
| 18403 | 4.2648886 | 18453 | 4.2660670 | 18503 | 4.2672421 | 18553 | 4.2684141 |
| 18404 | 4.2649122 | 18454 | 4.2660905 | 18504 | 4.2672656 | 18554 | 4.2684376 |
| 18405 | 4.2649358 | 18455 | 4.2661140 | 18505 | 4.2672891 | 18555 | 4.2684610 |
| 18406 | 4.2649594 | 18456 | 4.2661376 | 18506 | 4.2673126 | 18556 | 4.2684844 |
| 18407 | 4.2649830 | 18457 | 4.2661611 | 18507 | 4.2673360 | 18557 | 4.2685078 |
| 18408 | 4.2650066 | 18458 | 4.2661846 | 18508 | 4.2673595 | 18558 | 4.2685312 |
| 18409 | 4.2650302 | 18459 | 4.2662082 | 18509 | 4.2673830 | 18559 | 4.2685546 |
| 18410 | 4.2650538 | 18460 | 4.2662317 | 18510 | 4.2674064 | 18560 | 4.2685780 |
| 18411 | 4.2650774 | 18461 | 4.2662552 | 18511 | 4.2674299 | 18561 | 4.2686014 |
| 18412 | 4.2651010 | 18462 | 4.2662787 | 18512 | 4.2674533 | 18562 | 4.2686248 |
| 18413 | 4.2651246 | 18463 | 4.2663023 | 18513 | 4.2674768 | 18563 | 4.2686482 |
| 18414 | 4.2651481 | 18464 | 4.2663258 | 18514 | 4.2675003 | 18564 | 4.2686716 |
| 18415 | 4.2651717 | 18465 | 4.2663493 | 18515 | 4.2675237 | 18565 | 4.2686950 |
| 18416 | 4.2651953 | 18466 | 4.2663728 | 18516 | 4.2675472 | 18566 | 4.2687183 |
| 18417 | 4.2652189 | 18467 | 4.2663963 | 18517 | 4.2675706 | 18567 | 4.2687417 |
| 18418 | 4.2652425 | 18468 | 4.2664199 | 18518 | 4.2675941 | 18568 | 4.2687651 |
| 18419 | 4.2652660 | 18469 | 4.2664434 | 18519 | 4.2676175 | 18569 | 4.2687885 |
| 18420 | 4.2652896 | 18470 | 4.2664669 | 18520 | 4.2676410 | 18570 | 4.2688119 |
| 18421 | 4.2653132 | 18471 | 4.2664904 | 18521 | 4.2676644 | 18571 | 4.2688353 |
| 18422 | 4.2653368 | 18472 | 4.2665139 | 18522 | 4.2676879 | 18572 | 4.2688587 |
| 18423 | 4.2653604 | 18473 | 4.2665374 | 18523 | 4.2677113 | 18573 | 4.2688821 |
| 18424 | 4.2653839 | 18474 | 4.2665609 | 18524 | 4.2677348 | 18574 | 4.2689554 |
| 18425 | 4.2654075 | 18475 | 4.2665844 | 18525 | 4.2677582 | 18575 | 4.2689288 |
| 18426 | 4.2654311 | 18476 | 4.2666080 | 18526 | 4.2677817 | 18576 | 4.2689522 |
| 18427 | 4.2654546 | 18477 | 4.2666315 | 18527 | 4.2678051 | 18577 | 4.2689756 |
| 18428 | 4.2654782 | 18478 | 4.2666550 | 18528 | 4.2678285 | 18578 | 4.2689990 |
| 18429 | 4.2655018 | 18479 | 4.2666785 | 18529 | 4.2678520 | 18579 | 4.2690223 |
| 18430 | 4.2655253 | 18480 | 4.2667020 | 18530 | 4.2678754 | 18580 | 4.2690457 |
| 18431 | 4.2655489 | 18481 | 4.2667255 | 18531 | 4.2678989 | 18581 | 4.2690691 |
| 18432 | 4.2655725 | 18482 | 4.2667490 | 18532 | 4.2679223 | 18582 | 4.2690925 |
| 18433 | 4.2655960 | 18483 | 4.2667725 | 18533 | 4.2679457 | 18583 | 4.2691158 |
| 18434 | 4.2656196 | 18484 | 4.2667960 | 18534 | 4.2679692 | 18584 | 4.2691392 |
| 18435 | 4.2656431 | 18485 | 4.2668195 | 18535 | 4.2679926 | 18585 | 4.2691626 |
| 18436 | 4.2656667 | 18486 | 4.2668429 | 18536 | 4.2680160 | 18586 | 4.2691859 |
| 18437 | 4.2656903 | 18487 | 4.2668664 | 18537 | 4.2680394 | 18587 | 4.2692093 |
| 18438 | 4.2657138 | 18488 | 4.2668899 | 18538 | 4.2680629 | 18588 | 4.2692327 |
| 18439 | 4.2657374 | 18489 | 4.2669134 | 18539 | 4.2680863 | 18589 | 4.2692560 |
| 18440 | 4.2657609 | 18490 | 4.2669369 | 18540 | 4.2681097 | 18590 | 4.2692794 |
| 18441 | 4.2657845 | 18491 | 4.2669604 | 18541 | 4.2681332 | 18591 | 4.2693028 |
| 18442 | 4.2658080 | 18492 | 4.2669839 | 18542 | 4.2681566 | 18592 | 4.2693261 |
| 18443 | 4.2658316 | 18493 | 4.2670074 | 18543 | 4.2681800 | 18593 | 4.2693495 |
| 18444 | 4.2658551 | 18494 | 4.2670309 | 18544 | 4.2682034 | 18594 | 4.2693728 |
| 18445 | 4.2658787 | 18495 | 4.2670543 | 18545 | 4.2682268 | 18595 | 4.2693962 |
| 18446 | 4.2659022 | 18496 | 4.2670778 | 18546 | 4.2682503 | 18596 | 4.2694195 |
| 18447 | 4.2659257 | 18497 | 4.2671013 | 18547 | 4.2682737 | 18597 | 4.2694429 |
| 18448 | 4.2659493 | 18498 | 4.2671248 | 18548 | 4.2682971 | 18598 | 4.2694662 |
| 18449 | 4.2659728 | 18499 | 4.2671483 | 18549 | 4.2683205 | 18599 | 4.2694896 |
| 18450 | 4.2659964 | 18500 | 4.2671717 | 18550 | 4.2683439 | 18600 | 4.2695129 |



Digitized by Google

| Nõb. | Logarithm. | Nõb. | Logarithm. | Nõb. | Logarithm. | Nõb. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 18601 | 4.2695363 | 18651 | 4.2707021 | 18701 | 4.2718648 | 18751 | 4.2730244 |
| 18602 | 4.2695596 | 18652 | 4.2707254 | 18702 | 4.2718881 | 18752 | 4.2730476 |
| 18603 | 4.2695830 | 18653 | 4.2707487 | 18703 | 4.2719113 | 18753 | 4.2730708 |
| 18604 | 4.2696063 | 18654 | 4.2707720 | 18704 | 4.2719345 | 18754 | 4.2730939 |
| 18605 | 4.2696297 | 18655 | 4.2707953 | 18705 | 4.2719577 | 18755 | 4.2731171 |
| 18606 | 4.2696530 | 18656 | 4.2708185 | 18706 | 4.2719809 | 18756 | 4.2731402 |
| 18607 | 4.2696764 | 18657 | 4.2708318 | 18707 | 4.2720041 | 18757 | 4.2731634 |
| 18608 | 4.2696997 | 18658 | 4.2708651 | 18708 | 4.2720274 | 18758 | 4.2731865 |
| 18609 | 4.2697230 | 18659 | 4.2708884 | 18709 | 4.2720506 | 18759 | 4.2732097 |
| 18610 | 4.2697464 | 18660 | 4.2709116 | 18710 | 4.2720738 | 18760 | 4.2732328 |
| 18611 | 4.2697697 | 18661 | 4.2709349 | 18711 | 4.2720970 | 18761 | 4.2732560 |
| 18612 | 4.2697930 | 18662 | 4.2709582 | 18712 | 4.2721202 | 18762 | 4.2732791 |
| 18613 | 4.2698164 | 18663 | 4.2709815 | 18713 | 4.2721434 | 18763 | 4.2733023 |
| 18614 | 4.2698397 | 18664 | 4.2710047 | 18714 | 4.2721666 | 18764 | 4.2733254 |
| 18615 | 4.2698630 | 18665 | 4.2710280 | 18715 | 4.2721898 | 18765 | 4.2733486 |
| 18616 | 4.2698864 | 18666 | 4.2710513 | 18716 | 4.2722130 | 18766 | 4.2733717 |
| 18617 | 4.2699097 | 18667 | 4.2710745 | 18717 | 4.2722362 | 18767 | 4.2733949 |
| 18618 | 4.2699330 | 18668 | 4.2710978 | 18718 | 4.2722594 | 18768 | 4.2734180 |
| 18619 | 4.2699564 | 18669 | 4.2711211 | 18719 | 4.2722826 | 18769 | 4.2734411 |
| 18620 | 4.2699797 | 18670 | 4.2711443 | 18720 | 4.2723058 | 18770 | 4.2734643 |
| 18621 | 4.2700030 | 18671 | 4.2711676 | 18721 | 4.2723290 | 18771 | 4.2734874 |
| 18622 | 4.2700263 | 18672 | 4.2711908 | 18722 | 4.2723522 | 18772 | 4.2735105 |
| 18623 | 4.2700496 | 18673 | 4.2712141 | 18723 | 4.2723754 | 18773 | 4.2735337 |
| 18624 | 4.2700730 | 18674 | 4.2712374 | 18724 | 4.2723986 | 18774 | 4.2735568 |
| 18625 | 4.2700963 | 18675 | 4.2712606 | 18725 | 4.2724218 | 18775 | 4.2735799 |
| 18626 | 4.2701196 | 18676 | 4.2712839 | 18726 | 4.2724450 | 18776 | 4.2736031 |
| 18627 | 4.2701429 | 18677 | 4.2713071 | 18727 | 4.2724682 | 18777 | 4.2736262 |
| 18628 | 4.2701662 | 18678 | 4.2713304 | 18728 | 4.2724914 | 18778 | 4.2736493 |
| 18629 | 4.2701895 | 18679 | 4.2713536 | 18729 | 4.2725146 | 18779 | 4.2736725 |
| 18630 | 4.2702129 | 18680 | 4.2713769 | 18730 | 4.2725378 | 18780 | 4.2736956 |
| 18631 | 4.2702362 | 18681 | 4.2714001 | 18731 | 4.2725610 | 18781 | 4.2737187 |
| 18632 | 4.2702595 | 18682 | 4.2714234 | 18732 | 4.2725841 | 18782 | 4.2737418 |
| 18633 | 4.2702828 | 18683 | 4.2714466 | 18733 | 4.2726073 | 18783 | 4.2737650 |
| 18634 | 4.2703061 | 18684 | 4.2714699 | 18734 | 4.2726305 | 18784 | 4.2737881 |
| 18635 | 4.2703294 | 18685 | 4.2714931 | 18735 | 4.2726537 | 18785 | 4.2738112 |
| 18636 | 4.2703527 | 18686 | 4.2715163 | 18736 | 4.2726769 | 18786 | 4.2738343 |
| 18637 | 4.2703760 | 18687 | 4.2715396 | 18737 | 4.2727001 | 18787 | 4.2738574 |
| 18638 | 4.2703993 | 18688 | 4.2715628 | 18738 | 4.2727232 | 18788 | 4.2738806 |
| 18639 | 4.2704226 | 18689 | 4.2715861 | 18739 | 4.2727464 | 18789 | 4.2739037 |
| 18640 | 4.2704459 | 18690 | 4.2716093 | 18740 | 4.2727696 | 18790 | 4.2739268 |
| 18641 | 4.2704692 | 18691 | 4.2716325 | 18741 | 4.2727928 | 18791 | 4.2739499 |
| 18642 | 4.2704925 | 18692 | 4.2716558 | 18742 | 4.2728159 | 18792 | 4.2739730 |
| 18643 | 4.2705158 | 18693 | 4.2716790 | 18743 | 4.2728391 | 18793 | 4.2739961 |
| 18644 | 4.2705391 | 18694 | 4.2717022 | 18744 | 4.2728623 | 18794 | 4.2740192 |
| 18645 | 4.2705624 | 18695 | 4.2717255 | 18745 | 4.2728854 | 18795 | 4.2740423 |
| 18646 | 4.2705857 | 18696 | 4.2717487 | 18746 | 4.2729086 | 18796 | 4.2740654 |
| 18647 | 4.2706090 | 18697 | 4.2717719 | 18747 | 4.2729318 | 18797 | 4.2740885 |
| 18648 | 4.2706323 | 18698 | 4.2717952 | 18748 | 4.2729549 | 18798 | 4.2741116 |
| 18649 | 4.2706555 | 18699 | 4.2718184 | 18749 | 4.2729781 | 18799 | 4.2741347 |
| 18650 | 4.2706788 | 18700 | 4.2718416 | 18750 | 4.2730013 | 18800 | 4.2741578 |

Digitized by Google

| Nōb. | Logarithm. | Nōb. | Logarithm. | Nōb. | Logarithm. | Nōb. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 18801 | 4.2741809 | 18851 | 4.2753344 | 18901 | 4.2764848 | 18951 | 4.2776321 |
| 18802 | 4.2742040 | 18852 | 4.2753574 | 18902 | 4.2765078 | 18952 | 4.2776550 |
| 18803 | 4.2742271 | 18853 | 4.2753805 | 18903 | 4.2765307 | 18953 | 4.2776780 |
| 18804 | 4.2742502 | 18854 | 4.2754035 | 18904 | 4.2765537 | 18954 | 4.2777009 |
| 18805 | 4.2742733 | 18855 | 4.2754265 | 18905 | 4.2765767 | 18955 | 4.2777238 |
| 18806 | 4.2742964 | 18856 | 4.2754496 | 18906 | 4.2765997 | 18956 | 4.2777467 |
| 18807 | 4.2743195 | 18857 | 4.2754726 | 18907 | 4.2766226 | 18957 | 4.2777696 |
| 18808 | 4.2743426 | 18858 | 4.2754956 | 18908 | 4.2766456 | 18958 | 4.2777925 |
| 18809 | 4.2743657 | 18859 | 4.2755187 | 18909 | 4.2766686 | 18959 | 4.2778154 |
| 18810 | 4.2743888 | 18860 | 4.2755417 | 18910 | 4.2766915 | 18960 | 4.2778383 |
| 18811 | 4.2744119 | 18861 | 4.2755647 | 18911 | 4.2767145 | 18961 | 4.2778612 |
| 18812 | 4.2744350 | 18862 | 4.2755877 | 18912 | 4.2767375 | 18962 | 4.2778841 |
| 18813 | 4.2744581 | 18863 | 4.2756108 | 18913 | 4.2767604 | 18963 | 4.2779070 |
| 18814 | 4.2744811 | 18864 | 4.2756338 | 18914 | 4.2767834 | 18964 | 4.2779299 |
| 18815 | 4.2745042 | 18865 | 4.2756568 | 18915 | 4.2768063 | 18965 | 4.2779528 |
| 18816 | 4.2745273 | 18866 | 4.2756798 | 18916 | 4.2768293 | 18966 | 4.2779757 |
| 18817 | 4.2745504 | 18867 | 4.2757028 | 18917 | 4.2768523 | 18967 | 4.2779986 |
| 18818 | 4.2745735 | 18868 | 4.2757259 | 18918 | 4.2768752 | 18968 | 4.2780215 |
| 18819 | 4.2745965 | 18869 | 4.2757489 | 18919 | 4.2768982 | 18969 | 4.2780444 |
| 18820 | 4.2746196 | 18870 | 4.2757719 | 18920 | 4.2769211 | 18970 | 4.2780673 |
| 18821 | 4.2746427 | 18871 | 4.2757949 | 18921 | 4.2769441 | 18971 | 4.2780902 |
| 18822 | 4.2746658 | 18872 | 4.2758179 | 18922 | 4.2769670 | 18972 | 4.2781131 |
| 18823 | 4.2746888 | 18873 | 4.2758409 | 18923 | 4.2769900 | 18973 | 4.2781360 |
| 18824 | 4.2747119 | 18874 | 4.2758640 | 18924 | 4.2770129 | 18974 | 4.2781589 |
| 18825 | 4.2747350 | 18875 | 4.2758870 | 18925 | 4.2770359 | 18975 | 4.2781818 |
| 18826 | 4.2747581 | 18876 | 4.2759100 | 18926 | 4.2770588 | 18976 | 4.2782047 |
| 18827 | 4.2747811 | 18877 | 4.2759330 | 18927 | 4.2770818 | 18977 | 4.2782276 |
| 18828 | 4.2748042 | 18878 | 4.2759560 | 18928 | 4.2771047 | 18978 | 4.2782504 |
| 18829 | 4.2748273 | 18879 | 4.2759790 | 18929 | 4.2771277 | 18979 | 4.2782733 |
| 18830 | 4.2748503 | 18880 | 4.2760020 | 18930 | 4.2771506 | 18980 | 4.2782962 |
| 18831 | 4.2748734 | 18881 | 4.2760250 | 18931 | 4.2771736 | 18981 | 4.2783191 |
| 18832 | 4.2748964 | 18882 | 4.2760480 | 18932 | 4.2771965 | 18982 | 4.2783420 |
| 18833 | 4.2749195 | 18883 | 4.2760710 | 18933 | 4.2772194 | 18983 | 4.2783648 |
| 18834 | 4.2749426 | 18884 | 4.2760940 | 18934 | 4.2772424 | 18984 | 4.2783877 |
| 18835 | 4.2749656 | 18885 | 4.2761170 | 18935 | 4.2772653 | 18985 | 4.2784106 |
| 18836 | 4.2749887 | 18886 | 4.2761400 | 18936 | 4.2772882 | 18986 | 4.2784335 |
| 18837 | 4.2750117 | 18887 | 4.2761630 | 18937 | 4.2773112 | 18987 | 4.2784564 |
| 18838 | 4.2750348 | 18888 | 4.2761860 | 18938 | 4.2773341 | 18988 | 4.2784792 |
| 18839 | 4.2750578 | 18889 | 4.2762090 | 18939 | 4.2773570 | 18989 | 4.2785021 |
| 18840 | 4.2750809 | 18890 | 4.2762320 | 18940 | 4.2773800 | 18990 | 4.2785250 |
| 18841 | 4.2751039 | 18891 | 4.2762549 | 18941 | 4.2774029 | 18991 | 4.2785478 |
| 18842 | 4.2751270 | 18892 | 4.2762779 | 18942 | 4.2774258 | 18992 | 4.2785707 |
| 18843 | 4.2751500 | 18893 | 4.2763009 | 18943 | 4.2774488 | 18993 | 4.2785936 |
| 18844 | 4.2751731 | 18894 | 4.2763239 | 18944 | 4.2774717 | 18994 | 4.2786164 |
| 18845 | 4.2751961 | 18895 | 4.2763469 | 18945 | 4.2774946 | 18995 | 4.2786393 |
| 18846 | 4.2752192 | 18896 | 4.2763699 | 18946 | 4.2775175 | 18996 | 4.2786622 |
| 18847 | 4.2752422 | 18897 | 4.2763929 | 18947 | 4.2775405 | 18997 | 4.2786850 |
| 18848 | 4.2752653 | 18898 | 4.2764158 | 18948 | 4.2775634 | 18998 | 4.2787079 |
| 18849 | 4.2752883 | 18899 | 4.2764388 | 18949 | 4.2775863 | 18999 | 4.2787307 |
| 18850 | 4.2753114 | 18900 | 4.2764618 | 18950 | 4.2776092 | 19000 | 4.2787536 |



Digitized by Google

| Nob. | Logarithm. | Nob. | Logarithm. | Nob. | Logarithm. | Nob. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 19001 | 4.2787765 | 19051 | 4.2799178 | 19101 | 4.2810561 | 19151 | 4.2821915 |
| 19002 | 4.2787993 | 19052 | 4.2799406 | 19102 | 4.2810788 | 19152 | 4.2822142 |
| 19003 | 4.2788222 | 19053 | 4.2799634 | 19103 | 4.2811016 | 19153 | 4.2822368 |
| 19004 | 4.2788450 | 19054 | 4.2799862 | 19104 | 4.2811243 | 19154 | 4.2822596 |
| 19005 | 4.2788679 | 19055 | 4.2800090 | 19105 | 4.2811470 | 19155 | 4.2822822 |
| 19006 | 4.2788907 | 19056 | 4.2800317 | 19106 | 4.2811698 | 19156 | 4.2823049 |
| 19007 | 4.2789136 | 19057 | 4.2800545 | 19107 | 4.2811925 | 19157 | 4.2823276 |
| 19008 | 4.2789364 | 19058 | 4.2800773 | 19108 | 4.2812152 | 19158 | 4.2823502 |
| 19009 | 4.2789593 | 19059 | 4.2801001 | 19109 | 4.2812380 | 19159 | 4.2823728 |
| 19010 | 4.2789821 | 19060 | 4.2801229 | 19110 | 4.2812607 | 19160 | 4.2823955 |
| 19011 | 4.2790050 | 19061 | 4.2801457 | 19111 | 4.2812834 | 19161 | 4.2824181 |
| 19012 | 4.2790278 | 19062 | 4.2801685 | 19112 | 4.2813061 | 19162 | 4.2824408 |
| 19013 | 4.2790506 | 19063 | 4.2801912 | 19113 | 4.2813289 | 19163 | 4.2824634 |
| 19014 | 4.2790735 | 19064 | 4.2802140 | 19114 | 4.2813516 | 19164 | 4.2824861 |
| 19015 | 4.2790963 | 19065 | 4.2802368 | 19115 | 4.2813743 | 19165 | 4.2825088 |
| 19016 | 4.2791192 | 19066 | 4.2802596 | 19116 | 4.2813970 | 19166 | 4.2825314 |
| 19017 | 4.2791420 | 19067 | 4.2802824 | 19117 | 4.2814197 | 19167 | 4.2825541 |
| 19018 | 4.2791648 | 19068 | 4.2803051 | 19118 | 4.2814425 | 19168 | 4.2825768 |
| 19019 | 4.2791877 | 19069 | 4.2803279 | 19119 | 4.2814652 | 19169 | 4.2825995 |
| 19020 | 4.2792105 | 19070 | 4.2803507 | 19120 | 4.2814879 | 19170 | 4.2826221 |
| 19021 | 4.2792333 | 19071 | 4.2803735 | 19121 | 4.2815106 | 19171 | 4.2826448 |
| 19022 | 4.2792562 | 19072 | 4.2803962 | 19122 | 4.2815333 | 19172 | 4.2826674 |
| 19023 | 4.2792790 | 19073 | 4.2804190 | 19123 | 4.2815560 | 19173 | 4.2826901 |
| 19024 | 4.2793018 | 19074 | 4.2804418 | 19124 | 4.2815787 | 19174 | 4.2827128 |
| 19025 | 4.2793247 | 19075 | 4.2804645 | 19125 | 4.2816014 | 19175 | 4.2827354 |
| 19026 | 4.2793475 | 19076 | 4.2804873 | 19126 | 4.2816242 | 19176 | 4.2827581 |
| 19027 | 4.2793703 | 19077 | 4.2805101 | 19127 | 4.2816469 | 19177 | 4.2827807 |
| 19028 | 4.2793931 | 19078 | 4.2805328 | 19128 | 4.2816696 | 19178 | 4.2828034 |
| 19029 | 4.2794160 | 19079 | 4.2805556 | 19129 | 4.2816923 | 19179 | 4.2828261 |
| 19030 | 4.2794388 | 19080 | 4.2805784 | 19130 | 4.2817150 | 19180 | 4.2828487 |
| 19031 | 4.2794616 | 19081 | 4.2806011 | 19131 | 4.2817377 | 19181 | 4.2828714 |
| 19032 | 4.2794844 | 19082 | 4.2806239 | 19132 | 4.2817604 | 19182 | 4.2828940 |
| 19033 | 4.2795072 | 19083 | 4.2806467 | 19133 | 4.2817831 | 19183 | 4.2829167 |
| 19034 | 4.2795301 | 19084 | 4.2806694 | 19134 | 4.2818058 | 19184 | 4.2829394 |
| 19035 | 4.2795529 | 19085 | 4.2806922 | 19135 | 4.2818285 | 19185 | 4.2829620 |
| 19036 | 4.2795757 | 19086 | 4.2807149 | 19136 | 4.2818512 | 19186 | 4.2829847 |
| 19037 | 4.2795985 | 19087 | 4.2807377 | 19137 | 4.2818739 | 19187 | 4.2830073 |
| 19038 | 4.2796213 | 19088 | 4.2807604 | 19138 | 4.2818966 | 19188 | 4.2830300 |
| 19039 | 4.2796441 | 19089 | 4.2807832 | 19139 | 4.2819192 | 19189 | 4.2830526 |
| 19040 | 4.2796669 | 19090 | 4.2808059 | 19140 | 4.2819419 | 19190 | 4.2830753 |
| 19041 | 4.2796898 | 19091 | 4.2808287 | 19141 | 4.2819646 | 19191 | 4.2830979 |
| 19042 | 4.2797126 | 19092 | 4.2808514 | 19142 | 4.2819873 | 19192 | 4.2831206 |
| 19043 | 4.2797354 | 19093 | 4.2808742 | 19143 | 4.2820100 | 19193 | 4.2831432 |
| 19044 | 4.2797582 | 19094 | 4.2808969 | 19144 | 4.2820327 | 19194 | 4.2831659 |
| 19045 | 4.2797810 | 19095 | 4.2809197 | 19145 | 4.2820554 | 19195 | 4.2831885 |
| 19046 | 4.2798038 | 19096 | 4.2809424 | 19146 | 4.2820781 | 19196 | 4.2832112 |
| 19047 | 4.2798266 | 19097 | 4.2809651 | 19147 | 4.2821007 | 19197 | 4.2832338 |
| 19048 | 4.2798494 | 19098 | 4.2809879 | 19148 | 4.2821234 | 19198 | 4.2832565 |
| 19049 | 4.2798722 | 19099 | 4.2810106 | 19149 | 4.2821461 | 19199 | 4.2832791 |
| 19050 | 4.2798950 | 19100 | 4.2810334 | 19150 | 4.2821688 | 19200 | 4.2833018 |

Digitized by Google

| Nob. | Logarithm. | Nob. | Logarithm. | Nob. | Logarithm. | Nob. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 19201 | 4.2833238 | 19251 | 4.2844533 | 19301 | 4.2855798 | 19351 | 4.2867034 |
| 19202 | 4.2833465 | 19252 | 4.2844759 | 19302 | 4.2856023 | 19352 | 4.2867259 |
| 19203 | 4.2833691 | 19253 | 4.2844984 | 19303 | 4.2856248 | 19353 | 4.2867483 |
| 19204 | 4.2833917 | 19254 | 4.2845210 | 19304 | 4.2856473 | 19354 | 4.2867707 |
| 19205 | 4.2834143 | 19255 | 4.2845435 | 19305 | 4.2856698 | 19355 | 4.2867932 |
| 19206 | 4.2834369 | 19256 | 4.2845661 | 19306 | 4.2856923 | 19356 | 4.2868156 |
| 19207 | 4.2834595 | 19257 | 4.2845886 | 19307 | 4.2857148 | 19357 | 4.2868381 |
| 19208 | 4.2834821 | 19258 | 4.2846112 | 19308 | 4.2857373 | 19358 | 4.2868605 |
| 19209 | 4.2835048 | 19259 | 4.2846337 | 19309 | 4.2857598 | 19359 | 4.2868829 |
| 19210 | 4.2835274 | 19260 | 4.2846563 | 19310 | 4.2857823 | 19360 | 4.2869054 |
| 19211 | 4.2835500 | 19261 | 4.2846788 | 19311 | 4.2858048 | 19361 | 4.2869278 |
| 19212 | 4.2835726 | 19262 | 4.2847014 | 19312 | 4.2858273 | 19362 | 4.2869502 |
| 19213 | 4.2835952 | 19263 | 4.2847239 | 19313 | 4.2858497 | 19363 | 4.2869726 |
| 19214 | 4.2836178 | 19264 | 4.2847465 | 19314 | 4.2858722 | 19364 | 4.2869951 |
| 19215 | 4.2836404 | 19265 | 4.2847690 | 19315 | 4.2858947 | 19365 | 4.2870175 |
| 19216 | 4.2836630 | 19266 | 4.2847916 | 19316 | 4.2859172 | 19366 | 4.2870400 |
| 19217 | 4.2836856 | 19267 | 4.2848141 | 19317 | 4.2859397 | 19367 | 4.2870624 |
| 19218 | 4.2837082 | 19268 | 4.2848366 | 19318 | 4.2859622 | 19368 | 4.2870848 |
| 19219 | 4.2837308 | 19269 | 4.2848592 | 19319 | 4.2859846 | 19369 | 4.2871072 |
| 19220 | 4.2837534 | 19270 | 4.2848817 | 19320 | 4.2860071 | 19370 | 4.2871296 |
| 19221 | 4.2837760 | 19271 | 4.2849043 | 19321 | 4.2860296 | 19371 | 4.2871520 |
| 19222 | 4.2837986 | 19272 | 4.2849268 | 19322 | 4.2860521 | 19372 | 4.2871745 |
| 19223 | 4.2838212 | 19273 | 4.2849493 | 19323 | 4.2860746 | 19373 | 4.2871969 |
| 19224 | 4.2838438 | 19274 | 4.2849719 | 19324 | 4.2860970 | 19374 | 4.2872193 |
| 19225 | 4.2838663 | 19275 | 4.2849944 | 19325 | 4.2861195 | 19375 | 4.2872417 |
| 19226 | 4.2838889 | 19276 | 4.2850169 | 19326 | 4.2861420 | 19376 | 4.2872641 |
| 19227 | 4.2839115 | 19277 | 4.2850394 | 19327 | 4.2861644 | 19377 | 4.2872865 |
| 19228 | 4.2839341 | 19278 | 4.2850620 | 19328 | 4.2861869 | 19378 | 4.2873090 |
| 19229 | 4.2839567 | 19279 | 4.2850845 | 19329 | 4.2862094 | 19379 | 4.2873314 |
| 19230 | 4.2839793 | 19280 | 4.2851070 | 19330 | 4.2862319 | 19380 | 4.2873538 |
| 19231 | 4.2840019 | 19281 | 4.2851296 | 19331 | 4.2862543 | 19381 | 4.2873762 |
| 19232 | 4.2840245 | 19282 | 4.2851521 | 19332 | 4.2862768 | 19382 | 4.2873986 |
| 19233 | 4.2840470 | 19283 | 4.2851746 | 19333 | 4.2862993 | 19383 | 4.2874210 |
| 19234 | 4.2840696 | 19284 | 4.2851971 | 19334 | 4.2863217 | 19384 | 4.2874434 |
| 19235 | 4.2840922 | 19285 | 4.2852196 | 19335 | 4.2863442 | 19385 | 4.2874658 |
| 19236 | 4.2841148 | 19286 | 4.2852422 | 19336 | 4.2863666 | 19386 | 4.2874882 |
| 19237 | 4.2841373 | 19287 | 4.2852647 | 19337 | 4.2863891 | 19387 | 4.2875106 |
| 19238 | 4.2841599 | 19288 | 4.2852872 | 19338 | 4.2864116 | 19388 | 4.2875330 |
| 19239 | 4.2841825 | 19289 | 4.2853097 | 19339 | 4.2864340 | 19389 | 4.2875554 |
| 19240 | 4.2842051 | 19290 | 4.2853322 | 19340 | 4.2864565 | 19390 | 4.2875778 |
| 19241 | 4.2842276 | 19291 | 4.2853547 | 19341 | 4.2864789 | 19391 | 4.2876002 |
| 19242 | 4.2842502 | 19292 | 4.2853773 | 19342 | 4.2865014 | 19392 | 4.2876226 |
| 19243 | 4.2842728 | 19293 | 4.2853998 | 19343 | 4.2865238 | 19393 | 4.2876450 |
| 19244 | 4.2842953 | 19294 | 4.2854223 | 19344 | 4.2865463 | 19394 | 4.2876674 |
| 19245 | 4.2843179 | 19295 | 4.2854448 | 19345 | 4.2865687 | 19395 | 4.2876898 |
| 19246 | 4.2843405 | 19296 | 4.2854673 | 19346 | 4.2865912 | 19396 | 4.2877122 |
| 19247 | 4.2843630 | 19297 | 4.2854898 | 19347 | 4.2866136 | 19397 | 4.2877346 |
| 19248 | 4.2843856 | 19298 | 4.2855123 | 19348 | 4.2866361 | 19398 | 4.2877570 |
| 19249 | 4.2844082 | 19299 | 4.2855348 | 19349 | 4.2866585 | 19399 | 4.2877793 |
| 19250 | 4.2844307 | 19300 | 4.2855573 | 19350 | 4.2866810 | 19400 | 4.2878017 |

Digitized by Google

| Nōb. | Logarithm. | Nōb. | Logarithm. | Nōb. | Logarithm. | Nōb. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 19401 | 4.2878241 | 19451 | 4.2889419 | 19501 | 4.2900569 | 19551 | 4.2911690 |
| 19402 | 4.2878465 | 19452 | 4.2889643 | 19502 | 4.2900792 | 19552 | 4.2911912 |
| 19403 | 4.2878689 | 19453 | 4.2889866 | 19503 | 4.2901014 | 19553 | 4.2912134 |
| 19404 | 4.2878913 | 19454 | 4.2890089 | 19504 | 4.2901237 | 19554 | 4.2912356 |
| 19405 | 4.2879136 | 19455 | 4.2890312 | 19505 | 4.2901460 | 19555 | 4.2912578 |
| 19406 | 4.2879360 | 19456 | 4.2890536 | 19506 | 4.2901682 | 19556 | 4.2912800 |
| 19407 | 4.2879584 | 19457 | 4.2890759 | 19507 | 4.2901905 | 19557 | 4.2913022 |
| 19408 | 4.2879808 | 19458 | 4.2890982 | 19508 | 4.2902127 | 19558 | 4.2913244 |
| 19409 | 4.2880032 | 19459 | 4.2891205 | 19509 | 4.2902350 | 19559 | 4.2913466 |
| 19410 | 4.2887255 | 19460 | 4.2891428 | 19510 | 4.2902573 | 19560 | 4.2913689 |
| 19411 | 4.2880479 | 19461 | 4.2891652 | 19511 | 4.2902795 | 19561 | 4.2913911 |
| 19412 | 4.2880703 | 19462 | 4.2891875 | 19512 | 4.2903018 | 19562 | 4.2914133 |
| 19413 | 4.2880927 | 19463 | 4.2892098 | 19513 | 4.2903240 | 19563 | 4.2914355 |
| 19414 | 4.2881150 | 19464 | 4.2892321 | 19514 | 4.2903463 | 19564 | 4.2914577 |
| 19415 | 4.2881374 | 19465 | 4.2892544 | 19515 | 4.2903686 | 19565 | 4.2914799 |
| 19416 | 4.2881598 | 19466 | 4.2892767 | 19516 | 4.2903908 | 19566 | 4.2915020 |
| 19417 | 4.2881821 | 19467 | 4.2892990 | 19517 | 4.2904131 | 19567 | 4.2915242 |
| 19418 | 4.2882045 | 19468 | 4.2893213 | 19518 | 4.2904353 | 19568 | 4.2915464 |
| 19419 | 4.2882269 | 19469 | 4.2893436 | 19519 | 4.2904576 | 19569 | 4.2915686 |
| 19420 | 4.2882492 | 19470 | 4.2893660 | 19520 | 4.2904798 | 19570 | 4.2915908 |
| 19421 | 4.2882716 | 19471 | 4.2893883 | 19521 | 4.2905021 | 19571 | 4.2916130 |
| 19422 | 4.2882939 | 19472 | 4.2894106 | 19522 | 4.2905243 | 19572 | 4.2916352 |
| 19423 | 4.2883163 | 19473 | 4.2894329 | 19523 | 4.2905466 | 19573 | 4.2916574 |
| 19424 | 4.2883387 | 19474 | 4.2894552 | 19524 | 4.2905688 | 19574 | 4.2916796 |
| 19425 | 4.2883610 | 19475 | 4.2894775 | 19525 | 4.2905910 | 19575 | 4.2917018 |
| 19426 | 4.2883834 | 19476 | 4.2894998 | 19526 | 4.2906133 | 19576 | 4.2917240 |
| 19427 | 4.2884057 | 19477 | 4.2895221 | 19527 | 4.2906355 | 19577 | 4.2917461 |
| 19428 | 4.2884281 | 19478 | 4.2895444 | 19528 | 4.2906578 | 19578 | 4.2917683 |
| 19429 | 4.2884504 | 19479 | 4.2895667 | 19529 | 4.2906800 | 19579 | 4.2917905 |
| 19430 | 4.2884728 | 19480 | 4.2895890 | 19530 | 4.2907022 | 19580 | 4.2918127 |
| 19431 | 4.2884952 | 19481 | 4.2896112 | 19531 | 4.2907245 | 19581 | 4.2918349 |
| 19432 | 4.2885175 | 19482 | 4.2896335 | 19532 | 4.2907467 | 19582 | 4.2918570 |
| 19433 | 4.2885399 | 19483 | 4.2896558 | 19533 | 4.2907690 | 19583 | 4.2918792 |
| 19434 | 4.2885622 | 19484 | 4.2896781 | 19534 | 4.2907912 | 19584 | 4.2919014 |
| 19435 | 4.2885845 | 19485 | 4.2897004 | 19535 | 4.2908134 | 19585 | 4.2919236 |
| 19436 | 4.2886069 | 19486 | 4.2897227 | 19536 | 4.2908356 | 19586 | 4.2919458 |
| 19437 | 4.2886292 | 19487 | 4.2897450 | 19537 | 4.2908579 | 19587 | 4.2919679 |
| 19438 | 4.2886516 | 19488 | 4.2897673 | 19538 | 4.2908801 | 19588 | 4.2919901 |
| 19439 | 4.2886739 | 19489 | 4.2897896 | 19539 | 4.2909023 | 19589 | 4.2920123 |
| 19440 | 4.2886963 | 19490 | 4.2898118 | 19540 | 4.2909246 | 19590 | 4.2920344 |
| 19441 | 4.2887186 | 19491 | 4.2898341 | 19541 | 4.2909468 | 19591 | 4.2920566 |
| 19442 | 4.2887409 | 19492 | 4.2898564 | 19542 | 4.2909690 | 19592 | 4.2920788 |
| 19443 | 4.2887633 | 19493 | 4.2898787 | 19543 | 4.2909912 | 19593 | 4.2921009 |
| 19444 | 4.2887856 | 19494 | 4.2899010 | 19544 | 4.2910135 | 19594 | 4.2921231 |
| 19445 | 4.2888079 | 19495 | 4.2899232 | 19545 | 4.2910357 | 19595 | 4.2921453 |
| 19446 | 4.2888303 | 19496 | 4.2899455 | 19546 | 4.2910579 | 19596 | 4.2921674 |
| 19447 | 4.2888526 | 19497 | 4.2899678 | 19547 | 4.2910801 | 19597 | 4.2921896 |
| 19448 | 4.2888749 | 19498 | 4.2899901 | 19548 | 4.2911023 | 19598 | 4.2922118 |
| 19449 | 4.2888973 | 19499 | 4.2900123 | 19549 | 4.2911245 | 19599 | 4.2922339 |
| 19450 | 4.2889196 | 19500 | 4.2900346 | 19550 | 4.2911468 | 19600 | 4.2922561 |



Digitized by Google

| Nõb. | Logarithm. | Nob. | Logarithm. | Nõb. | Logarithm. | Nõb. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 19601 | 4.2922782 | 19651 | 4.2933847 | 19701 | 4.2944883 | 19751 | 4.2955891 |
| 19602 | 4.2923004 | 19652 | 4.2934068 | 19702 | 4.2945103 | 19752 | 4.2956111 |
| 19603 | 4.2923225 | 19653 | 4.2934289 | 19703 | 4.2945324 | 19753 | 4.2956331 |
| 19604 | 4.2923447 | 19654 | 4.2934510 | 19704 | 4.2945544 | 19754 | 4.2956550 |
| 19605 | 4.2923668 | 19655 | 4.2934730 | 19705 | 4.2945764 | 19755 | 4.2956770 |
| 19606 | 4.2923890 | 19656 | 4.2934951 | 19706 | 4.2945985 | 19756 | 4.2956990 |
| 19607 | 4.2924111 | 19657 | 4.2935172 | 19707 | 4.2946205 | 19757 | 4.2957210 |
| 19608 | 4.2924333 | 19658 | 4.2935393 | 19708 | 4.2946426 | 19758 | 4.2957430 |
| 19609 | 4.2924554 | 19659 | 4.2935614 | 19709 | 4.2946646 | 19759 | 4.2957650 |
| 19610 | 4.2924776 | 19660 | 4.2935835 | 19710 | 4.2946866 | 19760 | 4.2957869 |
| 19611 | 4.2924997 | 19661 | 4.2936056 | 19711 | 4.2947087 | 19761 | 4.2958089 |
| 19612 | 4.2925219 | 19662 | 4.2936277 | 19712 | 4.2947307 | 19762 | 4.2958309 |
| 19613 | 4.2925440 | 19663 | 4.2936498 | 19713 | 4.2947527 | 19763 | 4.2958529 |
| 19614 | 4.2925662 | 19664 | 4.2936719 | 19714 | 4.2947748 | 19764 | 4.2958748 |
| 19615 | 4.2925883 | 19665 | 4.2936940 | 19715 | 4.2947968 | 19765 | 4.2958968 |
| 19616 | 4.2926105 | 19666 | 4.2937160 | 19716 | 4.2948188 | 19766 | 4.2959188 |
| 19617 | 4.2926326 | 19667 | 4.2937381 | 19717 | 4.2948408 | 19767 | 4.2959408 |
| 19618 | 4.2926547 | 19668 | 4.2937602 | 19718 | 4.2948629 | 19768 | 4.2959627 |
| 19619 | 4.2926769 | 19669 | 4.2937823 | 19719 | 4.2948849 | 19769 | 4.2959847 |
| 19620 | 4.2926990 | 19670 | 4.2938044 | 19720 | 4.2949069 | 19770 | 4.2960067 |
| 19621 | 4.2927212 | 19671 | 4.2938264 | 19721 | 4.2949289 | 19771 | 4.2960286 |
| 19622 | 4.2927433 | 19672 | 4.2938485 | 19722 | 4.2949510 | 19772 | 4.2960506 |
| 19623 | 4.2927654 | 19673 | 4.2938706 | 19723 | 4.2949730 | 19773 | 4.2960726 |
| 19624 | 4.2927875 | 19674 | 4.2938927 | 19724 | 4.2949950 | 19774 | 4.2960945 |
| 19625 | 4.2928097 | 19675 | 4.2939147 | 19725 | 4.2950170 | 19775 | 4.2961165 |
| 19626 | 4.2928318 | 19676 | 4.2939368 | 19726 | 4.2950390 | 19776 | 4.2961385 |
| 19627 | 4.2928539 | 19677 | 4.2939589 | 19727 | 4.2950610 | 19777 | 4.2961604 |
| 19628 | 4.2928760 | 19678 | 4.2939810 | 19728 | 4.2950831 | 19778 | 4.2961824 |
| 19629 | 4.2928982 | 19679 | 4.2940030 | 19729 | 4.2951051 | 19779 | 4.2962043 |
| 19630 | 4.2929203 | 19680 | 4.2940251 | 19730 | 4.2951271 | 19780 | 4.2962263 |
| 19631 | 4.2929424 | 19681 | 4.2940472 | 19731 | 4.2951491 | 19781 | 4.2962482 |
| 19632 | 4.2929645 | 19682 | 4.2940692 | 19732 | 4.2951711 | 19782 | 4.2962702 |
| 19633 | 4.2929867 | 19683 | 4.2940913 | 19733 | 4.2951931 | 19783 | 4.2962922 |
| 19634 | 4.2930088 | 19684 | 4.2941134 | 19734 | 4.2952151 | 19784 | 4.2963141 |
| 19635 | 4.2930309 | 19685 | 4.2941354 | 19735 | 4.2952371 | 19785 | 4.2963361 |
| 19636 | 4.2930530 | 19686 | 4.2941575 | 19736 | 4.2952591 | 19786 | 4.2963580 |
| 19637 | 4.2930751 | 19687 | 4.2941795 | 19737 | 4.2952811 | 19787 | 4.2963800 |
| 19638 | 4.2930973 | 19688 | 4.2942016 | 19738 | 4.2953031 | 19788 | 4.2964019 |
| 19639 | 4.2931194 | 19689 | 4.2942237 | 19739 | 4.2953251 | 19789 | 4.2964238 |
| 19640 | 4.2931415 | 19690 | 4.2942457 | 19740 | 4.2953471 | 19790 | 4.2964458 |
| 19641 | 4.2931636 | 19691 | 4.2942678 | 19741 | 4.2953691 | 19791 | 4.2964677 |
| 19642 | 4.2931857 | 19692 | 4.2942898 | 19742 | 4.2953911 | 19792 | 4.2964897 |
| 19643 | 4.2932078 | 19693 | 4.2943119 | 19743 | 4.2954131 | 19793 | 4.2965116 |
| 19644 | 4.2932299 | 19694 | 4.2943339 | 19744 | 4.2954351 | 19794 | 4.2965336 |
| 19645 | 4.2932520 | 19695 | 4.2943560 | 19745 | 4.2954571 | 19795 | 4.2965555 |
| 19646 | 4.2932741 | 19696 | 4.2943780 | 19746 | 4.2954791 | 19796 | 4.2965774 |
| 19647 | 4.2932962 | 19697 | 4.2944001 | 19747 | 4.2955011 | 19797 | 4.2965994 |
| 19648 | 4.2933183 | 19698 | 4.2944221 | 19748 | 4.2955231 | 19798 | 4.2966213 |
| 19649 | 4.2933405 | 19699 | 4.2944441 | 19749 | 4.2955451 | 19799 | 4.2966433 |
| 19650 | 4.2933626 | 19700 | 4.2944661 | 19750 | 4.2955671 | 19800 | 4.2966652 |



Digitized by Google

| Nōb. | Logarithm. | Nōb. | Logarithm. | Nōb. | Logarithm. | Nōb. | Logarithm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 19801 | 4.2966871 | 19851 | 4.2977824 | 19901 | 4.2988749 | 19951 | 4.2999647 |
| 19802 | 4.2967091 | 19852 | 4.2978043 | 19902 | 4.2988967 | 19952 | 4.2999864 |
| 19803 | 4.2967310 | 19853 | 4.2978261 | 19903 | 4.2989185 | 19953 | 4.3000082 |
| 19804 | 4.2967529 | 19854 | 4.2978480 | 19904 | 4.2989404 | 19954 | 4.3000300 |
| 19805 | 4.2967748 | 19855 | 4.2978699 | 19905 | 4.2989622 | 19955 | 4.3000517 |
| 19806 | 4.2967968 | 19856 | 4.2978918 | 19906 | 4.2989840 | 19956 | 4.3000735 |
| 19807 | 4.2968187 | 19857 | 4.2979136 | 19907 | 4.2990058 | 19957 | 4.3000953 |
| 19808 | 4.2968406 | 19858 | 4.2979355 | 19908 | 4.2990276 | 19958 | 4.3001170 |
| 19809 | 4.2968626 | 19859 | 4.2979574 | 19909 | 4.2990494 | 19959 | 4.3001388 |
| 19810 | 4.2968845 | 19860 | 4.2979792 | 19910 | 4.2990713 | 19960 | 4.3001605 |
| 19811 | 4.2969064 | 19861 | 4.2980011 | 19911 | 4.2990931 | 19961 | 4.3001823 |
| 19812 | 4.2969283 | 19862 | 4.2980230 | 19912 | 4.2991149 | 19962 | 4.3002041 |
| 19813 | 4.2969502 | 19863 | 4.2980448 | 19913 | 4.2991367 | 19963 | 4.3002258 |
| 19814 | 4.2969722 | 19864 | 4.2980667 | 19914 | 4.2991585 | 19964 | 4.3002476 |
| 19815 | 4.2969941 | 19865 | 4.2980886 | 19915 | 4.2991803 | 19965 | 4.3002693 |
| 19816 | 4.2970160 | 19866 | 4.2981104 | 19916 | 4.2992021 | 19966 | 4.3002911 |
| 19817 | 4.2970379 | 19867 | 4.2981323 | 19917 | 4.2992239 | 19967 | 4.3003128 |
| 19818 | 4.2970598 | 19868 | 4.2981542 | 19918 | 4.2992457 | 19968 | 4.3003346 |
| 19819 | 4.2970817 | 19869 | 4.2981760 | 19919 | 4.2992675 | 19969 | 4.3003563 |
| 19820 | 4.2971037 | 19870 | 4.2981979 | 19920 | 4.2992893 | 19970 | 4.3003781 |
| 19821 | 4.2971256 | 19871 | 4.2982197 | 19921 | 4.2993111 | 19971 | 4.3003998 |
| 19822 | 4.2971475 | 19872 | 4.2982416 | 19922 | 4.2993329 | 19972 | 4.3004216 |
| 19823 | 4.2971694 | 19873 | 4.2982634 | 19923 | 4.2993547 | 19973 | 4.3004433 |
| 19824 | 4.2971913 | 19874 | 4.2982853 | 19924 | 4.2993765 | 19974 | 4.3004650 |
| 19825 | 4.2972132 | 19875 | 4.2983071 | 19925 | 4.2993983 | 19975 | 4.3004868 |
| 19826 | 4.2972351 | 19876 | 4.2983290 | 19926 | 4.2994201 | 19976 | 4.3005085 |
| 19827 | 4.2972570 | 19877 | 4.2983508 | 19927 | 4.2994419 | 19977 | 4.3005303 |
| 19828 | 4.2972789 | 19878 | 4.2983727 | 19928 | 4.2994637 | 19978 | 4.3005520 |
| 19829 | 4.2973008 | 19879 | 4.2983945 | 19929 | 4.2994855 | 19979 | 4.3005737 |
| 19830 | 4.2973227 | 19880 | 4.2984164 | 19930 | 4.2995073 | 19980 | 4.3005955 |
| 19831 | 4.2973446 | 19881 | 4.2984382 | 19931 | 4.2995291 | 19981 | 4.3006172 |
| 19832 | 4.2973665 | 19882 | 4.2984601 | 19932 | 4.2995509 | 19982 | 4.3006390 |
| 19833 | 4.2973884 | 19883 | 4.2984819 | 19933 | 4.2995727 | 19983 | 4.3006607 |
| 19834 | 4.2974103 | 19884 | 4.2985038 | 19934 | 4.2995945 | 19984 | 4.3006824 |
| 19835 | 4.2974322 | 19885 | 4.2985256 | 19935 | 4.2996162 | 19985 | 4.3007042 |
| 19836 | 4.2974541 | 19886 | 4.2985474 | 19936 | 4.2996380 | 19986 | 4.3007259 |
| 19837 | 4.2974760 | 19887 | 4.2985693 | 19937 | 4.2996598 | 19987 | 4.3007476 |
| 19838 | 4.2974979 | 19888 | 4.2985911 | 19938 | 4.2996816 | 19988 | 4.3007693 |
| 19839 | 4.2975198 | 19889 | 4.2986129 | 19939 | 4.2997034 | 19989 | 4.3007911 |
| 19840 | 4.2975417 | 19890 | 4.2986348 | 19940 | 4.2997252 | 19990 | 4.3008128 |
| 19841 | 4.2975636 | 19891 | 4.2986566 | 19941 | 4.2997469 | 19991 | 4.3008345 |
| 19842 | 4.2975854 | 19892 | 4.2986785 | 19942 | 4.2997687 | 19992 | 4.3008562 |
| 19843 | 4.2976073 | 19893 | 4.2987003 | 19943 | 4.2997905 | 19993 | 4.3008780 |
| 19844 | 4.2976292 | 19894 | 4.2987221 | 19944 | 4.2998123 | 19994 | 4.3008997 |
| 19845 | 4.2976511 | 19895 | 4.2987439 | 19945 | 4.2998340 | 19995 | 4.3009214 |
| 19846 | 4.2976730 | 19896 | 4.2987658 | 19946 | 4.2998558 | 19996 | 4.3009431 |
| 19847 | 4.2976949 | 19897 | 4.2987876 | 19947 | 4.2998776 | 19997 | 4.3009648 |
| 19848 | 4.2977168 | 19898 | 4.2988094 | 19948 | 4.2998994 | 19998 | 4.3009866 |
| 19849 | 4.2977386 | 19899 | 4.2988313 | 19949 | 4.2999211 | 19999 | 4.3010083 |
| 19850 | 4.2977605 | 19900 | 4.2988531 | 19950 | 4.2999429 | 20000 | 4.3010300 |

Digitized by Google

TROISIEME EXEMPLE.

*pour l'invention des Logarithmes.*

Pour trouver le logarithme de 54059. Je le divise par 10, & j'ai pour exposant $5405\frac{9}{10}$. Je prens ensuitte dans la Table à côté de 5405 son logarithme 37327957, & celuy de 5406 qui est 37328760. Et ôtant le plus petit de ces logarithmes du plus grand, le reste est 803. Je dis donc à cause de la fraction $\frac{9}{10}$: Le dénominateur 10 est au numérateur 9, comme la différence 803 est à $722\frac{7}{10}$, ou à 723 pour ôter la fraction. Et j'ajoûte 723 au logarithme de 5405. Et la somme 37328680 qui est le logarithme de $5405\frac{9}{10}$, recevant le logarithme 10000000 du dénominateur 10, la nouvelle somme 47328680 est le logarithme du nombre proposé 54059.

| *Nombres.* | *Logarithmes.* | *Proportion.* | *Logarithmes.* |
|---|---|---|---|
| + 5406 | + 37328760 | 10. 9 :: 803. $722\frac{7}{10}$. | + 37327957 |
| — 5405 | — 37327957 | | + 723 |
| *Reste* + 1 | *Reste* + 803 | *Pour* $5405\frac{9}{10}$. *la somme* 37328680 *&c.* | |

QUATRIEME EXEMPLE.

Pour trouver le logarithme de 3567894. Je le divise par 2, & l'exposant 1783947 par 3, & le second exposant 594649 par 11; je choisis toûjours les nombres simples pour diviseurs. L'exposant de la nouvelle division est 54059 auquel je m'arrête, & je cherche son logarithme 47328680 comme au troisiéme exemple, & je luy ajoûte les trois logarithmes des diviseurs simples 2, 3, 11, ou plûtôt le logarithme seul de leur solide 66 qui est 18195439. Et la somme 65524119 est le logarithme de 3567894 qu'on avoit proposé.

| *Nombres naturels.* | *Logarithmes.* |
|---|---|
| *Côtez* 54059 | 47328680 |
| 66 | 18195439 |
| *Produit* 3567894. | *Somme* 65524119. |

Je le puis trouver encore en cette sorte, si c'est le plus commode. Je divise 3567894 par 1000, ce qui me donne un exposant $3567\frac{984}{1000}$. Et je prens dans la Table le logarithme de 3567 qui est 35523031, & celuy de 3568 qui est 35524248, & leur différence 1217. Et je dis alors: le dénominateur 1000 est au numérateur 894, comme la différence 1217

| *Nombres.* | *Logarithmes.* | *Proportion.* | *Logarithmes.* |
|---|---|---|---|
| + 3568 | + 35524248 | 1000. 894 :: 1217. $1087\frac{998}{1000}$. | + 35523031 |
| — 3567 | — 35523031 | | + 1088 |
| *Reste* + 1 | *Reste* + 1217 | *Pour* $3567\frac{984}{1000}$ *la somme* 35524119 | |



Digitized by Google

est au nombre $1087\frac{998}{1000}$ ou 1088 que j'ajoûte au logarithme 35523031.

Et la somme 35524119 qui est le logarithme de $3567\frac{894}{1000}$ recevant le logarithme 30000000 du dénominateur 1000, la somme 65524119 est comme auparavant le logarithme de 3567894.

## II PROBLEME.

3. *Pour trouver le logarithme d'un nombre rompu.*

On ôtera celuy du dénominateur du logarithme du numérateur. Et le reste résoudra la question. Et s'il y a un nombre entier adjoint à la fraction, & qu'on ne veüille pas réduire le tout à une seule fraction. On prendra le logarithme du nombre entier, & celuy du plus proche qui le surpasse de l'unité. Et prenant encore la différence de ces deux logarithmes, on ordonnera une proportion droitte, où le dénominateur de la fraction sera le premier terme, & le numérateur le second; & le troisiéme sera la différence des deux logarithmes. Et le quatriéme que fournira la régle de trois, sera à peu prés la partie proportionelle qu'on doit ajoûter au logarithme du nombre entier, pour avoir celuy que l'on cherche.

### PREMIER EXEMPLE.

Pour trouver le logarithme de $\frac{3}{5}$. Je prens dans la Table le logarithme du numérateur 3 qui est 04771213, & celuy du dénominateur 5 qui est 06989700. Et j'ôte celuy-ci du premier qui vaut moins. Et le reste défectif — 02218487 est le logarithme de la fraction proposée $\frac{3}{5}$.

| *Nombres naturels.* | *Logarithmes.* |
|---|---|
| *Produit* 3 | +04771213 |
| *Diviseur* 5 | —06989700 |
| *Exposant* $\frac{3}{5}$. | *Reste* —02218487. |

### SECOND EXEMPLE.

Pour trouver le logarithme de la fraction $\frac{1}{9}$. Je prens dans la Table le logarithme du dénominateur 9 qui est 09542425, & je l'ôte de celuy du numérateur 1 qui est 00000000. Et le reste défectif — 09542425 resout la question. Tous les logarithmes des fractions où le premier terme est 1, ne sont que les retranchemens des logarithmes mêmes des dénominateurs.

| *Nombres naturels.* | *Logarithmes.* |
|---|---|
| *Produit* 1 | +00000000 |
| *Diviseur* 9 | —09542425 |
| *Exposant* $\frac{1}{9}$. | *Reste* —09542425. |

### TROISIEME EXEMPLE.

Pour trouver le logarithme de $3542\frac{1}{4}$. Je reduis tout à la fraction $\frac{14171}{4}$. Et prenant les logarithmes du numerateur 14171 & du dé-

Digitized by Google

nominateur 4, qui ſont 41514005 & 06020600, j'ôte celui-ci du premier, & le reſte 35493405 eſt logarithme de $3542\frac{1}{4}$.

| *Nombres naturels.* | *Logarithmes.* |
|---|---|
| *Produit* 14171 | + 41514005 |
| *Diviſeur* 4 | — 06020600 |
| *Expoſant* $\frac{14171}{4}$. | *Reſte* + 35493405 |

Je le puis trouver encore en cette ſorte. Je prens le logarithme de 3542 qui eſt 35492486, & celuy de 3543 qui eſt 35493712, & leur différence 1226. Et conſidérant la fraction $\frac{1}{4}$, je dis : le dénominateur 4 eſt au numérateur 3, comme la différence 1226 eſt au nombre $969\frac{1}{2}$. Et j'ajoûte 969 au logarithme de 3542. Et la ſomme 35493405 réſoût comme auparavant la queſtion.

| *Nombres.* | *Logarithmes.* | *Proportion.* | *Logarithmes.* |
|---|---|---|---|
| + 3543 | + 35493712 | 4. 3 :: 1226. $969\frac{1}{2}$. | + 35492486 |
| — 3542 | — 35492486 | | + 969 |
| *Reſte* + 1 | *Reſte* + 1226 | *Pour* $3542\frac{3}{4}$ *la ſomme* | + 35493405 |

QUATRIEME EXEMPLE.

Pour trouver le logarithme de 54059, je le diviſe par 3, & l'expoſant eſt $18019\frac{2}{3}$. Je prens enſuitte dans la Table les logarithmes des nombres 18019 & 18020 qui ſont 42557307 & 42557548, & leur différence 241. Et conſidérant la fraction $\frac{2}{3}$, je dis : 3 eſt à 2, comme la différence 241 eſt au nombre $160\frac{1}{3}$. Et j'ajoûte 160 au logarithme 42557307 de 18019. Et la ſomme 42557467 eſt le logarithme de $18019\frac{2}{3}$. Si donc on ajoûte à ce logarithme celuy du dénominateur 3 qui eſt 04771213 ; la ſomme 47328680 ſera le logarithme de 54059 qu'on avoit propoſé.

| *Nombres.* | *Logarithmes.* | *Proportion.* | *Logarithmes.* |
|---|---|---|---|
| + 18020 | + 42557548 | 3. 2 :: 241. $160\frac{1}{3}$. | + 42557307 |
| — 18019 | — 42557307 | | + 160 |
| *Reſte* + 1 | *Reſte* + 241 | *Pour* $18019\frac{2}{3}$ *la ſomme* | + 42557467 |
| | | *Pour* 3 *le logarithme* | + 04771213 |
| | | *Pour* 54059 *la ſomme* | + 47328680 |



Digitized by Google

## III PROBLEME.

4. *Pour trouver à quel nombre appartient un logarithme qu'on aura proposé.* Si ce logarithme eſt dans la Table au juſte ; le nombre naturel à côté duquel on le trouve en ſon rang eſt celuy auquel il appartient. Mais s'il n'y eſt pas au juſte ; on prendra dans la Table les deux qui en approchent plus, l'un au deſſus & l'antre au deſſous, & on ôtera le moindre du plus grand, & on l'ôtera encore de celuy qu'on propoſe ; & la fraction qui aura pour numérateur la moindre différence, & la plus grande pour dénominateur, ſera ajoûtée au nombre du moindre logarithme, & la ſomme réſoudra la queſtion.

Tout ce qu'on preſcrit ici eſt fondé ſur ce raiſonnement implicite, que les deux différences ont un même rapport que l'unité, dont le plus grand nombre ſurpaſſe le moindre, à la fraction fournie par la régle de trois, où qu'on doit ajoûter. Car quoique le raiſonnement ne ſoit pas entiérement juſte, l'erreur néanmoins ne doit pas entrer en ligne de conte, ſi le premier chiffre n'eſt pas moindre que 5. S'il étoit moindre, ou que tout le logarithme ſurpaſſaſt le plus grand de la Table ; on ajoûteroit ou on ôteroit ce qu'il faut pour égaler 5. Et à la fin de l'opération, on diviſeroit ou on multiplieroit ce qu'on auroit trouvé par le nombre auquel appartient le caractériſtique ajoûté ou retranché pour avoir 5. Les exemples éclairciront & fixeront ces régles.

### Premier exemple.

Pour trouver à quel nombre appartient le logarithme 39531250. Je prens dans la Table les deux logarithmes 39530828 & 39531312 qui en approchent plus, & j'ôte le plus petit des trois de chacun des deux autres, ce qui laiſſe pour reſtes 422 & 484 que j'écris en fraction, & j'ajoûte la fraction $\frac{422}{484}$ au nombre 8976 du moindre logarithme 39530828. Et la ſomme $8976\frac{422}{484}$ eſt à peu prés le nombre auquel appartient le logarithme propoſé 39531250. Si on veut une fraction approchante & plus ſimple que $\frac{422}{484}$ ou que ſon expoſant $\frac{211}{242}$ ; on pourra choiſir un dénominateur arbitraire 60, & dire : le dénominateur 242 eſt au numérateur 211, comme le dénominateur arbitraire 60 eſt à un numérateur nouveau 52. Et la fraction $\frac{52}{60}$ ou ſon expoſant $\frac{13}{15}$ étant ajoûté au nombre 8976 ; la ſomme $8976\frac{13}{15}$ réſoudra encore à peu prés la queſtion. Je choiſis un dénominateur comme 60, qui ait pluſieurs diviſeurs.

| *Logarithmes.* | *Logarithmes.* | *Nombres.* |
|---|---|---|
| + 39531250 | + 39531312 | 8977 |
| − 39530828 | − 39530828 | 8976 |
| *Numérateur* + 422. | *Dénominateurs* 484. | $8976\frac{422}{484}$. |

SECOND EXEMPLE.

Pour trouver à quel nombre appartient le logarithme 38572108. Je prens dans la Table les deux 38571515 & 38572118 qui en approchent plus, & qui appartiennent aux nombres 7197 & 7198. J'ôte enſuitte le moindre de ces trois logarithmes de chacun des deux autres, & je mets les reſtes 593 & 603 en fraction, & j'ajoûte la fraction $\frac{593}{603}$ au nombre 7197 du moindre logarithme. Et la ſomme $7197\frac{593}{603}$ eſt à peu prés le nombre auquel appartient le logarithme 38572108.

| *Logarithmes.* | *Logarithmes.* | *Nombres.* |
|---|---|---|
| + 38572108 | + 38572118 | 7198 |
| — 38571515 | — 38571515 | 7197 |
| *Numerateur* + 593. | *Dénominateur* + 603. | $7197\frac{593}{603}$. |

TROISIEME EXEMPLE.

Pour trouver à quel nombre appartient le logarithme 45552830. Comme il ſurpaſſe le plus grand de la Table, j'ôte 1 du premier chiffre 4, ou le logarithme 10000000 du logarithme entier 45552830. Et le reſte eſt 35552830, dont le nombre eſt à peu prés $3591\frac{676}{1209}$. Et ſi on le multiplie par le nombre 10 du logarithme 10000000 qu'on avoit retranché ; le produit $35915\frac{715}{1209}$ eſt à peu prés le nombre du logarithme 45552830 qu'on avoit propoſé.

| *Logarithmes.* | *Logarithmes.* | *Nombres.* |
|---|---|---|
| + 35552830 | + 35553363 | 3592 |
| — 35552154 | — 35552154 | 3591 |
| *Numérateur* 676. | *Dénominateur* + 1209. | $3591\frac{676}{1209}$. |

QUATRIEME EXEMPLE.

Pour trouver le nombre auquel appartient le logarithme défectif — 02218487. Je luy ajoûte le logarithme 40000000 du nombre 10000, afin d'avoir un caractériſtique 3 ; & je trouve un nouveau logarithme 37781513 qui appartient au nombre 6000, comme on le voit dans la Table. Diviſant donc 6000 par le nombre 10000 du logarithme ajoûté 40000000, l'expoſant $\frac{6000}{10000}$ ou ſa valeur $\frac{3}{5}$ eſt la fraction à laquelle appartient le logarithme défectif qu'on avoit propoſé.

| *Logarithmes.* | *Nombres.* |
|---|---|
| — 02218487 | $\frac{6000}{10000} \propto \frac{3}{5}$. |
| + 40000000 | 10000 |
| + 37781513 | 6000 |

Digitized by Google

Si les logarithmes qu'on cherche dans la Table n'y ſont pas au juſte ; on peut abbréger en ajoûtant à ceux qui ſont défectifs le logarithme de 3600 ou de 36000, qui a beaucoup de diviſeurs. Pour trouver par éxemple le logarithme du nombre défectif — 02158584, je luy ajoûte le logarithme 35563025 de 3600, & je trouve un nouveau logarithme 33404441 qui répond dans la Table au nombre naturel 2190. Diviſant donc ce nombre 2190 par le nombre 3600 du logarithme ajoûté, l'expoſant $\frac{219}{360}$ eſt le nombre rompu auquel appartient le logarithme propoſé — 02158584. On auroit pû trouver de la même ſorte la fraction $\frac{3}{5}$ de l'éxemple précédent.

| *Logarithmes.* | *Nombres.* |
|---|---|
| — 02158588 | $\frac{2190}{3600} \propto \frac{219}{360}$. |
| + 35563025 | 3600 |
| + 33404441 | 2190 |

| *Logarithmes.* | *Nombres.* |
|---|---|
| — 02218487 | $\frac{2160}{3600} \propto \frac{3}{5}$. |
| + 35563025 | 3600 |
| + 33344538 | 2160 |

## TABLE ABBREGE'E

### POUR TROUVER LES LOGARITHMES ET LEURS NOMBRES BEAUCOUP PLUS EXACTEMENT.

5. COmme il eſt néceſſaire en certaines ſupputations importantes d'avoir des logarithmes encore plus éxacts ou qui aient plus de huit chiffres, & de trouver auſſi leurs nombres d'une maniére plus éxacte & plus juſte, lorſqu'il y a des fractions ; on pourra ſe ſervir de la Table ſuivante, qui peut s'étendre, quoy qu'avec plus de peine, juſques à trouver tous les logarithmes des nombres compris entre 1 & 1000000000, en ſorte qu'à peine y aura-t-il erreur de l'unité au 10^e^ chiffre, ou du milliéme d'un millionniéme. Et les nombres à qui les logarithmes appartiennent ſe pourront auſſi trouver avec la même éxactitude, encore même qu'il y ait des fractions. La premiére bande A comprend les 9 premiers termes de la progreſſion de 10 à 100, & leurs logarithmes à côté ; & la ſeconde B les 9 premiers nombres & leurs logarithmes ; & la troiſiéme C comprend des unitez & des 10^es^ de l'unité & les logarithmes à côté ; & la quatriéme D comprend auſſi des unitez avec des 100^es^ & les logarithmes à côté ; & ainſi du reſte. Et ſi l'on veut joindre cette Table à la précédente, on la pourra pouſſer plus facilement juſques au logarithme de 10000000, & s'en ſervir encore pour trouver tous les nombres des logarithmes avec aſſez d'éxactitude. Mais il faudra dans ces rencontres rettancher quatre chiffres, ſe ſouvenant toûjours d'ajoûter 1, lorſque le neuviéme eſt plus grand que 4.

*Table*

Digitized by Google

*Table pour les Logarithmes.*

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $10^1$ | 10000000.0000 | 1001 | 00004340.7748 | 10000001 | 00000000.4343 |
| $10^2$ | 20000000.0000 | 1002 | 00008677.2153 | 10000002 | 00000000.8686 |
| $10^3$ | 30000000.0000 | 1003 | 00013009.5302 | 10000003 | 00000001.3029 |
| $10^4$ | 40000000.0000 | 1004 | 00017337.1281 | 10000004 | 00000001.7372 |
| $10^5$ | 50000000.0000 | 1005 | 00021660.6176 | 10000005 | 00000002.1715 |
| $10^6$ | 60000000.0000 | 1006 | 00025979.8072 | 10000006 | 00000002.6058 |
| $10^7$ | 70000000.0000 | 1007 | 00030294.7055 | 10000007 | 00000003.0401 |
| $10^8$ | 80000000.0000 | 1008 | 00034605.3211 | 10000008 | 00000003.4744 |
| $10^9$ | 90000000.0000 | 1009 | 00038911.6624 | 10000009 | 00000003.9086 |
| 1 | 00000000.0000 | 10001 | 00000434.2728 | 100000001 | 00000000.0434 |
| 2 | 03010299.9566 | 10002 | 00000868.5021 | 100000002 | 00000000.0869 |
| 3 | 04771212.5472 | 10003 | 00001302.6881 | 100000003 | 00000000.1303 |
| 4 | 06020599.9133 | 10004 | 00001736.8506 | 100000004 | 00000000.1737 |
| 5 | 06989700.0434 | 10005 | 00002170.0197 | 100000005 | 00000000.2171 |
| 6 | 07781512.5038 | 10006 | 00002604.9855 | 100000006 | 00000000.2606 |
| 7 | 08450980.4001 | 10007 | 00003038.9978 | 100000007 | 00000000.3040 |
| 8 | 09030899.8699 | 10008 | 00003472.9669 | 100000008 | 00000000.3474 |
| 9 | 09542425.0944 | 10009 | 00003906.8925 | 100000009 | 00000000.3909 |
| 11 | 04139268516 | 100001 | 00000043.4292 | 1000000001 | 00000000.0043 |
| 12 | 07918124605 | 100002 | 00000086.8580 | 1000000002 | 00000000.0087 |
| 13 | 11394335231 | 100003 | 00000130.2864 | 1000000003 | 00000000.0130 |
| 14 | 14612803568 | 100004 | 00000173.7143 | 1000000004 | 00000000.0174 |
| 15 | 17609125906 | 100005 | 00000217.1418 | 1000000005 | 00000000.0217 |
| 16 | 20412199.8266 | 100006 | 00000260.5689 | 1000000006 | 00000000.0261 |
| 17 | 23044893.2138 | 100007 | 00000303.9955 | 1000000007 | 00000000.0304 |
| 18 | 25527250510 | 100008 | 00000347.4217 | 1000000008 | 00000000.0347 |
| 19 | 27875360095 | 100009 | 00000390.8474 | 1000000009 | 00000000.0391 |
| 101 | 00432137378 | 1000001 | 00000004.3429 | 10000000001 | 00000000.0004 |
| 102 | 00860017176 | 1000002 | 00000008.6859 | 10000000002 | 00000000.0009 |
| 103 | 01283724471 | 1000003 | 00000013.0288 | 10000000003 | 00000000.0013 |
| 104 | 01703333930 | 1000004 | 00000017.3717 | 10000000004 | 00000000.0017 |
| 105 | 02118929907 | 1000005 | 00000021.7147 | 10000000005 | 00000000.0022 |
| 106 | 02530588526 | 1000006 | 00000026.0576 | 10000000006 | 00000000.0026 |
| 107 | 02938377769 | 1000007 | 00000030.4005 | 10000000007 | 00000000.0030 |
| 108 | 03342375549 | 1000008 | 00000034.7434 | 10000000008 | 00000000.0035 |
| 109 | 03742649794 | 1000009 | 00000039.0863 | 10000000009 | 00000000.0039 |

## IV PROBLEME.

6. *Pour trouver avec le secours des deux Tables à quel nombre appartient un logarithme qu'on propose.*



Digitized by Google

On prendra dans la grande le plus grand logarithme que celuy qu'on propose renferme, & on marquera quel en est nombre, & on ôtera le petit logarithme du grand. On cherchera ensuitte dans la petite Table quel logarithme approche plus du reste, & on l'ôtera de ce même reste. Et on ôtera encore du nouveau reste le plus grand logarithme de la petite Table, qu'il pourra renfermer, & du troisiéme reste encore le plus grand de la même Table qui s'y trouvera. Et ainsi de suitte jusques au dernier reste, & toûjours sans avoir égard aux quatre derniers chiffres. Et aprés qu'on aura fait tous ces retranchemens successifs, on prendra tous les nombres ausquels appartiennent les logarithmes retranchez. Et leur produit résoudra la question. Si le premier chiffre du logarithme qu'on propose est trop grand, on le changera, & même on l'ôtera si on veut. Mais on multipliera dans ce cas le dernier produit par le nombre auquel appartient le caractéristique retranché. Les éxemples éclairciront ceci.

PREMIER EXEMPLE.

Pour trouver à quel nombre appartient le logarithme 39531250. Je prens dans la premiére Table le logarithme 39530828 qui en approche plus au dessous, & leur différence 422. Et j'ôte de cette différence le plus grand logarithme 391 de la petite Table qu'elle peut contenir, & qui est à côté de la fraction décimale $\frac{100009}{100000}$. Et du second reste 31 j'ôte encore le petit logarithme 30 de la fraction décimale $\frac{1000007}{1000000}$, ce qui laisse encore un reste 1, qui est à peu prés le logarithme de la fraction décimale $\frac{10000003}{10000000}$. Et le produit des nombres 8976, $\frac{100009}{100000}$, $\frac{1000007}{1000000}$, $\frac{10000003}{10000000}$, sera le nombre auquel apartient le logarithme proposé. Si je veux négliger les deux derniéres fractions décimales $\frac{1000007}{1000000}$ & $\frac{10000003}{10000000}$; le produit de 8976 par $\frac{100009}{100000}$, & qui est $8976\frac{80784}{100000}$, sera une valeur assez approchante. Et si on

| *Logarithmes.* | *Nombres.* | |
|---|---|---|
| + 39531250 | | 8976..... |
| — 39530828 | 8976 | 2ϕϕϕϕϕ |
| + 00000422 | | 80784 |
| | | 897680784 ..... 1er *produit* |
| — 00000391 | 100009 / 100000 | 2ϕϕϕϕϕη |
| | | 6283765488 |
| + 00000031 | | 8976870677654 88 ..... 2d *produit* |
| — 00000030 | 1000007 / 1000000 | 2ϕϕϕϕϕϕχ |
| | | 26930612032964 64 |
| + 00000001 | | *Numérateur* 897687337071608329646 4 3e *produit* |
| — 00000001 | 10000003 / 10000000 | *Dénominateur* 10000000000000000 . |
| 00000000 | | |

Digitized by Google

en veut ôter encore les trois figures 784 du numérateur, en les changeant en 000 ; le nombre $8976\frac{80000}{100000}$ ou $8976\frac{4}{5}$ pourra ſuffire dans les pratiques ordinaires.

SECOND EXEMPLE.

Pour trouver à quel nombre appartient le logarithme 64831401. Je change 6 en 3, & je prens dans la Table le logarithme 34830164 qui approche le plus du logarithme 34831401, & qui appartient au nombre 3041. J'ôte enſuitte le moindre logarithme du plus grand; & j'ôte encore de la différence 1237 le plus grand logarithme 869 qu'elle peut contenir dans la petite Table, & qui eſt à côté de la fraction décimale $\frac{10002}{10000}$. Et du ſecond reſte 368 j'ôte encore le petit logarithme 347 de la fraction décimale $\frac{100008}{100000}$. Et du troiſiéme reſte 21 j'ôte à ſon tour le petit logarithme 17 de la fraction décimale $\frac{1000004}{1000000}$. Et enfin du dernier reſte 4 j'ôte le logarithme 3 de la fraction décimale $\frac{10000007}{10000000}$, & je neglige le petit reſte 1. Et le produit des nombres 3041, $\frac{10002}{10000}$, $\frac{100008}{100000}$, $\frac{1000004}{1000000}$, $\frac{10000007}{10000000}$ ſera le nombre auquel appartient le logarithme propoſé. Mais je me contente de prendre les huit premiers chiffres de ce produit qui en peut avoir 26. Et j'ajoûte 1 au nombre 30418658 qui comprend les 8 premiers chiffres, à cauſe des petits reſtes que j'ai négligé, & qui pourroient fournir encore quelque choſe. Et parceque le caractériſtique 3 eſt pour tous les nombres où il y a 4 chiffres; ſi je diviſe 30418659 par 10000; l'expoſant $3041\frac{8659}{10000}$

| *Logarithmes.* | *Nombres.* | |
|---|---|---|
| + 64831401 | | |
| — 30000000 | 1000 | 3041 .... |
| + 34831401 | | 2φφφx |
| — 34830164 | 3041 | 6082 |
| + 00001237 | | 30416082 ..... 1er *produit* |
| — 00000869 | 10002 | 2φφφφ8 |
| | 10000 | 243328656 |
| + 00000368 | | 304185128656 ..... 2d *produit* |
| — 00000347 | 100008 | 2φφφφφx |
| | 100000 | 12167406114624 |
| + 00000021 | | 3041863696062xx2x8xx 3e *produit* |
| — 00000017 | 1000004 | 2φφφφφφ7 |
| | 1000000 | 21293 *&c.* |
| + 00000004 | | *Numérateur* 30418658253 *&c.* 4e *produit* |
| — 00000003 | 10000007 | *Dénominateur* 1000000 |
| | 10000000 | |
| 00000001 | | |



Digitized by Google

ſera le nombre du logarithme 34831401. C'eſt pourquoy remettant au lieu de 3 le caractériſtique 6, on multipliera le nombre $3041\frac{8619}{10000}$ par le nombre 1000 du caractériſtique 3 qu'on avoit retranché. Et le produit $3041865\frac{9}{10}$ ſera le nombre du logarithme 64831401 qu'on avoit d'abord propoſé.

## COROLLAIRE ET PROBLEME V.

7. *POur trouver avec le ſecours ſeul de la petite Table à quel nombre appartient le logarithme qu'on propoſe.*

On ôtera le caractériſtique de ce logarithme. Et on obſervera le reſte comme au problême précédent.

PREMIER EXEMPLE.

Pour trouver à quel nombre appartient le logarithme 36606757883. Je change en 0 ſon caractériſtique 3. Et du reſte 06606757883 je retranche le plus grand logarithme 06020599913 de la petite Table qu'il peut contenir, & j'en marque le nombre 4 à côté. Et du reſte 00586157970 j'ôte encore le logarithme 00413926852 de la fraction décimale $\frac{11}{10}$. Et du nouveau reſte

| *Logarithmes.* | *Nombres.* | |
|---|---|---|
| + 36606757883 | | 4. |
| — 36020599913 | 4000 | 22 |
| + 00586157970 | | 4 |
| | | 44.. 1er *produit* |
| — 00413926852 | 11 | 2φ4 |
| | 10 | 176 |
| + 00172231118 | | 4576.... 2d *produit* |
| — 00170333393 | 104 | 2φφφ4 |
| | 100 | 18304 |
| + 00001897725 | | 45778304..... 3e *produit* |
| — 00001736831 | 10004 | 2φφφφ3 |
| | 10000 | 137334912 |
| + 00000160894 | | 4577967734912..... |
| — 00000130286 | 100003 | 2φφφφφ7 |
| | 100000 | 320456741443 84 |
| + 00000030608 | | 45779997805861443 84..... |
| — 00000030401 | 1000007 | 2φφφφφφ4 |
| | 1000000 | 183119991223445775356 |
| + 00000000207 | | 45779999637φφ23φφφ7777777356 |
| — 00000000174 | 100000004 | 2φφφφφφφ7 |
| | 100000000 | 320459997459 &c. |
| + 00000000033 | | *Numérateur* 45779999957 &c. 6e *produit* |
| — 00000000030 | 1000000007 | *Dénominateur* 10000000 |
| | 1000000000 | |
| + 00000000003 | | |

00172231118, j'ôte auſſi le logarithme 00170333393 de la fraction décimale $\frac{104}{100}$. Et du reſte 00001897725 j'ôte de la même maniére le logarithme 00001736831 de la fraction décimale $\frac{10004}{10000}$. Et du reſte 00000160894 j'ôte à ſon tour le logarithme 00000130286 de la fraction décimale $\frac{100003}{100000}$. Et du reſte 00000030608 j'ôte encore le logarithme 00000030401 de la fraction décimale $\frac{1000007}{1000000}$. Et du reſte 00000000207 j'ôte le logarithme même 00000000174 de la fraction décimale $\frac{100000004}{100000000}$. Et enfin du reſte 00000000033 j'ôte le logarithme 00000000030 de la fraction $\frac{1000000007}{1000000000}$, & je néglige ce qui reſte. Et le produit des nombres 4, $\frac{11}{10}$, $\frac{104}{100}$, $\frac{10004}{10000}$, $\frac{100003}{100000}$, $\frac{1000007}{1000000}$, $\frac{100000004}{100000000}$, $\frac{1000000007}{1000000000}$, réſoudra la queſtion. On peut négliger les deux derniers de ces divers nombres, & ſe contenter des ſept premiers chiffres du produit 4577999. Car les ayant diviſé par 1000, parceque le caractériſtique 3 ſignifie que le produit qu'on cherche ne doit avoir que 4 chiffres, le nombre ſera $4577\frac{999}{1000}$. Et ſi on luy ajoûte $\frac{1}{1000}$ à cauſe des chiffres ſuivans qu'on retranche, & qui en approchent fort étant diviſez comme il faut; on trouvera que le nombre du logarithme propoſé 36606757883 eſt enfin le nombre entier 4578.

On le trouveroit plus facilement, ſi on retranchoit d'abord du logarithme 06606757883 le logarithme 04771212547 de 3, & du reſte 01835545336 le logarithme 01461280356 de $\frac{14}{10}$, & du ſecond reſte 00374264980 le logarithme 00374264979 de la fraction décimale $\frac{109}{100}$. Car le produit des trois nombres 3, $\frac{14}{10}$, $\frac{109}{100}$, eſt $\frac{4578}{1000}$. Et ſi on le multiplie par le nombre

| *Logarithmes.* | *Nombres.* | |
|---|---|---|
| + 36606757883 | | |
| — 30000000000 | 1000 | 3. |
| + 06606757883 | | 24 |
| — 04771212547 | 3 | 12 |
| + 01835545336 | | 42.. 1er *produit* |
| — 01461280356 | $\frac{14}{10}$ | 2ϕϕ |
| + 00374264980 | | 378 2d *produit & numérateur.* |
| — 00374264979 | $\frac{109}{100}$ | 1 *dénominateur.* |
| + 00000000001 | | |

1000 auquel appartient le caractériſtique 3 qu'on avoit retranché ; le produit 4578 eſt comme auparavant le nombre à qui le logarithme qu'on propoſe appartient.

### SECOND EXEMPLE.

Pour trouver à quel nombre appartient le logarithme 34831400744. Je change en 0 ſon caractériſtique 3. Et je retranche du reſte 04831400744 le logarithme 04771212547 qui eſt à côté du nombre naturel 3. Et j'ôte encore du reſte 00060188197 le logarithme 00043213738 de la fraction décimale $\frac{101}{100}$. Et du reſte 00016974459 j'ôte le logarithme 00013009330 de $\frac{1003}{1000}$, & du reſte 00003965129 j'ôte auſſi le logarithme 00003906893 de la fraction $\frac{10009}{10000}$. Et du reſte 00000058236 j'ôte à ſon tour le logarithme 00000043429 de la fraction $\frac{100001}{100000}$. Et du reſte 00000014807 j'ô-

| *Logarithmes.* | *Nombres.* | |
|---|---|---|
| + 34831400744 · | | |
| — 30000000000 | 1000 | 3 · · |
| | | 2 ϕ 2 |
| + 04831400744 | | |
| — 04771212547 | 3 | · 3 |
| | | 303 . . . 1er *produit* |
| + 00060188197 | | 2 ϕ ϕ 3 |
| — 00043213738 | 101 / 100 | 909 |
| | | 303909 . . . . 2d *produit* |
| + 00016974459 | | 2 ϕ ϕ ϕ 9 |
| — 00013009330 | 1003 / 1000 | 2735181 |
| | | 304182518 1 . . . . . 3e *produit* |
| + 00003965129 | | 2 ϕ ϕ ϕ ϕ 2 |
| — 00003906893 | 10009 / 10000 | 304182518 1 |
| | | 304185559925181 . . . . . 4e *produit* |
| + 00000058236 | | 2 ϕ ϕ ϕ ϕ ϕ 3 |
| — 00000043429 | 100001 / 100000 | 912556679775543 |
| | | 304186472481860777777 |
| + 00000014807 | | 2 ϕ ϕ ϕ ϕ ϕ ϕ 2 |
| — 00000013028 8 | 1000003 / 1000000 | 1216745889 92744 |
| | | 304186594166 &c. 5e *produit* |
| + 00000001778 3 | | 2 ϕ ϕ ϕ ϕ ϕ ϕ ϕ 9 |
| — 00000001737 2 | 10000004 / 10000000 | 27376793 47 · |
| | | *Numerat.* 304186596904 &c. 6e *produit* |
| + 00000000041 1 | | *Denominateur* 100000000 |
| — 00000000039 1 | 1000000009 / 1000000000 | |
| 00000000001 0 | | |

Digitized by Google

te auſſi le logarithme 0000001 3029 de $\frac{1000001}{1000000}$. Et du reſte 00000001778 j'ôte encore le logarithme 00000001737 de la fraction $\frac{10000004}{10000000}$. Et enfin du reſte 0000000041 j'ôte le même logarithme 00000000039 de la fraction $\frac{1000000009}{1000000000}$. Et le produit des nombres 3, $\frac{101}{100}$, $\frac{1003}{1000}$, $\frac{10009}{10000}$, $\frac{100001}{100000}$, $\frac{1000003}{1000000}$, $\frac{10000004}{10000000}$, $\frac{1000000009}{1000000000}$, dont je prens ſeulement les 8 premiers chiffres, étant multiplié par 1000 donnera le nombre $3041\frac{8659}{10000}$ du logarithme qu'on propoſe.

## VI PROBLEME.

8. *Pour trouver avec le ſecours des deux Tables le logarithme d'un nombre qu'on propoſe.*

On prendra dans la grande le logarithme des quatre premiers chiffres, ou des cinq premiers, s'il ſe peut. Et on diviſera le nombre qu'on propoſe, premiérement par celuy que les quatre ou cinq premiers chiffres expriment, juſques au premier expoſant qui précéde leurs rangs. Et aprés avoir multiplié le diviſeur par tout l'expoſant, on formera du produit un nouveau diviſeur avec lequel on ſe réglera de la même ſorte, & on en formera enſuitte un troiſiéme. Et ainſi du reſte, comme on peut l'obſerver dans l'exemple ſuivant. Et à la fin on ajoûtera enſemble les divers logarithmes de tous les diviſeurs, & leur ſomme recevant le caractériſtique qui eſt propre au nombre réſoudra la queſtion.

### PREMIER EXEMPLE.

Pour trouver le logarithme du nombre 30418515. Je diviſe ce nombre par 3041 pour avoir ſeulement le premier expoſant 1, & enſuitte je diviſe tout ce même nombre par 3041 juſques à ce que j'aye l'expoſant 10002. Et multipliant le diviſeur 3041 par tout l'expoſant 10002, je prens pour nouveau diviſeur le produit même 30416082; & je diviſe par ce nombre celuy qu'on propoſe augmenté de pluſieurs zéro, afin que le diviſeur puiſ-

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| + 30418515 | | | | |
| ζφ4ι ξ1 | | | | |
| — 3041 | | | *Nombres.* | *Logarithmes.* |
| + ....8515 | 3041 | | 3041 | 34830164 |
| ....ζφ4ι ξ2 | 2φφφ2 | | 10001 | 00000868 |
| — ....6082 | 6082 | | 10000 | |
| + ....243300000 | 30416082 | | 100008 | 00000347 |
| .....ζφ4ιφφ82 | 2φφφφ8 | | 100000 | |
| — ....2433286φ56 ξ8 | 2433286φ56 | | 10000 | 40000000 |
| .... 0000 | 30418515 | | 30418515 | 74831379 |

Digitized by Google

ſe parcourir les rangs. Et lorſque j'ai trouvé l'expoſant 100008, je le multiplie par le diviſeur 30416082 ; négligeant néanmoins tous les chiffres qui ſuivent les 8 premiers. Et parceque je trouve le nombre 30418515, qui revient à celuy qu'on propoſe ; je m'arrête là. Et je prens les logarithmes des nombres 3041, $\frac{10001}{10000}$, $\frac{100008}{100000}$. Et leur ſomme 34831380 eſt déja le logarithme de $3041\frac{8515}{10000}$. De ſorte que ſi on ajoûte 4 au caractériſtique 3 ; le logarithme de 30418515 ſera 74831380.

### Second exemple.

Pour trouver le logarithme de 29668205. On ſe conduira comme au premier éxemple. Et le nombre 74722909 réſoudra la queſtion.

| | | | |
|---|---|---|---|
| + 29668205 | | | |
| ϛϛϕ ℓ1 | | | |
| — 2966 | | | |
| + ....8205 | 2966 | | |
| ....ϛϛϕϕ | ϛϕϕϕz | *Nombres.* | *Logarithmes.* |
| — ....5932 ℓ2 | 5932 | 2966 | 34721711 |
| + ....217300000 | 29665932 | 10001 | 00000869 |
| .....ϛϕϕϕϕϕϕ | ϛϕϕϕϕϕϕ | 10000 | |
| — ....20766 ℓ7 | 20766 &c | 100007 | 00000304 |
| + .....19638476 | 296680086 &c | 100000 | |
| .....ϛϕϕϕϕϕϕϕ &c | ϛϕϕϕϕϕϕϕ | 1000006 | 00000016 |
| — .....1780080 &c ℓ6 | 1780 &c | 1000000 | |
| + .....183767 &c | 296681866 &c | 10000026 | 00000003 |
| .....ϛϕϕϕϕ &c ℓ2 | ϛϕϕϕϕϕϕϕϕ | 10000000 | |
| — .....178009 &c | 178 &c | 10000 | 40000000 |
| ..... 8758 | 296682044 &c | 29668205 | 74722909 |

## COROLLAIRE ET PROBLEME VII.

9. *ET pour trouver avec le ſecours ſeul de la petite Table le logarithme d'un nombre qu'on propoſe.*

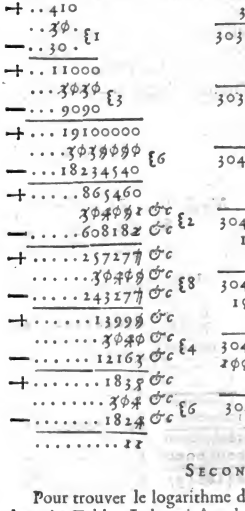
On prendra pour premier diviſeur de ce nombre le premier chiffre ſeul, ou les deux premiers, s'il ſe peut. Et le reſte s'achèvera comme au problême précédent.

### Premier exemple.

Pour trouver le logarithme du nombre 3041 avec le ſecours ſeul de la petite Table. Je luy ajoûte pluſieurs zéro, afin que les diviſeurs puiſſent parcourir les rangs juſques où il eſt néceſſaire. Et conſidérant le premier chiffre 3 j'en fais le premier diviſeur,& l'expoſant eſt 1. Et l'avançant d'un rang, le ſecond expoſant eſt 10. Et le produit 30 de 3 par 10, diviſant de

Digitized by Google

de nouveau 3041, l'exposant est 101. Si donc je le multiplie par 30, le produit 3030 me servira pour diviser 3041000, & pour trouver un exposant nouveau 1003. Je multiplie donc encore le diviseur 3030 par l'exposant 1003, & le produit 3039090 me sert pour diviser 3041000000, ce qui donne l'exposant 10006. Et j'en trouve de la même sorte un cinquiéme 100002, & ensuitte un sixiéme 1000008, & encore un septiéme 10000004, & un huitiéme 100000006, & le dernier est nul. Je prens donc alors dans la petite Table les logarithmes des divers diviseurs 3, 10, $\frac{101}{100}$, $\frac{1003}{1000}$, $\frac{10006}{10000}$, $\frac{100002}{100000}$, $\frac{1000008}{1000000}$, $\frac{10000004}{10000000}$, $\frac{100000006}{100000000}$, 100. Et leur somme 3483016420 est le logarithme du nombre proposé 3041.



| Nombres. | Logarithmes. |
|---|---|
| 3 | 0477121254 72 |
| 10 | 1000000000 00 |
| $\frac{101}{100}$ | 0004321373 78 |
| $\frac{1003}{1000}$ | 0001300933 02 |
| $\frac{10006}{10000}$ | 0000260498 55 |
| $\frac{100002}{100000}$ | 0000008685 80 |
| $\frac{1000008}{1000000}$ | 0000003474 34 |
| $\frac{10000004}{10000000}$ | 0000000173 72 |
| $\frac{100000006}{100000000}$ | 0000000026 06 |
| 100 | 2000000000 00 |
| $\frac{99999}{100000}$ | 3483016420 99 |

## Second exemple.

Pour trouver le logarithme du nombre 804186597 avec le secours de la petite Table. Je luy ajoûte des zéro selon qu'il est nécessaire, afin que les divers diviseurs puissent parcourir les rangs. Et je le divise d'abord par le produit 800 des nombres 8 & 100. Et l'exposant est 1. Et je le divise

encore par 800 jusques à l'exposant 1005. Je multiplie ensuitte le diviseur 800 par l'exposant 1005, & le produit 804000 est un second diviseur. C'est pourquoi divisant 8041865970 par 804000, l'exposant est 10002, qui sert à son tour pour en trouver un troisiéme 100003, & celuy-ci un quatriéme 1000001, qui en fournit encore un cinquiéme 100000007, qui donne enfin le huitiéme 1000000009. C'est pourquoi je prens dans la petite Table les logarithmes des divers diviseurs 8, $\frac{1005}{1000}$, $\frac{10002}{10000}$, $\frac{100003}{100000}$, $\frac{1000001}{1000000}$, $\frac{100000007}{100000000}$, $\frac{1000000009}{1000000000}$. Et j'ajoûte à leur somme le caractéristique 8 des logarithmes qui appartiennent aux nombres où il y a 9 chiffres. Et la somme entiére 8905355729 90 est le logarithme du nombre proposé 8041865 97. Et on trouveroit de la même sorte que le logarithme du nombre 5041851529 est 9483138025. Et ainsi des autres.

Si cette Table étoit augmentée par tout de plusieurs chiffres, & prolongée jusques aux parties où le dénominateur est de 15 ou 20 chiffres; on trouveroit par son moyen une multitude incroyable de logarithmes, & les nombres qui leur seroient propres. Les deux derniers problêmes ne sont pas ordinairement d'usage, quoi qu'ils soient curieux. Ils peuvent pourtant beaucoup abbréger diverses opérations longues & difficiles. On voit assez que les démonstrations de tout ce qu'on a dit ici sur les logarithmes est appuyé

| | | | |
|---|---|---|---|
| + 8041865970 | 800 | | |
| 8φφ | 2φφ8 | | |
| — 800 | 4000 | | |
| + ..4186597 | 804000 | *Nombres.* | *Logarithmes.* |
| ...8φφ ℓ5 | 2φφφ2 | 8 | 0903089986 99 |
| —..4000 | 1608000 | 1005 | 0002166061 76 |
| + ...1865970 | 8041608000 | 1000 | |
| ....8φ4φφφ ℓ2 | 2φφφφ7 | 10002 | 0000086850 21 |
| —...1608000 | 241248 &c | 10000 | |
| + .... 25797000 | 8041849248 &c | 100003 | 0000013018 64 |
| .....8φ42φ8 ℓ3 | 2φφφφφ2 | 100000 | |
| —....2412 4824 | 16083 &c | 1000001 | 0000000868 59 |
| + ..... 1672176 | 8041865331 &c | 1000000 | |
| .....8φ4184 &c | 2φφφφφφφ7 | 100000007 | 0000000030 4● |
| —.....1608368 &c ℓ2 | 562 &c | 100000000 | |
| + ..... 63808 &c | 8041865893 &c | 100000009 | 0000000003 90 |
| .....8φ41 &c ℓ7 | 2φφφφφφφφ9 | 1000000000 | |
| —..... 5628 &c | 72 &c | 1000000000 | 8000000000 00 |
| + ..... 752 &c | 8041865965 &c | 8041865970 | 8905355729 89 |
| .....8φ &c ℓ9 | | | |
| —..... 72 &c | | | |
| ..... ..3 | | | |

Digitized by Google

ſur ce principe, que ce qu'on fait par addition & par ſouſtraction dans les logarithmes, ſe fait par multiplication & par diviſion dans les nombres auſquels ils appartiennent.

## VIII PROBLEME.

10. *Pour trouver par les logarithmes un quatriéme proportionel à trois nombres.*

On prendra la ſomme des logarithmes des moyens, & on ôtera de la même ſomme le logarithme du premier. Et le reſte ſera le logarithme du quatriéme.

### Premier exemple.

Pour multiplier 654 par 27. Il eſt viſible que l'unité eſt à l'un de ces nombres comme l'autre eſt au produit qu'on cherche. C'eſt pourquoi ſi on prend les logarithmes des moyens 654 & 27, qui ſont 28155777 & 14313638, & qu'on les ajoûte en une ſomme 42469415; le logarithme de l'unité qui eſt 00000000 étant retranché de la ſomme, laiſſera pour reſte cette même ſomme, qui ſera le logarithme du produit 17658. On trouvera de la même ſorte que le produit de 349 par 52 eſt 18148.

| *Logarithmes.* | *Nombres.* |
|---|---|
| + 28155777 | 654 |
| + 14313638 | *par* 27 |
| *Somme* 42469415. | *Produit* 17658. |

| *Logarithmes.* | *Nombres.* |
|---|---|
| + 25428254 | 349 |
| + 17160033 | *par* 52 |
| *Somme* 42588287. | *Produit* 18148. |

### Second exemple.

Pour diviſer 17658 par 27. Il eſt viſible que le diviſeur 27 eſt à l'unité, comme le nombre à diviſer 17658 eſt à l'expoſant. C'eſt pourquoi ſi on prend la ſomme des logarithmes des moyens 1 & 17658, qui ſont 00000000 & 42469415, & qu'on ôte enſuitte de la même ſomme 42469415 le logarithme du premier terme 27, qui eſt 14313638; le reſte 28155777 ſera le logarithme de l'expoſant 654 que l'on cherche.

| *Logarithmes.* | *Nombres.* |
|---|---|
| + 42469415 | *Produit* 17658 |
| — 14313638 | *Diviſeur* 27 |
| *Reſte* + 28155777. | *Expoſant* 654. |

| *Logarithmes.* | *Nombres.* |
|---|---|
| + 42469415 | *Produit* 17658 |
| — 28155777 | *Diviſeur* 654 |
| *Reſte* + 14313638. | *Expoſant* 27. |

| *Logarithmes.* | *Nombres.* |
|---|---|
| + 42588287 | *Produit* 18148 |
| — 17160033 | *Diviſeur* 52 |
| *Reſte* + 35428254. | *Expoſant* 349. |

| *Logarithmes.* | *Nombres.* |
|---|---|
| + 42588287 | *Produit* 18148 |
| — 35428254 | *Diviſeur* 349 |
| *Reſte* + 17160033. | *Expoſant* 52. |



Digitized by Google

### TROISIEME EXEMPLE.

Pour trouver un quatriéme nombre proportionel aux trois 6, 15, 26. On ajoûtera en une ſomme les deux logarithmes des moyens 15 & 26, qui ſont 11760913 & 14149734, & de la ſomme 25910647 on ôtera le logarithme du premier 6, qui eſt 07781513. Et le reſte 18129134 ſera le logarithme du quatriéme proportionel 65 que l'on cherche.

Il y en a qui le trouvent d'une autre manière. Ils prennent le logarithme 100000000 de 100000000, & ils en retranchent celuy du premier terme 6. Et ils ajoûtent enſuitte au reſte les deux logarithmes des moyens; & effaçant le premier chiffre 1 dans la ſomme, ils trouvent au juſte le logarithme du quatriéme terme. Lorſqu'on retranche un logarithme de celuy dont le caractériſtique eſt 10, & où il n'y a que des zéro, le reſte s'appelle *complement* du logarithme retranché.

| *Nombres.* | *Logarithmes.* |
|---|---|
| 2d 15 | + 11760913 |
| 3e 26 | + 14149734 |
| *Somme* | + 25910647 |
| 1er 6 | — 07781513 |
| 4e 65 | *Reſte* + 18129134 |

| *Nombres.* | *Logarithmes.* |
|---|---|
| *Produit* $10^8$ | + 100000000 |
| *Diviſeur* 6 1er *terme.* | — 07781513 |
| *Expoſant* $\frac{10^8}{6}$ | + 92218487 |
| 2d *terme* 15 | + 11760913 |
| 3e *terme* 26 | + 14149734 |
| 4e *terme* 65 ∞ $\frac{10^8 26^1 15^1}{10^8 6}$. | *218129134* |

### QUATRIEME EXEMPLE.

Pour trouver un quatriéme proportionel aux trois nombres 425, 525, $18952\frac{2}{3}$. On prendra la ſomme des logarithmes des moyens 525 & $18952\frac{2}{3}$; & on en ôtera le logarithme du premier terme 425. Et le reſte ſera le logarithme du quatriéme proportionel $23690\frac{8}{9}$. Mais il y a d'autres uſages plus importans des logarithmes que ceux-ci. Et même lorſqu'on a quelque facilité pour les opérations des nombres, on peut quelquesfois finir une opération dans le temps qu'on emploie à chercher les logarithmes. Chacun en ces rencontres peut choiſir la voie qu'il trouve la plus courte. Je ne dis rien ici du ſecours des logarithmes en Géometrie. Je me

| *Nombres.* | *Logarithmes.* |
|---|---|
| 2d 525 | + 27201593 |
| 3e $18952\frac{2}{3}$ | + 42776703 |
| *Somme* | + 69978296 |
| 1er 425 | — 26232493 |
| 4e $23690\frac{8}{9}$. | *Reſte* + 43745803 |

| *Nombres.* | *Logarithmes.* |
|---|---|
| 2d 97345 | + 49883136 |
| 3e 86799 | + 49385147 |
| *Somme* | + 99268283 |
| 1er 19948 | — 42998994 |
| 4e 423574. | *Reſte* + 56269289 |

Digitized by Google

contenterai de marquer en ce lieu un ſeul de leurs uſages, qui en vaut beaucoup d'autres.

## PROBLEME IX.

11. *Pour trouver entre deux nombres par les logarithmes tels & tant de moyens proportionels qu'on voudra.*

On ôtera le logarithme du moindre des deux nombres de celuy du plus grand, que je prens pour le premier. Et on ajoûtera au moindre logarithme une moitié du reſte, ſi l'on ne ſuppoſe qu'un moyen proportionel entre les deux nombres. Et on n'ajoûtera qu'un tiers du reſte au moindre logarithme, ſi l'on ſuppoſe deux moyens; & on ajoûtera ſeulement un quart, ou un cinquiéme, ou un ſixiéme, ou un ſeptiéme de ce même reſte, &c; ſelon qu'on voudra ſuppoſer trois, ou quatre, ou cinq, ou ſix moyens, &c. Et la ſomme qu'on découvrira ſera toûjours le logarithme du moindre des moyens qu'on demande. Et le logarithme recevant auſſi la partie ajoûtée au moindre logarithme donnera le logarithme du moyen qui ſuit de plus prés celuy qu'on a trouvé. Et on trouvera de la même ſorte tel autre qu'on voudra. Les exemples éclairciront & fixeront ces régles, qui ſe peuvent même appliquer à étendre les termes de la progreſſion au delà des termes propoſez. Mais il faut retrancher la petite partie du reſte, du moindre logarithme, & la retrancher auſſi des reſtes qu'on trouvera enſuitte, lorſqu'on voudra paſſer au delà du moindre des deux termes qu'on donne.

### PREMIER EXEMPLE.

Pour trouuer la racine quarrée de 8041865. Il eſt viſible que cette racine inconnuë eſt moyenne proportionelle entre l'unité & le nombre qu'on propoſe. Si donc on prend les deux logarithmes de l'unité & du nombre 8041865, qui ſont 00000000 & 69053568, & qu'on ôte le premier du ſecond; la moitié du reſte 69053568 donnera le logarithme 34526784 de la racine approchée $2835\frac{4}{5}$ qui réſoût la queſtion. Et on trouvera de la même ſorte que la racine quarrée de 19349875 eſt à peu prés $4398\frac{4}{5}$.

| | *Nombres.* | *Logarithmes.* | | *Nombres.* | *Logarithmes.* |
|---|---|---|---|---|---|
| | $8041\frac{865}{1000}$ | 39053568 | | $19349\frac{875}{1000}$ | 42866781 |
| | 1000 | 30000000 | | 1000 | 30000000 |
| *Produit* | 8041865 | 69053568 ☞ 2B | *Produit* | 19349875 | 72866781 |
| *Sa racine* 2e | $2835\frac{4}{5}$ | 34526784 ☞ 1B | *Sa racine* | $4398\frac{4}{5}$ | 36433390 |

### SECOND EXEMPLE.

Pour trouver la racine cubique de 938313739. Comme elle eſt la pre-

miere des deux moyennes proportionelles entre 1 & le nombre proposé; ſi on prend les deux logarithmes de l'unité & du nombre 938313739, qui ſont 00000000 & 89723481, & qu'on ôte le premier du ſecond; le tiers du reſte 89723481 donnera le logarithme 29907827 de la juſte racine cubique 979 que l'on cherche. Et on trouvera de la même ſorte que la racine cubique de 193498755 eſt preſque $578\frac{2}{5}$.

| *Nombres.* | *Logarithmes.* |
|---|---|
| $9383\frac{13739}{100000}$ | 39723481 |
| 100000 | 50000000 |
| *Produit* 938313739 | 89723481 ∞ 3B |
| *Sa racine* $3^{e}$ 979. | 29907827 ∞ 1B |

| *Nombres.* | *Logarithmes.* |
|---|---|
| $19349\frac{8755}{10000}$ | 42866798 |
| 10000 | 40000000 |
| *Produit* 193498755 | 82866798 |
| *Sa racine* $3^{e}$ $578\frac{2}{5}$. | 27622266 |

## TROISIEME EXEMPLE.

Pour tirer une racine $9^{e}$ du nombre 1953125. Comme cette racine eſt le premier de 8 termes moyens proportionels entre l'unité & le nombre propoſé. On prendra le logarithme du nombre 1953125, qui eſt 62907301. Et on diviſera par 9 ce même logarithme. Et l'expoſant 06989700 ſera le logarithme de la racine $9^{e}$ 5 qui eſt celle qu'on cherche. Et on trouveroit de la même ſorte que la racine $5^{e}$ de 979 eſt preſque 4.

| *Nombres.* | *Logarithmes.* |
|---|---|
| $19531\frac{1}{4}$ | 42907301 |
| 100 | 20000000 |
| *Produit* 1953125 | 62907301 ∞ 9B |
| *Sa racine* $9^{e}$ 5 | 06989700 ∞ 1B |

| *Nombres.* | *Logarithmes.* |
|---|---|
| 979 | 29907827 ∞ 5B |
| $3\frac{964803}{10000000}$. | 05981565 ∞ 1B |

## QUATRIEME EXEMPLE.

Pour trouver un moyen proportionel entre 454 & 4086. Je prens leurs logarithmes 26570559 & 36112984. Et pour ſuivre les régles générales je prens leur différence 09542425. Et la moitié de cette différence étant ajoûtée au moindre ou retranchée du plus grand logarithme, on trouvera le logarithme 31341771 du moyen proportionel 1362 que l'on cherche. Mais dans les cas ſemblables à celuy-ci, on aura plûtôt réſo-

| *Nombres.* | *Logarithmes.* |
|---|---|
| 4086 | + 36112984 |
| 454 | − 26570559 |
| *Reſte* | + 09542425 ∞ 2B |
| *Sa moitié* | + 04771212 ∞ 1B |
| | + 26570559 |
| 1362 | 31341771 |

*Maniere plus courte.*

| *Nombres.* | *Logarithmes.* |
|---|---|
| 4086 | 36112984 |
| 454 | 26570559 |
| | *Somme* 62683543 |
| 1362 | 31341771 |

Digitized by Google

lu la queſtion, en prenant ſimplement la moitié de la ſomme des logarithmes des nombres propoſez. Car cette moitié ſera le logarithme du moyen inconnu.

### Cinquieme exemple.

Pour trouver deux moyens proportionels entre 7776 & 26244. Je prens leurs logarithmes 38907563 & 44190300. J'ôte enſuitte le moindre du plus grand, & prenant le tiers du reſte 05282737, je l'ajoûte au moindre logarithme 38907563. Et la ſomme 40668475 eſt le logarithme du moindre des deux moyens 11664. Et ajoûtant encore à cette ſomme le même tiers 01760912; la nouvelle ſomme 42429387 eſt le logarithme de l'autre moyen 17496. On trouvera de la même ſorte que les deux moyens proportionels entre 13824 & 46656 ſont 20736 & 31104.

| *Nombres.* | *Logarithmes.* |
|---|---|
| 1er 26244 | + 44190300 |
| 4e 7776 | — 38907563 |
| *Reſte* | 05282737 |
| *Son tiers* | 01760912 |
| | + 38907563 |
| 3e 11664 | 40668475 |
| | + 01760912 |
| 2d 17496 | 42429387 |

| *Nombres.* | *Logarithmes.* |
|---|---|
| 1er 46656 | + 46689075 |
| 4e 13824 | — 41406337 |
| *Reſte* | 05282738 |
| *Son tiers* | 01760912 |
| | + 41406337 |
| 3e 20736 | 43167249 |
| | + 01760912 |
| 2d 31104 | 44928162 |

### Sixieme exemple.

Pour trouver ſept moyens proportionels entre 256 & 6561. Je prens leurs logarithmes 24082400 & 38169700, & j'ôte le moindre du plus grand, ce qui laiſſe un reſte 14087300, dont un 8e eſt un peu plus que 01760912. J'ajoûte donc ce 8e au moindre logarithme 24082400. Et la ſomme 25843312 eſt le logarithme de 384 qui eſt le moindre & le ſeptiéme des moyens que je cherche, ou le huitiéme des neuf termes de toute la progreſſion. J'ajoûte aprés cela le même 8e 01760912 & 1 pour le ſurplus au logarithme 25843312, & la ſomme 27604225 eſt le logarithme du 7e terme 576 de la progreſſion, ou le 6e des moyens que je cherche. Et cette ſomme recevant le 8e du reſte à ſon tour donnera le logarithme 29365137 du 5e 864 des moyens. Et continuant de la même ſorte, on trouvera les autres logarithmes des quatre autres moyens 1296, 1944, 2916, 4374.

Et on trouvera de la même ſorte que les ſept moyens proportionels entre 531441 & 20736 ſont 354294, 236196, 157464, 104976, 69984, 46656, 31104. On peut négliger quelques unitez dans les logarithmes, à cauſe des petites parties proportionelles qu'on ajoûte, & qui ne ſont pas toûjours juſtes; & des petits reſtes qui approchent quelquesfois de l'unité, & qui en forment quelques-unes étant pris pluſieurs fois.

Digitized by Google

On pourroit étendre les termes de la progreſſion au delà du premier & du dernier terme. Mais pour l'étendre au delà du dernier ou du plus petit, il faudroit ôter ſucceſſivement la 8^e^ partie du reſte, premierement du petit logarithme, & enſuitte du reſte qu'on trouveroit, & aprés cela encore du nouveau reſte. Et ainſi de ſuitte. Par exemple, pour l'étendre ici au delà du 9^e^ terme, on ôtera la partie 01760913 du moindre logarithme 43167250. Et le reſte 41406337 ſera le logarithme d'un 10^e^ terme 13824. Et ſi on ôte encore le petit reſte 01760913 du nouveau logarithme; le reſte 39645425 ſera le logarithme d'un 11^e^ terme 9216. Et on trouvera enſuitte le logarithme 37884512 d'un 12^e^ terme 6144, & le logarithme 36123600 d'un 13^e^ 4096, & un autre 34362687 d'un 14^e^ $2730\frac{2}{3}$. &c.

| *Nombres.* | *Logarithmes.* |
|---|---|
| 1^er^ 6561 | + 38169700 |
| 9^e^ 256 | — 24082400 |
| *Reſte* | 14087300 |
| *Sa 8^e^ partie* | 01760912 |
| | + 24082400 |
| 8^e^ 384 | 25843312 |
| | + 01760913 |
| 7^e^ 576 | 27604225 |
| | + 01760912 |
| 6^e^ 864 | 29365137 |
| | + 01760913 |
| 5^e^ 1296 | 31126050 |
| | + 01760912 |
| 4^e^ 1944 | 32886962 |
| | + 01760913 |
| 3^e^ 2916 | 34647875 |
| | + 01760912 |
| 2^d^ 4374 | 36408787 |

| *Nombres.* | *Logarithmes.* |
|---|---|
| 1^er^ 531441 | + 57254550 |
| 9^e^ 20736 | — 43167250 |
| *Reſte* | 14087300 |
| *Sa 8^e^ partie* | 01760912 |
| | + 43167250 |
| 8^e^ 31104 | 44928162 |
| | + 01760913 |
| 7^e^ 46656 | 46689075 |
| | + 01760913 |
| 6^e^ 69984 | 48449987 |
| | + 01760913 |
| 5^e^ 104976 | 50210900 |
| | + 01760913 |
| 4^e^ 157464 | 51971813 |
| | + 01760912 |
| 3^e^ 236196 | 53732725 |
| | + 01760913 |
| 2^d^ 354294 | 55493638 |

SEPTIEME EXEMPLE.

Si 12340 livres profitent toûjours en ſorte qu'au bout de dix années le capital & tous les divers arrérages faſſent une ſomme de 20000 livres; on demande quel eſt le denier par an du profit? Pour réſoûdre la queſtion, il faut conſidérer que le capital des 12340 livres & les divers profits des dix années conſécutives ajoûtez toûjours au même capital ſont une progreſſion de onze termes, où les extrêmes 12340 & 20000 doivent avoir entr'eux neuf termes moyens. Car le capital des 12340 livres eſt au même capital avec les arrérages de la premiére année, comme cette ſomme eſt encore au capital avec les arrérages de la ſeconde année, & comme celle-ci eſt à ſon tour au capital avec les arrérages de la troiſiéme année. Et ainſi du reſte

juſques

jusques à la 10$^{e}$, où le capital & tous les arrérages doivent rendre la somme des 20000. livres. C'eſt pourquoi on prendra les deux logarithmes des extrêmes 12340 & 20000, qui ſont 40913152 & 43010300, & leur différence 02097148. Et la 10$^{e}$ partie de cette différence, qui ſera 00209715 étant ajoûtée au petit logarithme 40913152, la ſomme ſera le logarithme d'un nombre $12950\frac{5}{100}$, qui comprend le capital & les arrérages de la premiére année. On dira donc: ſi le capital 12340 donne $12950\frac{5}{100}$, combien donneront 1000? Et par les logatithmes, on dira que le moindre 40913152 eſt au plus grand 41122867 arithmétiquement, comme le logarithme 30000000 de 1000 eſt à un quatriéme 30209715. Et ce quatriéme ſe trouvera plus facilement en ajoûtant la petite partie 00209715 au logarithme 30000000. Et ſon nombre $1049\frac{47}{100}$ rendra le capital avec ſon interêt de 1000 livres pour un an.

| *Nombres.* | *Logarithmes.* |
|---|---|
| 20000 | + 43010300 |
| 12340 | — 40913152 |
| | *Reſte* 02097148 |
| *Sa* 10$^{e}$ *partie* | 00209715 |
| | +40913152 |
| $12950\frac{5}{100}$ | 41122867 |

| *Nombres.* | *Logarithmes.* |
|---|---|
| 1000. | 30000000 |
| | +00209715 |
| $1049\frac{47}{100}$ | 30209715 |

## HUITIEME EXEMPLE.

Si les biens d'un pupille, qui montent à 12300 livres, doivent toûjours profiter en telle ſorte que le capital & tous les divers arrérages rendent toûjours à raiſon de 6 pour 100 par an; on demande ce qui luy ſera dû au bout de 7 ans 5 mois 9 jours? On ôtera le logarithme 20000000 de 100 du logarithme 20253059 de 106. Et le reſte 00253059 ſera le logarithme du rapport $\frac{106}{100}$, qui dénomme chaque capital avec ce qu'il rend par an. Et la 12$^{e}$ partie de ce reſte donnera le logarithme 00021088 d'une fraction ou de la raiſon qui dénomme chaque capital avec ce qu'il rend par mois. Et ſi on diviſe cette partie $30\frac{1}{2}$; l'expoſant 00000693 ſera à peu prés le logarithme d'une fraction qui dénomme le capital avec ce qu'il rend par jour. Et ſi on prend 7 fois le premier de ces trois logarithmes à cauſe des années, & 5 fois le ſecond à cauſe des 5 mois, & 9 fois le troiſiéme à cauſe des 9 jours; la ſomme des trois produits donnera le logarithme 01883090 d'une raiſon qui dénomme tout ce qui ſera dû à la fin des 7 ans 5 mois & 9 jours. Ainſi il ne faudra plus que multiplier cette raiſon par le capital; ou qu'ajoûter leurs logarithmes. Car leur ſomme 42782141 ſera le logarithme du

produit $18976\frac{4}{10}$ qui comprend le capital & tous les divers arrérages qui ſont dûs au pupille à la fin du terme préfix.

Et ſi on vouloit ſuppoſer qu'un homme, qui doit payer ſeulement au bout de 7 ans 5 mois 9 jours la même ſomme de 12300 livres, offre à payer argent contant, ſi on veut bien luy rabattre à raiſon de 6 pour 100 par an. On réſoûdra cette queſtion comme la précédente, en retranchant néanmoins ſur la fin le logarithme 01883090 du logarithme 40899051 du capital. Et le reſte 39015961 ſera le logarithme de $7972\frac{5}{100}$ livres, qu'il faudroit payer argent contant.

| *Nombres.* | *Logarithmes.* | | *Nombres.* | *Logarithmes.* |
|---|---|---|---|---|
| 106 | + 20253059 | | *Pour 7 ans* | 01771413 |
| 100 | — 20000000 | | *Pour 5 mois* | 00105440 |
| *Pour un an* | 00253059 | | *Pour 9 jours* | 00006237 |
| *Pour un mois* | 00021088 | | *Somme* | 01883090 |
| *Pour un jour* | 00000693 | *Capital* 12300 | | 40899051 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| *Debte au bout du terme* | $18976\frac{8}{10}$ | 42782141 | *Somme* |
| *Payement argent contant* | $7372\frac{1}{10}$ | 39015961 | *Reſte* |

$7972\frac{1}{20}$

# TABLE

## DES MATIERES PRINCIPALES

CONTENUES DANS CE PREMIER VOLUME.

### DANS LE I LIVRE.


*DE la méthode générale des Mathématiciens & des Géométres.* page 1.

*Diverſes ſortes de définitions générales qui ſont plus en uſage, ſoit dans les Mathématiques, ſoit en Géométrie.* p. 2, &c.

*De la ſcience générale des nombres.* 18.


### DANS LE II LIVRE.


*D'Une manière facile de conter ou d'écrire les nombres.* page 19.

*De l'Addition des nombres.* 21.

*De leur Souſtraction.* 23.

*De leur Multiplication.* 26.

*De leur Diviſion.* 32.

*Du changement des plus grandes eſpéces en des moindres, ou des moindres en de plus grandes.* 42.

*Définitions de diverſes meſures des temps, des poids, des monnoyes, des grains, des liqueurs.* 46, &c.

*Des cicles Solaire, Lunaire, & de l'Indiction Romaine, des Calendes, des Nones, des Ides, des Epactes, de la période Julienne, des Epactes, &c.* ibid.

*De la maniére de conter des anciens Romains, & des Grecs.* 57.


### DANS LE III LIVRE.


*DE la ſcience générale des Grandeurs.* 59.

*De l'Addition, de la Souſtraction des Grandeurs littérales.* 60.

*De leur Multiplication.* 63.

*De leur Diviſion.* 74.

*Diverſes définitions des Grandeurs compoſées.* 79.


### DANS LE IV LIVRE.


*DE la compoſition & réſolution des Puiſſances.* 81.

*De l'Extraction des racines quarrées, cubiques, & autres des nombres.* 92, &c.

*Des mêmes opérations pour les Grandeurs littérales & complexes.* 109.




Digitized by Google

DANS LE V LIVRE.

*DE la composition générale des Grandeurs, & de toutes sortes de combinaisons & de permutations.* 113, &c.
*Des Anagrammes.* 126.
*Des combinaisons des vingt-quatre lettres, & de leurs permutations.* 136, &c.

DANS LE VI LIVRE.

*DE la Division générale des Grandeurs.* 140.
*De la maniere de trouver tous les nombres simples ou premiers qui sont diviseurs d'un nombre.* 150.
*Pour trouver tous les diviseurs d'un nombre.* 151
*Des mêmes opérations sur les grandeurs littérales.* 153
*De l'Invention des nombres parfaits.* 154.
*Pour trouver la mesure commune la plus grande de deux ou de plusieurs grandeurs.* 156. &c.
*De diverses révolutions pour les nombres pairs, impairs, & divisibles par 3, par 5, par 7, par 11, &c.* 162, &c.

DANS LE VII LIVRE.

*DEs rapports & des proportions.* 167.
*De la proportion arithmétique.* 172, &c.
*De la progression Arithmétique.* 174.
*De la proportion Géométrique, & d'une définition nouvelle & curieuse, & tres-générale qu'on en donne, & de diverses propriétez que l'on y considére.* 169 & 181, &c.
*De la proportion réciproque.* 171 & 148.

DANS LE VIII LIVRE.

*DE la composition des rapports.* 206.
*Des exposans des rapports.* 207. &c.
*Des progressions Géométriques.* 212, &c.

DANS LE IX LIVRE.

*DEs Fractions ou Grandeurs rompuës.* 246.
*Pour réduire les fractions aux mêmes dénominations.* 252.
*Pour réduire les fractions aux moindres, dénominations qui leur peuvent être communes.* 253 & 256.
*De l'Addition des fractions.* 260.
*De leur Soustraction.* 262.
*De leur Multiplication.* 264.
*De leur Division.* 268.
*Pour trouver le rapport qui est entre deux fractions, ou entre*

Digitized by Google

*deux rapports.* 270.
*Des moindres nombres qui peuvent avoir certaines aliquotes.* 272.
*De la maniére la plus abbrégée de trouver le plus grand diviſeur commun de deux grandeurs compléxes.* 275.
*De l'extraction des racines quarrées, cubiques, ou autres des fractions numériques ou littérales.* 282.
*De l'approximation des racines incommenſurables.* 286.
*Des fractions décimales, & des diverſes opérations que l'on fait ſur elles.* 288, &c.

DANS LE X LIVRE.

*DEs Grandeurs incommenſurables.* 295.
*De leurs expoſans.* 296.
*De leurs communes dénominations.* 299.
*De leur comparaiſon.* 299.
*De leur Addition & Souſtraction:* 300.
*De leur Multiplication.* 301.
*Des Multiomes & de leur multiplication.* 303.
*De la diviſion des Grandeurs incommenſurables.* 304, &c.
*De l'extraction des racines quarrées des binomes, où un membre eſt commenſurable.* 311.
*Pour reſoudre un binome, lors que ſa racine eſt un binome.* 313, &c.
*De l'extraction des racines quarrées des multinomes, où un membre eſt commenſurable, & les autres ſous le ſigne √.* 319.
*De l'extraction des racines cubiques des multinomes de même nature.* 325, &c.
*De l'extraction des racines cubiques des binomes & des multinomes, où les membres ſont engagez ſous le ſigne √C.* 329.

DANS LE XI LIVRE.

*DE l'uſage en général des proportions & des progreſſions.* 332.
*De la Regle d'or ou de trois.* 333.
*De la formation des Tables d'Interêts.* 345.
*Des Logarithmes.* 347.
*De la Regle de compagnie ſimple.* 350.
*De la Regle de trois compoſée.* 353.
*De la Regle de compagnie compoſée.* 355.
*Des Regles d'Alliage.* 356, &c.
*De la Reſolution d'Archimédes touchant le mélange dans la couronne d'or.* 358.
*Des Regles d'Alliage où tout doit être entier & ſans fraction.* 363.
*De la Regle des fauſſes poſitions.* 368.
*Des proportions & des progreſſions harmoniques.* 370.



Digitized by Google

*De la proportion contr'harmonique.* 371.

DANS LE XII LIVRE.

*DE certaines proprietez des nombres qui servent en Géométrie.* 372.
*Du Toisé.*
*De la multiplication du toisé.* 376, &c.
*De la multiplication & de la division dans le toisé.* 386, &c.
*Autre méthode plus exacte pour les mêmes divisions.* 392.
*Des nombres polygones.* 398.
*De l'Arithmétique des infinis.* 405, &c.
*Des quarrez magiques.* 417, &c.

POUR LE LIVRE AJOUTE' de la Table des Logarithmes.

*De la formation de la Table & de ses divers usages.* 429, &c.

---

*Quelques fautes à corriger.*

PAge 6, ligne 14, ajoûtez : *Theorême* est une progression qu'on s'engage à prouver. Page 46, l. 13, écrivez au coucher du Soleil où il y a au lever. Et ligne 14, écrivez au lever du Soleil où il y a au coucher. Pages 65 & 66 par tout où il y a 243 & 2187, écrivez 729 & 6561. Page 88 l. 12, ajoûtez $108b^4dd + 216b^3cdd$. Chacun pourra corriger les autres fautes ou transpositions qu'il rencontrera, & qu'on n'a pas eû le temps de bien rechercher.

L'EXTRAIT DU PREMIER OUVRAGE DE L'AUTEUR INTITULE'

*Elemens des Mathématiques, & imprimé in 4°. en 1675 pour* ANDRE' PRALARD, *comme Monsieur Galoys l'insera dans le Journal des Sçavans du 25e May 1676.*

CEs Elémens sont divisez en deux parties. La premiére explique la supputation des chiffres & des nombres qu'on appelle autrement Arithmétique, avec celle des espéces ou des lettres, qui est celle qu'on appelle Algébre. La seconde explique en quatre livres, & traite plus à fond qu'on n'a fait encore jusqu'ici l'Analyse, ou l'art de résoudre les questions, & de découvrir les véritez générales des Mathé-

Digitized by Google

matiques, c'eſt-à-dire, celles qui regardent les grandeurs priſes généralement, ſans ſuppoſer néanmoins d'autres connoiſſances que celles qu'on accorde, mais en ſe ſervant des ſeules opérations qui ſont démontrées dans la premiére partie.

Aprés avoir établi dans ces quatre derniers Livres les fondemens de l'Analyſe, & avoir donné quelque idée de la méthode de Diophante & de celle de Viéte, l'Auteur s'arrête particuliérement à expliquer celle de Monſieur Deſcartes, parce qu'il la trouve la plus générale, la plus féconde, & la plus facile de toutes. Il en expoſe même & démontre clairement les principes, ce que Deſcartes n'avoit pas fait; & aprés en avoir déduit par ordre toutes les découvertes qu'elle renferme, il y en ajoûte d'autres nouvelles qu'il croit encore plus utiles. Car comme on peut voir dans le dernier Livre, elles luy fourniſſent des régles qui ſont beaucoup plus courtes que celles de Deſcartes, & l'on peut même en déduire analytiquement certaines connoiſſances tres-univerſelles, que ce Philoſophe n'a pas crû que l'on pût découvrir ſans le ſecours des lignes Paraboliques, ou des autres qui appartiennent à la Géométrie compoſée, comme l'hiperbolique, &c.


*EXTRAIT DU PRIVILEGE DU ROY*
*Pour les Elemens des Mathématiques.*

PAR grace & Privilege du Roy, donné à ſaint Germain en Laye le 27^e^ Septembre 1672, Signé MALEBRANCHE. Il eſt permis à ANDRE' PRALARD, Libraire & Imprimeur, de vendre & débiter *les Elemens de Mathématiques*, &c. Et ce pendant le temps & eſpace de quinze années, à compter du jour qu'ils ſeront achevéz d'imprimer pour la premiere fois. Et défenſes ſont faites à tous Imprimeurs, Libraires & autres, d'imprimer les ſuſdits Elemens ſans le conſentement dudit Expoſant, à peine de trois mille livres d'amende, de confiſcation des exemplaires, & de tous dépens, dommages & interêts, comme il eſt plus au long porté par ledit Privilége.

*Regiſtré ſur le Livre de la Communauté des Imprimeurs & Libraires de cette ville de Paris le 21^e^ Octobre 1675.* Signé THIERRY, *Syndic.*

Achevé d'imprimer pour la premiére fois, le 20^e^ Novembre 1675.

*Les Exemplaires ont été fournis.*


Digitized by Google

## *EXTRAIT DU PRIVILEGE DU ROY*

### *Pour ces nouveaux Elémens des Mathématiques.*

PAR Lettres Patentes données à Paris le vingt-uniéme jour de Février l'an de Grace *1686*, ſignées par le Roy en ſon Conſeil, SEGONZAC, & ſcellées du grand ſceau de cire jaune. Sa Majeſté a permis au Sieur JEAN PRESTET Prêtre de faire imprimer par tel Imprimeur ou Libraire qu'il voudra un ouvrage qu'il a compoſé, & qui a pour titre *Nouveaux Elemens des Mathématiques*, en tels volumes, marges, caractéres, & autant de fois que bon luy ſemblera, pendant l'eſpace de ſix années conſécutives, à commencer du jour qu'il ſera achevé d'imprimer pour la premiére fois. Défenſes à tous Libraires, Imprimeurs, & autres, de l'imprimer, faire imprimer, vendre, ni débiter durant ledit temps ſous quelque prétexte que ce ſoit, même d'impreſſion étrangére, ou autrement, en aucun lieu de l'obeïſſance de Sa Majeſté, ſans le conſentement de l'Expoſant ou de ceux qui auront droit de luy; à peine de trois mille livres d'amende contre chacun des contrevenans, de confiſcation des éxemplaires, & de tous dépens, dommages & interêts, comme il eſt plus au long porté par leſdites Lettres.

*Regiſtré ſur le Livre de la Communauté des Imprimeurs & Libraires le 2^e^ Septembre 1689. Signé* COIGNARD, *Syndic.*

Achevé d'imprimer pour la premiére fois le 20^e^ Septembre *1689.*

*Les exemplaires ont été fournis.*

Et ledit Sieur Preſtet a cédé ſon droit de Privilége ci-deſſus à André Pralard Marchand Libraire, pour en joüir conformément au traité fait entr'eux.

Digitized by Google

# DISCOURS

## QUE L'AUTEUR PRONONÇA

## A LA PREMIERE OUVERTURE DES MATHEMATIQUES,

### ET AU SUJET DE LEUR NOUVEL ETABLISSEMENT,

### DANS L'UNIVERSITE' D'ANGERS, EN 1685.

MESSIEURS,

Il y a long-temps que des perſonnes eſtimées parmi les Sçavans ont ſouhaité avec beaucoup d'ardeur de voir fleurir l'étude des Mathématiques dans vôtre illuſtre Ville. Ils ſouffroient avec peine, comme Ramus l'inſinuë clairement, que l'ancienne Univerſité d'Angers ne les eût point encore receuës dans ſon ſein; & qu'une Académie, qui paſſe avec juſtice pour une des plus ſçavantes Maîtreſſes de la France, n'eût pas encore formé le deſſein de les cultiver.

Mais aujourd'hui que la Providence a inſpiré au cœur du Grand Loüis, comme autresfois à celuy du Sage Salomon, le déſir de protéger & de favoriſer les Sciences, d'en ſoûtenir & même d'en relever de beaucoup l'éclat; il eſt juſte que cette grande Ville, toûjours féconde en beaux eſprits, & toûjours appliquée & fidelle à ſuivre les nobles inclinations de ſes Souverains, ſe propoſe enfin d'imiter un ſi bel exemple.

Et véritablement, ſi Sa Majeſté n'a rien de plus cher que

d'affermir puiſſamment la paix & la ſureté, la grandeur & la réputation de l'Empire François ; les capitales de ſes Provinces & les principales Villes de ſon obeïſſance peuvent-elles mieux ſignaler leur zéle ? Peuvent-elles mieux répondre aux juſtes déſirs de ſon ame Royale, qu'en faiſant fleurir des Sciences, qui ont toûjours été l'ornement & l'appui des plus grands Empires, & qui donnent à la France ſous ſon auguſte Regne de ſi grands avantages ſur tous les autres Peuples?

Auſſi ſçait-on juſques à quel point ce tres-puiſſant Prince honore & chérit les Mathématiques. Le ſuperbe Palais qu'il leur a fait bâtir en peut être luy ſeul dans les ſiécles à venir un monument trop illuſtre & trop ferme, pour en pouvoir douter. Et on verra ſans peine combien le jugement tres-avantageux, qu'il a toûjours fait de ces hautes Sciences, eſt plein de lumiére & de diſcernement, ſi l'on conſidére que mille expériences, jointes à cette prudence & à cette pénétration naturelle de ſon vaſte génie, luy ont pleinement fait connoître quelle en eſt l'importance dans la profeſſion des armes, qui fait gloire de les conſulter, de recevoir leurs ordres, & de leur obeïr, lorſqu'il s'agit de régler & d'aſſurer la marche & les campemens de ſes troupes, la défenſe & l'attaque des places, & l'ordre des batailles. Que ce n'eſt auſſi qu'à leur faveur qu'on peut tracer aux vaiſſeaux des routes aſſûrées, & guider leur cinglage, juſques ſur les flots inconſtans d'une mer, où les yeux ne découvrent que des campagnes & des montagnes d'une eau toûjours changeante & l'immenſe étenduë des Cieux. Qu'on eſt même obligé de recourir à elles en une infinité de rencontres dans la profeſſion du barreau, dans le maniement des affaires, & dans l'adminiſtration de la Juſtice & des grandes Charges ; l'égalité & les proportions ne pouvant être au juſte conſervées parmi les Peuples & les Citoyens, ſi la balance & la régle de la Géométrie & de la Science des nombres ne pêſe ou ne meſure, & ne compenſe éxactement toutes choſes. Qu'il n'y a preſque rien de plus néceſſaire pour entretenir & pour augmenter le commerce ; pour embellir les Villes & pour les enrichir ; pour inventer & pour conſerver, ou pour polir les arts ; & pour tant d'autres effets que je paſſe ſous ſilence.

C'eſt donc avec beaucoup de ſageſſe & de maturité que

Meſſieurs les Magiſtrats d'une ſi noble Ville ont entrepris l'établiſſement des Mathématiques. Ils n'ont pû ſouffrir de les voir négligées plus long-temps dans leur fameuſe Univerſité; & tous les membres de ce Corps floriſſant trouvant un ſi beau jour pour ſe procurer à eux-mêmes un tel avantage, ont ſouſcrit avec autant de joye que de reconnoiſſance à ce qui s'étoit conclu en leur faveur. Et auſſi-tôt on a réſolu d'une commune voix de ne plus différer l'éxécution d'un deſſein, qui paroiſſoit comme inſpiré du Ciel. L'amour du bien public, & l'ardeur que de ſi dignes Magiſtrats reſpirent ſans ceſſe pour la gloire de SA MAJESTE', ont achevé de les confirmer dans une réſolution, qui pourroit bien un jour mériter ſes loüanges & même ſes faveurs, étant toute conforme, & pouvant même contribuer à ſes glorieux deſſeins.

Ainſi, MESSIEURS, je ne doute point que vous n'approuviez tous, & que tous les bons François n'approuvent avec vous le ſuccez tres-heureux de leur ſage conduite. Je ne doute point que la poſtérité ne chériſſe tendrement leur mémoire & leur [b] nom; & qu'elle ne s'eſtime redevable à leurs ſoins, lors qu'elle recueillera les fruits d'un établiſſement, qui va ſignaler à jamais leur Magiſtrature. Et j'oſe bien promettre que ceux, qui viendront remplir cette place aprés moy, ne pourront s'empêcher d'y renouveller ſouvent des loüanges qui ſont ſi juſtes & ſi légitimes; mais que la modeſtie, qui ſied ſi bien aux perſonnes de leur mérite, me fait ſigne de taire, & ne me permet de publier aujourd'hui que par un reſpectueux ſilence.

b. Cet établiſſement fut fait par les ſoins & ſous la Magiſtrature de Monſieur Charlot.

Que s'il y a quelque choſe, MESSIEURS, qui doive diminuer cette ſatisfaction ſi générale que vous en recevez tous, & que je lis dans vos yeux & ſur vos viſages; c'eſt le choix trop diſproportionné qu'on a fait de ma perſonne, pour venir le premier remplir une chaire & me charger d'un employ, qui demanderoit une ſuffiſance, une expérience, & des qualitez que je ne puis avoir. Et quelles penſées, MESSIEURS, eſtimez-vous que j'aye? Dans quels ſentimens croyez-vous que j'entre, lorſque je me voi admis avec tant d'honneur dans la docte Univerſité d'Angers? Je ſens bien, il eſt vrai, que je m'expoſe trop, & que je forme un projet qui ſurpaſſe mes forces. Mais la reconnoiſſance anime & encourage ma froideur ordinaire. Et ſi je n'ai pas le bonheur de répondre



Digitized by Google

à l'opinion trop avantageuſe que tant de perſonnes illuſtres & puiſſantes dans la ville & dans la Province ont conceuë de moy; il ſera tout au moins difficile d'égaler la forte inclination que j'ai à ſeconder leur zéle. Et afin que l'on croye, que c'eſt plûtôt une pleine effuſion de mon cœur que ma bouche, qui s'exprime & qui parle; je veux bien, dans la diſpoſition ſincére où je ſuis d'employer avec joye mon temps, mes ſoins, mon travail, & mes veilles pour l'utilité publique, que l'on n'en juge que par les effets. En quoi j'oſe eſpérer que la bonté ſouveraine de Dieu favoriſera mon obéïſſance de ſon ſecours & de ſes lumiéres.

Je ne ſuis point en peine, MESSIEURS, de juſtifier en vôtre préſence ce que j'ai avancé en faveur des Mathématiques. Et je n'ai pas beſoin d'employer pour cela les artifices & le fard d'une eloquence pompeuſe, dans le deſſein de ſurprendre vos eſprits. La profeſſion d'un Mathématicien n'eſt point d'uſer des figures de la Rhétorique. La méthode éxacte & ſévére qu'il doit inviolablement ſe preſcrire, l'oblige à expoſer ſimplement la vérité, & à ne point permettre qu'elle ait d'autre parûre que celle de la lumiére & de l'évidence, qui l'accompagnent & qui l'environnent, & qui ſuffiſent pour la rendre aimable. C'eſt ſa beauté toute ſeule qui doit ſuſpendre vos eſprits. De mon côté, je dois m'efforcer ſeulement de vous donner une idée de ces Sciences qui ſoit juſte, & vous marquer en général quelques-uns des principaux ſecours qu'on en peut tirer, non ſeulement dans le commerce & la ſociété de la vie civile; mais ce qui eſt bien d'une autre importance, pour former l'eſprit même, & pour perfectionner la raiſon.

On reconnoît déja dans les hiſtoires & par mille monumens de l'Antiquité, en quelle eſtime elles furent toûjours chez tous les divers Peuples, & ſur tout chez ceux qui eurent un peu de politeſſe & quelque inclination pour les belles lettres. Le nom ſeul qu'elles portent, & qui ſignifie expreſſément en grec *Sciences*, *doctrine*, ou *diſcipline*, pourroit fournir un tître aſſez authentique de leur nobleſſe ancienne & de leur prix. Les Sçavans de la Gréce jugérent autresfois, & avec raiſon, que nulle autre ne méritoit comme elles le beau privilége de ce nom qu'ils leur accordérent, non ſeulement à cauſe de la vaſte étenduë des parties & des ſujets qu'elles em-

Digitized by Google

braſſent, mais beaucoup plus à cauſe de la clarté & de la certitude inébranlable de leurs connoiſſances, & de l'ordre naturel qu'elles ſuivent dans leurs raiſonnemens ; & ſur tout pour les diſtinguer de tant d'autres, qu'une variété ſurprenante d'opinions & de ſentimens leur faiſoit regarder comme confuſes & comme incertaines : ou bien, ſi l'on en veut croire Ariſtote, parce qu'ils étoient perſuadez que l'antiquité n'en avoit preſque point connu ni cultivé d'autres.

Joſephe en porte l'origine dans les temps les plus reculez; & pour favoriſer l'eſtime qu'on en faiſoit de ſon temps, il ne craint point d'aſſurer qu'une des raiſons principales, qui engageoit Dieu même à prolonger ſi loin la vie des Patriarches avant le déluge, étoit afin qu'ils euſſent le loiſir de cultiver & de perfectionner ces Sciences. Il ajoûte que depuis le déluge elles furent ſoigneuſement conſervées parmi les Chaldéens ; & qu'Abraham qui en étoit originaire, alla les enſeigner aux Egyptiens, d'où elles paſſérent enſuite chez les Grecs.

Mais ſans nous arrêter à toutes ces penſées, quelque avantageuſes qu'elles ſoient ; nous trouvons en remontant juſques à leur véritable origine, que Dieu même en eſt le Principe, & qu'il eſt le premier Profeſſeur qui les a enſeignées & démontrées ſenſiblement à l'homme. Il a conſulté avant tous les ſiécles les idées qu'il a des nombres, des figures, & des mouvemens ; & lors qu'il a gravé ſon image ſur l'homme, il a verſé dans ſon ame un rayon de cette éclatante lumiére. La raiſon receut dans ſon ſein les ſemences fécondes des Mathématiques. Elle commença à découvrir avec admiration les idées des nombres & de la Géométrie ; ces idées pures & intelligibles, qui ne peuvent ſouffrir aucun mélange terreſtre & matériel, qui ne ſont point ſujettes au changement, & qui, ſelon la ſage penſée des Platoniciens, ſont dans Dieu de toute éternité, & increées comme luy-même ; ces idées par où comme par une échelle ſans fin l'eſprit élêve ſes penſées du temps à l'éternité, du point à l'infini, du rien au tout, & de ſoi-même juſques à ſon Auteur.

Pour mettre cette vérité dans ſon jour, il faut ſçavoir que la grandeur eſt l'objet des Mathématiques, & que leur fin eſt la comparaiſon des grandeurs. Je n'enters pas ſeulement par grandeur les diverſes dimenſions des eſtres matériels, mais

généralement tout ce qui eſt capable du plus & du moins, comme les nombres, le temps, la vîteſſe, les qualitez même ſenſibles, les propriétez des corps, & celle des eſprits, les degrez de perfection, & en un mot toutes les choſes qui peuvent avoir quelque rapport fini, ou recevoir quelque augmentation ou diminution.

Or on ne peut réfléchir avec attention ſur les connoiſſances éxactes des diverſes grandeurs, ſans être intérieurement convaincu qu'elles ſont ordonnées à de tres-grands deſſeins; puis qu'il n'y a point de ſcience naturelle ſi claire & ſi éxacte, ni par conſéquent ſi parfaite que la ſcience des nombres & la Géométrie. Car celuy qui eſt le Pére & la ſource univerſelle des ſciences & des lumiéres, fait toûjours concourir ce qui eſt le plus parfait à de plus excellentes fins. Je ſçai que tous ces grands deſſeins ne ſont pas manifeſtes, & qu'un eſprit étroit comme le mien ne peut ſans être téméraire les aller ſonder avec trop de curioſité. Ceux néanmoins qui ſe préſentent à moy, où j'entre-voi quelque jour, ſuffiroient à marquer, quand ils ſeroient les ſeuls, que des Sciences ſi nobles & ſi parfaites ſont un des dons les plus ineſtimables que l'homme ait receu dans ſa Création; trop heureux, s'il eût ſçeu s'en ſervir ſelon l'inſtitution de l'Auteur de ſon Eſtre.

Car premiérement, comme rien n'eſt plus redoutable ou ne nous touche plus profondement que l'Eternité; il faut avoüer que rien auſſi n'en peut mieux découvrir la force que les idées des nombres & des progreſſions. Qu'on en choiſiſſe une des plus faciles & des plus légéres, celle par éxemple où 1 & 10 ſont les deux premiers termes. Le dixiéme monte déja ſi haut, quoi qu'il n'ait que dix chiffres, qu'il comprend plus de 40 fois le nombre entier des lieuës quarrées qui couvrent la ſurface du globe terreſtre; le vintiéme plus de 100 fois tous les pieds quarrez, & le quarantiéme plus de ſix millions & ſix cent mille fois tous les petits grains qui rempliroient ſa ſolidité, en ſuppoſant que chacun n'eût pour diamétre que la milliéme partie d'une ligne. Que ſeroit-ce donc, ſi nous allions juſqu'au cinquantiéme? Il ſurpaſſeroit ſans doute de beaucoup le nombre des grains que la ſphére tres-vaſte du Ciel où roule le Soleil pourroit contenir, ſi on s'arrête aux ſupputations d'Archimédes ou des vieux Aſtronomes. Mais que ſeroit-ce, ſi on vouloit étendre les termes juſques

Digitized by Google

au ſoixantiéme ou au quatre-vintiéme ? Que ſeroit-ce ſi on vouloit encore paſſer juſques au centiéme ? Oüi certes, quand le monde dureroit autant de millions de ſiécles, qu'il peut s'écouler de minutes dans un nombre d'années égal à celuy des ſables qui rempliroient le Ciel du Soleil ; cependant toute cette durée ſi longue & ſi prodigieuſe paroîtroit encore plus légére à l'égard du centiéme terme, quoi que cent chiffres ſuffiſent pour l'écrire, qu'un ſeul des petits grains à l'égard de la maſſe entiére du globe terreſtre.

Je voi bien que l'imagination toute épouvantée s'arrête & ſe confond déja ; mais que la raiſon avance plus loin, & que d'un pas hardi elle parcoure le milliéme terme, le cent milliéme & le cent millioniéme. Que dis-je ? c'eſt trop peu. Que ſuivant la forte penſée de Monſieur de Bréboeuf, elle étende ſes chiffres juſques aux deux poles de la Terre, qu'elle les étende juſques aux deux poles du premier des Cieux, juſques à ceux du ſecond, & même du troiſiéme. Qu'elle traverſe l'Empirée, & qu'elle pouſſe encore auſſi long-temps & auſſi loin qu'elle voudra la ſuite immenſe de ſa progreſſion. Qu'elle en forme alors une nouvelle, où le premier terme ſera l'unité toute ſeule, & le ſecond le dernier de tous ceux qu'elle aura parcouru. Qu'elle ſuppoſe autant de termes en celle-ci que dans la premiére. Qu'elle réïtére ou qu'elle ſuppoſe de la même ſorte tant de nouvelles progreſſions qu'elle pourra concevoir de nombres, juſques à ce qu'elle ſoit forcée de ſuccomber ; & qu'elle reconnoiſſe enfin aprés tant d'efforts que tous les ſiécles exprimez par le nombre tout-à-fait effroyable auquel elle s'arrête, & qui touche, ce ſemble, à l'infini, diſparoiſſent & s'anéantiſſent à la vûë de l'Eternité. Elle les abſorbe & les engloutit tous, comme ſi ce n'étoit qu'une ſeule année, un mois, un jour, une heure, une minute, ou cet inſtant qui prévient ma penſée, qui s'éclipſe & ſe perd auſſitôt qu'il paroît, qui paſſe ſans retour lors que je le croi préſent, & enfin qui s'échappe & qui fuit d'une fuite éternelle.

Il y a auſſi deux choſes qu'il eſt fort important de bien faire ſentir à l'eſprit de l'homme, & qui paroiſſent avec éclat dans les Mathématiques. La premiére eſt ſa grandeur qui l'éléve au deſſus des plus nobles Créatures, & qui le rend ſemblable aux Anges & une image de Dieu même ; & la ſeconde eſt ſa petiteſſe, qui le force à ſuccomber, quelque vigueur

Digitized by Google

qu'il aye, à la contemplation du moindre des atomes. N'eſt-ce pas un prodige qu'il puiſſe pénétrer ce grand nombre de véritez toutes intelligibles & toutes ſpirituelles, qu'il les puiſſe lier les unes avec les autres, & même les pouſſer & les ſuivre, ſans danger de ſe perdre, juſques dans l'infini, d'une vûë ſi perçante & ſi étenduë que rien ne puiſſe l'arrêter, & avec une évidence ſi parfaite qu'il ne reſte aucun ſujet de doute.

N'eſt-ce pas-là une preuve invincible que nôtre ame eſt ſpirituelle & diſtinguée des corps ? Le bouleverſement des petits corpuſcules & leurs divers arrangemens, ſeroient-ils capables de comprendre, comme l'ont vainement prétendu certains philoſophes, toutes ces véritez générales, qui ne conviennent pas ſeulement à quelques eſpèces de nombres, de lignes, de figures, & de grandeurs ; mais encore à tous les nombres, à toutes les lignes, à toutes les figures, & à toutes les diverſes grandeurs ? Une choſe auſſi petite & auſſi étroite qu'eſt le cerveau d'un homme pourroit-elle imprimer ſur ſoi-même des images aſſez vaſtes, pour répondre à ces objets immenſes & ſans nombres, & aux véritez infinies & infiniment étenduës chacune dans ſon genre, qu'on peut contempler dans les Mathématiques ? D'un concours fortuit de divers atomes pourroit-il jamais réſulter une connoiſſance ſi parfaitement uniforme & réglée dans tous les différens cerveaux, chez tous les divers Peuples du monde, dans tous les temps, & dans tous les lieux ? Les Mathématiques fourniſſent donc un ſujet aux hommes d'admirer l'excellence naturelle de leur ame, & de reconnoître invinciblement qu'elle ne peut être que ſpirituelle, & par conſéquent immortelle. Ce qui renverſe la penſée ridicule & la ſotte opinion de Lucrèce & de la pluſpart des Epicuriens.

Mais que cela ne l'enfle point d'orgueil, puis qu'elle eſt contrainte & forcée de reſſentir preſqu'en même temps la petiteſſe & les bornes étroites dont elle eſt reſſerrée. Car ſi ſi l'on comprend dans les Mathématiques des véritez qui percent juſques dans l'infini, & ſi l'on peut même en comprendre ſucceſſivement une infinité ; il faut pourtant avoüer que toutes ces véritez ſont tres-peu de choſes en comparaiſon d'une infinité d'autres qu'on ne peut jamais pénétrer. Pour bien développer ce qu'on pourroit prendre ici pour un paradoxe,

doxe, il faut remarquer que la compoſition des véritez ſe conſidére ſelon certains degrez, qui montent & qui s'élévent juſques à l'infini; & qu'on eſt à peine arrivé juſqu'au troiſiéme de tous ces différens degrez, que l'eſprit ſe trouve engagé dans un labirinthe inexplicable de difficultez. Il voit, il ſent alors de toutes parts des barriéres impénétrables qui le retiennent, & qui arrêtent toute la vigueur & toute l'impétuoſité de ſes violens efforts. *Huc uſque venies, & illic confringes tumentes fluctus tuos.* Alors il eſt contraint, quand il ne le voudroit pas, de reconnoître que tout ce qu'il ſçait eſt comme un rien à l'égard de ce qu'il ignore, & que tout ce qu'il comprend par l'étenduë de ſes penſées eſt moins qu'un point par rapport aux véritez plus qu'infinîment infinies, dont il ne peut percer les obſcuritez. Il voit alors clairement que ſon intelligence tient un rang beaucoup moindre dans l'ordre des choſes intelligibles que ſon corps dans la vaſte étenduë de la nature corporelle; & que ſi le corps eſt comme un atome englouti dans les grands & profonds abîmes de ce monde ſenſible; l'âme eſt encore infinîment plus petite dans le monde intelligible.

Les hommes donc éxerçant leur eſprit, & le fatiguant même ſur ces ſortes de Sciences, luy font ſentir ſa foibleſſe & ſes courtes limites. D'où il peut tirer un excellent avantage, qui eſt d'apprendre que s'il doit marcher poſément dans les recherches naturelles, où ſa raiſon voit plus d'ouverture & de jour; il doit être incomparablement plus retenu, pour éviter l'erreur, en voulant meſurer les hautes véritez de la Religion à la régle tres-courte de la raiſon humaine. Car enfin ſi toute la vigueur de l'eſprit des hommes eſt ſi-tôt forcée de ſuccomber à des difficultez naturelles peu compoſées en elles-mêmes; comment oſeroit-il prétendre de ne point ſuccomber à la difficulté qu'il y a de comprendre les véritez divines, que nous ſommes obligez de croire, quoi que leur ſublime élévation nous les rende incompréhenſibles? Il eſt bon de réprimer ainſi par des ſecours même naturels la préſomption téméraire de l'eſprit humain, & de luy ôter la hardieſſe d'oppoſer ſes foibles lumiéres à une autorité toute ſurnaturelle & divine.

Que voit-on même dans l'ordre naturel de plus capable d'élever nos eſprits, & de leur donner une excellente idée de la

Grandeur de Dieu & de l'immenſité de ſon glorieux Pouvoir, que la comparaiſon générale & ſucceſſive des grandeurs? Quelque part qu'on ſe tourne, tout ce que nos yeux découvrent de ce monde, tout ce que nôtre imagination s'en peut figurer, & tout ce que nôtre eſprit en peut même comprendre, n'eſt qu'un trait léger & imperceptible dans l'ample ſein de la Toute-puiſſance. Nous avons beau enfler nos conceptions, & groſſir nos idées, nous avons beau épuiſer nos eſprits; nous n'enfantons que des atomes, au prix de ce que ſa Fécondité immortelle & inépuiſable auroit pû produire. Nos penſées ont beau prendre l'eſſor, elles ont beau s'élancer d'un vol éternel & rapide; elles ne prendront jamais les juſtes dimenſions de la longueur, de la largeur, de la hauteur & de la profondeur de la Toute-puiſſance, & jamais elles ne pourront ſe dégager ni ſortir du centre de cette ſphére immenſe & glorieuſe, dont la circonférence ne peut être nulle part.

Mais que l'eſprit abbaiſſe les yeux ſur un autre prodige non moins étonnant que les Mathématiques luy préſentent. Qu'il conſidére attentivement les objets les plus délicats. Qu'un de ces animaux inviſibles, dont les microſcopes découvrent des millions, luy offre dans ſon extrême petiteſſe des parties incomparablement plus petites; un cœur & ſes valvules, des artéres & des veines inſérées dans ce cœur, des rameaux inſérez dans ces veines, & d'autres dans ceux-ci, qui ſoient à leur tour ſéparez & ſubdiviſez en d'autres plus petits, du ſang dans ces rameaux, des humeurs dans ce ſang, des gouttes dans ces humeurs, des vapeurs dans ces gouttes, & des eſprits fumans dans ces vapeurs. Que diviſant encore ces derniéres choſes, il épuiſe ſes forces & ſes conceptions; & que le dernier objet, où il peut arriver, ſoit maintenant celuy de nôtre diſcours. Il penſera peut-être que c'eſt-là l'extrême petiteſſe. Mais la Géométrie luy ouvre là-dedans des abîmes nouveaux; elle luy démontre avec une évidence entiére que cette partie, qui échappe ſes priſes, eſt encore elle-même diviſible juſqu'à l'infini, quoi que l'imagination s'en effraye: & par une conſéquence auſſi légitime qu'elle eſt néceſſaire, elle y trace les dimenſions & les proportions d'un monde raccourci auſſi beau, auſſi admirable, & auſſi parfait dans ſon extrême petiteſſe que celuy-ci dans ſa ſurprenante grandeur. Et elle en retrace encore de la même ſorte d'autres dans

Digitized by Google

celui-ci, dans leſquels elle en trace auſſi de nouveaux, & encore d'autres ſemblables dans ceux-ci; prouvant ſans fin & ſans repos que la Toute-puiſſance eſt également inépuiſable dans chacun.

Et comme ſi cela ne ſuffiſoit pas; la Géométrie pouſſe encore ſes preuves plus loin. Elle va ſonder avec une aſſûrance parfaite ce profond abîme tout impénétrable qu'il eſt, & reconnoît tres-clairement qu'entre toutes les diverſes longueurs, Dieu n'en voit pas luy-même une ſeule, qui puiſſe meſurer au juſte & ſans reſte deux longueurs incommenſurables, le côté du quarré par éxemple & ſa diagonale. Elle apperçoit avec une pareille clarté un paradoxe encore plus étonnant; deux lignes droites réünies en un point entre deux paralléles, ſur qui elles ſe meuvent. Car quoi qu'elles s'approchent toûjours de plus en plus, & par le mouvement même le plus inſenſible; jamais néanmoins elles ne peuvent concourir enſemble, quelque rapidité & quelque durée que puiſſe avoir leur mouvement.

Et qu'on n'en concluë point par une erreur groſſiére quelque impuiſſance en Dieu, puiſque cela même publie tres-hautement la force & l'étenduë de ſon Souverain Pouvoir. Toutes choſes tiennent également du tout & du rien; qui peut unir ces deux extrêmes? Elles ſont toutes tirées du neant, & portées juſques à l'infini; qui peut ſuivre ces étonnantes démarches? L'Auteur de ces merveilles les comprend, nul autre ne les peut comprendre.

Ce n'eſt pas que la raiſon, toute courte qu'elle eſt, ne pénétre & n'embraſſe auſſi l'infini, comme nous l'avons dit. Elle porte, malgré ſa foibleſſe & ſon impuiſſance, un certain caractére de grandeur, qui reſſent la nobleſſe de ſon origine. Et dans le même temps qu'un point inſenſible l'arrête, qu'elle s'y briſe comme contre un écueïl, & qu'elle y fait naufrage; elle ne laiſſe pas de percer les nuës & la hauteur des Cieux, & d'enviſager d'un regard fixe & ſimple une foule ſans nombre de véritez, dont chacune en renferme encore une infinité d'autres. De ſorte qu'on peut dire ſans crainte, qu'elle n'a rien conſervé du triſte débris de ſa belle fortune, qui luy démontre avec tant de force & de clarté que ſa ſubſtance eſt ſpirituelle, & qu'elle eſt immortelle, ou qui luy découvre dans un ſi grand jour l'excellence & la baſſeſſe de ſon origine,



Digitized by Google

& qui luy donne une idée si vive & si haute de la Grandeur & du Pouvoir de son Créateur.

N'est-ce donc pas, MESSIEURS, un des caractéres sensibles de la Souveraine Sagesse, que nôtre esprit s'abîme, & qu'il se perde agréablement dans l'ocean sans rive & sans fond de tant de hautes véritez, qui sont l'objet des Mathématiques? Et ne semble-t-il pas qu'elle ait pris plaisir à les démontrer en une infinité de diverses maniéres? Pourquoi cette glorieuse Maîtresse a-t-elle placé l'homme comme un jeune disciple dans le centre du monde? Pourquoi luy a-t-elle fourni ces cristaux admirables, je veux dire les yeux; si ce n'est pour considérer les traits infinis que ses doigts divins ont tracé sur chaque Créature; si ce n'est pour contempler les figures tres-parfaites que sa main sçavante a décrites sur la surface de toute la nature; si ce n'est pour spéculer les divers phénoménes & les objets charmans dont elle a rempli l'Univers; si ce n'est pour lire le grand Livre, & pour développer les mystéres secrets de la Géométrie; si ce n'est pour admirer par tout les prodigieux effets d'une méchanique intelligente & toute inimitable & incompréhensible; & si ce n'est enfin pour publier par tout & en tout les loüanges de la même Sagesse, qui fait réjallir sur tous ses ouvrages tant de beaux rayons de sa gloire.

Belle & agréable occupation, où l'homme étudie des Sciences, dont un Dieu ne dédaigne pas d'observer les régles. Car l'Ecriture & la raison nous enseignent également qu'il a fait & qu'il fait toutes choses avec nombre, avec poids, & avec mesure. Platon même reconnoît cette vérité, lors qu'il dit élégamment que Dieu éxerce sans interruption l'office d'un Géométre souverainement parfait, θεὸν γεωμετρεῖν ἀεὶ μάλιστα. Et en effet la Géométrie souveraine est la sage Intelligence, qui a formé comme en se joüant le globe de la terre & les orbes célestes avec ce qu'ils contiennent, & qui par un même jeu de ses doigts tout-puissans les conserve & les gouverne tous. Elle a comme pris en main le compas, pour y tracer tous les divers cercles que les étoiles décrivent chaque jour. Elle a imprimé à tous les astres ces mouvemens perpétuels, si reguliers dans leurs vicissitudes, que les saisons, les années & les temps n'ont point de [b] plus juste mesure; & si constans dans leurs altérations, que si l'on y observe quelque insensible irrégularité au bout de plusieurs siécles; c'est seulement afin que l'on sçache que

b. Genes. 1.

Digitized by Google

rien n'eſt immuable & fixe, que celuy ſeul qui ſans agitation, & ſans troubler ſon parfait repos, agite, altére & change toutes choſes.

Je ne m'étonne pas que les Aſtronomes ne ſoient point rebutez de leurs fortes études, qu'ils dreſſent leurs inſtrumens avec tant de ſoins & de précautions, qu'une lunette les tienne ſuſpendus pendant les nuits entiéres, qu'ils faſſent mille pénibles obſervations, & mille ſupputations ennuyeuſes. C'eſt que la vûë de ces éclatantes merveilles les enléve & les charme agréablement. Ils brûlent toûjours d'une nouvelle ardeur de connoître au juſte les régles d'une Géométrie ſi ſublime, ſi parfaite, & ſi magnifique, & ils ne peuvent ſe laſſer d'en être toûjours les admirateurs, ni d'en aimer & d'en glorifier en même temps l'Auteur.

Mais ſans nous élever juſques aux Cieux, combien de prodiges dans l'air, ſur la terre & parmi les eaux, où la Géométrie Divine déploye ſes richeſſes avec une profuſion d'autant plus aimable, qu'ils ſont plus communs & plus ordinaires? Quelque part qu'on jette les yeux, on les voit qui ſe viennent préſenter en foule. On diroit que chacun veut dérober luy ſeul toute l'attention & tous les regards. Tous ſe diſputent à l'envi le prix de la beauté ou de la perfection, & le moindre paroît à des yeux clair-voyans & ſages comme renfermer en ſoi dequoi éxercer tous les eſprits curieux pendant plûſieurs ſiécles. Comme chacun eſt l'ouvrage de Dieu, nul n'eſt indigne de ſes mains. Les lumiéres de ſa Sageſſe n'éclatent pas moins dans les plus petits que dans les plus grands, l'art n'en approcha jamais que de loin; & la plus addroite méchanique des hommes ne fut jamais qu'une ignorance imbécille auprés d'elle: puiſque ſelon l'oracle de la vérité même, on découvre tant de délicateſſe, de graces, d'art, & d'embellîſſement, dans les proportions & dans les figures, dans la diſpoſition & dans l'arrangement des parties d'une ſimple fleur, qu'elle efface tout ce que le luxe, le faſte, & la pompe ont jamais inventé de plus grand.

Mais je ne prens pas garde que la douceur toute pure & céleſte d'une vûë ſi charmante m'engage trop avant; & qu'auſſi bien l'éloquence ſimple & froide d'un Mathématicien ne trace que des traits groſſiers & imparfaits, que ſon pinceau n'eſt pas aſſez fin, qu'elle ne ſçait pas le manier avec autant

de délicateſſe & de force qu'il ſeroit néceſſaire, & que toutes ſes plus vives couleurs ſont trop foibles & trop languiſſantes pour vouloir animer le portrait de la nature, & la répréſenter au vif & dans ſon éclat. D'ailleurs il n'eſt pas néceſſaire, lorſqu'on veut former ſimplement une juſte idée des Mathématiques, de peindre la nature dans ſa haute & pleine Majeſté, ce qui ſurpaſſeroit ſans doute les forces de la nature Angélique même. Mais il ſuffit d'en ébaucher un crayon léger, & de ſe borner même à certaines parties, dont la figure, la meſure, & les mouvemens pourroient occuper les plus ſçavans hommes pendant pluſieurs ſiécles.

Car de même que l'Aſtronomie eſt toute appliquée à contempler & à meſurer les mouvemens céleſtes, & la Gnomonique à les projetter; la Coſmographie ne fait autre choſe que parcourir les terres, & d'en marquer tous les climats, & toutes les longitudes & les latitudes de ſes différentes parties, l'Hydrographie les mers, & d'y pointer ſes routes: l'Hydrographie, dis-je, cet art miraculeux, qui à la faveur d'une aiguille aimantée & de certaines régles de Géométrie, va courageuſement traverſer l'ocean tout entier, & percer juſques dans ces nouveaux mondes, qu'Alexandre & ſes grands Céſars n'ont jamais pû connoître, pour y chercher & pour en tirer tant de différentes richeſſes; cet art que la Divine Providence a même conſacré, lors qu'elle a voulu s'en ſervir à vérifier la prédiction de nôtre adorable Sauveur, qui paroiſſoit la plus difficile à croire, & que l'on commence enfin à bien comprendre: Que l'Evangile devoit être prêché à toute Créature & dans tout l'Univers.

La Trigonométrie s'exerce à meſurer les longueurs, les hauteurs, & toutes les ſurfaces; la Stéréometrie les eſpaces & la ſolidité des corps; & la Statique à fixer le centre de leur gravité.

L'Optique, la Dioptrique, la Catroptique, la Perſpective, & même la Peinture ſont toutes fondées ſur la connoiſſance de l'œil, & ſur les merveilles qui s'y paſſent; c'eſt-à-dire ſur la tranſmiſſion & la refraction des rayons au travers de ſes humeurs, & ſur la maniére prompte & miraculeuſe, qui change à tous momens le fond de la rétine en une riche tapiſſerie ou une fine mignature délicatement travaillée, & chargée des images d'un million d'objets qui s'y dépeignent tour à

Digitized by Google

tour, & tous en un inſtant, & que l'ame y voit divinement bien répréſentez. La Dioptrique apprend encore à rompre les rayons en diverſes maniéres, lors qu'ils doivent paſſer au travers des corps tranſparens; & la Catroptique à les réflêchir, lors qu'ils choquent les corps; ce qui ſert à groſſir, à diminuer, à diverſifier, & à multiplier avec beaucoup d'art l'apparence des objets dans les lunettes & dans les miroirs, & à produire ces effets ſurprenans des miroirs ardens. Et on enſeigne auſſi dans la Perſpective à projetter avec addreſſe les éloignemens, les enfoncemens, la lumiére, & les ombres des divers objets; à quoi la Peinture n'ajoûte autre choſe que le coloris, ſes traits & ſes linéamens n'étant que ceux mêmes qu'on a ſoin de bien projetter dans la Perſpective.

L'Acouſtique, s'il m'eſt permis d'expoſer ce terme, encore naiſſante & dans ſon berceau croîtroit en peu de temps, & feroit retentir ſa voix & ſes échos à des diſtances incroyables, ou avec une multiplicité toute extraordinaire, ſi on connoiſſoit un peu mieux les tours, les détours, les retours, les anfractuoſitez & les ſinuoſitez, qui doivent étendre ou tempérer les ſons, & qui les modifient ou qui les réfléchiſſent comme autant d'échos; & la diverſité preſqu'infinie des vibrations, qui doivent élever le marteau & frapper le tambour en autant de maniéres qu'il y a de chocs ſenſibles dans les corps. Et que dirai-je des mouvemens qu'excite la Muſique, & qui enlêvent l'ame? La douceur de ſes accords n'eſt-elle pas une ſuite des nombres, de la meſure, & des proportions, que les ſons doivent garder entr'eux.

Les proportions du corps réglent celles que les ſçavans Architectes choiſiſſent; leurs plus riches embelliſſemens ſont empruntez de la nature; & le ruſtique & le groteſque même, qu'ils employent juſques dans les maiſons des Princes, tire de l'agréement de ce qu'elle a de plus inculte & de plus négligé.

L'Hidrographie ne conſtruit le corps de ſes vaiſſeaux, quoi que d'une maniére informe & groſſiére, que ſur le modéle des oiſeaux & des poiſſons. La quille en eſt comme la groſſe arrête, à qui toutes les côtes rangées ſelon leur ordre tiennent tres fortement; les rames tiennent lieu d'aîlerons ou de nageoires; les mouvemens du timon ſont comme autant de battemens de queuë; la proüe eſt le bec qui fend l'air & les vagues; & les voiles ſont comme des aîles tres-légéres, qui ſont

Digitized by Google

voltiger ces groſſes & lourdes maſſes malgré leur charge & leur peſanteur.

Et que dirai-je de tant d'autres parties? Que dirai-je des Arts & des Méchaniques? Avec qu'elle lumiére n'expliqueroit-on pas tout ce qu'on y trouve de rare & de curieux? & de combien d'inventions excellentes & nouvelles n'auroit-on pas moyen de les enrichir, ſi on ſçavoit étudier comme il faut la nature, & qu'on prît plus de ſoin de l'imiter? Je laiſſe à d'autres à nous en bien développer les plus beaux myſtéres. Je leur laiſſe même à nous expliquer ce qui nous touche de plus prés, ce nous que nous portons nous-même: quelle eſt la ſtructure & la compoſition du corps; quels ſont tous les liens, les organes, & les reſſorts cachez qui joüent en luy, & qui nous font agir & tourner en tous ſens avec une facilité preſque auſſi prompte que le mouvement de nôtre volonté; quelle eſt l'union des parties ſimilaires & diſſimilaires, quelles ſont les jointures & les emboittemens des os, l'inſertion des muſcles & des tendons, l'origine des moëlles & des nerfs, la tiſſure & l'entrelaſſement des fibres, & la conformation des chairs, le mouvement des humeurs, du ſang, & des eſprits; comment les valvules par une circulation ſemblable à celle des eaux & des fleuves tranſmettent le ſang du cœur dans les artéres, des artéres dans les veines, & de nouveau des veines dans le cœur; quelle eſt par tout la diſtribution des eſprits; & comment tant de parties diſſemblables, inconſtantes, & fragiles agiſſent de concert, & conſervent parmi tant d'agitations & de mouvemens oppoſez & contraires une harmonie tres-juſte & tres-uniforme pendant des quatre-vint & des cent années.

Je laiſſe encore aux Phyſiciens à nous inſtruire de la fermentation des ſemences & des graines, de l'accroiſſement inſenſible des plantes & des arbres, de la formation des feüilles, des boutons, des fleurs & des fruits, de la production des métaux, des minéraux & des météores, & de tant d'autres choſes dont la Géométrie découppe, taille, & forme les figures, & où elle ſe joüe avec tant d'agréement, qu'on diroit qu'elle met ſes délices à demeurer avec nous, pour nous ouvrir ſans ceſſe ces threſors de Sageſſe, qu'elle cache aux eſprits de chair & de ſang: *ludens in orbe terrarum, & deliciæ meæ eſſe cum filiis hominum.*

Encore

Digitized by Google

Encore donc que l'opinion ne ſoit pas toûjours une juſte diſpenſatrice des loüanges ; il faut pourtant reconnoître que les éloges dont elle a relevé de tout temps les Mathématiques, ne ſont point un effet de la flatterie. Et les Patriarches même, qui n'avoient que du dégoût & du mépris pour les amuſemens inutiles ſentoient pour elles une extrême paſſion, & s'étudioient à ſuivre à tous momens les veſtiges & les pas de la Sageſſe, qui nous invite & qui nous engage en tant de maniéres à les contempler.

Combien de fois les charmes puiſſans de l'Aſtronomie ont-ils addouci l'amertume de tous leurs ennuis ? Combien a-t-elle occupé de précieux momens de leur belle vie ? Et quels tranſports d'amour & d'admiration n'a-t-elle point excité dans leur ame céleſte envers l'Auteur de tous les prodiges qu'elle expoſoit ſans ceſſe à leurs yeux ? Leur cœur ſans doute étoit hors de luy-même, & s'écrioit dans ſes exſtaſes & ſes raviſſemens, comme l'a fait ſi ſouvent depuis un grand Roi & un grand Prophéte qui eſt deſcendu d'eux, & qui a encore eû plus de part à l'eſprit divin qui les rempliſſoit, qu'à leur illuſtre ſang : que les Cieux & les aſtres dans leurs mouvemens & leurs revolutions annoncent & publient hautement dans tout l'Univers la gloire de leur Créateur, & que tous ces grands ouvrages de ſes mains vont infiniment au delà de tout ce qui s'en peut ou dire ou penſer.

Nous voyons même dans Joſephe que l'Aſtronomie fut toûjours l'une des plus innocentes études & des plus ſolides des anciens Habitans du vieux monde. Ils avoient appris que les hommes devoient périr ſucceſſivement par un déluge d'eau & par un déluge de feu, incertains pourtant qui des deux viendroit le premier ravager la terre. Et cependant l'amour de la gloire, qui agitoit ces hommes alors fameux & d'une puiſſance formidable, & la crainte que leur memoire ne fût enſevelie avec leur nom dans la nuit éternelle d'un ſilence affreux & d'un entier oubli, eurent bien moins de force ſur leurs eſprits altiers, que le deſir de ſauver du naufrage ou de l'embraſement général le riche thréſor de l'Aſtronomie, & ce qu'on ſçavoit des Mathématiques. On en grava donc en abbrégé les principales découvertes ſur deux grandes & fortes colomnes, l'une de brique contre l'activité dévorante des flammes, & l'autre de pierre contre la fluidité pénétrante



Digitized by Google

des eaux. Et celle-ci subsistoit encore en Syrie sous l'Empire de Tite & de Vespasien.

Les Mages qui s'appliquérent à connoître la composition du monde & les revolutions céleſtes, étoient singuliérement estimez parmi les Chaldéens, parmi les Assyriens, & parmi les Médes. Les Perſes & les Orientaux leur déferoient souvent l'honneur de la Royauté. Ils étoient presque les seuls qui fussent élevez à la dignité de Sacrificateurs; & il y en avoit peu qu'on jugeât plus capables qu'eux d'être appellez aux charges & au gouvernement. Et le temps, bien loin d'altérer ou d'affoiblir la réputation de ces Mages, sembloit ne servir au contraire qu'à l'affermir & à l'augmenter. Ceux que l'étoile conduisit aux pieds du Sauveur en sont une preuve: Le trouble que leur arrivée causa dans la Paleſtine eſt un effet visible de la forte impreſſion que leurs connoiſſances dans l'Aſtronomie faiſoit encore en ce temps-là ſur l'eſprit des Peuples, & des Rois, & des plus grands Docteurs de la terre. Et la Sageſſe visible & incarnée d'un Dieu n'en trouva point parmi tous les Gentils, qui méritât mieux de luy rendre hommage ſur terre, que ceux qui liſoient avec tant de ſoin dans les Cieux les caractéres brillans & ineffaçables de ſa Puiſſance infinie & de ſon éternelle Grandeur.

On ne ſéparoit point en Egypte les Mathématiques de la Sacrificature. Elles étoient un des principaux ornemens des Prêtres, & comme un hieroglyphe myſtérieux qui les rendoit vénérables aux Princes, juſques-là que Pharaon voulant élever Joſephe au comble de la gloire ne put luy trouver un parti plus illuſtre qu'Aſénez fille du grand Prêtre d'Héliopolis. Les beaux Priviléges, les riches héritages, & tous les honneurs que ce Prince & ſes Succeſſeurs leur accordérent généreuſement, preſqu'autant & peut-être plus pour favoriſer leurs belles études, que par reſpect pour la Religion, excitérent une ſi noble émulation parmi les eſprits, que l'Egypte a toûjours paſſé dans l'Antiquité pour la Maîtreſſe des Mathématiques. Moyſe y fut ſoigneuſement inſtruit de ce qu'elles avoient de plus curieux, & il y acquit une bonne partie de la connoiſſance éxacte des temps, qu'une lumiére Divine perfectionna enſuitte & conſacra pour jamais dans ſes Livres Saints. Les Sages de la Gréce puiſérent dans l'Egypte les ſources des lumiéres, que leurs Diſciples ont répandu depuis dans tout

Digitized by Google

l'Univers. C'eſt l'Egypte qui a vû naître & formé dans ſon ſein les Princes des Aſtronomes & des Coſmographes, & ces excellens Maîtres de la Sçience des nombres & de l'Analyſe, je veux dire les Ptolomées & les Diophantes, qui pourroient bien diſputer du prix avec Archiméde. Et la ſçavante Hipatie fit voir de ſon temps, comme la Princeſſe Eliſabeth en ce ſiécle, que les filles mêmes ſe peuvent élever aux connoiſſances les plus hautes & les plus difficiles.

Ce fut par le ſecours des Sçavans de l'Egypte que Jules Céſar ſous ſon troiſiéme Conſulat & en qualité de Souverain Pontife, régla l'année qu'on nomme Julienne; & qu'Auguſte corrigea l'erreur que l'ignorance ou la négligence des Sacrificateurs y avoit gliſſée depuis la mort de Jules. Et Jules eſtimoit ce beau réglement plus glorieux à ſa mémoire que les honneurs de tous ſes triomphes. Il commanda pour ce ſujet que l'un des mois portât ſon nom; & il fut enſuite ordonné par arreſt du Sénat que le mois ſuivant porteroit le nom d'Auguſte. L'Egliſe même choiſiſſoit l'Egypte autresfois pour régler le temps de la Paſque. Les Saints Péres de Nicée, reconnoiſſans que les Aſtronomes d'Aléxandrie avoient toûjours tenu le premier rang, arrêtérent que le Patriarche de cette grande Ville auroit ſeul le privilége d'en indiquer le jour au Pontife Romain, qui devoit donner auſſi-tôt ſes ordres à tous les premiers Siéges de faire obſerver ce ſaint temps d'une maniére uniforme. On eſt redevable au travail des Aſtronomes de la détermination éxacte des fêtes. Et chacun ſçait que Grégoire XIII fut obligé d'aſſembler comme un fameux Concile des premiers Mathématiciens de l'Europe, lors qu'on voulut fixer à ſon point le commencement de l'année, qui s'en étoit écarté de dix jours, & empêcher en s'arrêtant à des ſupputations plus éxactes, qu'il ne s'en écartât dans la ſuite des ſiécles.

Les Mathématiques étant donc conſacrées en tant de diverſes maniéres, pourrois-je conſentir qu'on ne les conſidérât que comme des Sciences purement profanes? Non, loin d'ici ces couleurs mortes & défigurées, dont certains Orateurs prétendent réhauſſer leur éclat. Qu'un Ramus ne vienne point nous dire qu'elles furent autresfois ſi chéries d'Apollon, qu'il menaça d'achever la ruine de la Gréce déſolée par la peſte, ſi on ne doubloit le cube de ſon autel; ce qu'unci

Géométrie commune ne peut éxécuter. Qu'on ne nous dise point que l'Antiquité, non contente de rendre des honneurs ordinaires aux Princes curieux de l'Astronomie, leur voulut rendre des honneurs divins; & qu'afin d'en éterniser la mémoire par des monumens que le temps, qui dévore tout, ne pût jamais détruire, elle s'avisa d'élever leurs noms au dessus des nuës, & les alla graver sur les constellations célestes. Un Virgile idolâtre d'Auguste pourroit flatter par de si vains éloges l'ambition déréglée de ce Prince. Il pourroit dire à ce Maître du Monde encore tout fier & tout glorieux d'avoir achevé la correction des années;

*Qu'il ira partager l'Empire avec les Dieux,*
*Que ſes mois rouleront à leur tour dans les Cieux;*
*Que l'ardent Scorpion & la Vierge éclattante*
*Le cédent au brillant de ſa gloire naiſſante,*
*Et que le ſigne* heureux de l'aimable équité*
*Eſt le thrône immortel qu'Auguſte a mérité.*

* La balance.

*. . . . quem mox que ſint habitura Deorum*
*Concilia . . . .*
*Anne novum tardis ſidus te menſibus addas,*
*Quâ locus Erigonen inter chelaſque ſequentes,*
*Panditur, ecce tibi jam brachia contrahit ardens*
*Scorpius, & cœli plus juſtâ parte relinquit.*

Quand mon ſujet ſeroit auſſi ſec en luy-même que mon eſprit eſt naturellement ſtérile, je n'aurois pas beſoin de faire une vaine parade de ces ornemens ſuperſtitieux; puis qu'ils ſont ſi peu dignes & de mon caractére & de ma profeſſion, & qu'une bouche éloignée du menſonge & toute conſacrée pour la vérité, doit toûjours avoir honte de les employer. Il n'eſt pas même néceſſaire de remonter dans les ſiécles paſſez, ni de parcourir la Gréce & l'ancienne Egypte, ou les divers Empires d'Orient, ni Rome même glorieuſe & triomphante. Le ſeul ſiécle où nous ſommes, la France ſeule, & nôtre Auguſte Prince fourniſſent des ornemens trop pompeux & trop naturels, pour en vouloir emprunter ailleurs. Et j'avouë que ne pouvant les déployer ni les expoſer tous dans une ſimple harangue, quelque ſoin que je priſſe de ſerrer mon diſcours, la multitude m'embarraſſeroit & me tiendroit en ſuſpens dans le choix que j'en voudrois faire. Car les plus Sçavans de l'Europe accordent à la France d'une commune voix l'hon-

Digitized by Google

neur d'avoir rétabli & porté à un plus haut point dans ce ſiécle la ſplendeur des Mathématiques ; & ils confeſſent ingénuëment, malgré leur fiére & ſuperbe jalouſie, qu'elle fourniroit aux Anciens bien d'autres lumiéres, s'ils revenoient aujourd'hui ſur terre. C'eſt elle, & elle ſeule à qui il appartient d'avoir tiré de la pouſſiére & réparé la plus belle de toutes les parties ſur qui elles s'étendent, c'eſt-à-dire l'Analyſe qui en eſt l'ame & le thréſor, & qui a fourni à l'Antiquité ce qu'elle a eü de plus élevé ; quoi que par une ingratitude aſſez inexcuſable elle ait eſſayé de la cacher & de la ſupprimer, de peur que les hommes venant à découvrir l'art ingénieux & ſecret qui l'avoit conduite à des connoiſſances ſi extraordinaires, ne conceuſſent une opinion moins avantageuſe de la ſuffiſance & de la ſublimité de ſes plus beaux eſprits.

On ne vit jamais les Mathématiques briller en Egypte, dans la Gréce, & à Rome même ſous ſes premiers Céſars, avec tant de luſtre, qu'elles ſont en France aujourd'hui ſous la protection Royale & puiſſante de ſa Majeſté Tres-Chrêtienne. L'Aſtronomie rend déja dans Paris ſes oracles à toutes les nations de l'Europe & du monde entier ; & nous trouvons parmi ces hommes excellens & choiſis, qui ſont raſſemblez par les ordres de ce Prince magnifique, les Ptolomées d'Egypte, les Archimédes & les Apollonius de la ſçavante Gréce, & les Vitruves de Rome la ſuperbe, & quelque choſe encore de plus grand.

Et ce qui peut encore faire naître à ceux qui ont l'inclination françoiſe, & l'humeur guerriére, un généreux déſir d'exercer leur eſprit ſur des Sciences, qui ont encore plus de ſolidité que d'éclat, au lieu d'énerver & d'abbatre ſes forces par le repos languiſſant d'une lâche & molle oiſiveté ; c'eſt de voir que Monſeigneur le Dauphin leur ait ſi ſouvent accordé avec un doux plaiſir de tres-précieux momens, & qu'il ait puiſſamment excité la Nobleſſe Françoiſe par ſon glorieux exemple à ſe former aux grandes actions de la guerre ſous l'agréable ſévérité de leur diſcipline ; ce qui fait que rien preſque aujourd'hui n'eſt plus à la mode parmi les jeunes Princes & les jeunes Seigneurs.

Tous ceux qui aiment véritablement les Sciences, ne croyent plus ſe pouvoir diſpenſer de cultiver celles-ci, & ils ont tout ſujet d'en être ſatisfaits, & de ne point regretter un temps qu'ils leur accordent, & qui leur en épargne dix fois plus en



Digitized by Google

ſuite dans leurs autres études: puiſque rien ne contribuë tant & en ſi peu de temps à former l'eſprit, ou à éclaircir & à fortifier la raiſon.

Je ſçai que la Logique fournit d'excellentes régles pour bien diriger nos penſées & toutes les démarches du raiſonnement. Mais je ſçai auſſi qu'on n'apprend jamais bien ces régles, ſi l'on n'a ſoin d'en faire tres-ſouvent une juſte application ſur divers ſujets. Une perſonne parfaitement inſtruite de toutes les régles de la Peinture, ne pourra jamais faire un tableau de prix, qu'elle ne les ait miſes tres-ſouvent en pratique. Un ouvrier qui veut être habile, doit beaucoup travaillèr, il ne ſuffit pas qu'il étudie beaucoup.

Mais on doit bien prendre garde que toute ſorte de ſujets ne ſont pas également propres à éxercer l'eſprit, & que tous ne peuvent pas également contribuer à la perfection naturelle dont il eſt capable. C'eſt pourquoi il importe beaucoup de choiſir ceux où les idées ſont les plus claires, les véritez les plus certaines, & les connoiſſances les plus éxactes & les plus conformes à nôtre raiſon. Or on ne verra ces divers avantages raſſemblez que dans les Mathématiques; & c'eſt pour cela ſans doute que Platon avoit écrit ſur la porte de ſon Académie: ἀγεωμέτρητος μηδεὶς εἰσίτω, que nul ne vienne ici qui ne ſoit Géométre. C'eſt auſſi ce qui rendoit l'étude de la Géométrie aſſez commun parmi les Anciens, comme Quintilien le remarque. Ils avoient reconnu, ce qui paroît mieux que jamais au ſiécle où nous ſommes, que l'eſprit en reçoit de tres-belles ouvertures. Car peu à peu les véritez ſurprenantes que l'on y découvre luy paroiſſent agréables. Elles le développent & l'étendent inſenſiblement, & luy inſpirent une ardeur incroyable pour les connoiſſances qui ſurpaſſent les ſens. Et par la même elles le diſpoſent d'une maniére excellente à étudier la Morale & la Religion avec un cœur docile & dégagé des illuſions d'une raiſon aveugle & téméraire, qui court riſque, quand rien ne la corrige, & qu'elle ſuit follement ſes caprices, de creuſer d'affreux précipices, & de s'y plonger ſans reſſource.

L'eſprit humain tient un tel rang parmi les Créatures, qu'une de ſes meilleures occupations eſt de travailler à la perfection de ſon Eſtre propre, en apprenant à régler ſes penſées & ſa raiſon; & il eſt bien juſte d'y employer au moins

Digitized by Google

une partie du temps & des ſoins qu'on perd tres-inutilement dans mille recherches ſuperfluës. Car comme on ne devient jamais véritablement heureux ſans la droiture qui régle le cœur, ni malheureux ſans la corruption qui le dérégle; jamais auſſi le cœur n'eſt juſte ou corrompu que l'eſprit ne ſoit éclairé de quelque lumiére ou obſcurci de quelques ténébres, & qu'ainſi il ne faſſe un bon ou un mauvais uſage de la raiſon qui devoit le conduire. On ne dira peut-être que les lumiéres de la foy ſuffiſent, & qu'elles montrent tout ce qu'il faut indiſpenſablement ou ſçavoir ou faire pour joüir du ſouverain bonheur. Mais un plus grand bien n'en détruit pas un moindre. La grace ne renverſe pas les biens de la nature, ni la foy ceux de la raiſon; mais elle les corrige & les rend plus parfaits. Quoi que la foi l'emporte infiniment ſur les Sciences naturelles; on n'eſt pas en droit pour cela de les mépriſer: & il eſt juſte qu'elles ayent leur uſage, & même qu'elles nous ſervent comme autant des degrez à nous élever aux connoiſſances céleſtes & ſurnaturelles. C'eſt là ſans doute une des fins principales à laquelle Dieu les a ſagement ordonnées. Et on ne pourroit pas ſans injuſtice & ſans luy faire injure rejetter & blâmer ce qui vient de luy, & ce qu'il approuve dans ſes Livres ſacrez, où nous liſons ce que la raiſon dicte: qu'il eſt le Seigneur & le Dieu des Sciences, & le ſouverain Maître qui les enſeigne aux hommes. *Deus Scientiarum Dominus eſt.* *Qui docet hominem ſcientiam.*

Auſſi n'eſt-ce pas ſans ſujet qu'il a gravé dans l'eſprit & dans le cœur des hommes l'ardeur inſatiable qu'ils ont tous de voir la vérité, & l'amour invincible qu'ils ſentent tous pour elle; cet amour ſi fort & ſi puiſſant que ceux qui la rejettent & qui la combattent ſont forcez de la déguiſer ſous l'apparence vrai-ſemblable de la fauſſeté; comme ceux au contraire qui ſoûtiennent l'erreur ou la fauſſeté ſont contraints de la revêtir d'une apparence trompeuſe de la vérité: parce qu'on ne peut engager des eſprits raiſonnables à embraſſer la fauſſeté, ou à rejetter la vérité, en leur répréſentant l'une & l'autre ſans déguiſement & ſans artifice. Encore qu'on ſoit bien aiſe quelquesfois de tromper les autres, on aime néanmoins toûjours à n'être point trompé.

Cependant le ſeul amour de la vérité ne ſuffit pas pour la découvrir. Il faut avoir en la cherchant une grande juſteſſe

Digitized by Google

& beaucoup de netteté d'eſprit, afin de n'admettre que des idées claires. Il faut une raiſon ferme & aſſurée, afin de comparer ces mêmes idées entr'elles, & de bien diſtinguer en les comparant la lumiére pure de la vérité, qui éclaire toûjours, de cette lueur fauſſe & trompeuſe de la vrai-ſemblance, qui ne fait que nous ébloüir.

Examinez, je vous prie, la fin qu'on ſe propoſe, quand on entreprend l'étude des Sciences humaines. Eſt-ce de ſçavoir ſimplement ce qu'ont dit ou penſé les ſçavans de l'Antiquité? Mais qu'elle vie ſuffiroit à lire une fois ſeule les volumes preſque infinis qu'ils nous ont laiſſé? Une lecture n'en fait-elle pas oublier une autre? & combien de travail & de veilles pour retenir par mémoire une partie tout-à-fait légére de ce qu'ils ont écrit? Non, non, ce n'eſt pas tant pour cultiver ſa mémoire que pour former ſon jugement qu'on doit s'appliquer à l'étude. Or nulle des Sciences ne produit plûtôt cet effet que les Mathématiques. Car comme les éxercices du corps les plus juſtes & les mieux réglez font qu'il devient plus fort & plus robuſte, & qu'il agit avec plus d'adreſſe, plus de ſoupleſſe & d'agilité; de même le dénoüement & les efforts redoublez de l'eſprit, ſon agitation & les différens tours qu'il prend, afin d'atteindre, d'embraſſer, & de reünir ce grand nombre de véritez qui ſont l'objet des Mathématiques, & afin de les rappeller à un petit nombre de principes ſimples & naturels, l'accoûtument à conſidérer les objets d'une vûë fixe, à les pénetrer avec plus de vivacité & d'activité, à les éxaminer avec plus d'ordre & de juſteſſe, & à en juger par conſéquent avec plus de lumiére, de préciſion, & d'éxactitude.

Il eſt vrai que ceux qui marchent avec ces précautions ne courent pas ſi vîte. Ils ne rendent pas ſi promptement raiſon de chaque choſe. Ils n'imitent point certains Sophiſtes téméraires, dont parle Cicéron, qui affectoient de répondre ſur le champ à toute ſorte de queſtions dans des conférences publiques. Ils n'imitent point auſſi les Pyrrhoniens qui révoquoient toutes choſes en doute, & ne s'appliquoient qu'à chercher des ſophiſmes pour ſoûtenir ou pour attaquer indifféremment les mêmes opinions, ſans ſe ſoucier d'éclaircir ni de chercher aucune vérité. Les premiers ſe laiſſoient entraîner au mouvement d'une vanité ridicule & précipitée, puis qu'ici-bas on ne peut connoître que fort peu de choſes, & qu'eux prétendoient

prétendoient au contraire rendre raiſon de toutes. Mais les autres ſe laiſſoient corrompre par l'impreſſion d'une défiance injuſte & déraiſonnable. Car quoi qu'on ſçache peu de choſes, il n'eſt pas vrai qu'on n'en ſçache aucune. Si rien n'eſt certain dans le monde; cette propoſition même, il n'y a rien de certain dans le monde, eſt une propoſition qui n'eſt pas certaine. C'eſt la détruire que de la vouloir établir.

Les Mathématiciens & les Géométres croyent devoir également éviter ces deux extrémitez vitieuſes. Ils ne ſe laiſſent point ſurprendre par une crainte mal fondée que toutes nos connoiſſances ne ſoient ſuſpectes d'illuſion, ni par une confiance téméraire que rien ne peut leur être caché. Mais ils ſe conduiſent toûjours, quand ils ſuivent leurs régles, comme étant bien perſuadez que l'art de penſer ſagement & judicieuſement vaut mieux que l'art de diſcourir ſur tout ſans diſcernement & ſans jugement. Les difficultez même qu'on ne peut pénétrer, & les limites qui bornent nos recherches, arrêtent preſque ſans qu'on y penſe cette hardieſſe inconcevable de ne demeurer jamais court ſur quoi qu'on propoſe, d'éluder par des diſtinctions frivoles & par des jeux de mots les raiſonnemens les plus convainquans, & de décider d'un air impérieux & fier, & comme un Auteur grave, des choſes entiérement cachées, & que tous les hommes enſemble ne peuvent quelquesfois connoître en aucune ſorte.

Je prévoi bien que d'excellens eſprits, mais un peu trop timides, & qui n'ont pas encore aſſez ſondé juſqu'où iroient leurs forces, me propoſeront l'objection ordinaire: Qu'à la vérité les Mathématiques ſont des Sciences rares & curieuſes & tres-néceſſaires; mais que la difficulté de les apprendre fait perdre entiérement l'envie de s'y appliquer. Je répons à cela que les perſonnes raiſonnables ne doivent pas légérement ſe laiſſer entraîner au torrent de l'opinion commune que le monde en a conceu ſeulement ſur des bruits vagues & ſans éxamen; puis qu'il n'y a point de Science qui convienne mieux à la raiſon, ni qui ſe préſente plus naturellement & plus clairement à l'eſprit des hommes. Ce que je dis n'eſt point une figure, & je ne l'avance point par le mouvement d'une ſecrette inclination ou d'une complaiſance aveugle. Si l'on ne m'en croit pas, on pourra bien en croire un Auteur éclairé & qui n'eſt point ſuſpect, on pourra bien s'en rapporter au témoi-

gnagne de l'Orateur Romain. *Quis ignorat*, dit-il, *ii qui Mathematici vocantur, quantâ in obſcuritate rerum, & quam recondità in arte, & multiplici, ſubtilique verſentur? Quo tamen in genere ità multi perfecti homines extitére, ut nemo fere ſtuduiſſe ei Scientiæ vehementius videatur, quin quod voluerit conſecutus ſit.*
„ Qui ne ſçait, dit ce grand homme, que ceux qu'on nomme
„ Mathématiciens, s'appliquent à des objets qui paroiſſent ab-
„ ſtraits, & que leurs Sciences ſont tres-vaſtes, tres-ſublimes,
„ & tres-profondes ? Et cependant on a vû un ſi grand nombre
„ de perſonnes s'y perfectionner, que nul preſque ne s'y eſt un
„ peu fortement appliqué, ſans y reüſſir auſſi avantageuſement
„ qu'il le pouvoit prétendre.

Et ce qui confirme ſa penſée, c'eſt qu'il n'y a preſque point eû de Peuples des plus barbares mêmes & des plus reculez, qui n'en ayent eû quelque teinture, & qui n'ayent eſſaïé de les cultiver. Les Romains & les Grecs ne ſont pas les ſeuls qui les ont embraſſées. Car ſans parler des Perſes, des Aſſyriens, des Chaldéens, & des anciens Peuples d'Orient ; on voit certains ouvrages aſſez raiſonnables que les Arabes même en ont compoſé dans ces derniers ſiécles. Et les Chinois en font encore aujourd'hui tant de cas, que les premiéres Charges ne ſont le plus ſouvent accordées qu'à ceux qu'elles en ont rendu dignes.

Mais quoi ? ne ſçait-on pas qu'elles ont fourni par tout & de tout temps un million d'inventions excellentes pour diminuer le travail des hommes, & pour rendre ainſi leur vie moins pénible & plus commode. Jamais ſans leur ſecours toute l'addreſſe des ouvriers n'auroit dreſſé ni compoſé tant de différentes machines, par leſquelles avec peu de forces on éléve ou on abbaiſſe, on ſuſpend en équilibre, & on fait tournoyer des corps lourds & d'une groſſeur énorme.

J'abuſerois, MESSIEURS, de cette attention obligeante & ſi favorable dont vous m'honorez, ſi je voulois rapporter en détail les divers uſages qu'on a toûjours fait de ces Sciences dans les arts méchaniques, où il faut obſerver quelque exactitude & ſe conduire avec ordre & par régles ; puis qu'il eſt certain qu'on ne peut biên comparer, meſurer, ou proportionner les longueurs, les ſurfaces & la ſolidité des corps, ou les quantitez de toute ſorte d'objets, ni décrire ou projetter aucune des figures qui ſont tant ſoit peu réguliéres, & qui con-

Digitized by Google

ſervent quelque uniformité, ſans faire uſage de quelqu'une des véritez que ces Sciences renferment.

Il eſt vrai qu'ordinairement les ouvriers ne ſont ni Géométres, ni Mathématiciens, & qu'ils connoiſſent pourtant quelques-unes de ces mêmes véritez. Mais ils ne les connoiſſent que méchaniquement, c'eſt-à-dire ſans en pénétrer les raiſons, ni les liaiſons & les conſéquences. Il importe peu que leur connoiſſance ſoit une connoiſſance de lumiére, il ſuffit qu'elle le ſoit de ſentiment ou d'expérience pour les régler dans la pratique. Mais pour ceux qui inventent les régles, & qui les rapportent à leurs véritables principes, il faut que leur connoiſſance ſoit pleine de lumiére, & principalement s'ils les veulent porter au dernier degré de perfection, & les réduire à toute la juſteſſe & à toute la ſimplicité néceſſaire dans la pratique.

L'induſtrie de tous les ouvriers pourroit-elle bien valoir le génie d'un ſeul Archimédes? Qu'il faiſoit beau voir ce grand homme, lors qu'il régloit par ſon eſprit les défenſes de ſa Ville, & qu'il réſiſtoit par la force invincible de ſes inventions à toute la puiſſance des Romains. Lors que Marcel Général de l'armée Romaine faiſoit avancer ſes troupes juſques aux pieds des murs de Syracuſe, on les voyoit auſſi-tôt accablées par les roches entiéres qu'Archimédes faiſoit pleuvoir ſur eux; & à peine la grandeur du péril les avoit-elle forcé, malgré tout leur grand cœur, à précipiter leur retraite, qu'un nombre infini de pierres voloient aprés eux, & les pourſuivoient juſques à l'entrée de leurs vaiſſeaux. Ceux qui oſoient venir à l'attaque par mer n'étoient pas mieux receus. Car diverſes machines pouſſées par de puiſſans efforts, & armées de grands crocs heurtoient & enfonçoient pluſieurs de leurs vaiſſeaux. Et ceux qui étoient à couvert des coups de ces funeſtes machines, ne l'étoient pas de la fureur des feux, qui rempliſſoient l'air de leurs tourbillons, & qui fondant ſur eux de toutes parts les embraſoient & réduiſoient en cendres preſque dans un moment. De ſorte que l'eſprit d'un ſeul homme faiſoit une réſiſtance incomparablement plus forte qu'une armée toute entiére ne l'auroit pû faire. Et cependant tous les puiſſans reſſorts de ſes redoutables machines, & les rares ouvrages qu'il avoit fait en diverſes rencontres, n'étoient qu'un jeu pour luy & qu'une légére production de ſes connoiſſances,

Et il eut bien fait voir de plus grands prodiges, s'il eût pû trouver un point fixe hors du monde.

Et certes s'il y a sujet d'admirer & d'estimer les Mathématiques, lors qu'on vient à découvrir la vaste étenduë de leurs connoissances, le bel ordre & l'enchaînement naturel des véritez qu'elles exposent à nos yeux, & tout ce qu'elles communiquent à tous les beaux Arts & aux Méchaniques de force & de lumiére; elles ne méritent pas moins d'estime & d'admiration, quand on vient à considérer la facilité, la simplicité, & le petit nombre des principes qui leur servent de base & de fondement, & qui leur fournissent avec une fécondité merveilleuse tant de belles & de riches productions. Les principes en sont faciles, ils ne sont tous que des axiomes ou des notions communes. Ils sont simples & en petit nombre, l'application au plus d'une vintaine adroitement ménagez suffit pour expliquer le corps presque entier des Mathématiques.

Il n'y a donc rien qui doive arrêter ceux qui se portent avec ardeur à l'étude des belles lettres & des hautes Sciences, de donner à celles-ci une partie de leur application. Mille expériences ont fait connoître que les grands esprits qui les cultivent se surpassent eux-mêmes; que les médiocres deviennent grands & élevez; & que ceux même qui sont les plus resserrez & du dernier ordre, ne laissent pas néanmoins d'acquérir une ouverture & une suffisance raisonnable. Si l'on veut prendre une résolution constante & courageuse, on reconnoîtra facilement par soi-même la vérité de mes paroles. J'aurai soin de mon côté de choisir un ordre naturel & facile, puis que rien n'importe plus, & que tout en dépend; & je procurerai selon toute l'étenduë de mes forces la satisfaction & l'utilité de tous ceux qui me feront l'honneur de m'entendre.

Il ne me reste plus ici, MESSIEURS, qu'à demander au Ciel que ce nouvel établissement, commencé sous ses doux auspices, puisse toûjours vous plaire; qu'il puisse être avantageux au bien public de la Ville, de la Province, & de l'Etat, & au service de nôtre invincible & puissant Monarque; & sur tout que nous puissions toûjours en tirer de nouveaux sujets de rendre à la Grandeur immortelle & à la Majesté Souveraine DE NOTRE DIEU & DE NOTRE SAUVEUR toute sorte d'honneur & de gloire.

Digitized by Google

B
Z
B
Y
C

Digitized by Google

BIBLIOTECA CENTRAL
R(T) 4º-4

4º
INSTITUT
D'ESTUDIS CATALA
SECCIÓ DE CIENCIES
BIBLIOTECA
Núm. 4522
Armari
Prestatge

Digitized by Google